

유한차분법을 이용한 자동차 유동장 해석 Analysis of Automobile Fluid Flow Field Using FDM Method

김 면 희*, 이 태 영**, 최 원 식***

Myun-Hee Kim*, Tae-Young Lee**, Won-Sik Choi***

<Abstract>

When Automobile runs high velocity, it causes steep velocity profile then that generates lift force and drag force. Lift force reduce tire friction force. Drag force increase consumed power. For improve automobile performance, reduction of Lift force and Drag force was seriously considered. It measured experimently using wind tunnel, numerically using numerical analysis. Finite difference method is using difference equation and simplified mesh. This method require less calculation time and computer power than other method.

**Key Word : FDM, Automobile, Numerical Analysis,
Fluid Flow Field**

기호설명

- v_{res} : free stream resultant velocity
- A : frontal area
- F_L : resistance force
- P_L : power
- C_w : resistance force coefficient
- ρ : density of air
- ψ : stream function
- u : velocity
- Δx : horizontal length of mesh
- Δy : vertical length of mesh
- Δy_B : abnormal boundary condition length

1. 서 론

현대에 있어서 자동차는 사람들에게 일상용품이 되었으며, 이용이 많아진 만큼 만족시켜야 할 요구사항도 그만큼 증가하게 되었다. 자동차에 있어서 요구되는 사항은 사람들이 안락하게 이용할 수 있도록 승차감의 향상 및 조작성의 편의성도 중요한 요소이긴 하지만, 가장 근본적인 조건은 차량자체의 성능향상일 것이다. 차량의 성능은 가속력, 회전시의 안정성, 제동력 등 많은 파라메터가 복합적으로 조화를 이루어 결정되는 요소이지만, 그 여러 가지 파라메터 중에서 주행성능향상을 위하여 가장 먼저 고려되어야 할 요소가 주행저항의 감소이다. 자동차의 주행저항에는 타이어의 구름저항, 동력전달계에

* 경북대학교 대학원 기계공학과
** 경북대학교 대학원 기계공학과
*** 정회원, 慶北大學校 工博, 技術士
경일대학교 兼任教授

* Kyungpook National University Graduate School
** Kyungpook National University Graduate School
*** Additional Job Prof. of Kyungil University
Professional Engineer

서의 손실, 주행중의 공기저항 등 내부적인 요소가 많이 있다. 그중에서도 속도가 빨라질수록 더 큰 비중을 차지하는 것이 바로 공기저항이다.⁶⁾⁷⁾⁸⁾ 고속주행의 속도 및 빈도가 잦아지고 있는 현실에서 자동차의 공기저항의 감소는 매우 중요한 요소로 인식되고 있다. 따라서 자동차의 외형의 설계에 있어서 외관의 미려함뿐만 아니라 저항의 감소도 중요한 관건이 되고 있다.

기존의 공기저항의 측정방법은 모형을 제작하여 풍동시험기(wind tunnel)내부에서 실험을 하는 방법이었다. 그러나 이 방법은 외관이 바뀔 때 마다 새로운 모형의 제작이 필요했으며, 실제 크기와 모형의 크기가 다름으로 인한 상사조건을 만족하기도 쉽지 않았다. 따라서, 수치해석적인 방법을 병행하여, 수치해석적으로 공기저항을 계산하고, 어느 정도 모델이 안정화된 상태에서 모형을 제작하여 실험을 하는 방법을 채택하고 있다. 그러나 이러한 방법에서도 수치해석을 위한 모델이 복잡하여, 계산시간이 많이 걸릴 뿐 아니라, 계산을 위한 장비 또한 높은 사양이 필요하다. 이에 본 연구에서는 좀더 간단하고 개선된 해석방법을 이용하여 복잡한 모델이 아닌, 좀더 간편한 모델로 해석을 진행하여 기존에 많은 비용 및 시간이 걸리던 해석 방법을 개선하는데 그 목적을 두고 연구를 진행하였다.

2. 해석적기법

자동차의 주행저항에는 많은 요소들이 있다. 그 내용을 살펴보면 구름저항, 공기저항, 가속저항, 견인저항 등 많은 요소들이 있지만 자동차의 주행속도가 빨라질수록 현저하게 그 비중이 커지는 것이 공기저항이다. 다음의 내용에 공기저항의 개요와 이러한 공기저항을 계산하기 위한 해석적인 방법을 소개한다.

2.1 공기저항(air resistance)

공기유동(air flow)중에 노출된 물체가 운동할 때는 공기력의 영향을 받게 된다. 주행중인 자동차의 진행방향에 반대방향으로 작용하는

공기력을 공기저항(F_L)이라 한다.

공기저항은 공기밀도(ρ), 앞면투영면적(A), 주행속도(v), 그리고 자동차의 형상의 영향을 크게 받는다.

2.1.1 주행풍의 합성속도(v_{res})

바람의 속도 w , 그리고 차체의 길이 방향 축에 대한 주행풍의 유입각 τ 에 따라, 속도 v 로 직진 주행하는 자동차에 유입되는 주행풍의 합성속도 v_{res} 가 결정된다. 직진주행시에는 다음 (1) 식과 같이 코사인(cosine)법칙을 이용한다.

$$v_{res} = \sqrt{v^2 + w^2 + 2v \cdot w \cdot \cos \tau'} \quad (1)$$

여기서 τ' : 자동차의 길이방향축선과 바람방향의 각

주행풍의 유입각 τ 는

$$\cos \tau = \frac{v_{res}^2 + v^2 - w^2}{2 \cdot v_{res} \cdot v} \quad (2)$$

이 된다.

바람이 정면 또는 뒤에서 불 때는 $\tau' = 0$ 또는 180° 이므로 식은 간단해진다.

바람이 정면에서 불 때 : $v_{res} = v + w$

바람이 뒤에서 불 때 : $v_{res} = v - w$

바람이 측면에서 불 때는 $\tau' = 90^\circ$ 이므로

$$v_{res} = \sqrt{v^2 + w^2} \quad (3)$$

그리고 유입각 τ 는

$$\tan \tau = \frac{w}{v} \quad (4)$$

와 같이 나타낼 수 있다.

실제 주행중에는 도로의 진행경로와 바람의 방향이 일정하지 않으므로, 유입각 τ 는 계속적으로 변화하게 된다.

