

## 디지털 IIR 필터를 이용한 입력성형기법에 의한 2축 천정크레인의 진동제어

### Vibration Control of the 2 Axial Overhead Crane by Input Shaping Method Using Digital IIR Filter

노상현\*, 박운환\*\*  
Sang-Hyun Noh, Un-Hwan Park

#### Abstract

Input shaping technique has been used as a simple method of controlling vibration. With the conventional methods previously proposed by several authors, the frequency range that shows a good performance is restricted. When the designed frequency being different from the natural frequency of a system, the performance of control degrades remarkably. This paper introduced a new technique that uses digital IIR filter to control vibration. This technique has robustness for changing of parameter. In order to prove this we applied input shaping method to 2 axial overhead crane.

**Key words:** IIR filter, input shaping method, 2 axial overhead crane

#### 1. 서론

선박에 물건을 선적하거나 제철 공장에서 무거운 물건을 이송시킬 때 천정 크레인을 많이 사용한다. 그러나 크레인이 움직일 때 가속으로 인하여 이송물의 진동이 많이 발생한다. 이러한 진동은 대차를 원하는 위치에 정위치시키는 것을 어렵게 하고 이송물의 진동이 멈춘후에 내려놓아야 하므로 작업효율을 많이 떨어뜨릴 뿐만 아니라 안전사고의 원인이 되기도 한다. 이 문제점을 해결하기 위해 많은 제어기법이 사용되어 왔는데 크게 개회로 기법과 폐회로 기법으로 나눌 수 있다. 폐회로 기법은 흔들림 각도를 측정 할 수 있는 센서가 필요함으로 가격이 상승한다. 또한 현장에서 고장 또는 파손으로 인하여 작업이 중

단될 우려가 있다. 그러나 개회로 기법은 측정 장치가 필요없고 현장에서 쉽게 사용할 수 있는 장점이 있다. 천정 크레인의 이송물 진동을 제어하는 개회로 기법중 Time-optimal control이 사용되어 왔는데[1][2] 이 방법은 Bang-Bang Type의 제어기법으로서 최적의 가속시간을 구하는 방법으로서 이송거리에 따라 최적 속도 형상이 다르다. 또한 해를 구하는 방법이 복잡하고 제한 조건도 많아 이 방법을 사용하기에는 상당히 복잡하다. 그래서 시스템의 고유진동수와 감쇠비만 알면 현장에서 쉽게 사용할 수 있는 입력성형기법을 사용하고자 한다.[3][4][5] 이 기법은 입력의 주파수 성분중에 크레인의 진동 주파수를 가진하는 주파수를 제거하는 필터를 설계하는 것이다. 그러나 이 기법은 개회로 기법이므로 시스

\*정회원, 대구공업대학 자동차과 조교수, 工博,  
영남대학교 대학원 졸업  
704-35 대구광역시 달서구 본동 831

\*\*학생회원, 영남대학교 기계공학과 대학원생

Assis.Prof. Dept. of Automotive Engineering, Taegu  
Technical College.

Graduate Student, Dept. of Mechanical Engineering,  
Yeungnam University.



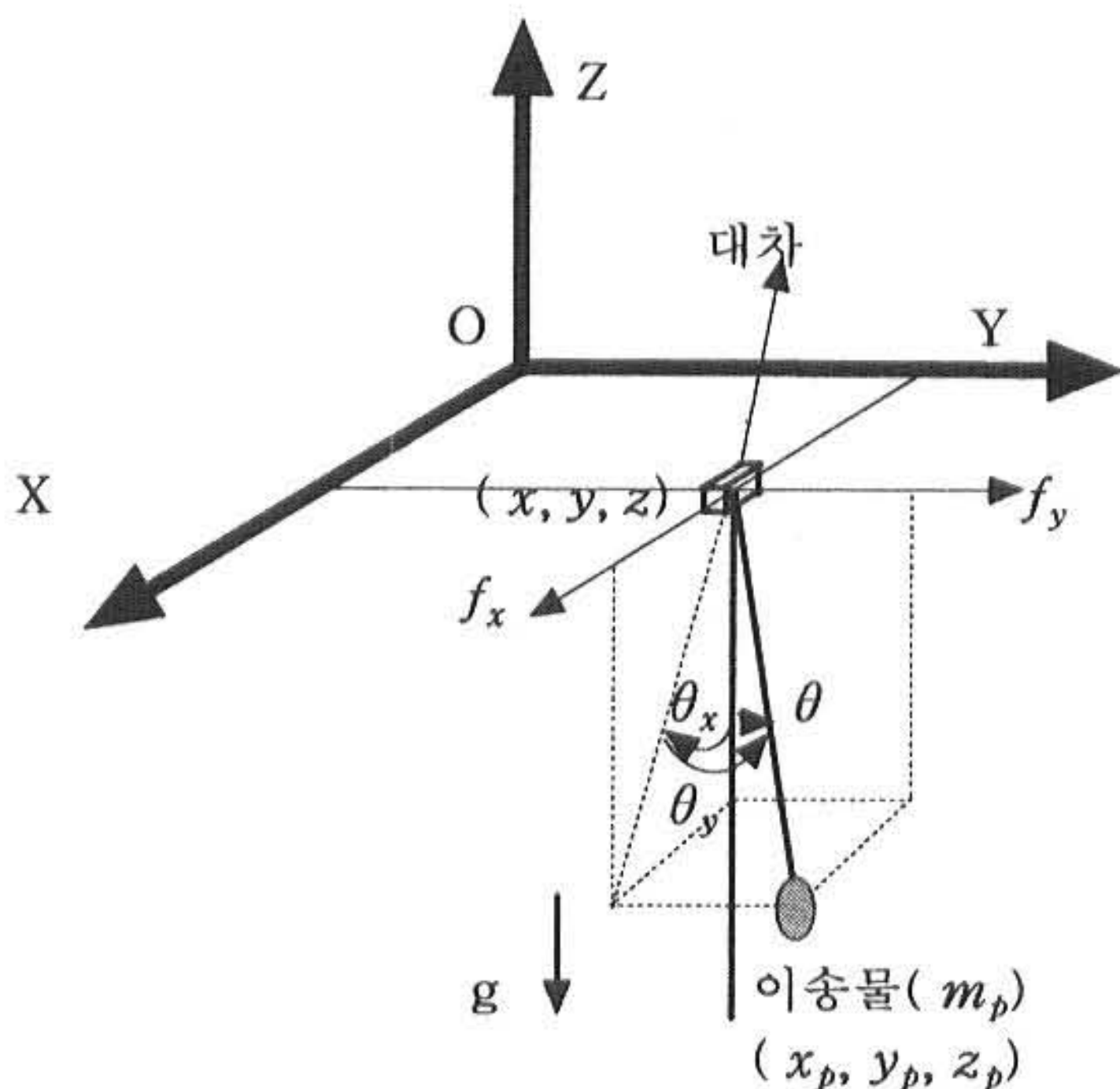


Fig.1 Model of 2 axis overhead crane

템의 특성이 변하면 성능이 현저하게 떨어진다는 단점이 있다. 그래서 입력성형기법에서 강인성 측면을 많이 연구하고 있다.[6][7][10][11][12][13] 본 논문에서는 2축 천정크레인이 움직일 때 발생하는 이송물의 진동을 Chebyshev II 대역저지 필터를 이용한 입력성형기법으로 제어하고자 한다. 이러한 표준적인 필터는 대역저지 구간을 넓히는 것이 쉽고 대역저지 구간이 넓으면 시스템의 특성이 변하더라도 강인성이 커진다. 입력성형기법은 입력 신호를 시스템이 진동하지 않도록 성형하는 기법으로서 유연한 로봇 구조물에 많이 사용되었다. 본 논문에서는 2축 천정크레인의 이송물 진동을 입력성형기법으로 제어하고자 한다.

