

2/2 트윌 직물의 크림프와 곡률(I) -Square cloth의 변형 모델링에 의한 이론적 고찰-

이춘길¹⁾ · 박진석²⁾

- 1) 경일대학교 공과대학 섬유패션학과
- 2) 삼일방직 주식회사

Crimp and Curvature in the 2/2 Twill Fabrics(I) -Theoretical Considerations for the Modified Square Cloth Models-

Choon Gil Lee¹⁾ and Jin Seok Park²⁾

- 1) Dept. of Textile and Fashion Technology, College of Eng., Kyungil University, Kyungsan, Korea
- 2) Samil Textiles Co. Ltd., Kyungsan, Korea

Abstract : The effects of the ratio of warp diameter to filling diameter (β -ratio) and warp thread crash on the crimp factor and the yarn curvature were studied theoretically in this paper. The models of 2/2 twill fabric derived square cloth and sinusoidal curved cloth were used for the theoretical analysis. The crimp factors (C) for the models were given theoretically as follows; (1) Derived square cloth(general equation for b)

$$C = \frac{(1 + \beta)(\theta - \sin \theta)}{(1 + \beta)\sin \theta + \alpha}$$

(2) Sinusoidal curved cloth

$$C = \frac{(1 + \beta)\sin \theta \left[1 + \left\{ \frac{\pi(1 - \cos \theta)}{4 \sin \theta} \right\}^2 \right] + \alpha}{(1 + \beta)\sin \theta + \alpha} - 1$$

The curvatures(κ) for the models were given theoretically as follows;

(1) Derived square cloth

$$\kappa = \frac{2}{d_w + d_f}$$

(2) Sinusoidal curved cloth

$$\kappa = |r''(s)|$$

where $s = \frac{p'}{\pi} \left(u + \frac{k^2 u}{4} + \frac{k^2}{8} \sin 2u \right)$

Key words: 2/2 twill fabric, crimp factor, curvature, warp crush ratio, derived square cloth, sinusoidal curved cloth, β -ratio

1. 서 론

본 연구는 트윌 직물을 구성하는 위사와 경사의 지름비(β -Ratio)와 ad_w (경사의 크러쉬)가 직물의 크림프 팩터와 곡률에 미치는 영향을 이론적으로 고찰한 것으로, 이를 위하여 두 가

지 모델(derived square cloth 및 sinusoidal curved cloth)을 설정하였다. 기하학적인 측면에서 이들 모델에 대해 크림프 팩터와 곡률을 구하여 이들 모델을 서로 비교 검토하였다. 직물에 대한 기하학적인 모델을 제시하여 이를 설명한 연구는 여러 연구자들에 의해 많이 진행되어 왔다. 여기서는 F. T. Peirce의 세 가지 직물기하학 연구분야(anatomy, strain analysis 및 flow) 중, 직물기하학의 주류를 이루고 있는 anatomy 분야 가운데 β -ratio에 국한하여 논하였다(이춘길, 1987, 1996: 日本纖維

機械學會, 1967).

크림프는 직물의 길이를 결정하는데 있어서 중요한 인자의 하나로, 경사의 크림프는 정경길이, 위사의 크림프는 직물의 폭에 대한 위사의 길이를 결정하는 인자의 하나이다. 그러므로 이에 대한 고찰은 설계한 길이의 직물에 대하여 소요되는 경·위사의 길이를 정확하게 산출함으로써 loss를 감소시킬 수 있다. 또 각 모델에 대한 구성사의 곡률을 구하여 어떠한 모델이 실제의 직물구조에 가까운가를 연구할 수 있는 토대를 마련하였다. 본보에서는 이론적인 고찰에 그치나 후속연구에서는 실험적인 고찰을 통해 이를 확인하기로 한다.

2. 이 론

트월 직물을 구성하고 있는 직물조직은 derived square cloth 나 sinusoidal curved cloth가 동일한 구조를 이루고 있다고 가정하고, 경·위사 지름비가 크림프 팩터에 미치는 영향을 계산하도록 한다. 단, 위사의 지름비, β 는 $\frac{d_f}{d_w}$ 이며 크림프 팩터, C 는 $\frac{l}{p} - 1$ 이라고 정의한다(Hildebrand, 1976; Kreyszig, 1976; Lord, 1982).

