

# 저레이놀즈수 난류모델을 사용한 정익-동익 상호작용 해석

최창호\* · 유정열\*\*  
(1998년 10월 17일 접수)

## Calculation of Rotor-Stator Interactions Using a Low Reynolds Number Turbulence Model

Chang Ho Choi and Jung Yul Yoo

Key Words: Unsteady Compressible Flow (비정상 압축성 유동), Dual Time Stepping (이중시간전진법), Low Reynolds Number  $k-\omega$  Turbulence Model (저레이놀즈수  $k-\omega$  난류모델), Rotor-Stator Interaction (정익-동익 상호작용), Transition (천이)

### Abstract

A computational study on unsteady compressible flows has been performed by adopting a low Reynolds number  $k-\omega$  turbulence model in conjunction with dual time stepping scheme. An explicit four-stage Runge-Kutta scheme for the Navier-Stokes equations and an approximate factorization scheme for the  $k-\omega$  turbulence model equations are used. Computational results obtained for blade surface pressure distributions in the process of rotor-stator interaction in a turbine stage are in good agreement with extant experimental data. The effects of the wake from the stator on the boundary-layer transition over the rotor blade surface are discussed by showing that high intensity turbulence of the stator wake induces an early transition.

### 1. 서론

최근에 터보기계는 작은 크기, 적은 부품 수와 함께, 긴 내구성, 높은 효율과 낮은 소음을 갖출 것이 요구된다. 터보기계 유동은 기본적으로 인접한 익렬 간의 상호작용으로 인하여 비정상이므로, 이와 같은 설계제한조건을 만족시키기 위해서는 비정상유동 현상에 대한 정확한 이해가 요구된다. 상호작용에는 포텐셜, 후류 그리고 충격파 상호작용의 3가지 종류가 있는데, 이러한 상호작용들은 익렬의 진동과 소음을 일으키고, 때로는 공기역학적 효율을 떨어뜨린다.<sup>(1,2)</sup>

정익-동익 상호작용과 관련된 터보기계 유동을

수치모사 하는데 있어서 지금까지 Baldwin-Lomax 모델과 같은 혼합길이 난류모델이 주로 사용되어 왔다.<sup>(4,6)</sup> 이러한 혼합길이모델 또는 표준 2방정식 난류모델들은 충격파와 하류부분이나 박리유동을 적절하게 나타내지 못하는 것으로 알려져 있다.<sup>(7)</sup> 또한 이러한 난류모델들은 정익-동익 상호작용에서 나타나는 후류 효과를 모사하는데 어려움이 있다.<sup>(7,8)</sup> 최근의 연구들은 대부분의 가스터빈에서 하류 터빈익렬의 경계층 천이에 영향을 미치는 것은 후류의 속도구배가 아니라 후류의 높은 난류강도임을 보고하였다.<sup>(9,10)</sup> 또한 최근의 연구에서<sup>(11)</sup> 저레이놀즈수 효과가 고려되었을 때 더 좋은 결과를 얻을 수 있음이 보고되었으므로, 본 연구에서는 후류에 의한 난류의 대류효과를 고려할 수 있는 저레이놀즈수 2방정식 난류모델이 채택되었다. 특히, 2방정식 난류모델 중에서 본 연구에서는 Wilcox가<sup>(8,12)</sup> 제안하고 Menter가<sup>(13)</sup> 보완한  $k-\omega$  난류모델을 채택하였다.  $k-\omega$  난류모델은 다른 저레이놀즈수 난류모델들과는 달리 벽

\* 서울대학교 대학원 기계항공공학부

\*\* 회원, 서울대학교 공과대학 기계항공공학부

근처에서 감쇄함수를 필요로 하지 않으므로 수학적으로 간단하며, 수렴성이 우수하고, 또한 역압력구배유동을 비교적 정확한 모사할 수 있는 것으로 알려졌다. 최창호와 유정열<sup>(14,15)</sup>은 혼합된 시간전진법을 사용하여  $k-\omega$  난류모델을 정상 천음속 VKI 터빈의 열유동과 충격파와 경계층이 상호작용하여 비정상현상이 일어나는 충격파 버펄링유동에 적용함으로써 이의 유용성을 제시하였다.

다만 터보기계 유동을 수치해석하는 방법은 여러 가지가 있지만 경계조건의 처리 방법에 따라 크게 다음과 같이 크게 4 가지로 구분할 수 있다.<sup>(1,3)</sup>

- 정상 단일익렬해석법 (steady single blade row techniques)<sup>(16)</sup>
- 정상 연성익렬해석법 (steady coupled blade row techniques)<sup>(3,17)</sup>
- 완화된 연성익렬해석법 (loosely coupled blade row techniques)<sup>(1,2,18)</sup>
- 비정상 해석법 (fully coupled techniques)<sup>(4-6,11)</sup>

위의 네 가지 방법들 중에서 비정상해석법은 모델링 없이 익렬의 상호작용을 직접 푼다. 따라서 비정상해석법은 많은 시간과 기억용량을 요구하지만 중요한 비정상 상호작용을 실제적으로 정확하게 모사할 수 있다. 이런 비정상해석법은 Rai 에<sup>(4)</sup> 외해서 처음 시도되었는데, 그는 내재적인 기법과, patched 및 overlaid 격자계를 적용함으로써 2, 3차원 정익-동익 상호작용을 Navier-Stokes 방정식을 사용하여 해석하였다. Madavan 등은<sup>(5)</sup> 3차원 다중통로 (multipassage) 유동을 해석하였다. Amone 등은<sup>(6)</sup> 정익-동익 상호작용 해석에 있어서 이중시간전진법을 사용하였다. Hah 등은<sup>(11)</sup> 저레이놀즈수 난류모델을 사용하여 3차원 다중통로 정익-동익 상호작용을 해석하였다.

본 연구의 목적은 저레이놀즈수 난류모델을 사용하여 비정상 정익-동익 상호작용을 해석하는 것이다. 이를 위하여 비정상 및 정상 해법이 채택되며, 난류모델의 영향을 고려하기 위하여 Baldwin-Lomax 난류모델이 추가적으로 사용되어 가용한 기존의 실험결과와 비교된다. 또한 정익의 후류가 동익표면 상에서 발생하는 천이현상에 미치는 영향을 고찰한다.