## 2. 시스템 모델링

$$(M_x + m) \ddot{x} - m l \sin \theta_x \cos \theta_y \dot{\theta}_y^2 - m l \sin \theta_x \sin \theta_y \dot{\theta}_y \dot{\theta}_x - 2 m l \cos \theta_x \sin \theta_y \dot{\theta}_x \dot{\theta}_y - m l \sin \theta_x \cos \theta_y \dot{\theta}_x^2 + m l \cos \theta_x \cos \theta_y \dot{\theta}_x = f_x \quad (1)$$

$$(M_y + m) \ddot{y} - m l \sin \theta_y \dot{\theta}_y^2 + m l \cos \theta_y \dot{\theta}_y = f_y \quad (2)$$

$$\cos \theta_x \dot{x} + l \cos \theta_y \dot{\theta}_x - 2 l \sin \theta_y \dot{\theta}_x \dot{\theta}_y + g \sin \theta_x = 0 \quad (3)$$

$$l \dot{\theta}_y - \sin \theta_x \sin \theta_y \dot{x} + \cos \theta_y \dot{y} + l \cos \theta_y \sin \theta_y \dot{\theta}_x^2 + g \cos \theta_x \sin \theta_y = 0 \quad (4)$$

Fig.1은 2축 천정 크레인의 모델이다. 독립 변수를  $x, y, \theta_x, \theta_y$ 로 하고 Lagrange의 방정식에 대입하면 (1),(2),(3),(4)과 같은 운동방정식이 나온다.

여기에서,  $M_x$ 와  $M_y$ 는 X와 Y방향으로 움직이는 대차의 무게,  $m_p$ 는 이송물의 무게,  $f_x$ 와  $f_y$ 는 X와 Y방향에 작용하는 힘,  $l$ 은 로프의 길이,  $\theta_x$ 와  $\theta_y$ 는 X와 Y방향으로 이송물의 흔들림 각도,  $g$ 는 중력가속도이다.

이송물의 흔들림이 매우 작다고 가정하고 선형화를 시키면 다음과 같은 식이 나온다.

$$(M_x + m) \ddot{x} = f_x \quad (5)$$

$$l \ddot{\theta}_x + \dot{x} + g \theta_x = 0 \quad (6)$$

$$(M_y + m) \ddot{y} = f_y \quad (7)$$

$$l \ddot{\theta}_y + \dot{y} + g \theta_y = 0 \quad (8)$$

2축 천정 크레인은 각축에 대해 간섭이 일어나지만 흔들림이 매우 작다고 가정하면 식 (5),(6),(7),(8)에서 보듯이 각축에 대해 독립적이다. 따라서 본 논문에서는 이송물의 각방향 흔들림을 없애기 위한 입력성형기를 따로 설계하였다.

$$w_n = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (9)$$

여기에서  $l$ 은 로프의 길이,  $g$ 는 중력 가속도이다.



크레인의 이송물 고유진동수는 식(9)와 같이 로프의 길이와 중력가속도에 의해 결정되는데 중력가속도는 일정하므로 로프의 길이에 의해 결정된다.

Table. 1은 2축 천정 크레인의 사양이다.

Table.1 2축 천정 크레인의 사양

대차 무게( $M_x$ )	2 kg
대차 무게( $M_y$ )	1 kg
운반물 하중( $m_p$ )	1.5 kg
로프 길이( $l$ )	0.8 m
고유 진동수( $\omega_n$ )	3.5018 rad/sec (0.5573 Hz)

### 3. Chebyshev II 필터

Chebyshev II 필터의 진폭 특성은 Chebyshev I 필터에 대하여 역의 특성을 가진다. 즉 통과역에서는 맥동을 가지지 않고 저지역에서 맥동을 갖고 있는 것이다. Fig.2는 Chebyshev 저역통과(lowpass) 필터의 진폭 특성을 나타낸다. 디지털 대역저지(bandstop) 필터 구성은 우선 필터의 차수와 진폭 손실을 정하여 기본적인 아날로그 저역통과 필터를 구하고 아날로그 저역통과 필터를 아날로그 대역저지 필터로 변환을 한 다음 그 필터를 디지털 대역저지 필터로 변환을 하면된다.

먼저 설계하려는 필터의 차수  $N$ 과 진폭 손실  $\epsilon$ 을 결정하고 그것을 식(10)에 대입하여 극점  $s_k = \sigma_k + j\omega_k$ 를 구한다. 식(10)은 Chebyshev I 필터의 극점을 구하는 식이다.

$$\begin{aligned} \sigma_k &= \pm \sinh\left(\frac{1}{N} \sinh^{-1} \frac{1}{\epsilon}\right) \sin \frac{(2k-1)\pi}{2N} \\ \omega_k &= \cosh\left(\frac{1}{N} \sinh^{-1} \frac{1}{\epsilon}\right) \cos \frac{(2k-1)\pi}{2N} \end{aligned} \quad (10)$$

여기에서,  $k=1, 2, \dots, 2N$

Chebyshev I 필터의 극점과 Chebyshev II 필터의 극점은 서로 역수의 관계가 있으므로 얻어진 극의 역수를 취하여 Chebyshev II 필터의 극점을 구한다. 극점은  $2N$ 개가 나오는데

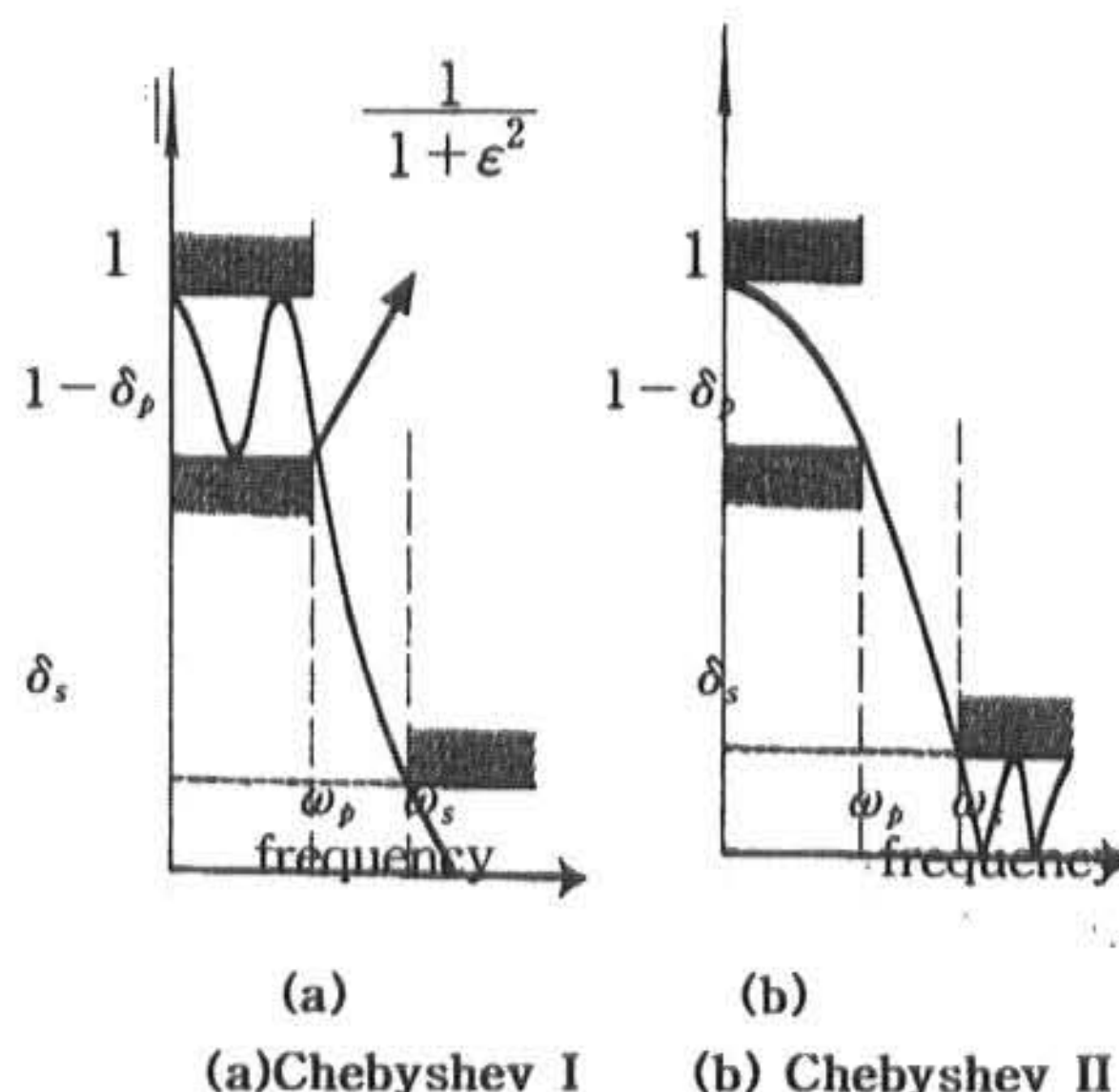


Fig.2 Frequency response of Chebyshev filter

좌반 평면에의 극점만 취하면  $N$ 개가 된다. 그러면 식(11)의 전달함수를 구할 수 있다.

