

*Journal of the Korean  
Data & Information Science Society  
1999, Vol. 10, No. 1, pp. 233 ~ 241*

## 로버스트 지수가중 이동평균(EWMA) 관리도

남호수<sup>1</sup> · 이병근<sup>2</sup> · 주철민<sup>3</sup>

### 요약

본 논문에서는 공정평균을 관리하기 위한 관리도로서 지수가중 이동평균(EWMA) 관리도를 고려하였다. 기존의 표본평균에 기초한 관리도의 비로버스트성(non-robustness)에 근거하여 공정평균의 로버스트 추정량인 M-추정량에 기초한 지수가중 이동평균 관리도를 제안하였다. 제안된 관리도의 성능을 기존의 관리도와 비교해 보기 위하여 다양한 상황에서 모의실험을 행하였으며, 실험결과 제안된 관리도의 우수성이 입증되었다.

주제어: M-추정량, 로버스트 관리도, 지수가중 이동평균 관리도

### 1. 서론

공정관리의 중요한 목적중의 하나는 공정에 이상요인이 생겼을 때, 이를 가능한 빨리 탐지하여 공정을 수정, 이상요인을 제거함으로써 제품의 불량 가능성을 사전에 억제하는 것이다. 일반적으로 정상적인 생산공정 하에서 작업을 하더라도 제품의 품질은 어떤 값을 중심으로 산포를 한다. 즉, 공정의 설계가 잘 되어 있고, 그 공정을 잘 운영하더라도 제품의 품질 특성에 영향을 주는 요인은 항상 내재되어 있기 마련이다. 만약 품질변동이 우연원인(chance cause) 즉, 작업자간의 숙련도 차이, 원자재간의 미세한 품질차이, 동일한 생산설비간의 차이, 등에 의해서만 일어난다면 생산공정은 정상상태에 있다고 볼 수 있다. 그러나 작업자의 부주의, 불량자재의 사용, 생산설비상의 이상, 등의 만성적으로 존재하는 것이 아닌 이상원인(assignable cause)이 발생하면 공정의 관리상태에 의문이 생기게 된다. 이러한 공정의 관리상태를 검토해 볼 수 있는 도구로써 흔히 사용되는 것이 관리도(control chart)이다.

관리도는 흔히 계량형과 계수형으로 나뉘어지나 본 논문에서는 계량형 관리도에 관하여 내용을 전개하고자 한다. 계량형 데이터의 관리도에서 흔히 사용되는  $\bar{X}$ -관리도는

<sup>1</sup>부산광역시 사상구 주례동 동서대학교 정보시스템공학부 조교수

<sup>2</sup>부산광역시 사상구 주례동 동서대학교 정보시스템공학부 부교수

<sup>3</sup>부산광역시 사상구 주례동 동서대학교 정보시스템공학부 조교수

근본적으로 공정평균의 로버스트한 추정량이 아닌 표본평균( $\bar{X}$ )에 기초하기 때문에 이상점(outliers)에 민감하다.  $\bar{X}$ -관리도의 비로버스트성(non-robustness)에 대한 대안으로 절사평균(trimmed mean)을 이용한 관리도가 Langenberg와 Iglewicz(1986) 및 Rocke(1989)에 의하여 제안된 바 있으나, 절사평균은 절사비율에 따라서 로버스트성이 달라지며 따라서 절사비율의 결정이 문제가 된다. 이에 대한 단점을 보완하여 M-추정량을 이용한 로버스트 관리도(robust control chart)는 이병근, 정현석, 남호수(1998)에 의하여 제안된 바 있으며, 다양한 상황에서 모의실험을 통하여 M-추정량에 기초한 관리도의 성능이 뛰어난 것을 입증하였다.