## 2. 수치해석방법

압축성 2차원 Navier-Stokes 방정식과  $k-\omega$  난류방정식은 일반 좌표계에서 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E_c}{\partial \xi} + \frac{\partial F_c}{\partial \eta} = \frac{\partial E_v}{\partial \xi} + \frac{\partial F_v}{\partial \eta} + S \quad (1)$$

여기서  $E_c$ ,  $F_c$ 는 대류항을 나타내고  $E_v$ ,  $F_v$ 는 확산항을 나타낸다. 그리고  $S$ 는 원천항을 나타낸다.

Jameson과<sup>(9)</sup> Amone 등이<sup>(20)</sup> 소개하였듯이, 식 (1)과 같은 형태의 Navier-Stokes 방정식은 가공시간  $\tau$ 를 도입함으로써 다음과 같이 정상해를 구하는 방법을 적용할 수 있는 형태로 재구성할 수 있다.

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} - \frac{\partial Q}{\partial t} - R(Q) = R^*(Q) \quad (2)$$

그러므로 새로운 잔류량  $R^*$ 을 줄이기 위하여, 정상 계산에 쓰이는 모든 수렴가속방법을 가공시간  $\tau$ 에 대해서 전진하면서 적용할 수 있다. 실제 시간  $t$ 에 대한 미분은 내재적인 2차의 정확도를 가지는 후방차분법을 사용하여 다음과 같이 나타낸다.

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} = \frac{3Q^{n+1} - 4Q^n + Q^{n-1}}{2\Delta t} - R(Q^{n+1}) = R^*(Q^{n+1}) \quad (3)$$

여기서  $n$ 은 실제 시간간격을 나타낸다. 실제시간이 진행되는 동안에, 가공시간  $\tau$ 에 대하여 국소시간간격, residual smoothing, 다중격자 등의 수렴가속방법이 쓰이므로 잔류량  $R^*$ 은 빠르게 영이 되어 식 (2)의 실제 시간에 대한 방정식을 만족시키도록 한다. 가공시간에 대한 시간전진법으로는 4차 Runge-Kutta 시간전진법을 사용하였다. 공간미분에 대하여는 2차의 정확도를 가지는 중심차분법을 채택하였다.

이중시간전진법은 기본적으로 내재적인 방법이지만 난류식의 가공시간  $\tau$ 에 대한 시간전진에서 운동량방정식에 대해서와 같이 외재적인 시간전진법을 사용하면 원천항의 존재로 인하여 수치적으로 불안정해지므로 본 연구에서는 내재적인 시간전진법인 근사인수분해법이 사용되었다. 식 (3)은 근사인수분해법으로 다음과 같이 나타낼 수

있다.

$$\begin{aligned} & \left[ I + \Delta \tau \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial F_c}{\partial Q} - \frac{\partial E_v}{\partial Q} \right) \right] \cdot \\ & \left[ I + \Delta \tau \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial F_c}{\partial Q} - \frac{\partial F_v}{\partial Q} - \frac{\partial S}{\partial Q} + \frac{3}{2\Delta t} \right) \right] \quad (4) \\ & \cdot \Delta Q = \Delta \tau \left( -\frac{3Q^k - 4Q^{k+1} + Q^{k+2}}{2\Delta t} + R^k \right), \\ & \Delta Q = Q^{k+1} - Q^k \end{aligned}$$

여기서  $I$ 는 단위행렬,  $n$ 은 실제시간,  $k$ 는 가공시간 단계를 나타낸다. 대류항은 유동의 방향을 따라 전방차분 또는 후방차분하고 확산항은 중심차분한다. 원천항의 적절한 처리는 수치적 안정성에 대단히 중요한 영향을 미친다. 본 연구에서는 원천항에서  $k/\omega$ 와 생성항을 상수로 가정하여 다음과 같이 자코비안행렬을 구한다.

$$\frac{\partial S}{\partial Q} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} D_y - 2\beta^* \omega & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3} \alpha D_y - 2\beta \omega \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서  $D_y = \max \left[ 0, \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right]$ 이고, 계수  $\alpha, \beta, \beta^*$ 는 Wilcox<sup>(12)</sup> 따라서 지정하였다.

수렴을 가속시키기 위해서 Navier-Stokes 방정식에 대하여 국소시간간격, residual smoothing, 다중격자법의 3가지 방법이 사용되었다. 특히 다중격자법으로는 본 연구에서는 Jameson<sup>(21)</sup> Brandt<sup>(22)</sup>의 full approximation storage (FAS) 방법을 사용한다. 최근에는 다중격자법이 난류식에도 적용될 수 있음이 제안되었다.<sup>(23,24)</sup> 원천항 중 난류생성항은 비선형성이 강하기 때문에 성근 격자에서 계산할 경우에 값이 크게 변하여 해의 수렴성과 정확성에 큰 영향을 미치므로, 가장 조밀한 격자에서만 계산되고 성근 격자에서는 직접 계산하지는 않은 채, 성근 격자를 구성하는 조밀한 격자의 값을 더하여 얻는다. 그리고 다중격자법은 점성저층에서는 수행되지 않았다. 즉 성근 격자에서 계산은 이루어졌으나 조밀한 격자로 교정값 (correction)은 전달되지 않았다. 이것은  $\omega$ 가 점성저층에서  $10^3$ 에서  $10^4$ 으로 급격하게 변하므로 격자가 충분히 많지 않으면 해의 안정성에 큰 영향을 미치기 때문이다. 원천항의 자코비안행렬은 성근 격자에서도 수치적 안정성을 위하여 사용되었다.