2.1. Model I : Derived Square Cloth에서의 크림프 팩터

Model I의 설정을 위해 다음과 같은 가정을 둔다.

- ① 직물에서 실은 직선과 원호로 구성되어 있다.
- ② Fig. 1의 II구역의 이웃하는 두 경사는 접촉되는 부분에서 직물 축 방향으로 αd_w 만큼 크러쉬된다.
- ③ 이웃하는 두 경사의 좌우 절반은 각각 원호를 이루며 안쪽은 α 만큼 크러쉬된다. Fig. 2는 이를 보인 것이다.

Square Cloth(경·위사의 지름비, $\beta=1$ 인 경우)의 크림프 팩터 : 위사의 굴곡 형태가 square cloth(Lord, 1982)로 가정할 경우(Fig. 1 및 Fig. 2) I 구역에서의 위사의 위치 벡터, r 은

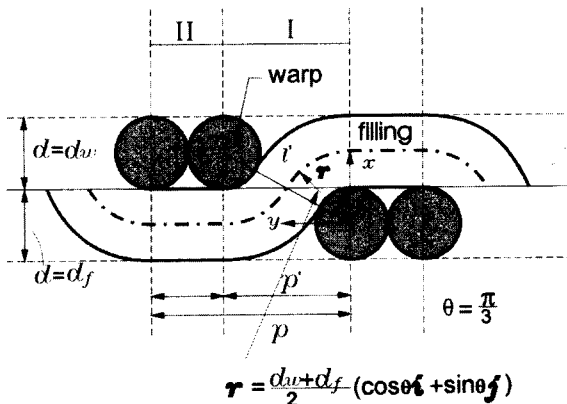


Fig. 1. The geometry of the square cloth model.

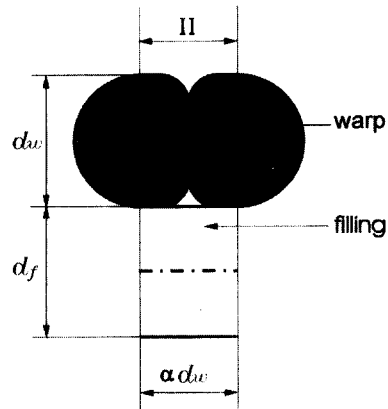


Fig. 2. The shape of crushed yarn in II zone of the square cloth model.

$$r = \frac{d_w + d_f}{2} (\cos \theta i + \sin \theta j) \quad (1)$$

Fig. 1의 I 구역에 해당하는 p' 값과 l' 값을 계산한 후 Fig. 2의 II구역에 해당되는 αd_w 값을 p 와 l 에 더해 주기로 한다. 한편, 곡선의 길이 $\frac{l'}{2}$ 을 구하면

$$\frac{l'}{2} = \int_0^{\theta} \sqrt{\dot{r} \cdot \dot{r}} \cdot r d\theta \quad (2)$$

$$= \frac{d_w + d_f}{2} \theta \quad (3)$$

가 되므로 (3)식으로부터

$$l' = (d_w + d_f)\theta \quad (4)$$

이며, square cloth의 경우는 $\beta = 1$ 이므로 $d_w = d_f$ 이고 이를 d 라 하면

$$l' = 2d\theta \quad (5)$$

가 된다. Fig. 1에서

$$p' = 2d \sin \theta \quad (6)$$

이며, 또

$$p = p' + \alpha d \quad (7)$$

이고

$$l = l' + \alpha d \quad (8)$$

이므로 먼저 $\frac{l'}{p'}$ 를 계산하면

$$\frac{l'}{p'} = \frac{2d\theta}{2d \sin \theta} \quad (9)$$

이다. 여기서 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 이므로 크림프 팩터, $C = \frac{l}{p} - 1$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$C = \frac{2(\theta - \sin\theta)}{2\sin\theta + \alpha} \quad (10)$$

Derived Square Cloth(β 에 대한 일반식)의 크럼프 팩터 :

Fig. 3은 경·위사의 지름이 다른 square cloth의 변형 모델이다. 이 모델에서도 직물의 두께는 square cloth와 같이, 경사와 위사의 지름의 합으로 주어진다. 이 모델은 일반직물에서 흔히 있는 형태라고 보기에 곤란한 특수한 경우에 해당되는 것이지만, 이론을 전개하기 위하여 이 모델을 도입하기로 하고, 이것을 derived square cloth라 부르기로 한다. 이 모델에 있어서 β 에 대한 크럼프 팩터는 다음과 같이 구할 수 있다.

