

복합재료 구조물의 응력해석, 실험 및 파손기준

주 상 건 · 이 인

1. 서 론

복합재료는 두 가지 이상의 성질이 서로 다른 물질이 거시적(macroscopic)으로 혼합되어 유용한 물질이 된 것을 가리킨다. 그 중 섬유강화 복합재료(fiber reinforced composite material)는 기존의 금속재료보다 일반적으로 높은 비강성(specific modulus), 높은 비강도(specific strength), 높은 감쇠(damping) 및 열적 특성(thermal characteristics)을 가지고 있다. 그리고 섬유강화 복합재료는 좋은 피로(fatigue) 특성을 가지고 있기 때문에, 무게를 줄여야 하는 우주항공 재료나 자동차의 재료로 사용되고 있다.

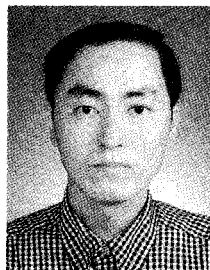
복합재료의 역학(mechanics)을 취급하는 방법에는 미시적 방법과 거시적 방법이 있는데 미시적 방법은 복합재료 각 층 내의 섬유와 모재를 구별하여 각각에 걸리는 응력과 변형률을 계산하는 방법이다. 미시적 방법에는 섬유의 직경 크기 정도의 물체에 관심을 가지게 된다.

거시적 방법은 각 층 내의 섬유와 모재를 구별함이 없이, 두 물질의 성질이 완전히 혼합되어 평균 성질을 나타낸다고 가정하고 응력과 변형률을 계산하는 방법이다. 거시적 방법에서는 대개 1mm 정도 이상 크기의 물체에 관심을 가지며, 일반적으로 균일한 직교이방성 플라이에 관심을 갖는다.

섬유강화 복합재료의 구조 요소에서의 사용의 증가로 인해 복합재료로 만든 구조 요소의 거동을 포함한 연구가 상당한 주목을 받고 있다. 설계에서의 기능적 요구와 경제성 고려는 공학자들에게 아직까

지도 구조요소의 정적 혹은 동적 특성을 결정하는 신뢰할 수 있고 정확한 방법을 찾게 하고 있다.

복합재료에 대한 해석적 연구와 설계에는 이방성 재료의 탄성론, 구조 이론 및 파손 기준식 등에 대한 지식을 필요로 한다. 등방성 재료와는 달리 이방성 물질은 복잡한 기계적 거동을 보인다. 예를 들어 그림 1에서와 같이 등방성 재료는 순수 전단 응력을 받으면 순수 전단 변형만 생기고 인장 응력을 받으면 인장 변형률만 생긴다. 그러나 이방성 재료는 인장 응력을 받으면 인장 변형률과 더불어 전단 변형



주상건

1991 서울대학교(학사)
1993 KAIST(석사)
1993~ 서울대학교 박사과정
현재



이인

1972 서울대학교(학사)
1979 서울대학교(석사)
1986 Stanford University(박사)
1976~ 1982 국방과학연구소 선임연구원
1986~ 미국 NASA Ames연구소 연구원
1987 한국과학기술원 교수
현재

Stress Analysis, Testing and Failure Criteria in Composite Structures

한국과학기술원 항공우주공학과(Sang Gun Joo and In Lee, Dept. of Aerospace Engineering, KAIST, Kusong-dong, Yusong-gu, Taejeon, Korea)

률도 발생한다.

복합재 구조물을 포함하는 대부분의 실제 구조물에서는 엄밀해(exact solution)이 존재하지 않기 때문에 근사적이지만 대표적인 해를 구해야 한다. 유한요소법(finite element method)은 경계치 문제, 초기치 문제 그리고 고유치 문제 등의 수치해(numerical solution)를 구하는데 있어서 가장 효율적으로 근사해를 구할 수 있는 방법이다.

본 해설에서는 복합재 구조물에 대한 구조적 거동 이해를 위해 유한요소법을 사용한 응력해석에 대한 예와 실험 방법, 그리고 파손기준식에 대해 서술하겠다.

2. 응력해석

복합재료 역학의 기본적인 이해를 위해서는 먼저 구성방정식부터 살펴보아야 한다. 일방향의 프리프레그로 복합재료를 제조하였을 때 섬유는 길이 방향과 이에 수직한 방향으로 좌표축을 정하면 복합재료는 직교이방성의 성질을 갖게 된다. 이때의 구성방정식은 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix}$$

여기서 σ_i 는 응력, ϵ_i 는 변형률이며 C_{ij} 는 탄성계수이다. 복합재 구조물의 내부 응력과 변형률은 다음과 같이 유한요소해석을 수행하여 구한다.