한편, 이러한 Shewhart 형태의 관리도는 공정의 미세한 변화가 서서히 일어나고 있을 때 공정평균의 변화를 제때 탐지해 내지 못하는 단점이 있다. 이에 대한 대안으로 누적합(CUSUM; cumulative sum) 관리도, 이동평균(MA; moving averages) 관리도, 지수가중 이동평균(EWMA; exponentially weighted moving averages or GMA; geometric moving averages) 관리도 등이 고려될 수 있으며, 이러한 관리도는 공통적으로 공정평균의 미세한 변화 또는 점진적인 변화를 보다 민감하게 탐지해 보고자 고안된 관리도이다. 그러나 기본적으로 기존의 관리도에서 공정평균의 추정은 데이터의 산술평균에 기초하고 있다. 즉, 공정평균의 추정자체가 이상점에 민감한, 로버스트하지 못한 방법에 근거하고 있다. 따라서 표본평균에 기초한 CUSUM, MA, EWMA 관리도는 기존의 Shewhart 관리도에 비하여 점진적인 변화를 제대로 탐지해내는 장점은 가지고 있지만 본질적으로 로버스트한 관리도는 될 수 없다고 볼 수 있다.

본 논문에서 제안하고자 하는 관리도는 공정의 평균을 관리하는 도구로서 공정평균의 로버스트한 추정량인 M-추정량에 기초한 지수가중 이동평균(EWMA) 관리도이다. 이를 위하여 고려되는 중앙값(median)을 초기치로 한 일단계 M-추정량(one-step M-estimator)은 고위붕괴점(high breakdown)을 갖는 좋은 성질을 갖고 있으며, 추정량의 효율(accuracy) 또한 높은 편이다.

## 2. 공정평균의 M-추정량

Huber(1964)가 처음으로 M-추정량을 제안한 이래, 많은 연구자들(Andrews 등(1972), Huber(1972))에 의하여 M-추정량의 표본평균에 대한 로버스트성(robustness) 및 효율성(accuracy)에 관한 연구가 이루어졌다.  $\mu$ 를 공정평균이라 하면, 우선  $\mu$ 의 추정이 관심의 대상이 되는데, 이를 위하여 다음과 같은 일표본 위치(one-sample location) 모형을 고려해 보자.

$$x_i = \mu + \epsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

여기서 위치모수  $\mu$ 에 대한 Huber의 M-추정량은 목적함수(object function)

$$Q(\mu) = \sum_{i=1}^n \rho(x_i - \mu)$$

를 최소화 하는  $\hat{\mu}$ , 또는 음방정식(implicit equation)

$$\sum_{i=1}^n \psi(x_i - \mu) = 0$$

의 해인  $\hat{\mu}$ 으로 정의된다.

M-추정량은  $\rho$ -함수 또는 대응되는  $\psi$ -함수의 형태에 따라 추정량이 달라지며, Huber가 제안한  $\psi$ -함수의 형태는 다음과 같다.

$$\psi(x) = \begin{cases} x, & |x| \leq c \\ c \cdot \text{sign}(x), & |x| > c \end{cases}$$

여기서  $c$ 는 조율상수(tuning constant)로서  $c = 1.5$ 는 많은 모의실험을 통하여 합리적인 값으로 사용되는 상수 중의 하나이다.  $c$ 의 값이 작아지면 로버스트 추정량(robust estimator)을 구할 수 있으나 효율이 떨어지게 되고, 반면 큰  $c$ 의 값으로는 이상점의 영향을 제어하기 힘들어진다. Huber가 제안한 M-추정량의 동기는 일반적으로 오염된 자료(contaminated data), 또는 길고 두터운 꼬리를 가지는 분포(long and heavy-tailed distribution)에서의 표본에서 표본평균  $\bar{x}$ 가 갖는 비로버스트성(non-robustness)에 있다. 즉, 표본에 이상점(outliers)이 있을 경우 표본평균은 이상점에 심각하게 영향을 받는다. 그러나  $\psi$ -함수의 구조에서 볼 수 있듯이 Huber의 M-추정량에서는 이상점의 영향이 감소되므로 이상점에 대하여 둔감한 로버스트 추정량을 구할 수 있다.