$$A = 0.8 \times b \times h \quad (5)$$

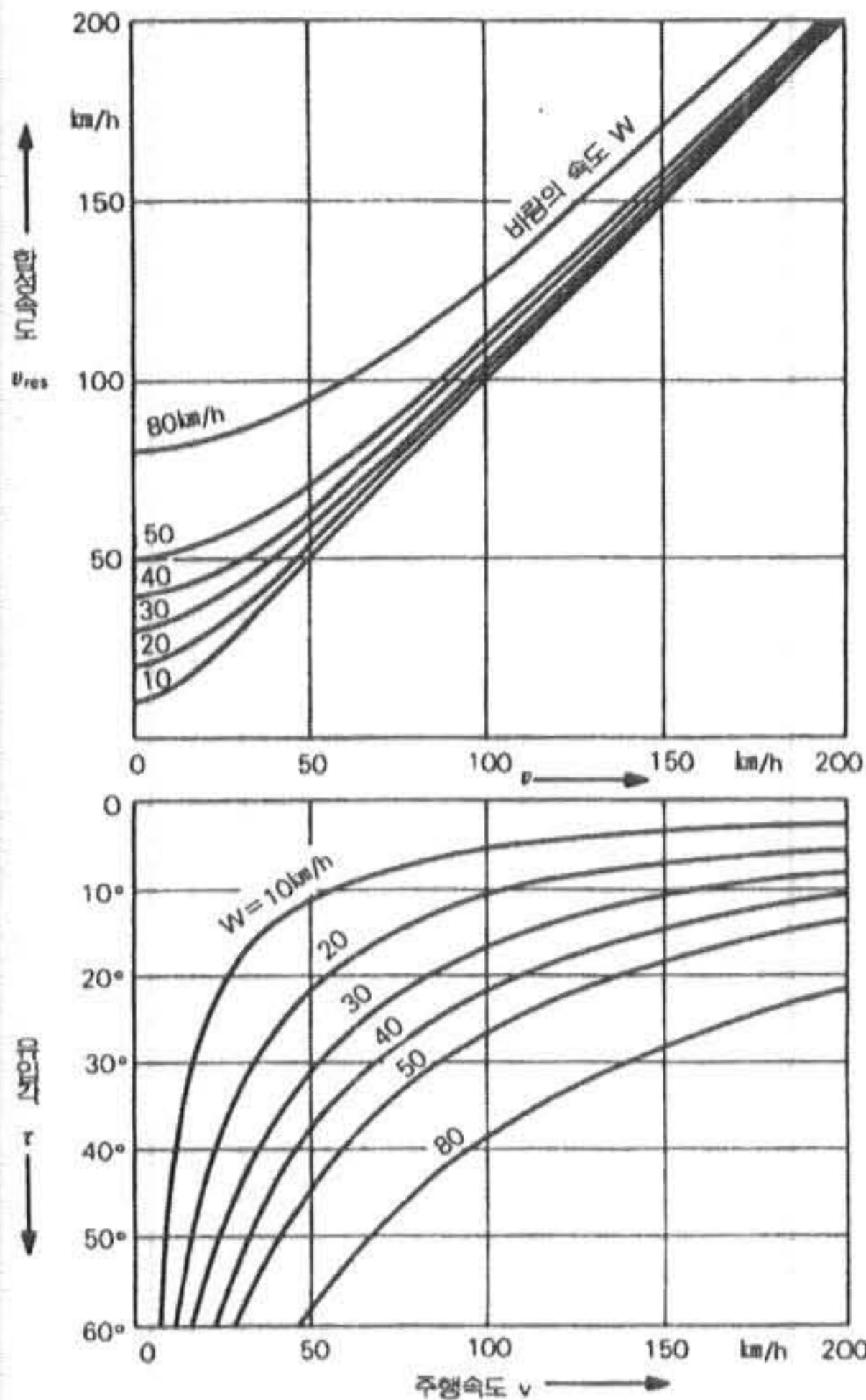


Fig. 1 relation of vehicle velocity and flowangle

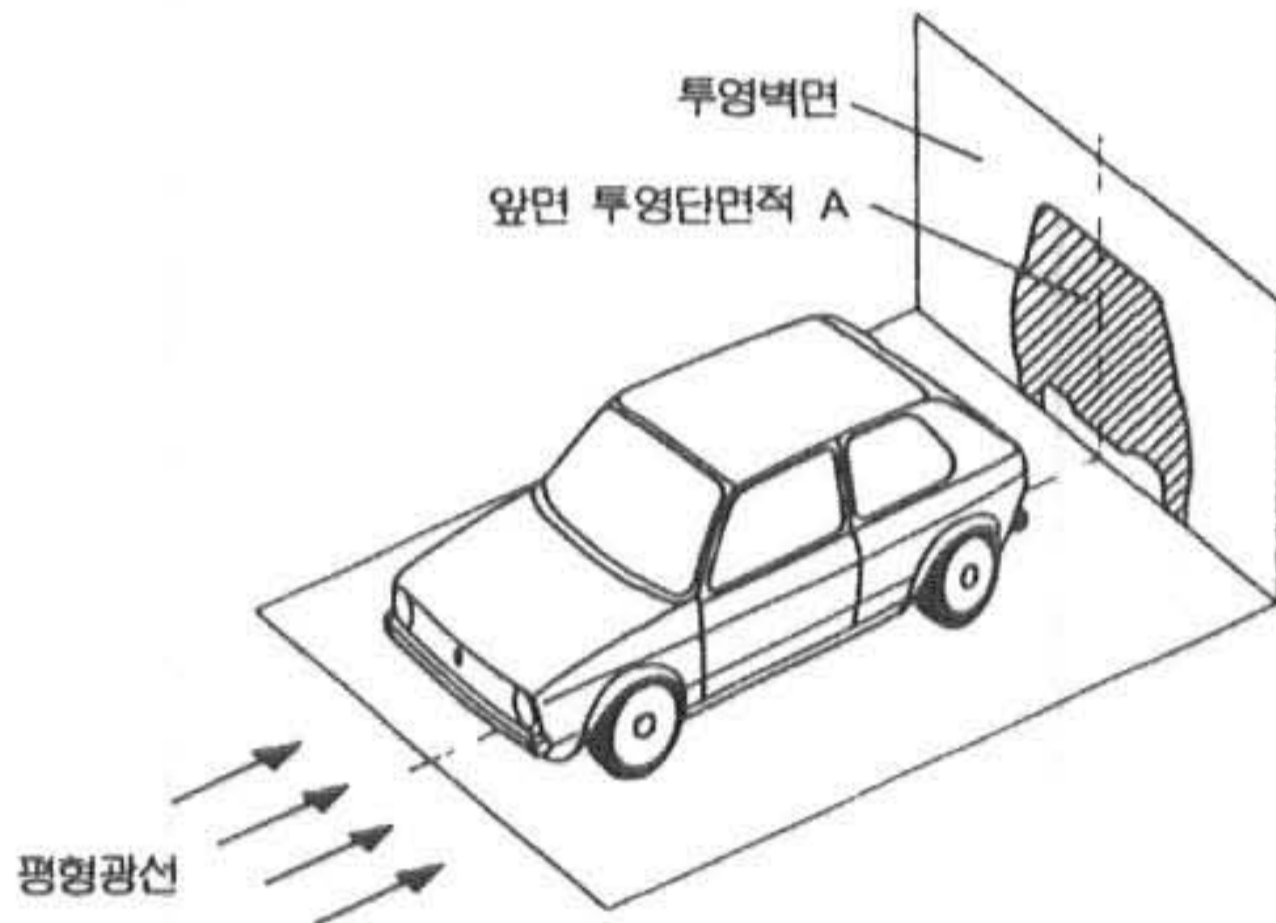


Fig. 2 Frontal Area

여기서, b : 자동차의 폭
 h : 자동차의 높이

2.1.2 앞면투영면적(frontal projection area)

앞면 투영면적이란 자동차 전면에서 연직면에 자동차를 투영했을 때의 단면적으로 Fig 2.에서와 같이 구한다. 실제로는 설계도면으로부터

터 구할 수 있다. 단위는 $[m^2]$ 이다. 근사적으로 구할때는 다음의 식을 이용한다.