$$H(s) = \frac{K}{(s+P_1)(s+P_1^*) \dots (s+P_{N/2})(s+P_{N/2}^*)} \quad (11)$$

여기에서,

$P, P^*$  : 공액 복소수  $K$  : 전체 게인

이와 같이 아날로그 저역통과 필터의 전달함수를 구하고 식(12)를 식(11)에 대입하면 아날로그 대역저지 필터의 전달함수를 구할 수 있다.

$$s = \frac{\Delta\omega s}{s^2 + \omega_0^2} \quad (12)$$

여기에서,

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \omega_1' \omega_2', \quad \Delta\omega = \omega_2' - \omega_1', \\ \omega_1', \omega_2' &: \text{대역 구간} \end{aligned}$$

식(13)을 아날로그 대역저지 필터의 전달함수에 대입하여 원하는 디지털 대역저지 필터를 구한다.

$$s = k \frac{z-1}{z+1}, \quad k=1 \text{ or } \frac{2}{T} \quad (13)$$

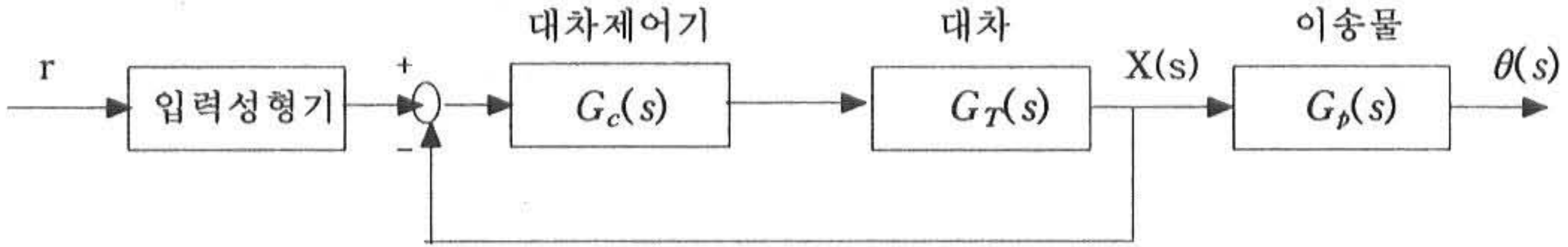


디지털 대역저지 필터를 구하면 대역저지 구간에 조금의 맥동이 존재하나 급준한 감쇠특성과 전체적으로 평준한 특성을 갖고 있다.[8][9] 맥동은 무시할 수 있을 정도의 크기로 설계할 수 있으며 또한 필터의 대역저지 구간을 조정할 수 있으므로 크레인의 이송물 주파수가 변하더라도 강인한 제어를 할 수 있다.

$$H(z) = \frac{0.7 - 2.8Z^{-1} + 4.1Z^{-2} - 2.8Z^{-3} + 0.7Z^{-4}}{1 - 3.3Z^{-1} + 4Z^{-2} - 2.3Z^{-3} + 0.5Z^{-4}} \quad (14)$$

이송물의 고유 주파수 좌우측의 주파수 성분도 대역저지가 되므로 흔들림이 거의 발생하지 않는다.

시스템의 전체 Block diagram은 다음과 같다.



#### 4. 시뮬레이션

##### 4.1 필터식

Chebyshev II 필터의 차수는 4차로 하고 진폭 손실은 20DB로 하고 대역저지 구간을 0.38Hz-4.2Hz로 하였을 때 대역저지 필터식은 식(14)와 같이 나온다.

Chebyshev II 필터는 대역 저지 구간에 조금의 맥동은 있지만 파라메타 변화에 강인한 특성을 나타낸다. 로프의 길이가 변하면 이송물의 고유 주파수가 변하는데 Fig.3에서 보듯이

##### 4.2 결과

산업현장에서는 크레인의 속도를 사다리꼴과 삼각형으로 많이 준다. 그래서 입력 지령 속도를 사다리꼴로 주었을 때 이송물의 진동과 Chebyshev II 대역저지 필터를 사용한 입력성형기법으로 제어하였을 때의 진동을 서로 비교 하였다.