한편, M-추정량을 구하는 방법은 다소 복잡한데, 우선 M-추정량은 표본평균  $\bar{x}$ 와는 달리 위치-척도-등가변환(location-scale-equivariant)의 조건을 만족하지 못한다(송문섭(1996)). 따라서 척도에 무관하게 정의되어 사용될 수 있는 척도불변(scale invariant) M-추정량은 다음과 같은 음방정식의 해  $\hat{\mu}$ 로 정의될 수 있다.

$$\sum_{i=1}^n \psi\left(\frac{x_i - \mu}{s}\right) = 0 \tag{2.1}$$

여기서  $s$ 는 척도( $\sigma$ )의 로버스트한 추정량으로서, 절대편차중앙값(median absolute deviation; MAD)에 기초한 추정량이 흔히 사용된다. 즉,

$$s = 1.483 \cdot \text{median}_i\{|x_i - \text{median}_j\{x_j\}|\}$$

이며, 여기서 1.483은 정규분포에서  $s$ 가  $\sigma$ 의 일치추정량이 되도록 하는 상수이다. 식 (2.1)의 해는  $\mu$ 의 초기추정치(initial estimate)  $\hat{\mu}_0$ 에 대하여 일차 테일러 급수전개(first-order Taylor series expansion)를 한 다음 반복법에 의하여 얻을 수 있으며, 초기추정치로는 중앙값(median)이 흔히 사용된다.

한편, 적절한 조건하에서 M-추정량은 정규분포로 근사될 수 있는데, 표본크기  $n$ 이 충분히 클 경우 다음과 같은 점근 정규성(asymptotic normality)을 갖는다.

$$\sqrt{n}(\hat{\mu} - \mu) \xrightarrow{d} N(0, \sigma^2)$$

여기서  $\sigma^2$ 은  $\sqrt{n}\hat{\mu}$ 의 점근분산(asymptotic variance)으로, 일단계 M-추정량(one-step M-estimator)을 사용할 경우, 다음과 같이 추정될 수 있다.

$$\hat{\sigma}^2 = s^2 \cdot \frac{1}{n} \sum \psi^2 \left( \frac{x_i - \hat{\mu}_0}{s} \right) / \left[ \frac{1}{n} \sum \psi' \left( \frac{x_i - \hat{\mu}_0}{s} \right) \right]^2 \quad (2.2)$$

여기서  $\psi'$ 은  $\psi$ 함수의 일차도함수이다.

### 3. M-추정량을 이용한 지수가중 이동평균(EWMA) 관리도

앞 장에서 설명된 M-추정량의 지수가중 이동평균 관리도에 대한 적용을 위하여 우선 다음의 모형을 고려해 보자.

$$x_{ij} = \mu_0 + \epsilon_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, k; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.1)$$

여기서  $k$ 는 부분군(subgroup)의 개수이고  $n$ 은 부분군의 크기(subgroup size)이며  $\mu_0$ 는 공정의 목표치(target value) 또는 공정평균(process mean)을 의미한다.  $x_{ij}$ 는  $i$ 번째 부분군에서 얻어진  $j$ 번째 데이터이며,  $\epsilon_{ij}$ 는 오차항(error term)으로 서로 독립이고 기대값은 0, 분산은  $\sigma^2$ 인 분포를 따른다. 만약  $\epsilon_{ij}$ 가  $N(0, \sigma^2)$ 을 따른다면 표본평균  $\bar{x}$ 는 가장 효율적인 공정평균의 추정량이 될 것이며, 이 경우 기존의 표본평균에 기초한 지수가중 이동평균 관리도는 성능이 뛰어난 관리도가 될 수 있을 것이다. 그러나 일반적으로 오차항이 정규분포를 따른다는 가정이 무리일 경우가 빈번하며, 이 경우 표본평균은 데이터에 포함되어 있을 수 있는 이상점에 영향을 받아 왜곡된 값을 공정의 평균으로 추측하는 경우가 생길 수 있다. 즉, 표본평균( $\bar{x}$ )에 기초한 지수가중 이동평균관리도( $EWMA_{\bar{x}}$ )는 공정의 산포가 클 경우, 또는 대형오차(gross-errors) 등으로 이상점이 발생할 때 공정평균의 변화를 제대로 탐지해 내지 못하게 되는 단점이 있을 수 있다.