2.1 일방향 프리프레그로 제작된 복합재 구조물의 응력해석

새로운 항공기의 설계, 개발시 기체 구조의 효율적인 설계는 항공기 전체의 성능과 효율성에 큰 영향을 미치며 안전성의 측면에서도 매우 중요하다. 항공기체의 구조설계는 최대한의 경량화를 추구하면서 충분한 강도와 강성을 보장해야 하는 상반된 요구조건을 만족시켜야 하므로 고도의 구조설계 기술을 필요로 한다. 항공기체의 구조설계는 일차적으로 개략적인 구조 형식이 결정된 후 각 부재의 형상, 두께, 치수, 결합방법 등이 구조역학의 근사적인 이론과 경험식을 이용한 기초계산을 통해 결정된다.

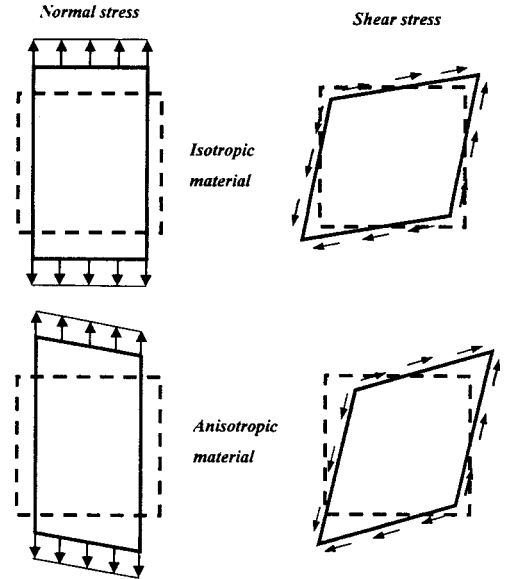


그림 1. Deformation of isotropic and anisotropic material elements subjected to normal and shear stresses (broken lines denote undeformed geometry).

이렇게 결정된 기체구조는 여러가지 방식을 통해 그 효율성과 안정성이 검증되어야 하는데, 이 단계에서 전체구조와 각 부재에 대한 실험이나 수치해석이 반복적으로 수행된다. 이때 실험과 수치해석은 상호보완적으로 이루어져야 하며 한쪽으로 치우치는 경우 비효율적이거나 위험할 수 있다. 기체구조에 대한 실험해석에는 방대한 실험장치를 필요로 하며 많은 시간과 비용이 소모된다. 또한 단위실험으로부터 얻을 수 있는 정보가 한정되어 있고 반복 수행 시에도 비용과 시간의 절감이 크지 않다. 반면에 수치해법을 이용한 구조해석은 대상으로 하는 기체구조에 대한 해석기법이 확립되고 나면 비교적 적은 비용과 노력으로 여러가지 인자들의 변화에 따른 반복적인 해석이 가능하며 전체적인 구조거동을 이해할 수 있다.

복합재 항공기 날개에 대한 유한요소 해석의 개략적인 과정을 그림 2에 나타내었다. 설계에서 형상 및 치수가 결정되고 나면 해석을 위한 입력화일을 구성할 수 있는 적절한 프리프로세서를 선택하여 설계도에 따라 기하학적 형상을 만든다. 기하학적 형상 위에 구조물의 거동을 충분히 모사할 수 있을 정도로 유한요소를 충분한 개수로 만든 다음 하중과 경계조건을 부여한다. 이렇게 만든 유한요소 모델에 날개의 각 부위별로 적층각과 복합재료 물성치를 입력하면 해석을 위한 입력화일이 완성된다.

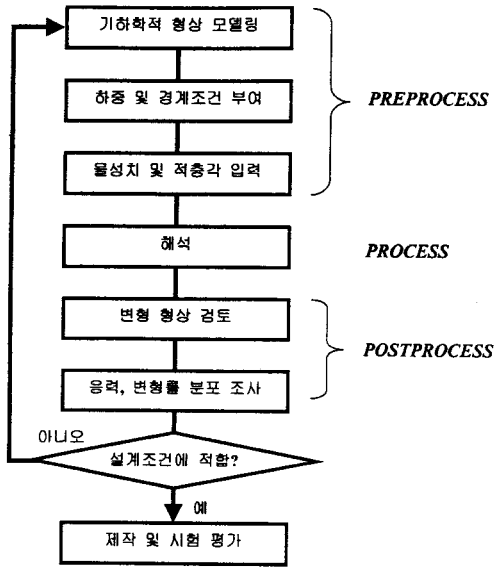


그림 2. Procedure for the finite element analysis of composite structures.