2.1.3 공기밀도

공기밀도 ρ 는 공기압력 P 와 공기온도 t $[^\circ C]$ 에 따라 변화한다. 공기밀도 ρ 는 다음의 식으로 표시된다. 단위는 $[kg/m^3]$ 이다.

$$\rho = \frac{348.7 \cdot P [bar]}{273.2 + t [^\circ C]} \quad (6)$$

일반적으로 해발 0 m, 기압 1013 kPa, 기온 $20^\circ C$ 에서의 공기밀도 $\rho \approx 1.22 kg/m^3$ 를 이용할 수 있다.

2.1.4 공기저항계수 (C_w)

자동차의 공기저항은 앞서 설명한 ①합성속도(v_{res}) ②앞면투영면적(A) ③공기밀도(ρ)의 영향 외에도 자동차의 형상과 표면거칠기의 영향을 크게 받는다. 예를 들면, 라디에이터 그릴의 크기, 전면유리의 경사각도, 자동차 표면과 공기와의 마찰, 그리고 자동차 후면유리에서의 와류(turbulence) 등 여러 가지 요소의 영향을 받는다. 이와 같은 자동차의 공기역학적 형상에 의한 영향을 총체적으로 고려하여 공기저항계수(C_w)를 정의한다. 공기저항계수는 공기역학적 상관관계의 복잡성 때문에 계산적으로 구하지 않고, 풍동(Wind Tunnel : Windkanal)에서 실측하는 경우가 많다. 도로상을 주행하면서 공기저항계수를 측정할 수도 있으나, 이 방법은 충분한 재현능력이 없다.

앞의 Fig 3.은 유입각 τ 의 변화에 따른 접선력(C_{cr})을 풍동에서 실측한 자료이다. 형상에 따라, 주행풍의 유입각도에 따라 그 값이 크게 다르다는 것을 알 수 있다. 아래의 그림에서 유입각 $\tau=0$ 일 때의 접선력이 바로 공기저항계수(C_w)이다. 공기저항계수가 낮을수록 공기저항은 감소한다. 즉, 공기저항 계수가 낮을수

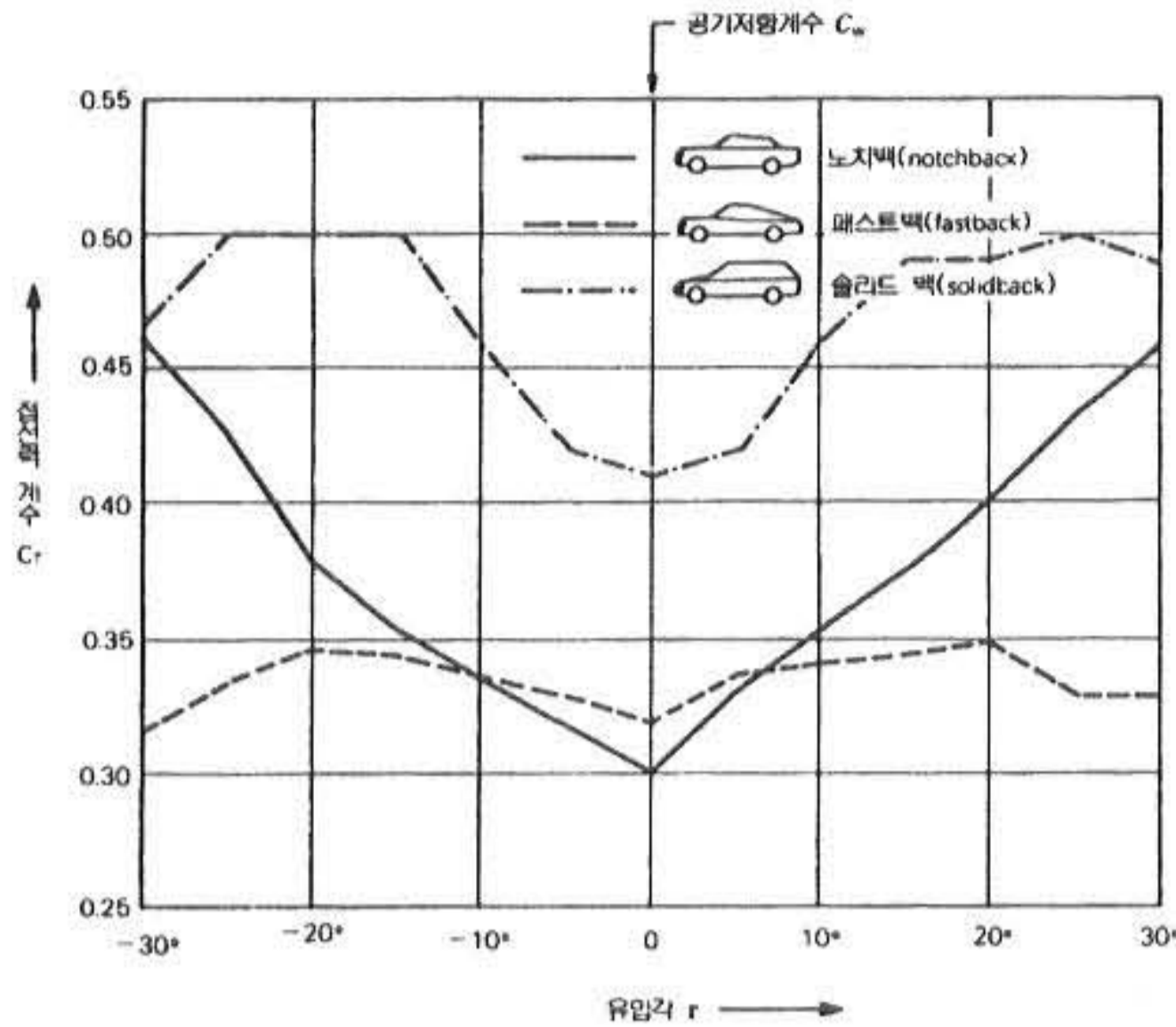


Fig. 3 relation of flow angle and tangential force⁷⁾

록 좋다.

공기저항 계수는 주로 물체의 형상에 따라 큰 차이가 있다.

차륜은 주행중 fan 과 같은 기능을 한다. 차륜의 팬(fan)저항은 차륜을 회전시켜 측정한다. 그러나 총 공기저항에 비하면 차륜의 팬(fan)저항은 아주 작기 때문에 고려하지 않는다.

2.1.5 공기저항(F_L)과 공기저항출력(P_L)

공기저항(F_L)은

$$F_L = C_W \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_{res}^2 \quad (7)$$

여기서 F_L : 공기저항

A : 앞면투영면적

ρ : 공기밀도

v_{res} : 바람과 자동차의 합성속도

식 (7)에서 v_{res} 의 단위를 [km/h] 로 하면,

$$F_L = 0.0386 \cdot \rho \cdot C_W \cdot A \cdot v_{res}^2 \quad (8)$$

공기저항출력(P_L)은 다음의 식 (9)로 표시되며, 단위는 [W]이다.

$$P_L = F_L \cdot v = C_W \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_{res}^2 \cdot v \quad (9)$$

식 (9)에서 각각의 단위를 P_L [kW], F_L [N], v 와 v_{res} [km/h], A [m^2], 그리고, $\rho = 1.202 \text{ kg}/m^3$ (해발 200m 에서의 값)을 적용하면,

$$P_L = 12.9 \times 10^{-6} \cdot C_W \cdot A \cdot v_{res}^2 \cdot v \quad (10)$$

따라서, 공기저항출력(P_L)은 속도의 3제곱으로 증가함을 알 수 있다. 즉, 속도가 증가함에 따라 공기저항은 급격히 증가하며, 고속에서의 주행저항의 대부분은 공기저항임을 알 수 있다.