본 논문에서는 오차항에 대하여 특정한 형태의 분포를 가정하지 않고, 다만 오차항의 기대값과 분산이 각각 0,  $\sigma^2$ 이라는 가정 하에서 M-추정량에 기초한 EWMA-관리도( $EWMA_M$ )를 제안하고자 한다. 우선 각 부분군에 속한  $n$ 개의 데이터에 기초하여 M-추정량을 구하면  $k$ 개의 M-추정량들이 얻어지게 된다. 이들을  $\hat{\mu}^{(1)}, \hat{\mu}^{(2)}, \dots, \hat{\mu}^{(k)}$ 이라 하자. 제안하고자 하는 EWMA-관리도에서는 이 M-추정량들을 이용하여 다음과 같은 지수가중 이동평균값들을 관리도에 타점하게 된다.

$$\begin{aligned} M_i &= \lambda \cdot \hat{\mu}^{(i)} + (1 - \lambda) \cdot M_{i-1} \\ &= \lambda \sum_{l=0}^{i-1} (1 - \lambda)^l \cdot \hat{\mu}^{(i-l)} + (1 - \lambda)^i \cdot M_0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

여기서,  $\lambda$ 는 0과 1사이의 값을 갖는 상수이고  $M_0$ 는  $\hat{\mu}^{(i)}$ 들의 평균이다.  $\lambda$ 의 값이 작을수록 공정평균의 변화를 더 빨리 탐지할 수 있게 된다.

일반적으로 관리도는 한 개의 중심선(center line; CL)과 한 쌍의 관리한계선(upper and lower control limit; UCL and LCL)으로 구성되며, 전통적인 Shewhart 관리도에서는 타점되는 통계량의 평균 또는 공정목표값을 중심선(CL)으로 하고  $CL \pm 3 \cdot$ 표준오차(타점통계량)선을 각각 관리상한선(UCL) 및 관리하한선(LCL)으로 고려하게 된다. 우선, 관리한계선을 설정하기 위하여 식 (3.2)의 표준오차를 구하기 위해 분산(점근분산)을 계산해 보면 다음과 같다.

$$Var(M_i) \approx \frac{\sigma^2}{n} \left( \frac{\lambda}{2-\lambda} \right) [1 - (1-\lambda)^{2i}] \quad (3.3)$$

식 (3.3)을 이용하여 관리한계선을 정하는 방법은 두 가지로 생각할 수 있는데, 첫 번째 방법은 각 부분군에서 M-추정량을 구하고 식(2.2)에 기초하여 M-추정량의 점근분산을 추정하여 관리한계선으로 사용하는 것인데 이 방법은 문제점을 갖고 있다. 식(2.2)의 분산 추정식은 M-추정량의 점근분산을 추정한 것인데 이는 표본크기(부분군의 크기)가 충분히 클 때 점근분산의 일치추정량으로서 의미를 갖는다. 그러나 일반적으로 관리도에서 부분군의 크기는 3 ~ 7 정도로 아주 작은 편이며, 식(2.2)의 추정에서 사용되는 MAD는 공정산포의 로버스트한 추정량이라는 하나 정규분포에서 효율이 떨어지고 또한 산포가 과소추정(under-estimate)되는 경향이 있다. 따라서 각 부분군에서 구한  $\hat{\sigma}$ 들의 평균에 기초하여 관리한계선을 설정할 경우 소표본(small sample)에서는 지나치게 좁은 관리한계선을 갖게 되어 한계를 벗어나는 점들이 빈번해진다. 즉, 가설검정의 측면에서 볼 때 제1종 오류의 지어가 안되는 것이다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 모형 (3.1)에서 기술한 바와 같이 부분군들의 공정산포가 동일하다는 가정에 근거하여 전체의 자료, 즉  $k \times n(= N)$ 개의 데이터에 기초한 공정산포를 추정하여 관리한계선을 설정하고자 한다. 이 경우 전체 데이터의 개수가 충분히 커지기 때문에 공정의 산포가 안정적으로 추정될 수 있다.