유한요소 해석시에는 외부하중이 재료의 파손하중보다 매우 적을 때는 변형이 작거나 거시적인 변형 등이 작게 되며, 이런 경우의 응력 분포 등을 알고 싶을 때는 선형해석으로도 충분하나 날개 스킨의 국부 좌굴이나 큰 하중으로 인한 날개의 대변형의 영향 등을 고려하고 싶을 때에는 비선형 해석을 수행하여 선형 해석 결과와 비교 검토를 해야 한다.

이렇게 해석이 끝나고 나면 적절한 포스트프로세서를 선택하여 해석이 타당하게 수행되었는지 검토한다. 먼저 변형형상을 살펴보고 물리적으로 타당한 거동을 보이는지, 유한 요소 모델링 시에 경계조건이나 하중조건이 제대로 입력되었는지를 확인한다.

그림 3은 복합재 항공기 날개에 공기력이 가해지는 경우에 대해 해석을 수행하여 변형 형상을 그린 것이다. 항공기 날개는 동체와 결합되어 있는 루트 부분에서는 변형이 없지만 날개 전체에 걸쳐서 가해지는 공기력에 의해서 날개는 전체적으로 뒷방향으로 굽힘 변형을 일으키게 된다. 변형 형상으로부터 날개의 루트 부위와 하중을 담당하게 설계된 스파부분에서 큰 응력과 변형률이 발생할 것을 예측할 수 있다.

다음으로는 외부 하중에 대해 날개의 각 부위에 걸리는 변형률이나 응력의 크기가 수치적으로 얼마만큼 되는지 확인하고 최대 변형률이나 최대 응력이 어디에서 작용하는지를 검토한다. 그림 4는 공기력을 받고 있는 복합재 항공기 날개에 대해 길이 방향

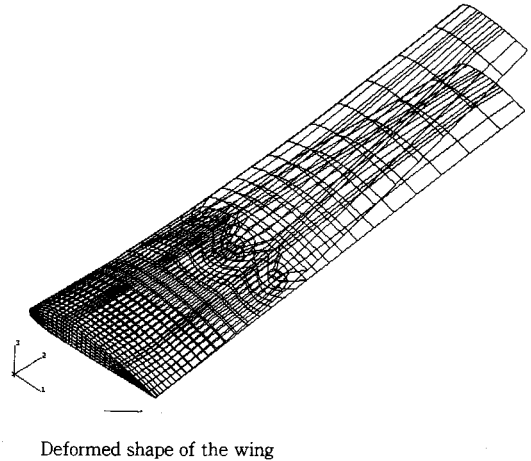


그림 3. Deformed shape of the composite aircraft wing ; 5 times magnified.

의 변형을 분포를 그린 것이다. 날개의 윗쪽 스킨에서는 굽힘변형으로 인해 루트부분에서 음의 변형률이 크게 가해지고 있는 것을 알 수 있다. 만약 해석 결과에서 얻어진 응력이나 변형률의 크기가 설계에서 요구되는 조건, 즉 안전계수를 고려한 재료의 파손 하중보다 작은 크기에 부합되면 실제 크기나 축소된 크기의 날개를 만들어 시험 평가를 수행하여 최대 하중상태에 대한 안정성 검증을 한다. 설계 요구 조건에 부합되지 않는 경우에는 유한요소 모델과 해석 결과에 대한 충분한 검토를 거쳐 항공기 날개에 대한 두께, 적층각 및 형상 등에 대해 재설계를 한다. 재설계를 실시한다 하더라도 항공기 날개에 대한 유한요소 모델이 이미 구성되어 있고 해석 방법 및 과정에 대해 정립되어 있으므로 두께 및 적층 등이 변형된 설계에 대해 적은 노력으로 해석결과를 반복적으로 얻을 수 있다.