2.2 유한차분법(FDM)의 개요

유한차분법(finite difference method)은 해석하고자 하는 대상을 작은 격자(mesh)로 나누어서 각각의 격자(mesh)에 해당하는 값을 풀어내어서 전체적인 해를 구하는 방법이다.

구해 내하고자 하는 물리량(속도, 유선함수)를 함수 f 라고 한다면, 어떤 격자점 주변에서의 테일러 시리즈 전개(taylor series expansion)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \frac{(\Delta x)^2}{2} + \dots + \frac{\partial^n f}{\partial x^n} \frac{(\Delta x)^n}{n!} + \dots \quad (11)$$

여기서, Δx 의 몇 승의 형태로 붙는 식을 모두 고려한다면 정확도는 높아지겠지만, 식의 표현이 복잡해지고 이것의 영향이 극히 미소하므로, 차수가 높아지는 이러한 항은 제외하고 식을 풀이하는 방법이다.

만일 격자점 (i+1, j) 에서의 그 물리량을 $u_{i+1,j}$ 라고 한다면 위의 식을 적용하면 다음과 같이 표현할 수 있게 된다.

$$u_{i+1,j} = u_{i,j} + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} \Delta x + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} \frac{(\Delta x)^2}{2} + \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)_{i,j} \frac{(\Delta x)^3}{6} + \dots \quad (13)$$

여기서 $\Delta x \rightarrow 0$ 으로 하면 격자점 $(i+1, j)$ 의 물리량을 구할 수 있는 것이다.

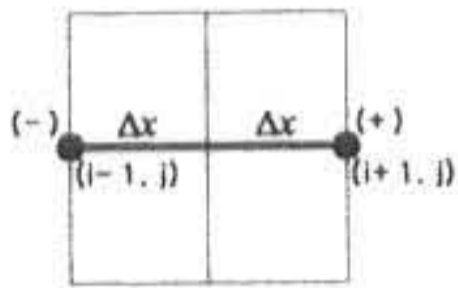
여기서 구해진 물리량을 이용하여 다시 함수의 미분치를 구하는 방법은

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} \approx \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x} \quad (14)$$

의 식을 구하여 얻을 수 있다. 위와 같은 방법을 전방차분법(forward difference)라고 한다.

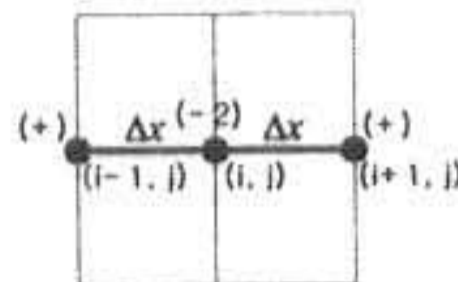
다음에 여러 가지 경우에 대한 이 식의 적용 예를 보인다.

◎ x 방향 Second-Order Central Difference



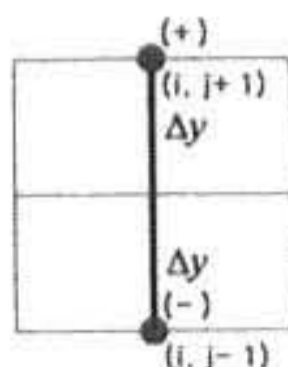
$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta x}$$

◎ x 방향 Second-Order Central Second Difference



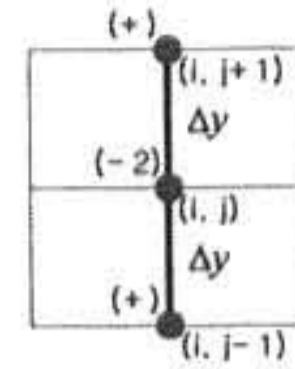
$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{(\Delta x)^2}$$

◎ y 방향 Second-Order Central Difference



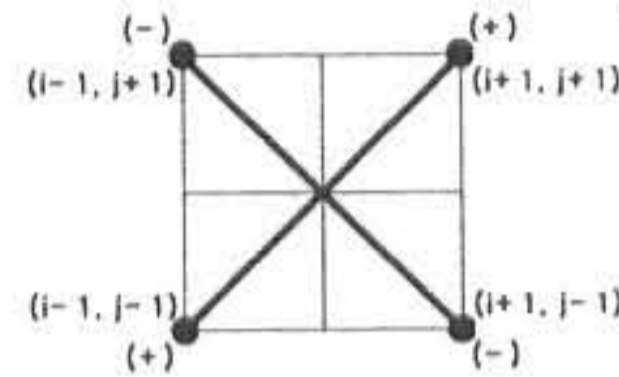
$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2\Delta y}$$

◎ y 방향 Second-Order Central Second Difference



$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{(\Delta y)^2}$$

◎ xy 방향에 대한 Second-Order Central Mixed Difference



$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j+1} + u_{i-1,j-1} - u_{i-1,j+1} - u_{i+1,j-1}}{4\Delta x \Delta y}$$

위의 격자형태를 이용하여 stream function을 이용한 해석법은 다음과 같이 정리할 수 있다.

다음의 그림 Fig 4.와 같은 격자(mesh)가 있다고 가정한다.

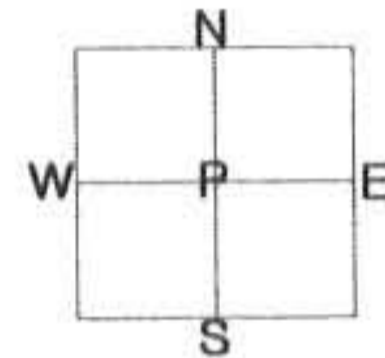


Fig. 4 standard mesh

이 각각의 점을 지나는 stream function(Ψ)를 생각하면 앞에서 명시한 바와 같이 다음과 같은 식으로 근사시킬 수 있다.

x 방향에 대하여 생각하면 다음과 같다.

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial x}\right)_p \approx \frac{\Psi_E - \Psi_P}{\Delta x} \quad (15)$$

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial x}\right)_p \approx \frac{\Psi_P - \Psi_W}{\Delta x} \quad (16)$$

만일 여기서 2차 미분을 생각한다면

(21)

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) \approx \frac{\left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right)_{PE} - \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right)_{PW}}{\Delta x} \\ &\approx \frac{\frac{\Psi_E - \Psi_P}{\Delta x} - \frac{\Psi_P - \Psi_W}{\Delta x}}{\Delta x} \\ &\approx \frac{\Psi_E + \Psi_W - 2\Psi_P}{(\Delta x)^2} \end{aligned} \quad (17)$$

가 된다.