따라서 제안하고자 하는 로버스트 EWMA-관리도에서 공정산포는 다음과 같은 방법에 의하여 추정될 수 있다.

$$\hat{\sigma}^2 = s^2 \cdot \frac{\frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \psi^2 \left( \frac{x_m - \text{median}\{x_m\}}{s} \right)}{\left[ \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \psi' \left( \frac{x_m - \text{median}\{x_m\}}{s} \right) \right]^2} \quad (3.4)$$

여기서  $s = 1.483 \cdot \text{median}_m \{|x_m - \text{median}_m\{x_m\}|\}$ ,  $m = 1, 2, \dots, N$ 이고,  $\{x_m\}$ 은 부분군의 구분없이 통합된 데이터이다. 이제, 식 (3.4)에 근거하여  $3\hat{\sigma}$ -관리한계선을 설정하면 관리상한선과 하한선은 다음과 같이 설정할 수 있으며,

$$UCL = CL + 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \left( \frac{\lambda}{2-\lambda} \right) [1 - (1-\lambda)^{2i}]$$

$$LCL = CL - 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \left( \frac{\lambda}{2-\lambda} \right) [1 - (1-\lambda)^{2i}]$$

여기서  $i$ 가 증가함에 따라 관리한계선의 폭은 점점 늘어나다 시료군  $i$ 가 어느 수준 이상 커지면  $[1 - (1-\lambda)^{2i}]$ 가 1로 수렴하므로 일정해지게 된다. 또한, 공통적으로 중심선(CL; center

line)은 공정의 목표값 또는 각 부분군에서 얻어진 공정평균의 M-추정값들의 평균이 고려될 수 있으며, 본 논문에서는 타점통계량들의 평균을 중심선으로 하고자 한다. 이 경우, 중심선은 다음과 같이 주어진다.

$$CL = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \hat{\mu}^{(i)}$$

이와 같이 공정평균을 로버스트한 방법에 의하여 추정하게 되면 자료의 수집과정에서 일어날 수 있는 오류로 인한 추정의 편의(bias)를 줄일 수 있으며, 품질특성치의 분포에 무관(distribution-free)하게 관리도를 적용할 수 있게 된다. 또한, 데이터에 이상점이 없고 특성치가 정규분포를 따를 때에도 기존의 표본평균에 기초한 EWMA-관리도에 비하여 공정평균의 변화에 대한 탐지력이 크게 떨어지지 않게 된다.

#### 4. 모의실험을 통한 관리도의 성능비교

3장에서 제안된 로버스트 EWMA-관리도의 성능(공정평균의 변화에 대한 탐지력)를 기존의 관리도와 비교해보기 위하여 다양한 상황에서 몬테칼로(Monte Carlo) 모의실험을 실시하였으며, 모의실험에서 고려한 모형은 다음과 같다.

$$x_{ij} = 10.0 + \epsilon_{ij} + \delta, \quad j = 1, 2, \dots, 5; \quad i = 1, 2, \dots, 2000$$

여기서  $\delta$ 는 공정평균의 변화를 의미하는 값으로서 분포에 따라 0수준( $\delta = 0.0$ )에서 6수준까지 변화시키면서 관리도의 탐지능력을 측정하였다.

모의실험에서 고려한 분포는 정규분포 및 오염된 정규분포(contaminated normal distribution;  $CN(\alpha, \sigma)$ )로서 분포함수  $F(x)$ 는 다음과 같다. 즉,  $\alpha$ 를 표준정규분포에서의 오염비율(contaminated rate)이라 하고,  $\Phi(x)$ 를 표준정규분포의 분포함수라 하면

$$F(x) = (1 - \alpha)\Phi(x) + \alpha\Phi(x/\sigma)$$

으로 나타낼 수 있다. 모의실험에서 사용된 각 부분군에서 공정평균의 추정량은 일단계 M-추정량(one-step M-estimator)이며 초기추정량으로 중앙값(median)을, 조율상수로서 1.5를 사용하였다. 또한, 지수가중 이동평균을 구하는데 있어서  $\lambda$ 는 0.3으로 하였으며, 모의실험의 모든 계산은 S-PLUS(Statistical Sciences(1994))를 이용하여 이루어 졌다.