Fig. 3에서 II구역이 Fig. 4와 같이 변형하므로 Fig. 3의 II구역을 Fig. 4로 본다. Fig. 3에서도 (7)식과 (8)식이 성립하며, 여기서도 p' 값과 l' 값을 계산한 후 II구역에 해당되는 αd_w 값을 p' 과 l' 에 더해 주기로 한다. Fig. 3에서

$$p' = (d_f + d_w) \sin\theta \quad (11)$$

이며, 또 l' 은 square cloth의 식 (4)와 동일하다. 그러므로 (4)식과 (11)식으로부터

$$\frac{l}{p} = \frac{(d_w + d_f)\theta + \alpha d_w}{(d_w + d_f)\sin\theta + \alpha d_w} \quad (12)$$

이다. 한편 Fig. 3에서

$$\frac{d_w}{2} = \left(\frac{d_w}{2} + \frac{d_f}{2}\right) \cos\theta \quad (13)$$

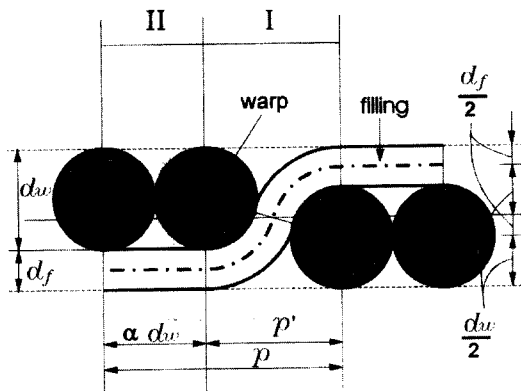


Fig. 3. The geometry of the derived square cloth model.

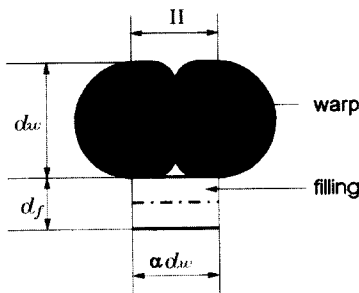


Fig. 4. The shape of crushed yarn in II zone of the derived square cloth model.

이다. 여기서

$$\cos\theta = \frac{d_f}{d_w + d_f} \quad (14)$$

이며, 경·위사의 지름비, $\beta = \frac{d_f}{d_w + d_f}$ 이므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\beta}{1 + \beta}\right) \quad (15)$$

그러므로 (12)식과 (15)식으로부터 크럼프 팩터, C 를 일반화하면

$$C = \frac{l}{p} - 1 = \frac{(1 + \beta)(\theta - \sin\theta)}{(1 + \beta)\sin\theta + \alpha} \quad (16)$$

이다. (16)식은 derived square cloth에서 위사의 크럼프 팩터를 나타낸 것이다.

2.2. Model II : Sinusoidal Curved cloth에서의 크럼프 팩터

Fig. 5는 위사의 굴곡형태를 사인곡선(sinusoidal curve)로 한 모델이다. 이 모델에서도 직물의 두께는 square cloth와 같이 경사와 위사의 지름의 합으로 주어진다. 이 모델도 derived

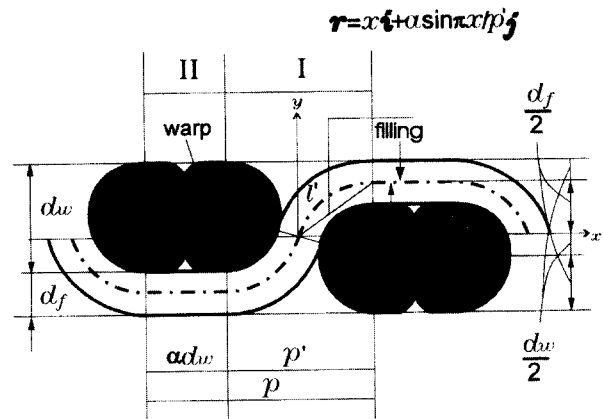


Fig. 5. The geometry of the sinusoidal curved cloth model.