Fig.4는 입력속도를 사다리꼴로 주었을 때의 입력 지령과 입력성형기법에 의해 이송물의

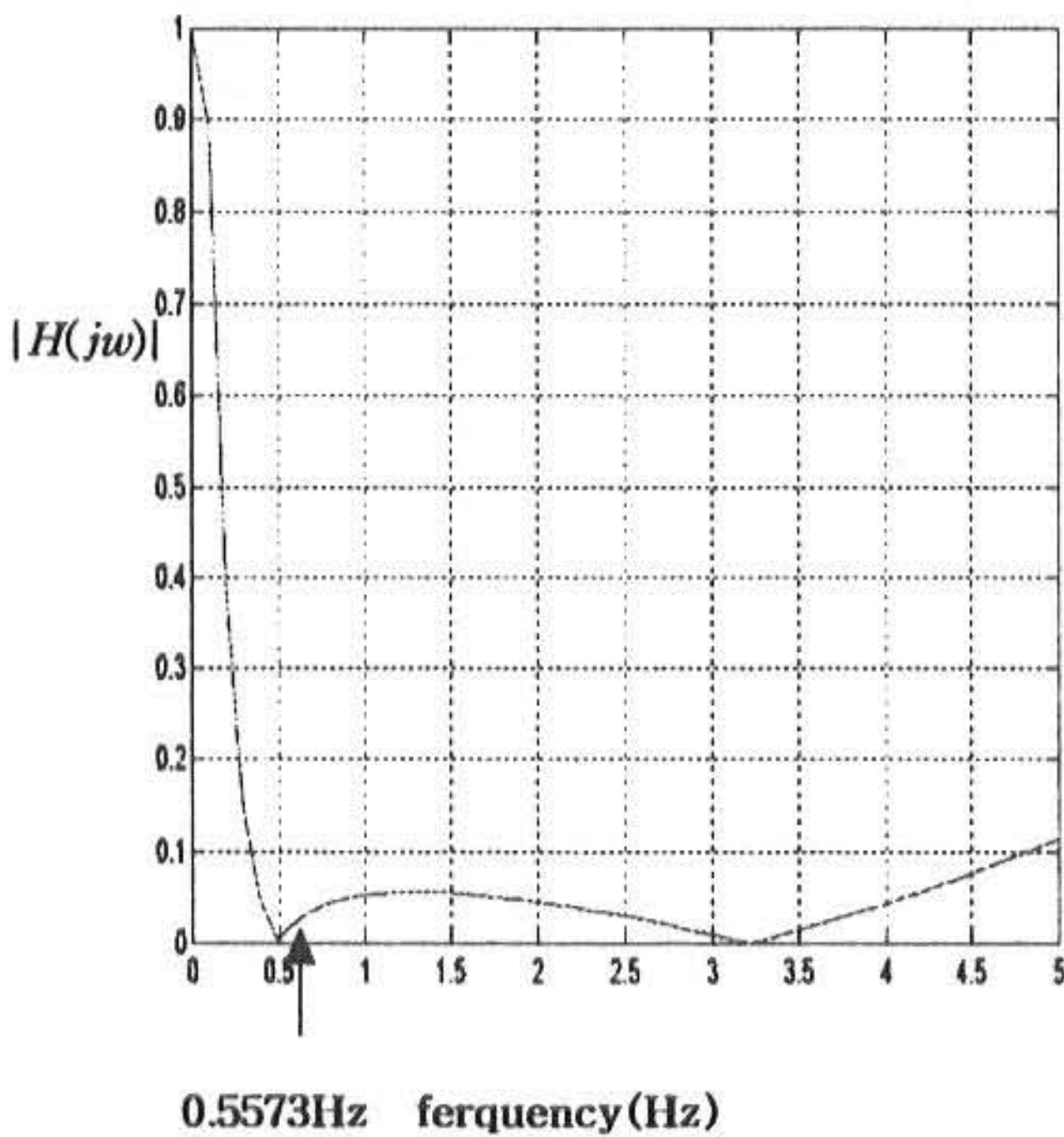


Fig.3 FRF of Chebyshev II band stop filter

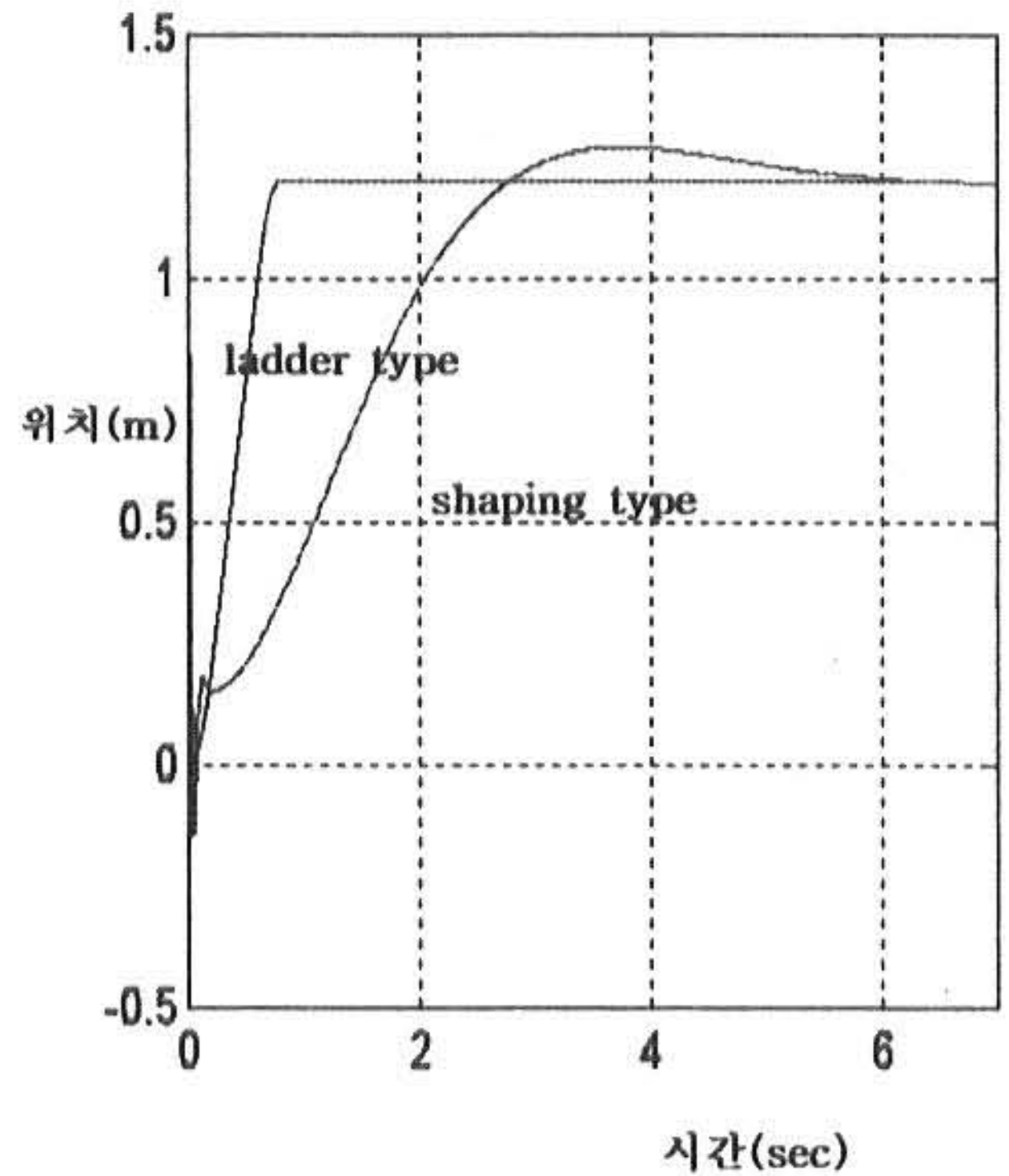
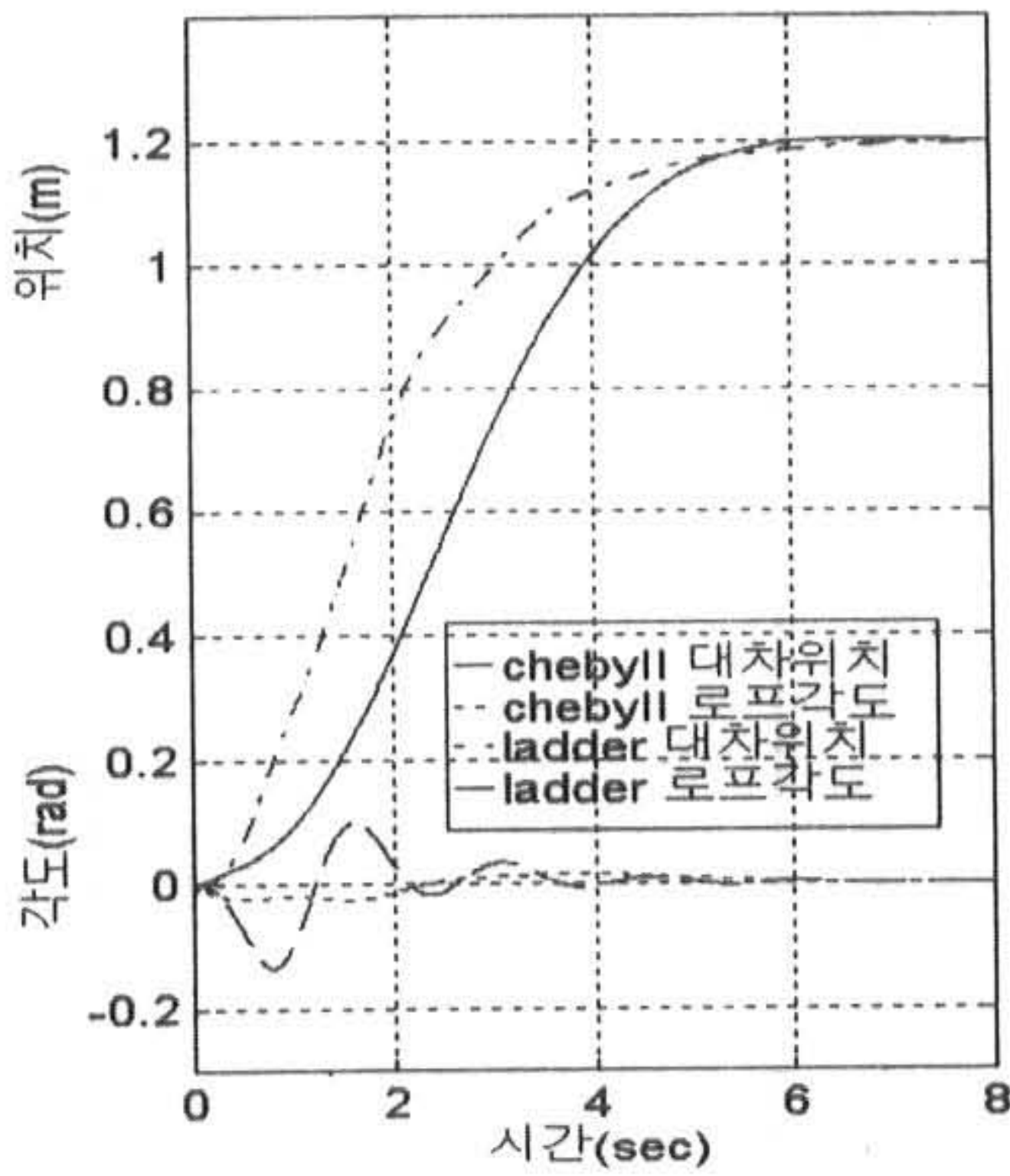