[표 1]은 다양한 오차항의 분포에서 주어진  $\delta$ 의 수준증가(공정평균이 목표값(10.0)에서 위로 이탈)에 대하여 관리도가 공정평균의 변화를 탐지해낼 가능성을 해당 관리도에서 2000개의 타점들 중 관리한계선을 이탈하는 점들의 비율로 나타낸 값이다. [표 1] 및 [그림 1]에서 볼 수 있듯이 공정평균이 목표값 (=10.0)에서 벗어날 때 지수가중 이동평균 관리도( $EWMA_{\bar{x}}$ ,  $EWMA_M$ )의 성능(탐지력)이 대체적으로 뛰어난 것을 알 수 있다. 특히, 제안된 지수가중 이동평균 관리도( $EWMA_M$ )의 성능은 평균에 기초한 지수가중 이동평균 관리도( $EWMA_{\bar{x}}$ )에 비하여 공정변화 탐지력의 측면에서 우수함을 알 수 있다.

표 1: 관리도의 공정변화 탐지력의 비교

오차분포	관리도	$\delta: 0$	$\delta: 1$	$\delta: 2$	$\delta: 3$	$\delta: 4$	$\delta: 5$	$\delta: 6$
$N(0, 1)$	$\bar{X}$ -관리도	.0030	.0150	.0285	.0430	.0765	.1265	.2090
	M-관리도	.0035	.0180	.0315	.0460	.0800	.1265	.2035
	$EWMA_{\bar{X}}$ -관리도	.0030	.2020	.3060	.5500	.7715	.9030	.9900
	$EWMA_M$ -관리도	.0030	.1950	.3205	.5340	.7500	.8800	.9870
$CN(0.1, 3)$	$\bar{X}$ -관리도	.0145	.0150	.0195	.0320	.0650	.1070	.1730
	M-관리도	.0115	.0170	.0220	.0460	.0915	.1600	.2630
	$EWMA_{\bar{X}}$ -관리도	.0090	.0240	.1135	.3200	.6430	.8795	.9715
	$EWMA_M$ -관리도	.0100	.0300	.1550	.4340	.7655	.9440	.9950
$CN(0.2, 3)$	$\bar{X}$ -관리도	.0100	.0135	.0290	.0500	.0715	.1040	.1825
	M-관리도	.0100	.0230	.0365	.0750	.1040	.1305	.3320
	$EWMA_{\bar{X}}$ -관리도	.0080	.0670	.1985	.4470	.6945	.8650	.9670
	$EWMA_M$ -관리도	.0075	.1180	.3140	.6410	.8350	.9600	.9955
$CN(0.2, 5)$	$\bar{X}$ -관리도	.0225	.0300	.0310	.0375	.0435	.0700	.1275
	M-관리도	.0305	.0390	.0510	.0665	.0960	.1495	.4640
	$EWMA_{\bar{X}}$ -관리도	.0150	.0445	.0920	.1835	.3105	.5370	.9270
	$EWMA_M$ -관리도	.0105	.1005	.2590	.5035	.7645	.9210	.9960

$\bar{X}$ :  $\bar{X}$ -관리도

M: M-추정량을 이용한  $\bar{X}$ -형태의 관리도

$EWMA_{\bar{X}}$ :  $\bar{X}$ 에 기초한 EWMA-관리도

$EWMA_M$ : M-추정량에 기초한 EWMA-관리도(제안된 관리도)