이와 같은 방법으로 y 방향에 대하여 생각하면,

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \approx \frac{\Psi_N + \Psi_S - 2\Psi_P}{(\Delta y)^2} \quad (18)$$

가 된다.

식 (17) 과 식 (18) 로부터

$$\frac{\Psi_E + \Psi_W - 2\Psi_P}{(\Delta x)^2} + \frac{\Psi_N + \Psi_S - 2\Psi_P}{(\Delta y)^2} = 0 \quad (19)$$

$\Delta x = \Delta y$ 라는 조건을 이용하여 점 P의 stream function을 구하면 식 (20)과 같다.

$$\Psi_P = \frac{1}{4} (\Psi_E + \Psi_W + \Psi_N + \Psi_S) \quad (20)$$

식 (20)을 이용하여, 일반식의 경계점을 구하면 다음과 같다.

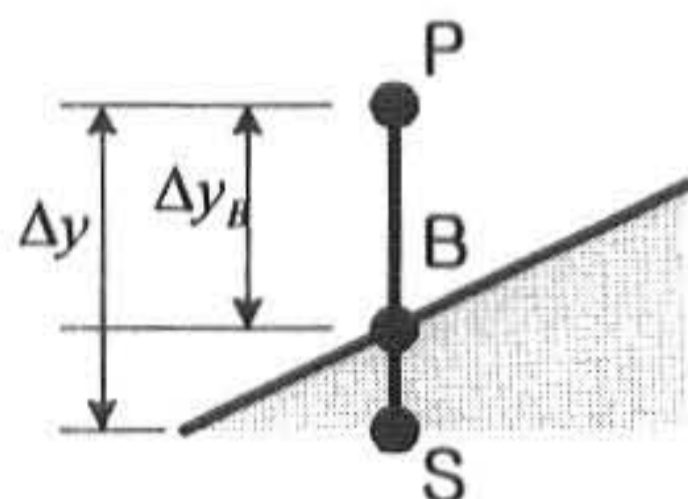


Fig. 5 abnormal boundary condition

$$\Psi_P = \frac{1}{3+a} (\Psi_E + \Psi_W + \Psi_N + a \cdot \Psi_B)$$

$$\text{여기서 } a = \frac{\Delta y}{\Delta y_B}$$

위의 식을 이용하여, 정방형격자를 만족할 수 없는 경계조건에 대한 식을 성립할 수 있다.

3. 유동장해석의 결과



Fig. 6 type of cars

해석을 위하여 선정된 자동차의 형상은 대부분의 자동차가 가지고 있는 형상인 폰톤형이라 불리는 형상을 채택하였다. 이용한 mesh의 크기는 가로세로 각각 10 cm 의 크기를 이용하였으며, 모델링은 2차원적으로 행하였다. 차폭은 1.2 m 로 정하여 해석을 수행하였으며, 흐르는 유체는 비압축성, 비점성이라는 가정을 도입하였다. 만들어진 모델은 실차를 측정하여 치수를 정하였으며, 수정된 외형의 형상에 대하여 다시 해석을 수행하여 결과를 비교하였다. 다음에 그 내용을 보인다. 해석의 조건은 유체의 자유속도가 20.833 m/s 이며, 밀도가 1.0332 kg/m³ 이다.

3.1 실측해석결과

다음의 그림 Fig. 6 에 해석에 이용된 mesh 및 형상을 보인다. 이 형상은 실측된 수치로부터 구하였으며, 자동차가의 윈드터널(wind tunnel)내부에 위치하여 있다고 가정한 후에 해석을 수행하였다. 아래 그림의 가로세로 격자의 크기는 10cm 로 정하였다.

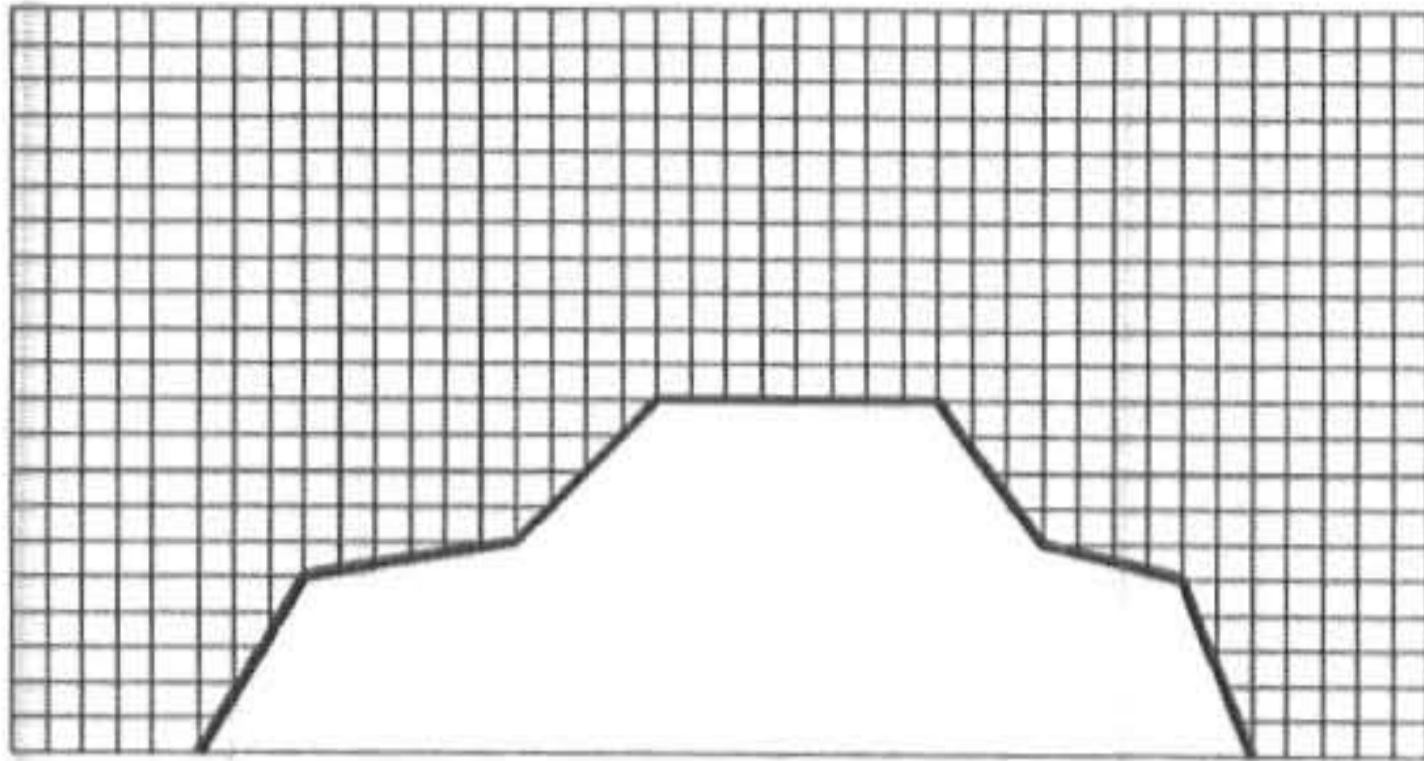


Fig. 7 generated mesh

유한차분법(FDM)을 이용하여 해석을 수행한 결과를 다음에 보인다.