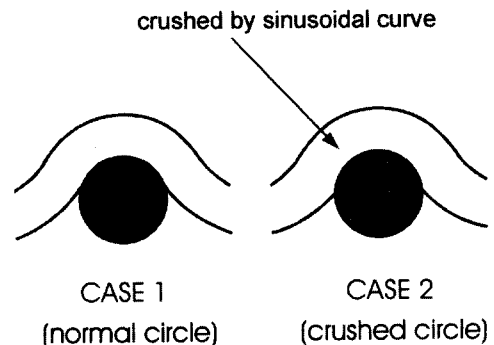


Fig. 6. Crushed by the sinusoidal curve.

square cloth와 같이 일반직물에서 흔히 있는 형태라고 보기에
는 곤란한 특수한 경우에 해당되는 것이지만, 이론을 전개하기
위하여 이 모델을 도입하기로 하고, 이것을 sinusoidal curved
cloth라 부르기로 한다. 이 모델에서는 위사의 굴곡형태를 사인
커브로 하고 아래와 같은 가정을 둔다.

① 직물에서 실은 사인커브를 이루며, square cloth의 변형이
므로 이 경우에도 직물의 두께는 경사와 위사의 지름의 합으로
주어진다.

② 사인커브가 경사(d_w)의 원형과 겹치는 경우에는 Fig. 6의
case 2와 같이 원이 사인커브를 따라 압축된다.

③ 실과 직물의 직선 세그먼트 사이의 이루는 각, θ 와 경
사의 밀도 p 는 스캐어크로스인 모델 I의 θ, p 와 같다.

④ 이웃하는 두 경사의 좌우 절반은 각각 원호를 이루며 안
쪽은 α 만큼 크러쉬된다(Fig. 5의 II 구역).

위사의 굴곡형태를 사인커브로 가정했으므로 I 구역에서의
위사의 위치벡터(position vector), r 은

$$r = xi + yi = xi + a \sin \frac{\pi x}{p} j \quad (17)$$

이다. 단, a : 직물 중심선에서 위사의 중심선까지의 최대거리
(진폭)이다.

간격 p' 사이에 있는 위사의 길이, l' 은

$$l' = \int_0^{p'} \sqrt{\left(\frac{dx}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \\ = \int_0^p \sqrt{1 + \left(\frac{\pi a}{p'}\right)^2 \cos^2 \frac{2\pi x}{p}} dx \quad (18)$$

이다. 위 식을 Binomial series로 전개하기 위하여 제공된 부분
을 $\sqrt{1 + (K \cos^2 \phi)^2}$ 형태로 고쳐 쓴다. 여기서 $K = \frac{\pi a}{p'}$, $\phi = \frac{\pi x}{p}$
로 두고 Binormal serial로 전개하여 정리하면

$$l' = p' \left\{ 1 + \left(\frac{\pi a}{2p'}\right)^2 \right\} \quad (19)$$

이 된다. 그러므로 위사의 길이, l 은

$$l = p' \left\{ 1 + \left(\frac{\pi a}{2p'}\right)^2 \right\} + \alpha d_w \quad (20)$$

가 된다.

한편 p' 및 θ 는 (11)식 및 (15)식으로 주어지고 진폭 a 는
다음과 같이 계산된다.

$$h = \frac{p'}{2 \tan \theta} \quad (21)$$

이므로 진폭, a 는

$$a = \left(\frac{d_w}{2} - \frac{p'}{2 \tan \theta}\right) + \frac{d_f}{2} \quad (22)$$

이다. 여기서 p' 와 θ 를 대입하여 이를 정리하면

$$a = \frac{1}{2} d_w (1 + \beta) (1 - \cos \theta) \quad (23)$$

이다.