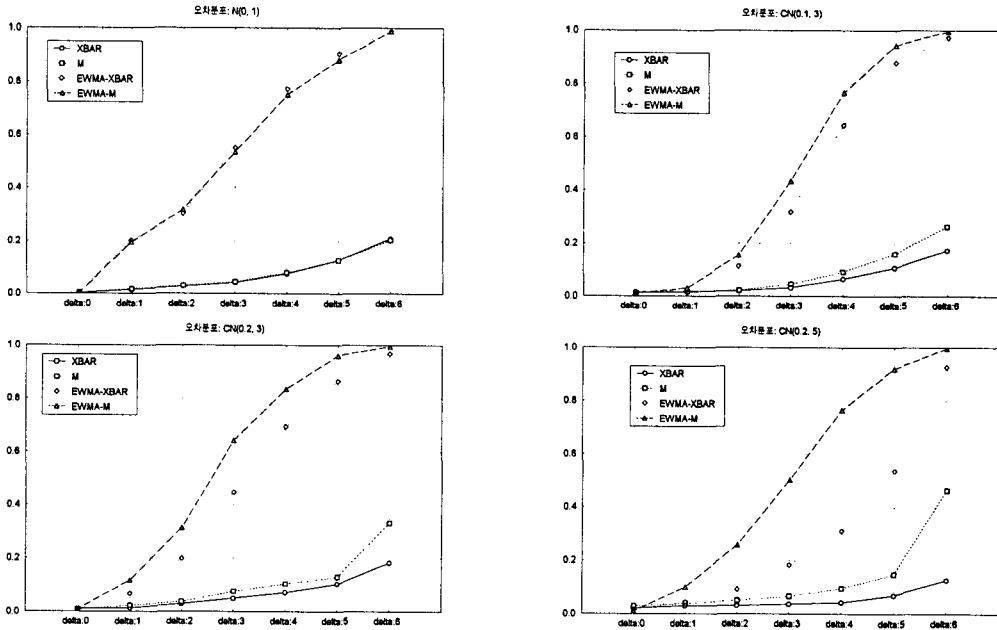


그림 1: 오차항의 분포에 따른 관리도의 공정변화 탐지력 비교

## 5. 결론

본 논문에서는 기존의  $\bar{X}$ -관리도 및 표본평균에 기초한 EWMA-관리도의 단점을 보완한 로버스트 관리도를 제안하였다. 제안된 관리도는 공정평균의 로버스트 추정량인 M-추정량에 기초하며, 관리한계선이 공정변화의 탐지를 유효하게 할 수 있도록 공정산포의 추정에 관한 새로운 방법에 근거하고 있다. 제안된 관리도와 기존의 관리도의 공정변화 탐지 능력을 비교하기 위하여 모의실험을 해본 결과 제안된 로버스트 지수가중 이동평균 관리도의 우수함이 밝혀졌다.

## 참고문헌

1. Andrews, D.F., Bickel, P.J., Hampel, F.R., Huber, P.J., Rogers, W.H. and Tukey, J.W. (1972). *Robust Estimates of Location: Survey and Advances*, Princenton University Press.
2. Huber, P.J. (1964). Robust Estimation of a Location Parameter, *The Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 35, 73-101.
3. Huber, P.J. (1972). Robust Statistics: A Review, *The Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 43, 1041-1067.
4. Langenberg, P. and Iglewicz, B. (1986). Trimmed Mean and R Charts, *Journal of Quality Technology*, Vol. 18, 152-161.
5. Rocke, D.M. (1989). Robust Control Charts, *Technometrics*, Vol. 31, 173-184.
6. Statistical Sciences(1994). *S-PLUS for Windows User's Manual*, Siattle: Statistical Sciences.
7. 송 문섭(1996). 로버스트 통계, 자유아카데미.
8. 이 병근, 정 현석, 남 호수(1998). 공정평균을 관리하기 위한 로버스트 관리도, *공업경영학회지*, 21권, 48집, 65-71.



## A Robust EWMA Control Chart

Ho Soo Nam<sup>4</sup> · Byung Gun Lee<sup>5</sup> · Cheol Min Joo<sup>6</sup>

### Abstract

Control chart is a very extensively used tool in testing whether a process is in a state of statistical control or not. In this paper, we propose a robust EWMA(exponentially weighted moving averages) control chart for variables, which is based on the Huber's M-estimator. The Huber's M-estimator is a well-known robust estimator in sense of distributional robustness. In the proposed chart, the estimation of the process deviation is modified to have a stable level and high power.

To compare the performances of the proposed control chart with other charts, some Monte Carlo simulations are performed. The simulation results show that the robust EWMA control chart has good performance.

*Key Words and Phrases* : M-estimator, Robust Control Chart, EWMA(exponentially weighted moving average) Control Chart

---

<sup>4</sup>Assistant Professor, Division of Information System Engineering, Dongseo University, Pusan, 617-716, Korea

<sup>5</sup>Associate Professor, Division of Information System Engineering, Dongseo University, Pusan, 617-716, Korea

<sup>6</sup>Assistant Professor, Division of Information System Engineering, Dongseo University, Pusan, 617-716, Korea