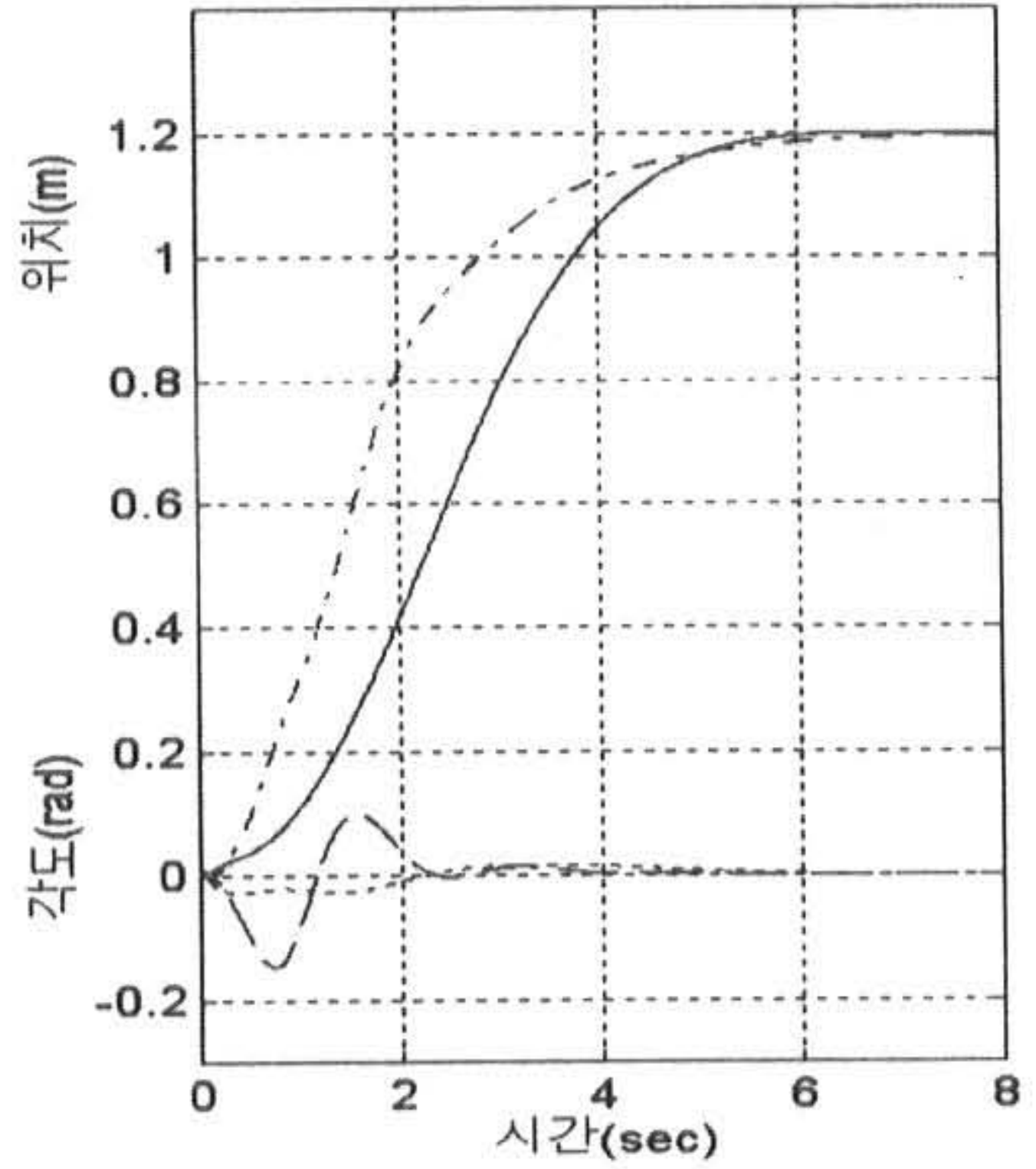
Fig.4 Input command of shaping type and ladder type

진동을 가진하는 주파수 성분을 제거한 입력 지령이다. Fig.5는 전자의 방법과 후자의 방법으로 2축 천정 크레인의 이송물을 1.2m 이동시켰을 때의 시간 응답이다. 입력성형기법으로

이송물의 진동을 제어한 경우 X축과 Y축방향에서 이송물의 진동이 거의 나타나지 않으나 사다리꼴의 입력속도를 주었을 때 이송물의 진동은 크게 나타났다. 이송물의 흔들림에 가