본 연구에서 Navier-Stokes 방정식에 적용된 이산화 방법은 모든 유동변수가 격자의 중심에 저장되는 비엇갈림격자계(non-staggered grid system)를 사용한 중심차분법이다. 그러므로 점성 계산 일지라도 경계층 외부에서는 점성항이 무시될 수 있으므로 압력의 odd-even decoupling이 생기게 되기 때문에 이를 감쇄하기 위하여 인공 소산항의 고유치 조절방법(eigenvalue scaling)을 도입함으로써 4차 인공 소산항을 추가한다. 그리고 충격파를 선명하게 포착하기 위하여 2차의 인공 소산항을 첨가한다.<sup>(25)</sup> 난류모델 방정식은 상류차분법을 사용하기 때문에 인공소산항을 첨가할 필요는 없다. 경계층 내부에서는 유체의 점성이 충분히 커서 가점성의 추가는 해의 정확성에 영향을 미치지므로 적절한 scaling으로 가점성항의 영향을 줄인다.

본 연구에서는 경계면의 바깥에 가상격자 (artificial cell)를 뚫으로써 경계에서의 계산을 내부점에서의와 같은 방식으로 수행하였다. 유입면은 비점성 영역으로 생각할 수 있으므로 Euler 방정식에서의와 같이 특성곡선방법을 이용한다. 그리고 입구에서  $k$ 와  $\omega$ 값은 Menter<sup>(26)</sup> 따라 주었다. 아음속 유출면에서는 정압이 주어지고 나머지 유동변수는 내부로부터 외삽하여 구한다. 블레이드 벽에서는 속도성분과 난류에너지  $k$ 에 대하여 점착조건을 사용하며, 압력은 이웃하는 격자로부터 외삽하고, 온도는 단열 조건을 준다. 비소산율  $\omega$ 는 벽에 가까워질수록 다음과 같은 점근조건을 만족시켜야 하는데, 본 연구에서는 벽에서 첫 번째 격자에 이 조건을 적용한다.

$$\omega \rightarrow 6\nu_w/\beta y^2 \text{ as } y \rightarrow 0 \quad (6)$$

여기서  $\nu_w$ 는 동점성계수를 나타내며,  $y$ 는 벽에서부터의 수직거리를 나타낸다. 주기경계면에서는 모든 유동변수에 대하여 동일한 주기점에 놓이는 각각의 유동변수 값을 같게 지정한다.

정의-동의 상호작용에는 정의과 동의 격자의 사이에 계면이 있다. 계면에서 경계조건은 계면 각각의 바깥쪽에 있는 가상격자의 값을 어떻게 지정하느냐에 달려 있다. 비정상 해법의 경우에는 직접적인 내삽으로 가상격자에 값을 지정한다. 본 연구에서는 O형 격자가 사용되므로 계면에서 격자의 형태가 불규칙하다. 따라서 단순한 선형내삽법은 사용할 수가 없다. 그러므로 삼각

형 면적비에 따른 내삽방법을 사용하였다. 이러한 내삽법은 질량, 운동량과 에너지의 완벽한 보존을 보장하지는 못한다. 그러나 계면에서 충격파와 같은 과도한 구배가 없는 한 공학적인 관점에서의 정확성은 보장하는 것으로 예상된다. 정상 해법(steady averaging-plane method)의 경우에는 Giles와<sup>(27)</sup> Chima와<sup>(3)</sup> 무반사 경계조건 (non-reflecting scheme)이 적용되었다. 이 방법은 정익과 동익이 가까이 위치한 상태에서의 계산을 가능하게 해준다. 기타 자세한 사항은 참고문헌 14-15를 참고하기 바란다.

### 3. 결과 및 검토

1단 축류형인 United Technologies large-scale rotating-rig (LSRR) 터빈에<sup>(28)</sup> 대하여 계산이 수행되었다. 이 터빈은 22개의 정익과 28개의 동익으로 이루어져 있다. 그러나 본 연구에서는 계산시간을 줄이기 위하여, 동익의 크기를 28/22로 키워서 정익/동익 피치 비가 1이 되게 하였다. 실험치와 같은 15%의 축방향 간극을 정익과 동익 사이에 주었다. 동익 회전속도는  $\omega_R = u_1/0.78$ 을 주었다. 여기서  $u_1$ 은 입구에서의 축방향 속도뿐 나타낸다. 입구마하수는 0.07을 주었고, 레이놀즈수는  $6.2 \times 10^5$  를 주었다. 사용된  $201 \times 69$  격자가 Fig. 1에 나타나 있다.

O형 격자가 사용되었는데, 쌍곡선형 격자생성 방법으로 먼저 생성되었으며, 공비수열을 사용하

여 피치방향으로 재배치하였다. 벽에서 첫번째 격자의 평균  $y^+$ 는 1 정도가 되게 하였다 계산은 CRAY-J90 슈퍼컴퓨터에서 수행되었다. 서론에서 언급되었던 4가지 방법 중에서 본 연구에서는 비정상 해석법과 정상 연성해석법의 하나인 averaging-plane 방법을 모두 사용하였다.

#### 3.1 비정상해법

시간간격이 해에 미치는 영향을 검토하기 위하여, Fig. 2에  $k-w$  모델을 사용하여 구한 시간에 따른 동익의 양력계수를 보였다. 시간간격이 한 주기의 1/200 이상이 되었을 때 해의 변화가 거의 없었으므로 시간간격은 한 주기의 1/200로 하였다. 이에 따라 CFL 수는 약 2에서 7500이 되었다. 3단계의 격자를 사용하여 잔류치의 변화량이  $10^{-6}$ 까지 떨어지게 했을 때 한 시간간격 전진에 약 35번의 내부 반복계산이 요구되었으며,

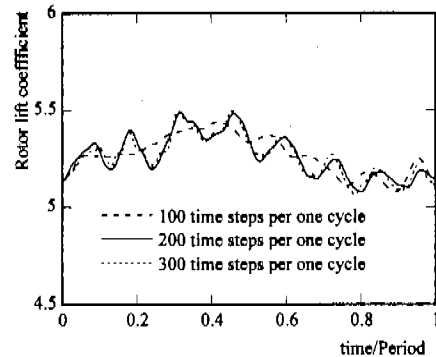


Fig. 2 Rotor lift coefficient evolutions.