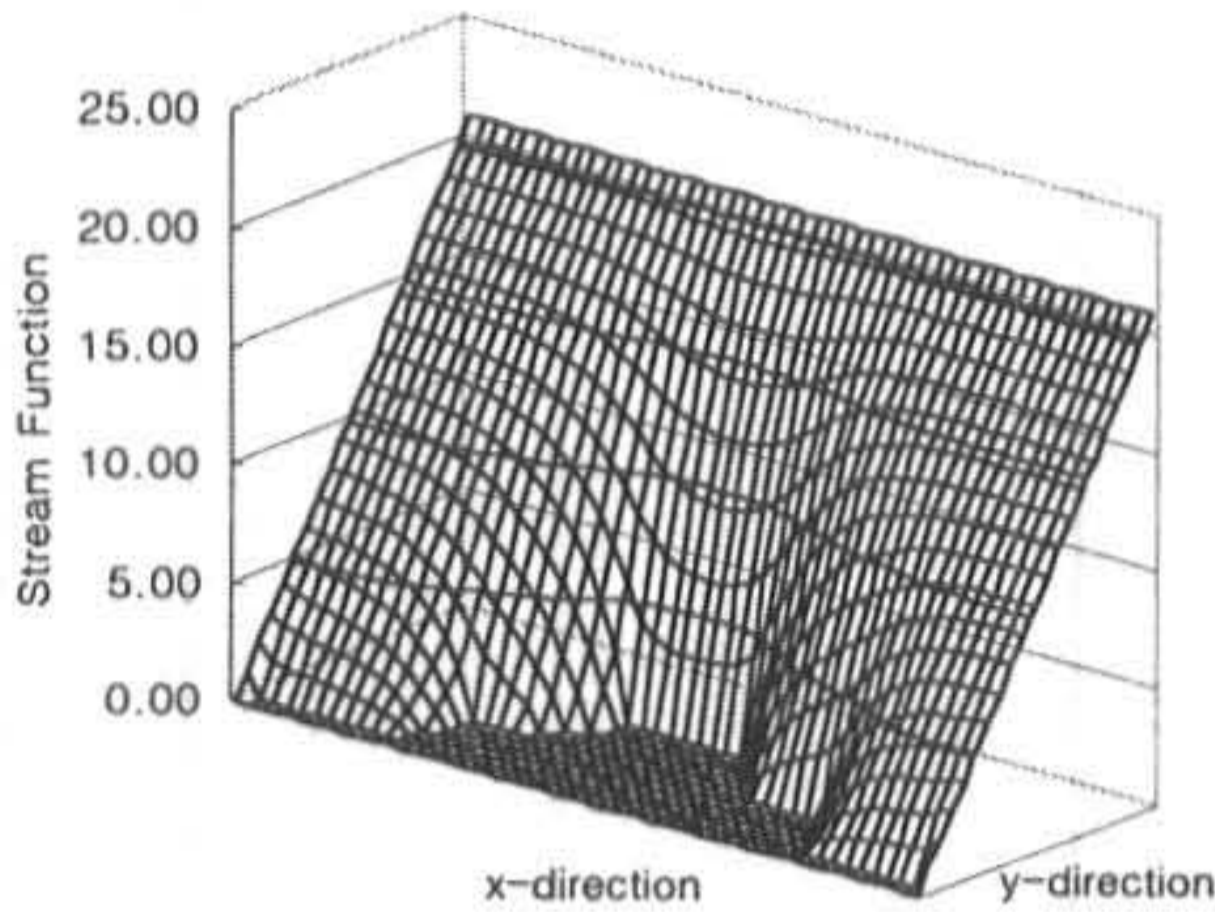


Fig. 8 stream function

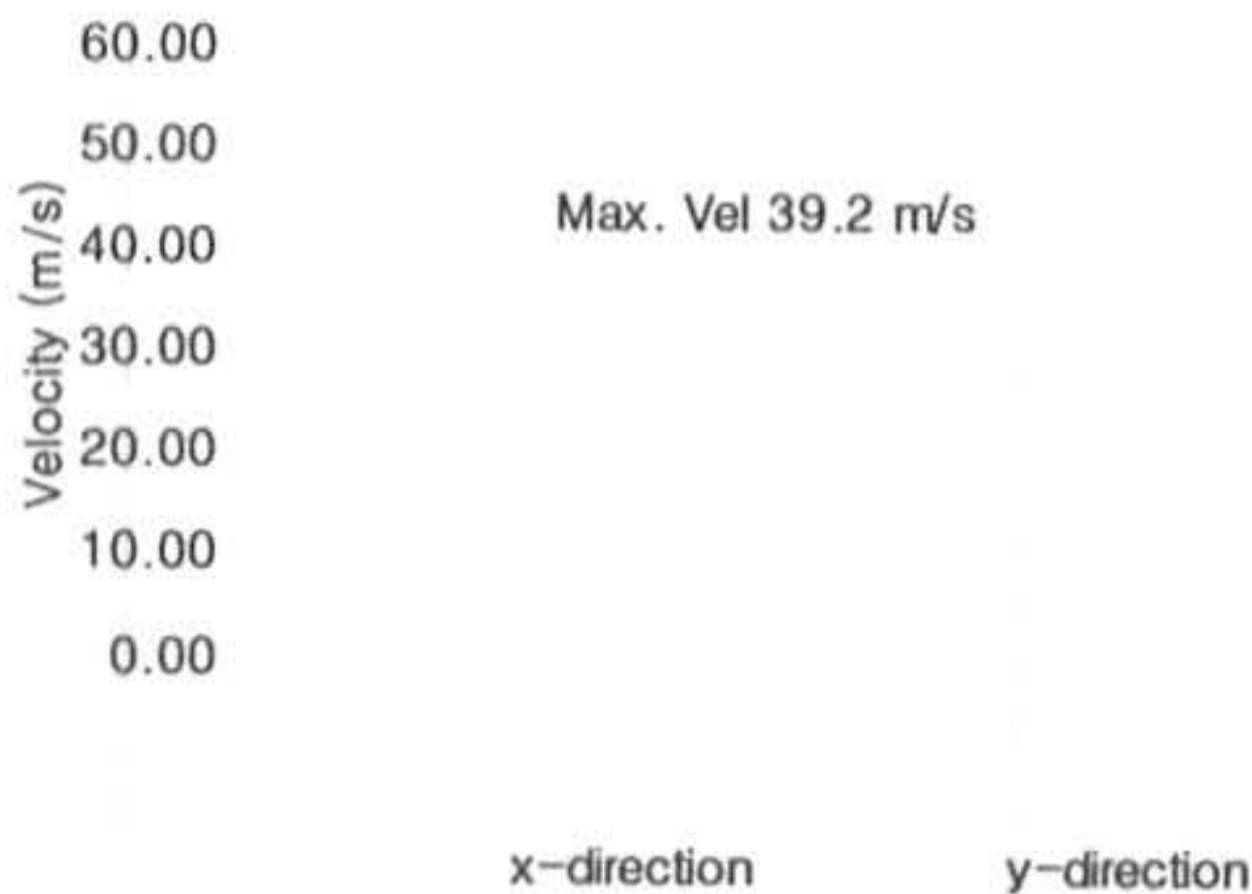


Fig. 9 velocity profile

결과로 산출된 저항계수는 0.4103 이었으며, 필요출력은 1.9 kW 였다. 이 결과는 일반적인 폰톤형의 자동차의 저항계수가 0.4~0.55 입을 볼 때 신뢰성이 있는 결과라고 볼 수 있다.