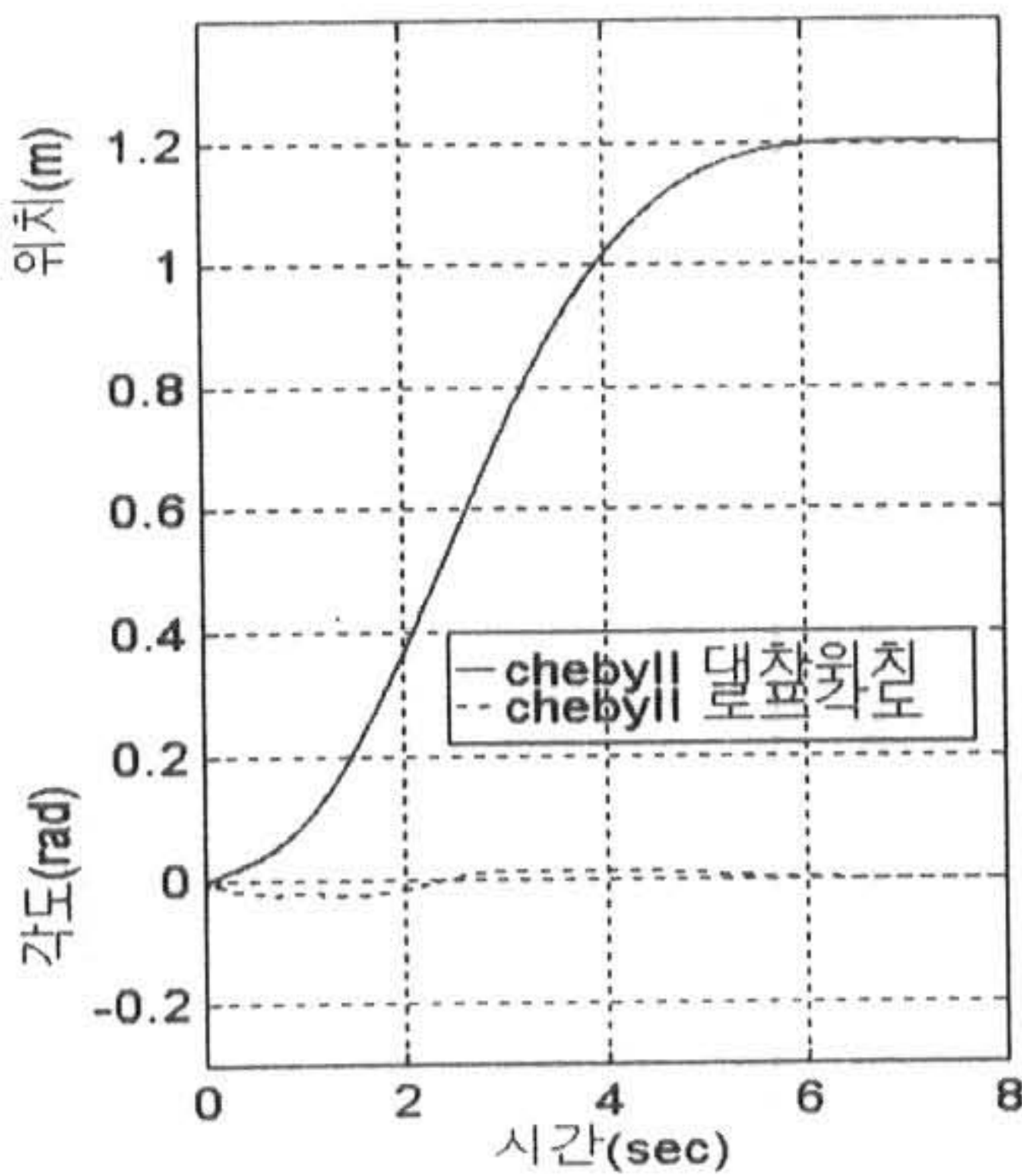


(a) X축 방향

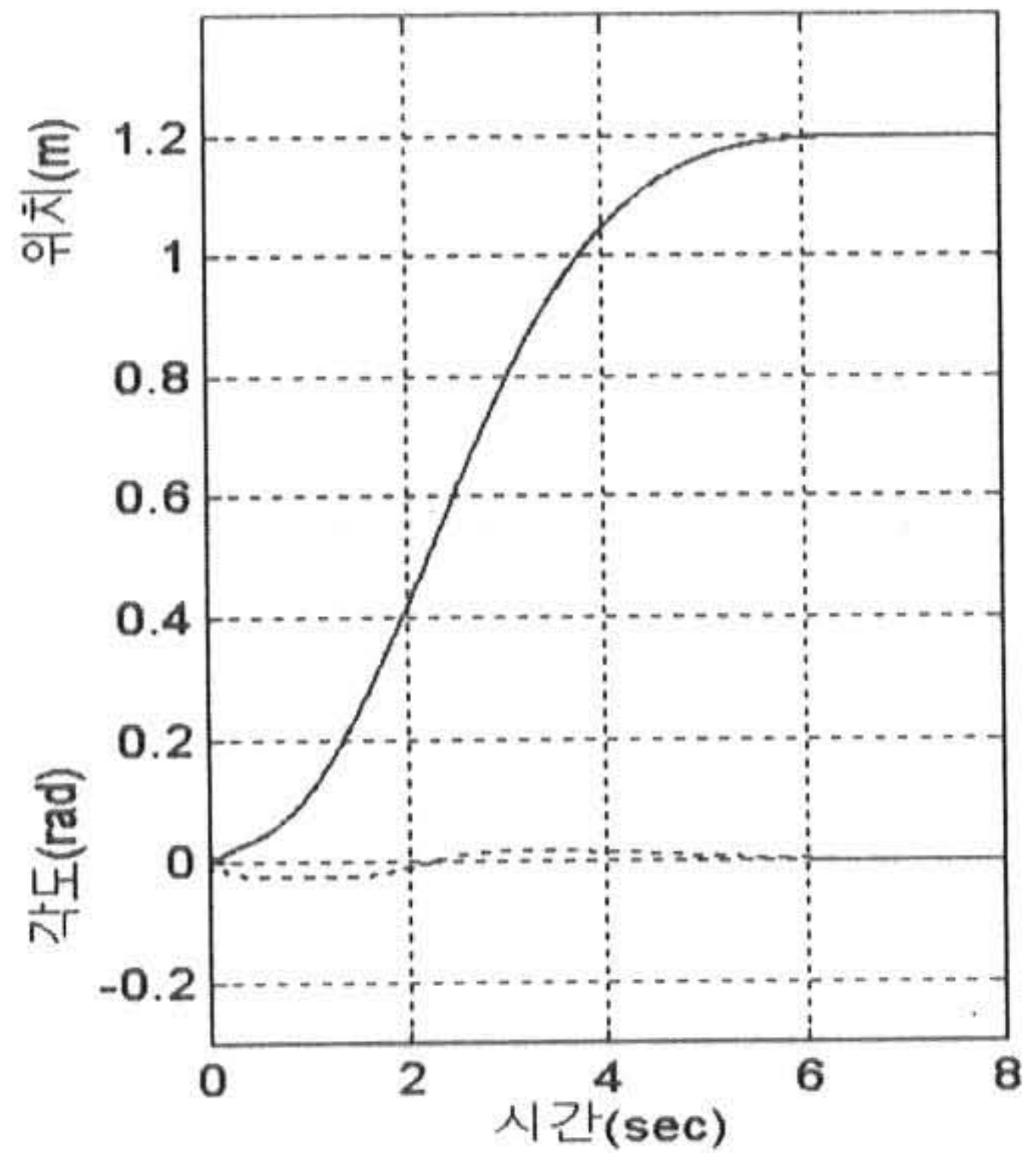


(b) Y축 방향

Fig.5 Time response of shaping type and ladder type( $l=0.8m$ )