크림프 팩터 C 는

$$C = \frac{l' + \alpha d_w}{p' + \alpha d_w} - 1 = \frac{p' \left\{ 1 + \left(\frac{\pi \alpha}{2p'}\right)^2 \right\} + \alpha d_w}{p' + \alpha d_w} - 1 \quad (24)$$

이다. 여기서 p', θ, l', a 는 각각 식 (11), (15), (20) 및 (23)으
로 주어진다. 한편, β 에 대한 크림프 팩터를 일반화 하면 C 는

$$C = \frac{(1 + \beta) \sin \theta \left[1 + \left\{ \frac{\pi(1 - \cos \theta)}{4 \sin \theta} \right\}^2 \right] + \alpha}{(1 + \beta) \sin \theta + \alpha} - 1 \quad (25)$$

이다. 단, $\theta = \cos^{-1} \frac{\beta}{1 + \beta}$ 로 주어진다.

2.3. 각 모델에서의 곡률, κ (curvature)

직물을 구성하는 위사는 곡선의 형태를 취한다. 그러므로 위
사가 그리는 공간곡선이 트월 직물에서는 어떠한 곡선을 그리
는지 각 모델에 대해 알아보려 한다.

Derived square cloth에서의 곡률 :

위사의 위치벡터(position vector), r 은

$$r = \frac{d_w + d_f}{2} \left(\cos \frac{l'}{2} \frac{l'}{d_w + d_f} i + \sin \frac{l'}{2} \frac{l'}{d_w + d_f} j \right) \quad (26)$$

이 되므로 여기서

$$\kappa = |r''| \quad (27)$$

이므로, 곡률은 다음과 같이 주어진다.

$$\kappa = \frac{2}{d_w + d_f} \quad (28)$$

Sinusoidal curved cloth에서의 곡률 :

I 구역에서 위사의 위치벡터(position vector), r 은

$$r = xi + yj = xi + a \sin \frac{\pi x}{p} j \quad \text{이므로}$$

여기서 $\frac{\pi x}{p} = u, x = \frac{p'u}{\pi}$ 로 두면

$$r = \frac{p'}{\pi} u i + a \sin u j \quad (29)$$

여기서 원호의 길이, s 는(단, $(p/p)^2=K^2$ 로 둔다)

$$\begin{aligned}
 s &= \int_0^{\mu} \sqrt{\left(\frac{p'}{\pi}\right)^2 + (\alpha \sin u)^2} du \\
 &= \frac{p'}{\pi} \int_0^{\mu} \sqrt{1 + k^2 \cos^2 u} du \quad (30) \\
 &= \frac{p'}{\pi} \left(u + \frac{k^2 u}{4} + \frac{k^2}{8} \sin 2u \right)
 \end{aligned}$$

(28)식 및 (30)식을 이용하여 곡률 구하는 공식, $\kappa=1/r''(s)$ 에 대입하면 곡률이 얻어진다. 이 과정은 analytic하게 계산되지 않으므로 컴퓨터를 이용하여 그 값을 구하였다.

3. 결과 및 고찰

3.1. 크림프 팩터의 변화

(16)식은 위사를 derived square cloth로 가정할 경우 α, β 에 대한 위사의 크림프 팩터를 나타낸 것으로, Fig. 7은 이를 그래프로 보인 것이다. Fig. 8은 위사를 사인커브로 가정할 경우 α, β 에 대한 C 값을 보인 것으로 (25식)을 그래프로 보인 것이다. 이들 그림에서 크림프 팩터의 변화를 알 수 있다. 즉, α 값과 β 값이 증가할수록 크림프 팩터가 감소함을 알 수 있다. 이는 (16)식과 (25)식의 결과로, α 값이 증가할 때 소요 길이가 줄어들기 때문이다. Derived square cloth와 sinusoidal curved cloth를 비교하면 후자의 경우가 크림프 팩터가 낮음을 또한 알 수 있다. 이는 후자의 경우가 더 소요 길이가 짧음을 의미하는 것이다.