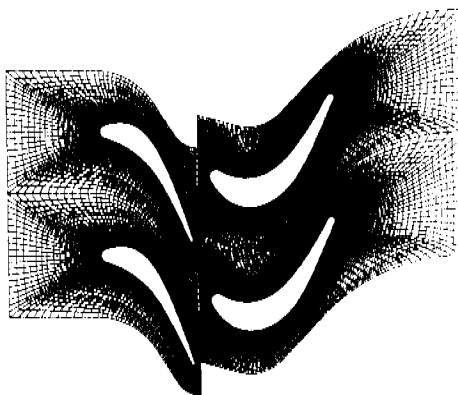


Fig. 1 Two  $201 \times 69$  O-type computational grids for LSRR turbine stage.

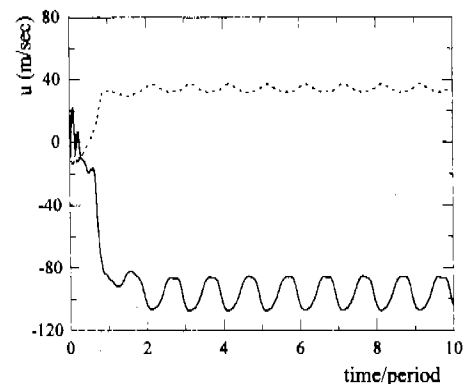


Fig. 3 Time histories of streamwise velocity at two different locations near the rotor leading edge.

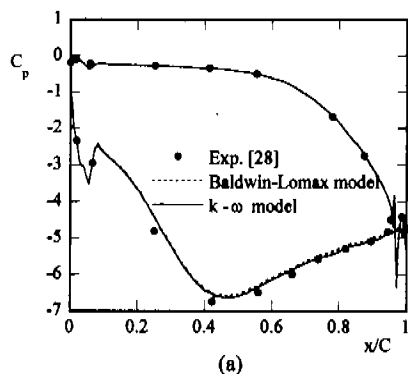
계산시간은 약 6180초가 소요되었다. 이중시간전진법이 아니라 완전한 외재적방법인 Runge-Kutta 시간전진법을 적용해서, CFL 수를 2.5로 하여 계산한다면, 위와 같은 시간간격에 약 3000번의 계산회수가 요구되므로, 약  $3.7 \times 10^6$ 초의 시간이 필요할 것이다. 실제로는 난류식 때문에 CFL 수를 조금 더 낮춰야 할 것이다. 그러므로 본 연구에 쓰인 방법은 외재적인 방법보다 약 1/60 정도인 매우 적은 계산시간이 요구된다고 할 수 있다. 즉 계산시간의 약 98%를 절약할 수 있다. Fig. 3은 동익 선연 근처의 두 지점에서 시간에 따른  $x$  방향 속도성분 ( $u$ )의 변화를 보여준다. 약 3~4회의 주기 후에 주기성을 나타낸다. 즉 수렴하는데 약 4주기의 계산이 필요함을 알 수 있다.

Fig. 4는 정익과 동익의 시간평균된 표면 압력 계수분포를 Dring 등의<sup>(35)</sup> 실험결과와 함께 보여준다. 압력계수는 다음과 같이 정의된다.

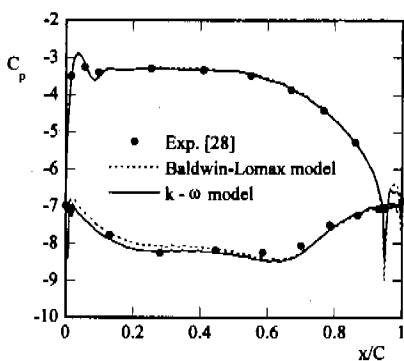
$$C_p = \frac{2(P_{avg} - P_a)}{\rho_1 \omega_R^2} \quad (7)$$

여기서  $P_{avg}$ 는 한 점에서의 한 주기동안 평균된 정압을 나타내고,  $P_a$ 와  $\rho_1$ 은 평균 입구 정체압력과 밀도를 나타낸다. 계산결과는 난류모델에 관계없이 정익 부압면의  $x/C = 0.25$ 와 동익 부압면의  $x/C = 0.7$ 을 제외하고는 실험치와 잘 일치한다. 실험치와 차이는 실험에서 중평비가 작기 때문에 생긴 3차원 효과에 기인하는 것으로 예측된다.<sup>(4,5)</sup> 이런 경향은 기존의 수치해석적 연구에서도 나타난다.<sup>(2,4)</sup>

Fig. 5에 보여진 바와 같이 박리기포가 후류에서 발생하며 이는 Fig. 4의 표면압력분포의 오르내림으로 나타난다. Baldwin-Lomax 난류모델을 사용한 결과와 비교하여,  $k-\omega$  난류모델을 사용

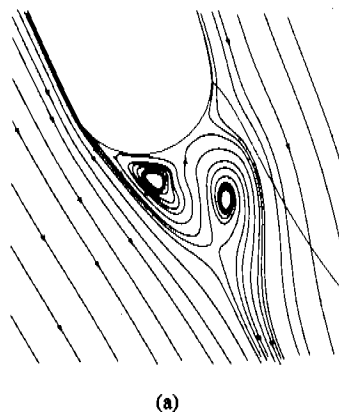


(a)

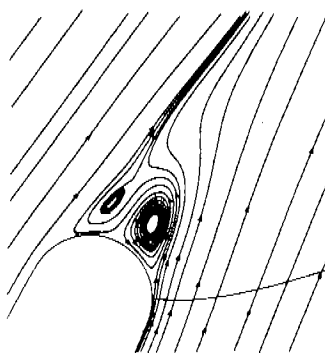


(b)

Fig. 4 Time-averaged pressure distributions : (a) stator, (b) rotor.



(a)



(b)

Fig. 5 Instantaneous streamlines around the trailing edges of the stator and rotor : (a) stator, (b) rotor.