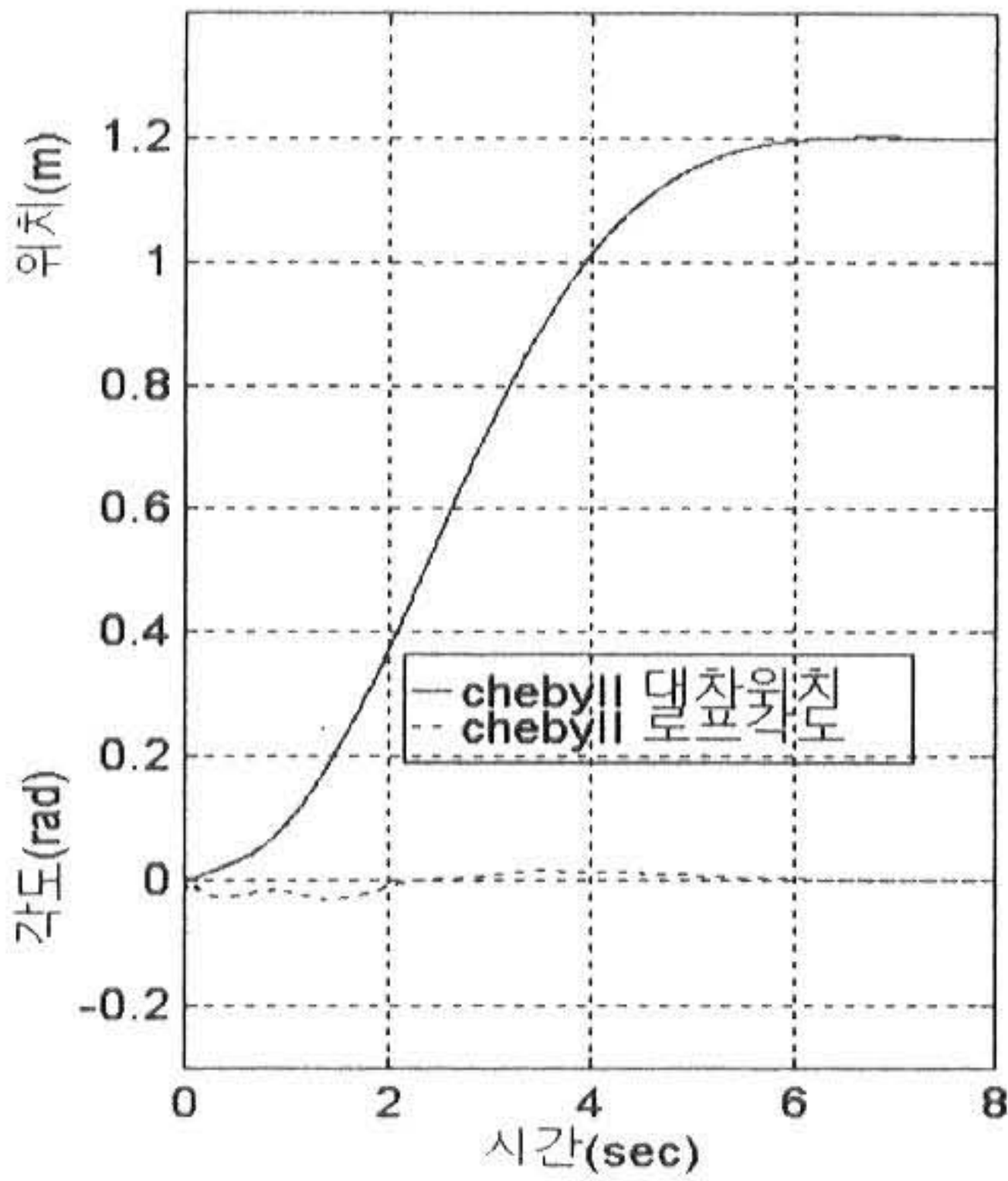
(a) X축 방향



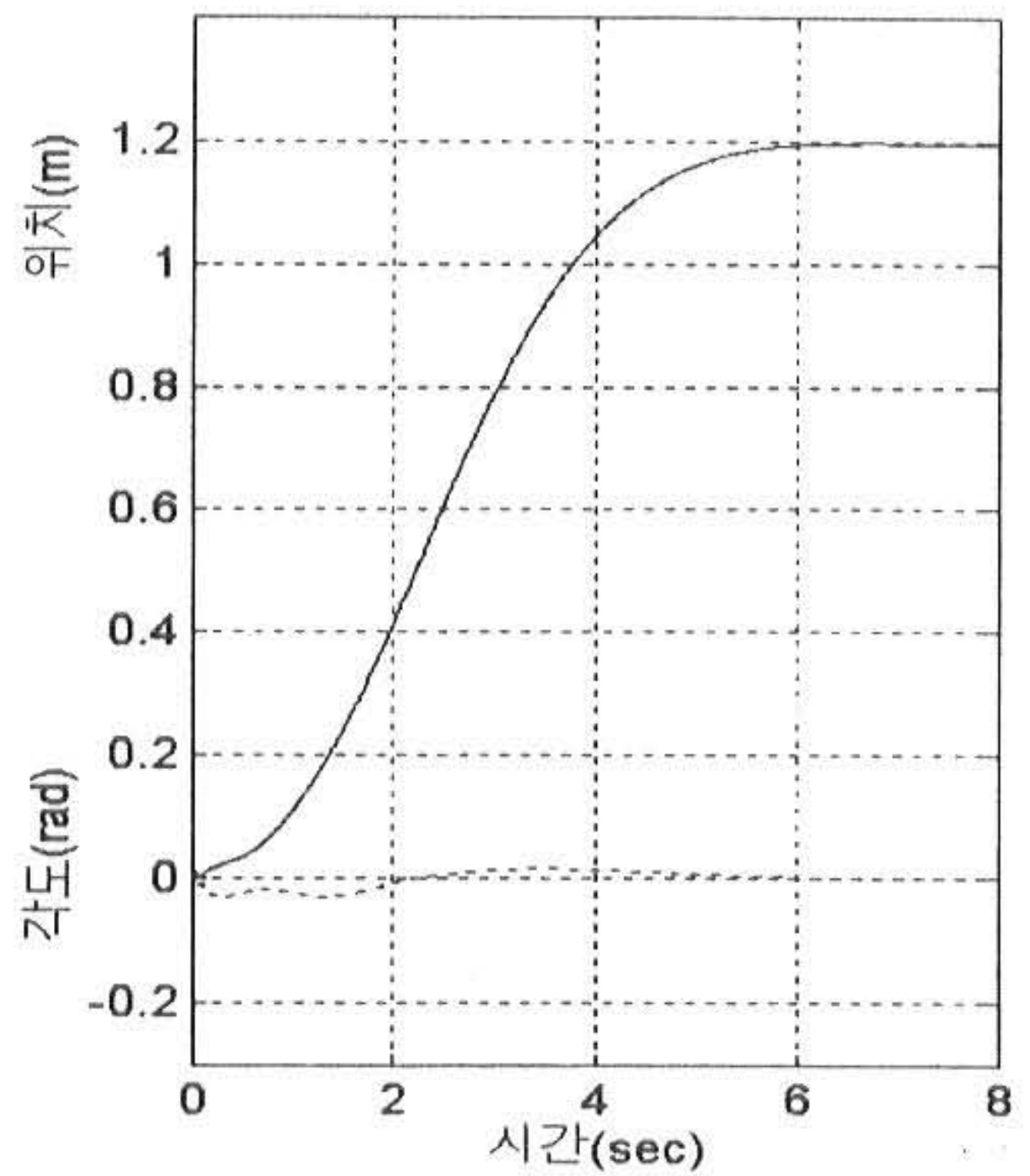
(b) Y축 방향

Fig.6 Time response ( $l=1m$ )