3.2. 곡률의 변화

Fig. 9와 10은 derived square cloth와 sinusoidal curved cloth에 대하여 β 값이 1일 때와 1.65일 때의 I영역에서의 곡

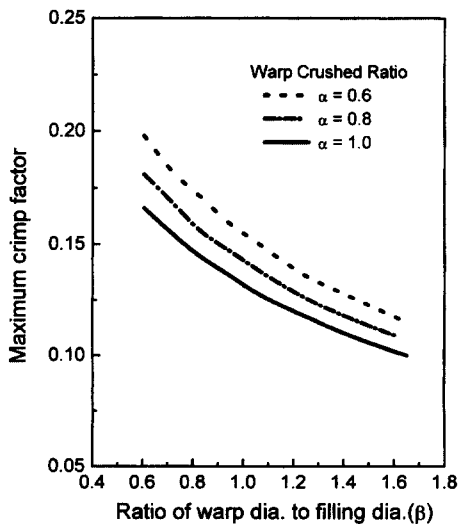


Fig. 7. Crimp factor for the derived square cloth.

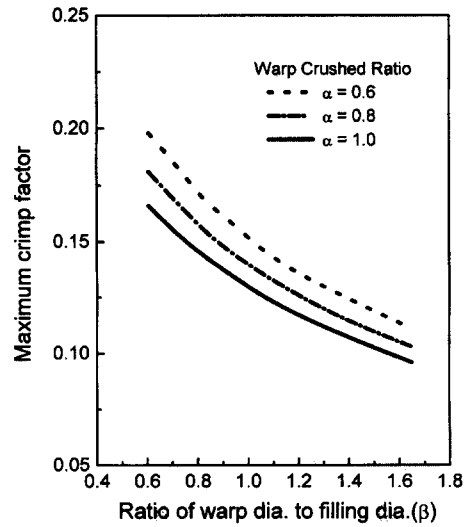


Fig. 8. Crimp factor for the sinusoidal curved cloth.

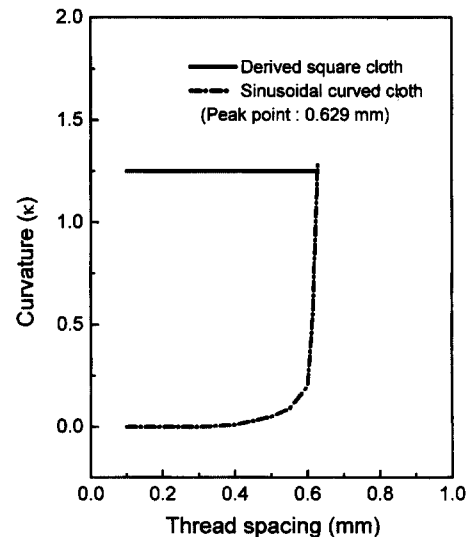


Fig. 9. Curvature at a ratio of warp diameter to filling diameter of 1.00.

률을 보인 것이다. 이들 그림에서 두 모델간에는 현격한 곡률의 차이가 있음을 보이고 있다. $\beta=1$ 인 경우, derived square cloth의 곡률은 일정하나 sinusoidal curved cloth는 thread spacing이 커짐에 따라 초기에는 서서히 증가하다가 0.6 mm에 이르르면 급격히 증가하는 경향을 보이고 있다. $\beta=1.65$ 인 경우에는 곡률의 값이 훨씬 낮아지며, derived square cloth는 일정한 값을, sinusoidal curved cloth는 그 증가율이 $\beta=1$ 인 경우보다 많이 둔화된 경향을 보이고 있다.

4. 결 론

1. 각 모델에서의 크림프 팩터는 다음과 같이 주어졌다.
 - (1) Derived square cloth에서의 크림프 팩터

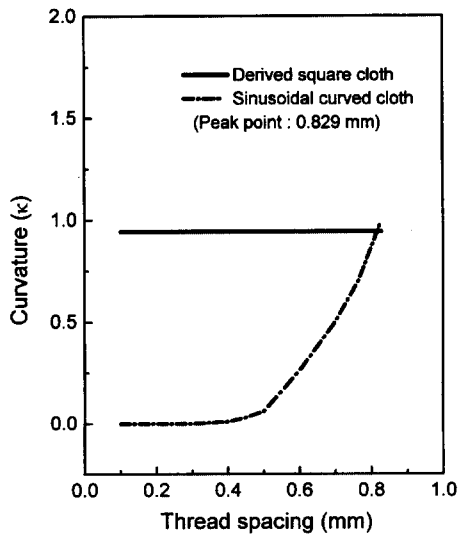


Fig. 10. Curvature at a ratio of warp diameter to filling diameter of 1.65.