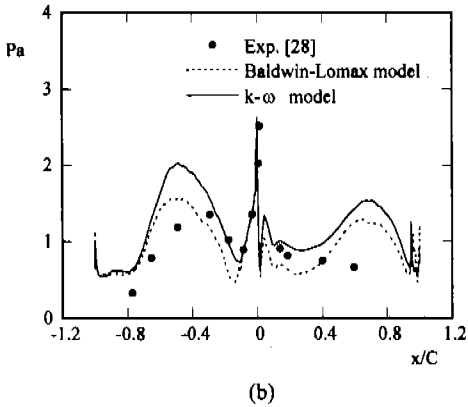
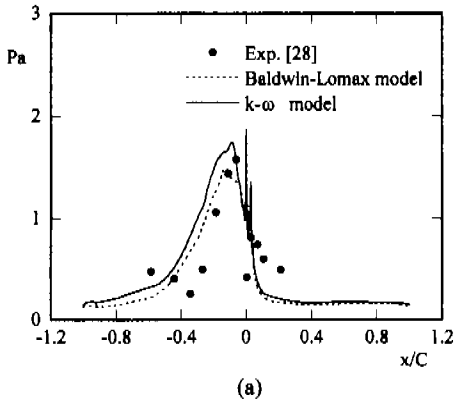


Fig. 6 Pressure amplitude coefficients for the stator and rotor : (a) stator, (b) rotor.

한 결과에서, 뚜렷한 개선이 보이지는 않는다. 이것은 어느 정도 예측되었던 결과로 원인은 다음과 같이 생각할 수 있다. 비록 잘 알려진 바와 같이  $k-\omega$  난류모델은 박리가 일어나는 유동에서 대수난류모델보다 우수한 결과를 보일지라도,<sup>(15)</sup> 정익-동익 상호작용의 경우, 박리는 날개 뒷부분에서 약하게 일어나는 비점성성이 강한 유동이므로, 난류모델에 상관 없이 표면압력분포는 잘 예측되기 때문이라고 생각된다.

비정상 압력계수를 Fig. 6에 제시하였다. 비정상 압력계수는 다음과 같이 정의된다.

$$P_a = \frac{2(P_{max} - P_{min})}{\rho_1 \omega_R^2} \quad (8)$$

여기서  $P_{max}$ 와  $P_{min}$ 는 주어진 점에서 한 주기 동안의 최대 및 최소정압을 나타낸다. 정익의 경우 동익이 실제보다 확대된 상태라는 것을 감안

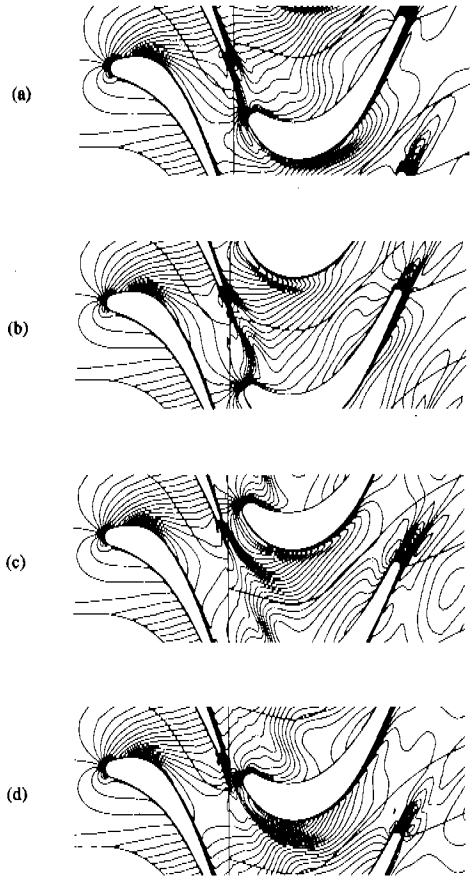


Fig. 7 Instantaneous Mach number contours during one blade-passing cycle : (a) time = (0/4)T, (b) time = (1/4)T, (c) time = (2/4)T, (d) time = (3/4)T.

한다면, 실험치와 근접한 결과를 나타낸다고 할 수 있지만, 동익의 경우 후연에서 실험치와 많은 차이를 보인다. 이것은 본 연구에서 정익/동익 피치 비가 실제로는 28/22 임에도 불구하고, 계산의 편의상 이 값을 1로 주었으므로 실제의 다중풍로 유동을 그대로 반영하지 못하기 때문이라고 생각된다. 한편, Baldwin-Lomax 난류모델을 사용한 경우에 압력계수를  $k-\omega$  난류모델 보다 적게 예측하지만 거의 비슷한 결과를 보여주는 것은 주목할 만 하다고 할 수 있다.

Fig. 7은  $k-\omega$  모델을 사용한 경우 한 주기 동안의 등마하수선도를 나타내는 것으로, 정익으

로부터 대류된 후류가 동익의 앞부분에 충돌하는 상호작용을 볼 수 있다.

이런 상호작용은 Fig. 8에서 더욱 명확하게 볼 수 있다. Fig. 8은 마찬가지로  $k-w$  모델을 사용한 경우 한 주기 동안의 동난류에너지와 그에 따른 표면마찰계수의 분포를 나타내었다. 표면 마찰 계수는 다음과 같이 정의된다.

$$C_f = 2\tau_w / \rho\omega_R^2 \quad (9)$$

정익의 후류가 동익의 선연 (leading edge) 과 충돌할 때 동익의 난류가 강해지는 것을 볼 수 있다. 압력면 ( $S/C > 0$ ) 에서는 경계층이 증류이나, 부압면 ( $S/C < 0$ ) 에서는 경계층이 천이를 일으켜서 난류가 되는 것을 볼 수 있는데, 여기서  $S$ 는 익뿔표면을 따라가는 아크길이를 나타낸다.  $-0.4 < S/C < -0.1$  에서 표면마찰계수의 작은 오르내림이 관찰되는데, 이것은 동익의 곡률로 인하여 유동이 급가속하기 때문에 나타난 것으로 추측되며, Fig. 7의 동익 부압면 앞부분에서 마치 기포처럼 보이는 영역과 관련된다. Fig. 8(a)에 나타난 것처럼, 정익의 후류가 동익의 앞부분과 충돌할 때, 난류에너지가 커지고 따라서 천이가 일어난다. 표면마찰계수가  $S/C \approx -0.5$  에서 난류로의 천이로 인하여 급격하게 상승하는 것을 볼 수 있다. 동익이 진행하면서 천이점이 하류로 밀려가는 것을 Fig. 8(b)에서 볼 수 있다. Fig. 8(c)에서 보듯이 동익이 더욱 더 진행하면 후류는 동익의 압력면에만 영향을 미치게 되고 따라서 부압면은 증류와 같은 거동을 보인다. 즉 표면마찰계수가 커지지 않는다. 동익이 후류와 충돌하기 전에는 후류의 높은 압력으로 인하여 동익의 경계층이 얇아지므로 표면마찰계수가 일시적으로 커지는데 이것은 Fig. 8(d) 와 8(e)에 나타나 있다. 부압면에서는 정체점 이후 유동이 급가속하는 부분 ( $-0.4 < S/C < -0.1$ ) 을 제외하고는 표면마찰계수는 Fig. 8(a)에서 나타나듯이 정익의 후류가 동익의 선연에 충돌할 때  $S/C \approx 0.9$  에서 가장 커지는데, 이것은 두가지 이유로 설명될 수 있다. 첫째, 정익의 후류의 높은 와도가 동익의 유동을 교란 시키기 때문이다. 둘째, 후류의 난류에너지가 동익의 경계층의 천이를 유발시킴으로써 나타난다고 할 수 있다. 서론에서 언급했지만, 최근의 연구에서는 둘째의 원인이 더 중요한 작용을 하는 것으로 밝혀졌다.<sup>(9,10)</sup>