3.2 개선모델의 해석결과

다음의 그림 Fig. 9 는 개선된 모델에 대한 mesh 및 형상을 보인다. 이 형상은 앞서 이용한 해석의 모델에서 전체의 높이를 낮추는 동시에 전방경사각을 줄이는 형상을 취한 것이다.

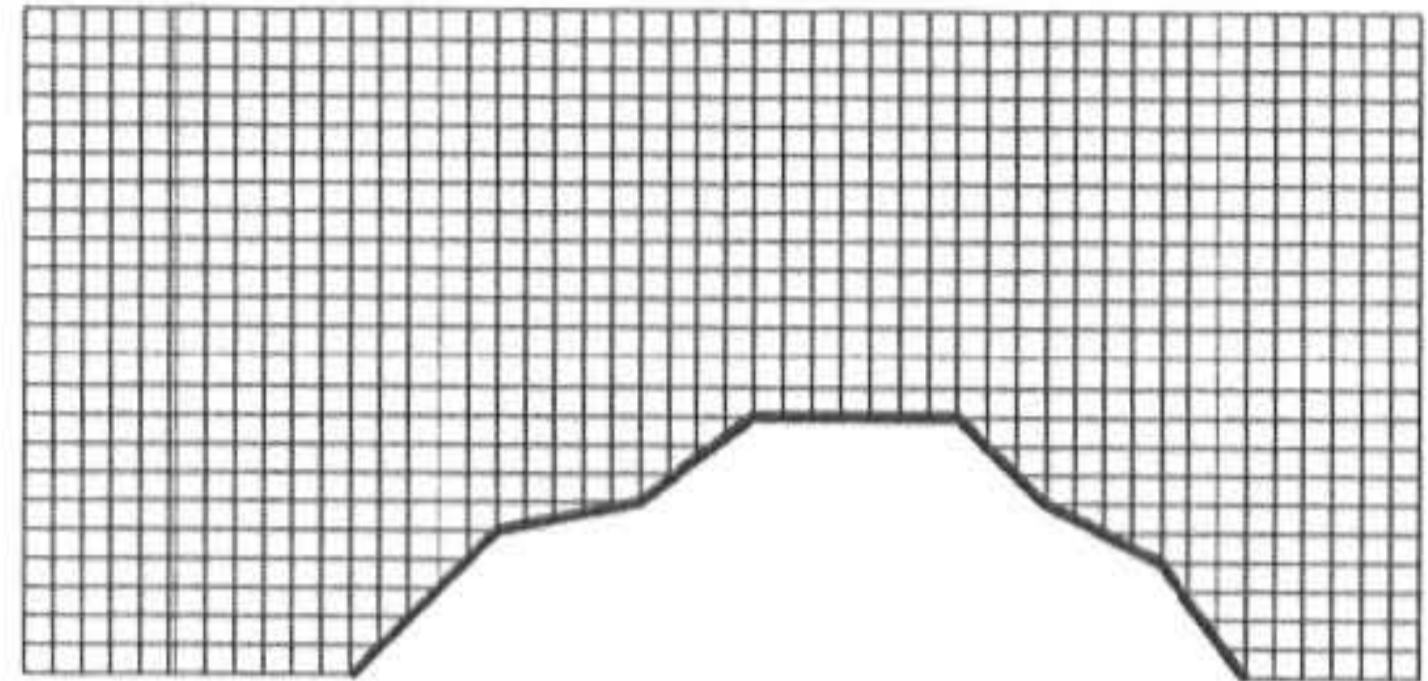


Fig. 10 redesigned mesh

개선된 모델에 대하여 유한차분법(FDM)을 이용하여 해석을 수행한 결과를 다음에 보인다.

stream function 의 형태를 보면 많은 차이를 느끼지는 못하지만, velocity profile을 보면 차량의 상부에서 발생하는 최고속도치가 현저하게 감소하였음을 확인 할 수 있다. 따라서 속도의 구배에 의하여 발생하는 양력 및 저항력이 감소된다는 것을 알 수 있다.