(a) X축 방향

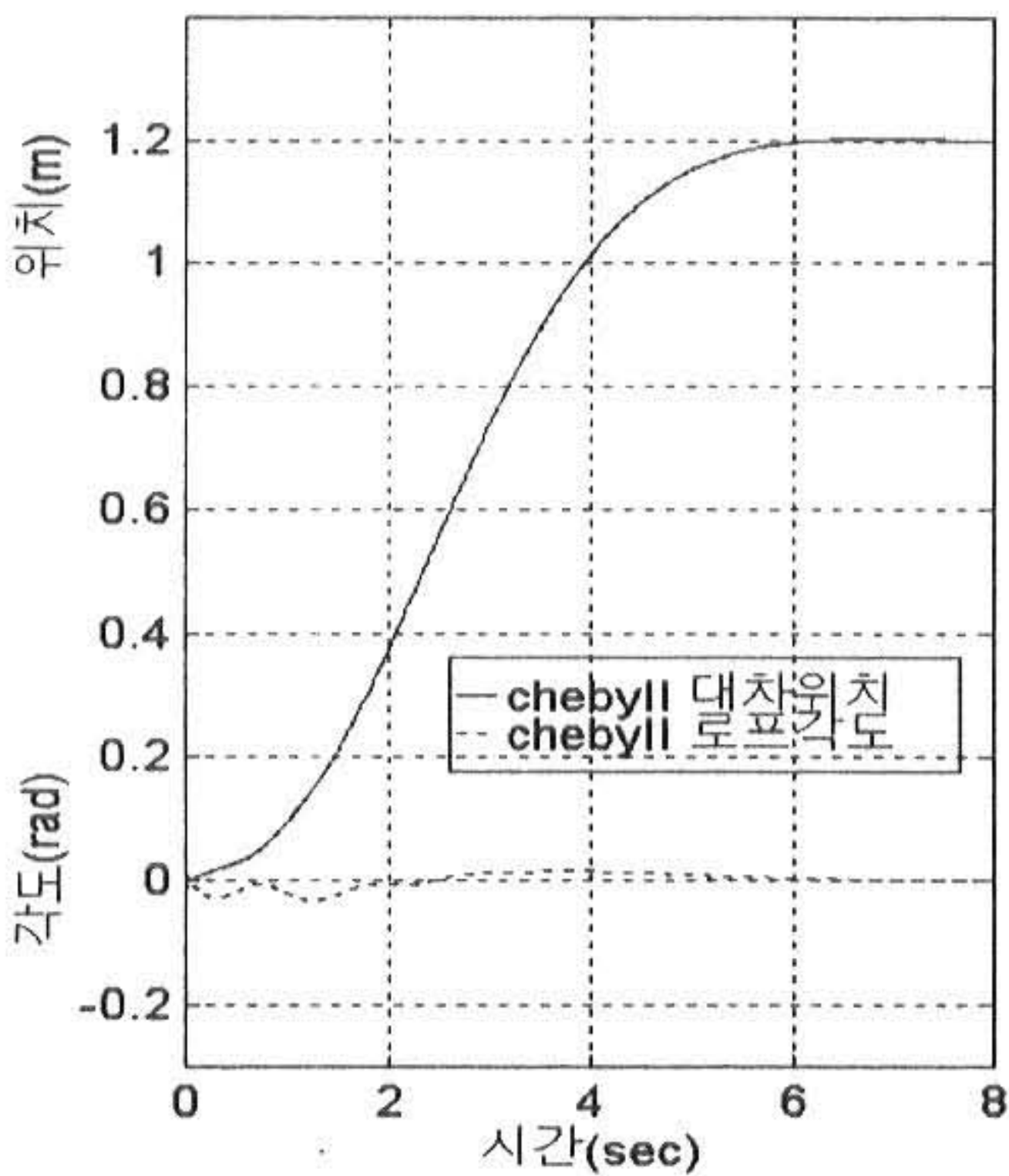


(b) Y축 방향

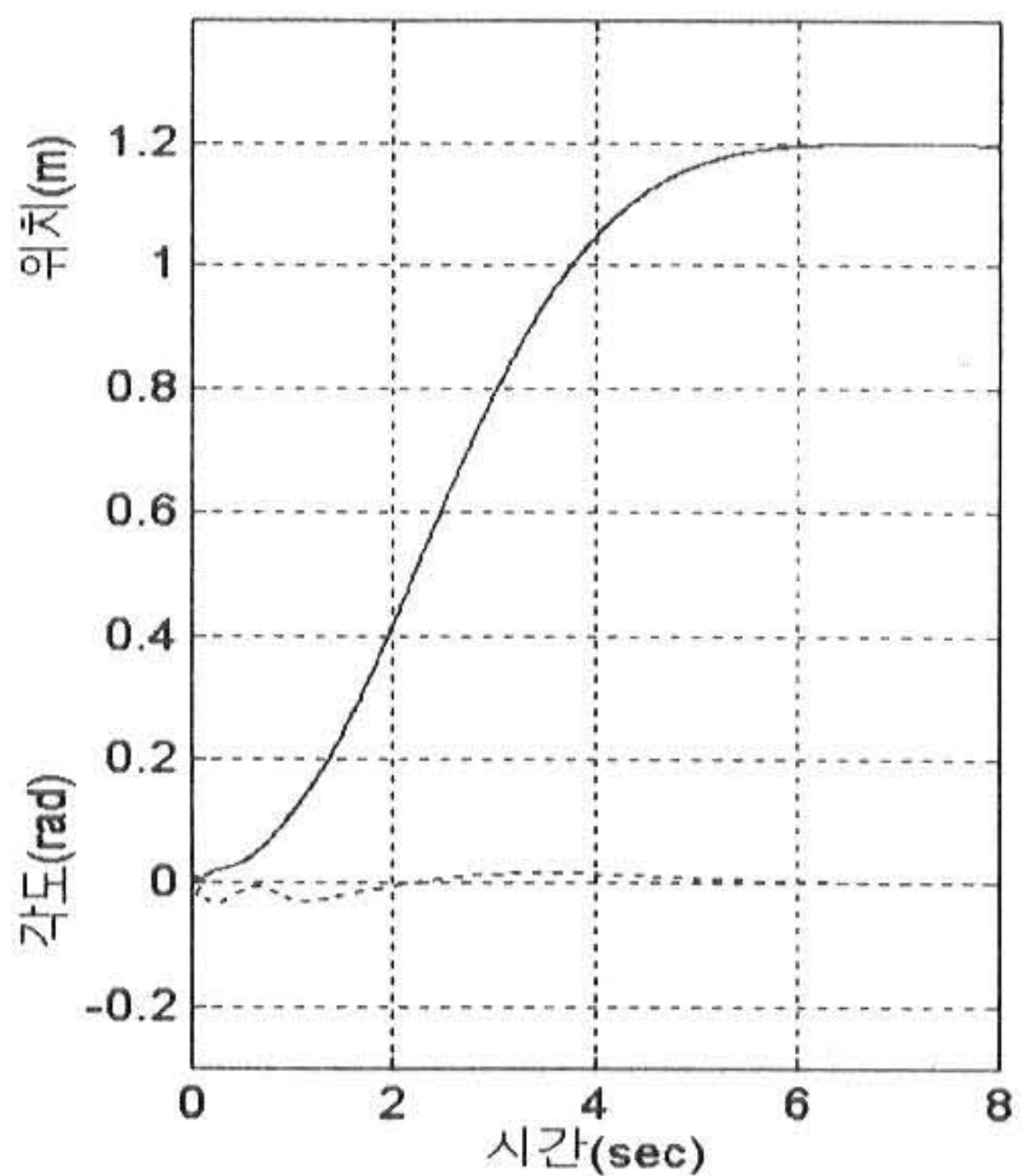
Fig.7 Time response (l=0.6m)

장 영향을 많이 주는 인자는 로프의 길이이다. 그래서 로프의 길이를 변화시켜 시간응답을 본 것이 Fig.6, Fig.7, Fig.8이다. Fig.6은 로프의 길이를 0.2m 더 길게 하였을 때이고 Fig.7,

Fig.8은 0.2, 0.4m 더 짧게 하였을 때이다. 로프의 길이를 더 짧게 하면 고유 주파수는 더 커진다. 입력성형기의 대역저지 구간을 이송물의 진동 주파수에서 큰 주파수방향으로 작은 주



(a) X축 방향



(b) Y축 방향

Fig.8 Time response (l=0.4m)



파수 방향보다 더 강인하도록 설계하였다. 이렇게 한 이유는 운반물의 이송경로에 장애물이 있으면 운반물을 들어올려 이송킨다고 가정하고 설계하였다. 그림에서 알 수 있듯이 로프의 길이를 변화 시켜도 응답이 좋다. 로프의 길이를 변화 시키면 이송물의 흔들림 주파수가 달라지는데 대역저지 구간 안에 이 주파수가 들어가 있으므로 그 주파수대도 통과시키지 않기 때문이다.

## 5. 결론

2축 천정 크레인의 이송물 진동에 Chebyshev II 대역저지 필터를 이용한 입력성형기법을 적용한 결과 좋은 응답을 얻었다. 이 기법은 폐회로 기법과 같이 흔들림의 각도를 측정하는 고가의 센서장치가 없어도 파라미터의 변화에 강인한 성능을 나타낼 뿐만 아니라 이송물의 진동주파수만 알면 쉽게 사용할 수 있고 가격 비용도 싸다는 장점이 있다.

## 참고문헌

1. S.Yamada, H.Fujikawa, K. Matsumoto, 1983, "Suboptima Control Of The Roof Crane By Using The Microcomputer", IEEE, pp323-328
2. J.W.Auernig, H.Troger, 1987, "Time Optimal Control of Overhead Cranes with Hoisting of the Load", Automatica Vol.23 No.4, pp437-447
3. Tallman, Smith, 1958, "Analog Study of Dead-Beat Posicast Control", IRE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-3, PP.14-23.
4. N.C.Singer, W.P.Seering, 1988, "Using Acausal Shaping Techniques to Reduce Robot Vibrantion", IEEE International Conference on Robotics and Automation, California, pp1434-1439
5. J.T. Feddema, 1993, "Digital Filter Control of Remotely Operated Flexible Robotic Structures", American Control Conference.
6. Timothy D. Tuttle, Warren P.Seering,1994, "A Zero-placement Technique for Designing Shaped Inputs to Suppress Multiple-mode Vibration", American Control Coference.
7. W.E.Singhose, L.J.Porter, W.P.Seering, 1997, "Input Shaped Control of a Planar Gantry Crane with Hoisting" AACC, pp.97-100
8. Emmanuel C. Ifeachor, Barrie W. Jarvis, 1997, "Digital Signal Processing", a practical approach, Addison-Wesley.
9. 박운환, 1997, "디지털 필터를 사용한 입력성형기법의 강인성의 연구", 석사학위논문, 기계공학부, 영남대학교.
10. 박운환, 임병덕, 이재원, 1998, "IIR 필터를 이용한 유연한 조작용의 입력성형기법에 대한 연구", 한국자동제어학회 춘계학술대회, pp.306-310.
11. 박운환, 이재원, 임병덕, 1998, "Z-영역에서 입력성형필터의 설계", 한국자동제어학회 추계학술대회, pp1707-1710.
12. 박운환, 이재원, 임병덕, 1998, "요철형 민감도를 가진 입력성형기의 Z-영역상의 설계", 대한기계학회 추계학술대회, pp813- 818.
13. 박운환, 이재원, 임병덕, 1998, "비감쇠 시스템에 대한 Z-영역에서의 EI 입력성형필터 설계", 한국정밀학회 추계학술대회, pp348-351.

(1999년 1월14일 접수, 1999년 4월15일 채택)