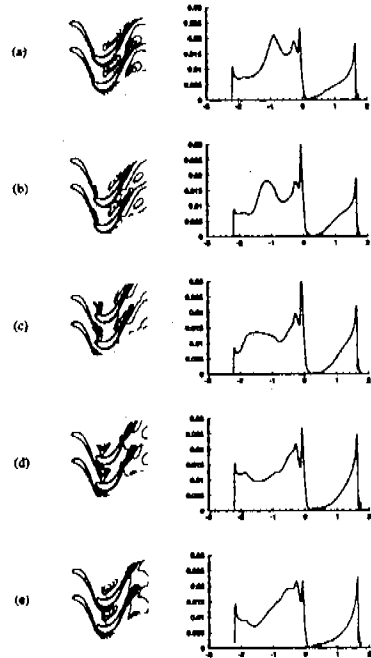


Fig. 8 Instantaneous turbulent kinetic energy contours (LHS) and skin friction distributions (RHS) along the rotor blade surface during one cycle : (a) time = (0/5)T, (b) time = (1/5)T, (c) time = (2/5)T, (d) time = (3/5)T, (e) time = (4/5)T.

시간간격을 한 주기의 1/300으로 주었을 때, 계산시간은 시간간격이 1/200일 때보다 약 30%가 늘어났다. 대수난류모델을 적용할 때보다 계산시간의 증가가 다소 큰데, 이것은 경계층에서 난류식의 수렴성이 떨어지기 때문인 것으로 추측된다.

### 3.2 정상해법

본 연구에서는 잔류항의 변화가  $10^{-5}$ 일 때까지는 3단계의 다중격자물 사용하고, 그 이후부터 잔류항의 변화가  $10^{-6}$ 일 때까지는 1단계의 다중격자물 사용하였다. 이는 계산의 초기에는 낮은 주파수의 오차가 많으므로 다중격자가 유리하기 때문이다. Fig. 9에서 보여진 바와 같이  $k-w$  모델을 사용할 경우 잔류항의 변화가  $10^{-6}$ 일 때까지 수렴시키는 경우 약 4300번의 시간전진을 필요

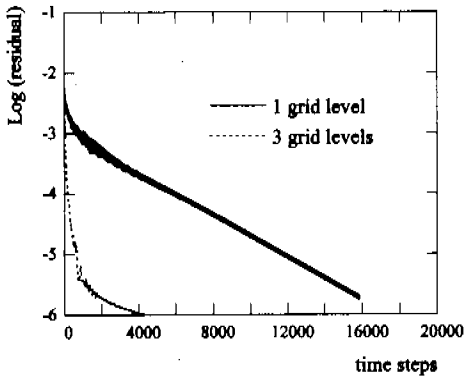
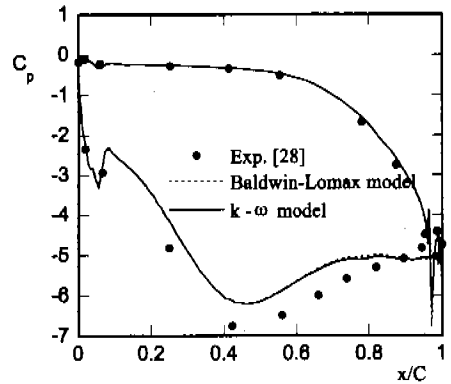


Fig. 9 Convergence histories for the steady calculation.

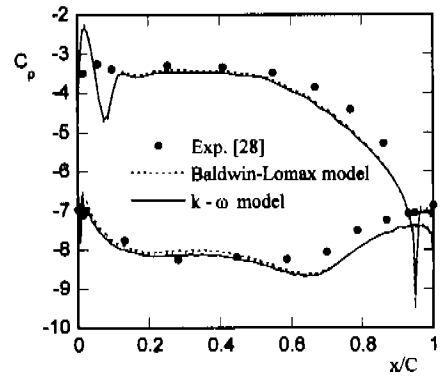
요로 한다. 이때에 걸리는 시간은 약 3600초이며, 1단계의 격자만을 쓸 경우 수렴시키는 데 매우 많은 시간을 필요로 한다.

Fig. 10은 표면압력계수를 나타낸다. 정상계산이라는 점을 감안한다면 실험치와 어느 정도 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 비정상 계산결과와 비교하면, 정상 계산결과에서는 정익의 부압면과 동익의 압력면에서 특히 많이 틀리는데, 한편 정상 계산의 등 마하선도 (Fig. 7)와 비정상 계산의 등 마하선도 (Fig. 11a)를 비교하면 그 부분에서 많은 차이가 있음을 알 수 있다. 즉, 정상 계산은 비정상 유동현상에서 비교적 정상 유동에 가까운 부분을 잘 예측하는 것을 알 수 있다.