$$C = \frac{2(\theta - \sin \theta)}{2 \sin \theta + \alpha}$$

(2) Derived square cloth(β 에 대한 일반식)에서의 크림프 팩터

$$C = \frac{(1 + \beta)(\theta - \sin \theta)}{(1 + \beta) \sin \theta + \alpha}$$

(3) Sinusoidal curved cloth에서의 크림프 팩터

$$C = \frac{(1 + \beta) \sin \theta \left[1 + \left\{ \frac{\pi(1 - \cos \theta)}{4 \sin \theta} \right\}^2 \right] + \alpha}{(1 + \beta) \sin \theta + \alpha} - 1$$

2. 각 모델에서의 곡률(curvature), κ

(1) Derived square cloth에서의 곡률

$$\kappa = \frac{2}{d_w + d_f}$$

(2) Sinusoidal curved cloth에서의 곡률

$$\kappa = |r''(s)|$$

$$\text{단, } s = \frac{p'}{\pi} \left(u + \frac{k^2 u}{4} + \frac{k^2}{8} (\sin 2u) \right)$$

3. 각 모델에서의 크림프 팩터는 α 값과 β 값이 증가할수록 감소하며, derived square cloth와 sinusoidal curved cloth를 비교하면 후자의 경우가 낮은 값을 보여주었다. 곡률은 derived square cloth의 경우 일정한 값을 보이나 sinusoidal curved cloth의 경우 초기에는 증가율이 낮으나 thread spacing이 증가함에

따라 증가율이 커진다. 그러나 β 값이 증가할수록 곡률은 작은 값을 가지며 thread spacing의 증가에 따른 증가율은 둔화된다.

감사의 글: 본 논문은 RRC 연구과제(과제명: 고감성 폴리에스테르 제품용 무수세 sheer 개발, 연구기간: 1999. 3-2002. 3.)의 일환으로 연구된 것으로, 이에 감사를 드립니다.

기호설명

- a : 직물의 중심과 위사의 중심과의 최대거리
- C : 크림프 팩터(crimp factor)
- d : 위사와 경사 반지름의 합 $\left(= \frac{d_w}{2} + \frac{d_f}{2} \right)$
- d_f : 위사의 지름
- d_w : 경사의 지름
- h : 직물의 중심과 위사의 중심과의 거리
- i : x방향의 단위벡터
- j : y방향의 단위벡터
- κ : 곡률 (curvature)
- l' : 좌, 우측 경사의 중심 사이를 지나는 위사의 곡선길이
- l : $= l' + d_w$
- p' : 이웃하는 경사와의 중심거리
- p : $= p' + d_w$ (경사의 지름)
- r : 위치벡터
- x, y : 직교좌표의 가로, 세로 축
- α : 경사의 크러쉬 비
- β : 위사의 지름에 대한 경사의 지름 비
- θ : 실의 직선 세그먼트(segment)와 직물면 사이에 이루는 각(radians) $\left(= \cos^{-1} \frac{\beta}{2 + \beta} \right)$

참고문헌

이춘길 (1987) 평직물의 β -ratio가 경사(위사)의 극대크림프에 미치는 영향. *경일대학교 논문집*, 제3집, 155-161.

이춘길 (1996) "방직공정". 동명사, 서울, pp. 58-67.

日本纖維機械學會 (1917) "基礎纖維學(3) 布의 構造와 性質". pp. 35-51.

Hildebrand F. B. (1976) "Advanced Calculus for Application (2nd ed.)". Prentice-Hall, pp.278-287.

Kreyszig E. (1976) "Advanced Engineering Mathematics (5th ed.)". Wiley International Edition, pp.291-299.

Lord P. R. and Mahemed M. H. (1982) "Weaving: Conversion of Yam to Fabric(2nd ed.)". Mellow Publishing Co., Ltd. p.137, Appendix 3, p.392.

(1999년 9월 22일 접수)