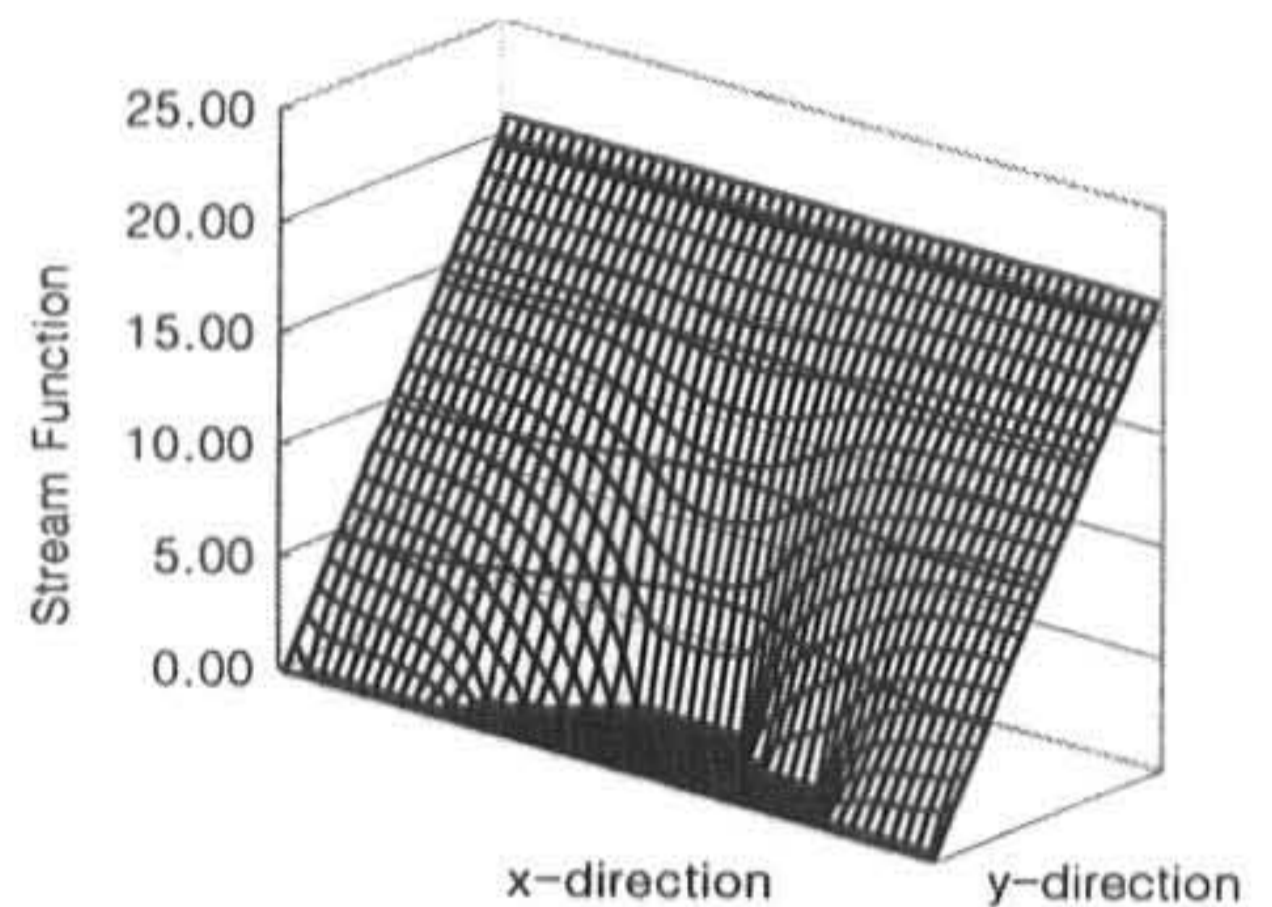


Fig 11. redesigned model stream function

개선된 모델에 대하여, 결과로 산출된 저항계수는 0.3783 이었으며, 필요출력은 1.74 kW 였다. 이 결과에 따르면 모델을 개선함에 따라 10%에 달하는 소요출력의 감소를 꾀할 수 있다는 예측을 할 수 있다.

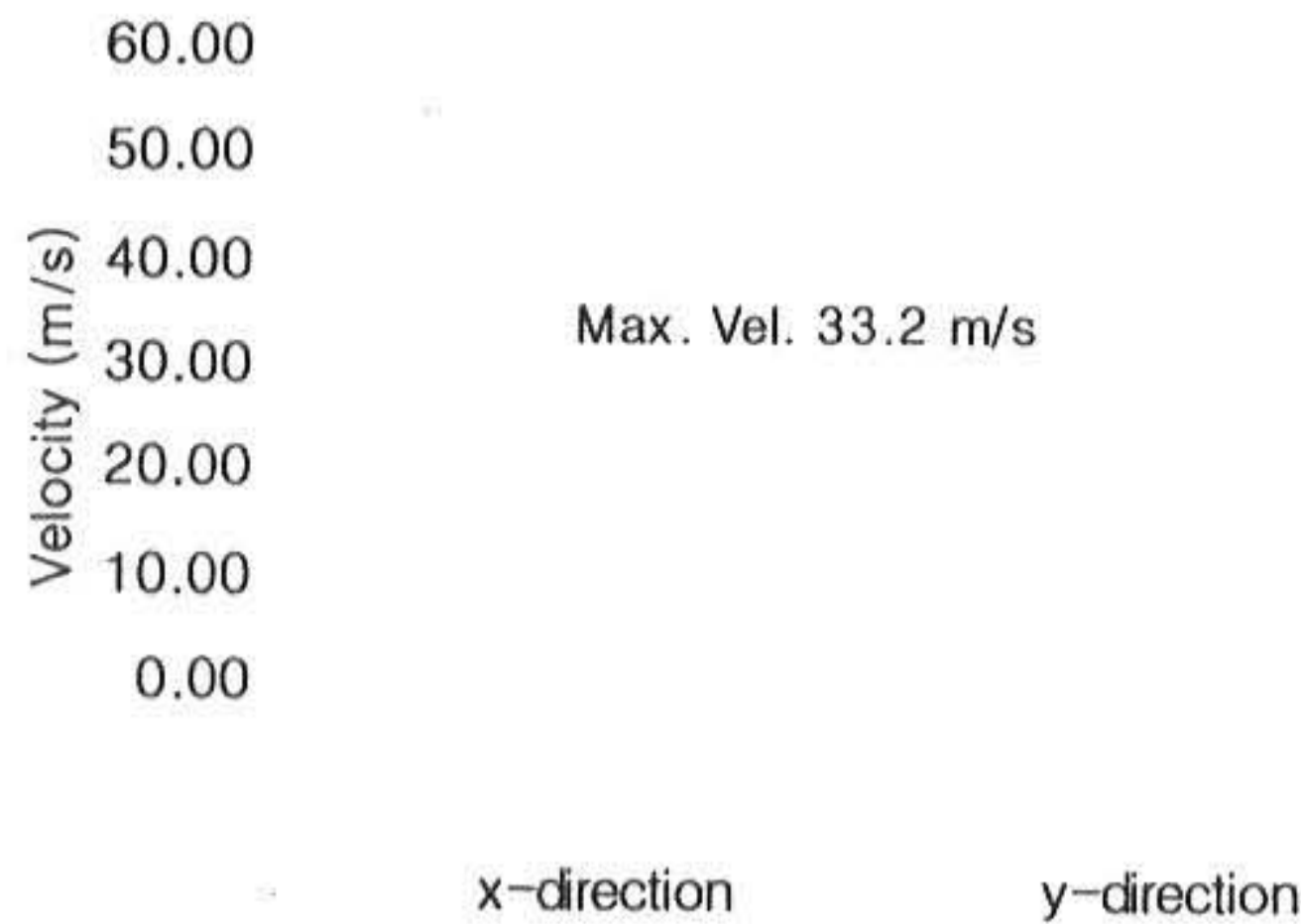


Fig 12. redesigned model velocity profile

4. 결 론

본 연구는 많은 비용 및 시간이 걸리는 풍동 시험법이나 복잡한모델의 수치해석적인 방법을 개선하여, 단순화된 모델을 이용하여 빠른 시간 내에 해석하고자 하였다. 본 연구의 해석 결과에 따르면 폰톤형의 자동차는 0.4의 공기저항계수를 가진다는 결론을 얻을 수 있었으며, 이것은 폰톤형의 자동차가 0.4~0.55의 공기저항계수를 가진다는 사실⁷⁾⁸⁾과 접근하였음을 확인할 수 있다. 이 결과에 따르면 단순화된 모델을 이용하여서도 실제의 실험치에 가까운 결론을 얻을 수 있다는 장점을 제시할 수 있었다.

해석의 결과를 살펴보면, 성능향상을 위하여 차체의 높이를 낮추고, 앞경사각을 줄여서 재해석을 수행하자 소요동력이 1.9kW에서 1.74kW로 10% 가까운 동력절감효과를 꾀할 수 있음을 예측할 수 있었다.

참고문헌

1. Philip M. Gerhart, Richard J. Gross and John I. Hochstein, "Fundamental Of Fluid Mechanics", Addison-Wesley Publishing Company, 2nd Edition, pp. 686-698.
2. E. L. Houghton & P. W. Carpenter, "Aerodynamics", Fourth edition, pp. 203-211.
3. John D. Anderson, Jr., "Computational Fluid Dynamics", McGraww-Hill, Inc.

4. 부경태(1993), "Multi-Block 방법을 이용한 복잡한 형상주위의 유동장해석", 한국과학기술원 석사학위논문
5. Siva Parameswaran, Ashwin Scinivasan and Richard Sun, "Numerical Aerodynamic Simulatoion Of Flow", AIAA Jounal, pp 443-461
6. 안정기, 권영웅, 김규성, "자동차공학과 정비-새시편", Automobile School Book, 동신출판사
7. 김채휘, "자동차세시", 중원사, pp. 505-525.
8. 안정기, 권영웅, 김인태, "자동차공학과 정비", 동신출판사

(1999년 6월21일 접수, 1999년 10월10일 채택)