Fig. 11에  $k-w$  모델을 사용할 경우 등마하수와 난류에너지를 제시하였다. 계면의 양쪽에서 각각 등마하수 곡선이 찌그러짐 없이 그려지는데, 이것은 무반사 경계조건이 제대로 적용되었음을 나타낸다. 정익후류가 동익에 미치는 영향은 계면 조건에서의 혼합평균으로 인하여 명확하게 나타나지 않는다. Fig. 12는  $k-w$  모델을 사용할 경우 동익의 표면마찰계수를 앞의 비정상 해법과 비교하여 나타내었는데, 약간 높은 값을 제공하는 것 외에는 전체적으로 비슷한 경향을 나타낸다. 정상 해법은 전이를  $S/C \approx -0.6$ 에서 예측한다. 정익의 표면마찰계수분포는 정상 해법과 비정상 해법과의 차이가 없고, Yang과 Luo가<sup>(29)</sup> 언급했듯이  $k-w$  난류모델이 전이를 실제보다 상류에서 예측한다는 것 외에는 특기할 사항도 없으므로 본 연구에는 제시하지 않았다.



(a)



(b)

Fig. 10 Pressure coefficient distributions : (a) stator, (b) rotor.

앞에서 언급하였지만 동익에서 일어나는 전이는 후류의 속도구배에 의한 것뿐만 아니라 난류에너지에 기인하는 바가 크다고 할 수 있다. 9, 10 대수난류모델과 정상 해법은 익형의 경계층의 전이와 열전달에 매우 중요한 영향을 미치는 난류에너지의 대류효과를 적절히 모사할 수 없다. 그러나 2방정식 난류모델과 비정상해법은 난류에너지의 대류효과를 보다 적절히 나타낼 수 있으므로 정익-동익 상호작용의 모사에는 적합하다고 할 수 있다. 비록  $k-w$  난류모델이 터빈익형에서 전이를 실제보다 상류에서 예측하는 것으로 알려져 있고, 후류가 전이에 미치는 영향을 정확하게 예측하지는 못하지만 대체적인 경향들은 정성적으로 나타낼 수 있다고 믿는다. 따라서 정확히 전이를 나타낼 수 있는 난류모델을 사용한 연구가 계속되는 것이 바람직하다.



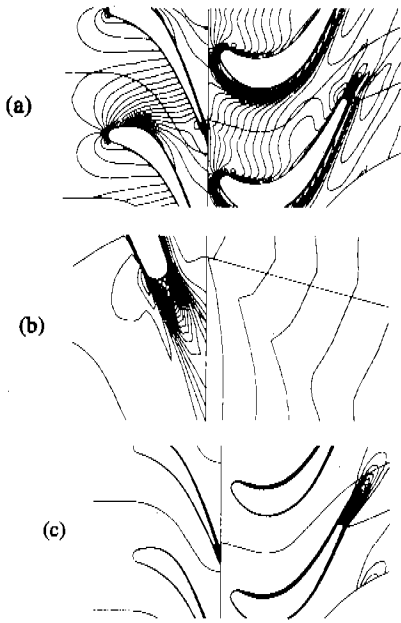


Fig. 11 Contour plots for the steady calculation : (a) Mach number, (b) close-up view of (a) near the stator trailing edge, (c) turbulent kinetic energy.

Table 1은 비정상 해법과 정상 해법간의 비교를 나타낸다. 정상 해법은 비정상 해법과 대체적으로 잘 일치하는 결과를 보여준다. 비정상해법은 한 주기에 약 6180초의 계산시간을 필요로 하고 수렴하는데 걸리는 시간을 고려한다면, 약 24000초의 계산시간이 필요하므로 정상 해법에 비하여 약 7배의 시간이 요구된다.

#### 4. 결론

저레이놀즈수 난류모델을 사용하여 정의-동의 상호작용에 대한 정상 및 비정상 수치해석적 연구가 수행되었다. 이중시간전진법과 연계하여 Navier-Stokes 방정식에는 Runge-Kutta 시간전진법이, 난류식에는 근사인수분해법이 사용되었다. 이러한 이중시간전진법과 혼합시간전진법은 많은 계산시간을 절약할 수 있음을 보여주었다. United Technologies LSRR 터빈에 적용하여 표면압력분포가 실험치와 잘 일치하는 결과를 얻었다. 정상 해법은 비정상 해법과 비교하여 전체적으로 적은

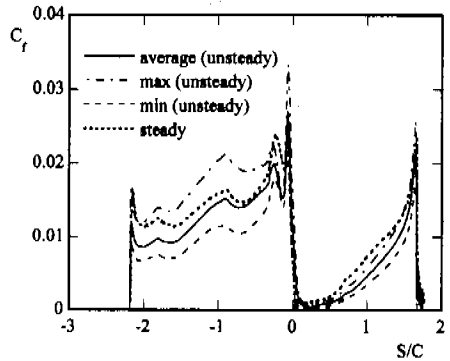


Fig. 12 Skin friction distributions along the rotor blade surface.

Table 1 Comparison between unsteady and steady calculations.

|                             | Unsteady cal. | Steady cal. |
|-----------------------------|---------------|-------------|
| Stator outlet angle         | -68.55°       | -68.36°     |
| Rotor inlet relative angle  | -48.76°       | -49.76°     |
| Rotor outlet relative angle | 64.11°        | 64.60°      |
| CPU time                    | 6180 s/ cycle | 3600 s      |

계산 시간으로 좋은 결과를 얻을 수 있었지만, 후류효과를 나타내지는 못하였다. Baldwin-Lomax 난류모델은 전체적으로  $k-\omega$  난류모델과 비슷한 결과를 보여주었다. 그렇지만 본질적으로 난류에너지의 대류를 나타내지는 못하므로 후류효과를 나타낼 수는 없다. 후류 효과는 하류에 위치한 익월에 중요한 영향을 미치므로 정의-동의 상호작용의 해석에 반드시 고려되어야 할 것이다. 즉 후류의 높은 난류에너지가 동익표면상의 경계층의 천이를 조기에 유발하는 것으로 나타났다. 본 연구에 사용된  $k-\omega$  난류모델은 곡률효과가 크고, 정체점이 있는 유동에서 한계를 보이므로, 이를 극복하기 위한 후속적인 연구가 진행되고 있다.

#### 후 기

본 연구는 서울대학교 터보동력기계연구센터

(TPMRC) 와 대덕과학단지외. 시스템공학연구소 (SERI) 의 후원을 받아 이루어졌으므로 이에 감사말 드립니다.

### 참고문헌

- (1) Dorney, D. J. and Sharma, O. P., 1997, "Evaluation of Flow Field Approximations for Transonic Compressor Stages," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 119, pp. 445~451.
- (2) Dorney, D. J., Davis, R. L. and Sharma, O. P., 1996, "Unsteady Multistage Analysis Using a Loosely Coupled Blade Row Approach," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 12, No. 2, pp. 274~282.
- (3) Chima, R. V., 1998, "Calculation of Multistage Turbomachinery Using Steady Characteristic Boundary Conditions," *AIJA Paper 98-0968*.
- (4) Rai, M. M., 1989, "Three-Dimensional Navier-Stokes Simulations of Turbine Rotor-Stator Interaction; Part II-Results," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 5, No. 3, pp. 312~319.
- (5) Madavan, N. K., Rai, M. M. and Gavali, S., 1993, "Multipassage Three-Dimensional Navier-Stokes Simulation of Turbine Rotor-Stator Interaction," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 9, No. 3, pp. 389~396.
- (6) Arnone, A., Pacciani, R. and Sestini, A., 1995, "Multigrid Computations of Unsteady Rotor-Stator Interaction Using the Navier-Stokes Equations," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 117, pp. 647~652.
- (7) Lakshminarayana, B., 1991, "An Assessment of Computational Fluid Dynamic Techniques in the Analysis and Design of Turbomachinery - The 1990 Freeman Scholar Lecture," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 113, No. 3, pp. 315~352.
- (8) Wilcox, D. C., 1988, "Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models," *AIAA Journal*, Vol. 26, No. 11, pp. 1299~1310.
- (9) Halstead, D. E., Wisler, D. C., Okiishi, T. H., Walker, G. J., Hodson, H. P. and Shin, H.-W., 1995, "Boundary Layer Development in Axial Compressors and Turbines Part 1 of 4: Composite Picture," *ASME Paper 95-GT-461*.
- (10) Orth, U., 1993, "Unsteady Boundary-Layer Transition in Flow Periodically Disturbed by Wakes," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 115, pp. 707~713.
- (11) Hah, C., Puterbaugh, S. L. and Copenhaver, W. W., 1997, "Unsteady Aerodynamic Flow Phenomena in a Transonic Compressor Stage," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 13, No. 3, pp. 329~333.
- (12) Wilcox, D. C., 1992, "The Remarkable Ability of Turbulence Model Equation to Describe Transition," *Fifth Symposium on Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows*, 13-15 January, California State University, Long Beach, CA.
- (13) Menter, F. R., 1992, "Improved Two-Equation  $k-\omega$  Turbulence models for Aerodynamic Flows," *NASA TM-103975*.
- (14) 최창호, 유정열, 1996, " $k-\omega$  난류모델을 채택한 2차원 천음속 익형유동의 수치해석," 한국항공우주학회지, 제24권 제3호, pp. 37~46.
- (15) 최창호, 유정열, 1997, "이중시간전진법과  $k-\omega$  난류모델을 이용한 익형 내부 비정상 유동해석," 대한기계학회논문집 B, 제21권 제12호, pp. 1624~1634.
- (16) Chima, R. V., 1987, "Explicit Multigrid Algorithm for Quasi-Three -Dimensional Viscous Flows in Turbomachinery," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 3, No. 5, pp. 397~405.
- (17) Dawes, W. N., 1992, "Toward Improved Throughflow Capacity : The Use of 3D Viscous Flow Solvers in a Multistage Environment," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 114, pp. 8~17.
- (18) Chen, J. P., Celestina, M. L. and Adamczyk, J. J., 1994, "A New Procedure for Simulating Unsteady Flows Through Turbomachinery Blade Rows," *ASME Paper 94-GT-151*.
- (19) Jameson, A., 1991, "Time Dependent Calculations Using Multigrid, with Applications to Unsteady Flows Past Airfoils and Wings," *AIAA Paper 91-1596*.
- (20) Arnone, A., Liou, M.-S. and Povinelli, L. A.,

- 1995, "Integration of Navier-Stokes Equations Using Dual Time Stepping and a Multigrid Method," *AIAA Journal*, Vol. 33, No. 6, pp. 985~998.
- (21) Jameson, A., 1983, "Transonic Flow Calculations," MAE Report 1651, Mechanical and Aerospace Engineering Dept., Princeton University, Princeton, NJ.
- (22) Brandt, A., 1979, "Multi-Level Adaptive Computations in Fluid Dynamics," *AIAA Paper* 79-1455.
- (23) Zheng, X., Liao, C., Liu, C., Sung, C. H. and Huang, T. T., 1997, "Multigrid Computation of Incompressible Flows Using Two-Equation Turbulence Models: Part I - Numerical Method," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 119, pp. 893~899.
- (24) Gerlinger, P. and Bruggemann, D., 1998, "An Implicit Multigrid Scheme for the Compressible Navier-Stokes Equations With Low-Reynolds-Number Turbulence Closure," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 120, pp. 257~262.
- (25) Martinelli, L., 1987, "Calculations of Viscous Flows with a Multigrid Method," Ph.D. Dissertation, MAE Department, Princeton University, Oct.
- (26) Menter, F. R., 1992, "Influence of Freestream Values on  $k-\omega$  Turbulence Model Predictions," *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 6, pp. 1657~1659.
- (27) Giles, M. B., 1990, "Nonreflecting Boundary Conditions for Euler Equation Calculations," *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 12, pp. 2050~2058.
- (28) Dring, R. P., Joslyn, H. D., Hardin, L. W. and Wagner, J. H., 1982, "Turbine Rotor-Stator Interaction," *Journal of Engineering for Power*, Vol. 104, pp. 729~742.
- (29) Yang, R.-J. and Luo, W.-J., 1996, "Turbine Blade Heat Transfer Prediction in Flow Transition Using  $k-\omega$  Two-Equation Model," *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 10, No. 4, pp. 613~620.