2.2 필라멘트 와인딩 구조물의 응력해석

복합재료 구조물의 제작 방법 중의 하나인 필라멘트 와인딩(filament winding) 공법은 연속 섬유들을 맨드릴(mandrel) 위에 원하는 형태와 각도로 감아서 만드는 것으로 원통형이나 곡률을 가진 구조물을 일체성형으로 쉽게 제작할 수 있고 하중 전달 방향으로 섬유를 보강할 수 있는 장점을 가지고 있다. 필라멘트 와인딩 공법으로 제작된 복합재 구조물 중 대표적인 것이 복합재 압력용기인데 전투기나 로켓의 외부 연료탱크, 로켓 모터케이스 등에 많이 쓰이고 있다. 어떤 용도로 쓰이든지 제작상의 특성은 비슷하므로 필라멘트 와인딩 구조물에 대한 해석은 복

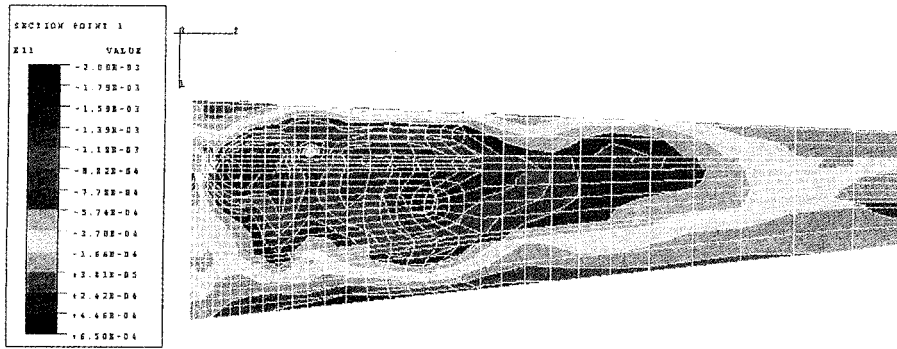


그림 4. Contour plots of strain E11 of the composite aircraft wing.

합재 압력용기에 대한 해석 방법에 준해서 실시한다.

필라멘트 와인딩 공법으로 제작된 구조물은 일반 적층 구조물에 비해 다른 구조적 특성을 지닌다. 예를들어 그림 5와 같이 복합재 압력용기는 크게 실린더, 돔, 접속부분 그리고 금속재 보스 등으로 나눌 수 있는데 이중 실린더 부분은 플러스와 마이너스의 적층각이 교대로 반복해서 쌓이는 균형 적층의 형태를 나타내며 내압으로 인한 원주 방향으로의 취약성을 보강해 주기 위한 후프와인딩 층이 존재한다. 돔 부분은 실린더 부분에서부터 보스에 이르기까지 곡률이 연속적으로 변하는 곳으로 제작특성상 실린더에서 돔 부위에 이르기까지 두께와 자오선에 대한 섬유각도가 연속적으로 변한다.

또한 운용 중의 높은 내압으로 인하여 대변형을 일으키며 특히 접속부분과 금속재 보스와 복합재료의 접합부 근처에서는 곡률이 변하는 비선형 거동을 보인다. 따라서 유한요소법을 사용하여 필라멘트 와인딩으로 제작된 탱크의 구조해석을 정확히 수행하기 위해서는 이러한 구조적인 특성을 모두 고려해야만 한다. 이를 위해서는 필라멘트 와인딩 구조물이 갖는 특징인 3차원 형상을 가진 구조물의 유한요소 모델링이 용이하고 대변형, 비선형 영향을 고려한 해석을 할 수 있는 전처리 프로그램(preprocessor)과 해석 프로그램(solver)의 사용이 가장 효율적이다.

유한요소법을 사용하여 복합재 압력용기를 해석하기 위해서는 복합재료의 거동을 모사할 수 있는 요소인 적층 쉘 요소(layered shell element)를 사용해야 하는데 일반적으로 적층 쉘 요소는 하나의 단층이 하나의 적층각을 갖는 일방향 단층에 대해서 유도되어진 요소이므로 필라멘트 와인딩 구조물같이 플러스와 마이너스 섬유각이 여러번 반복되어진 구

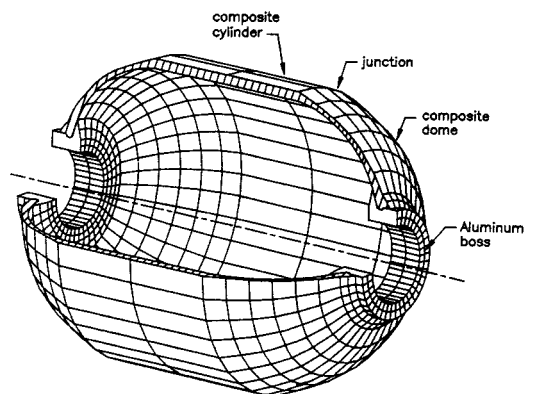


그림 5. Configuration of filament wound pressure vessel.

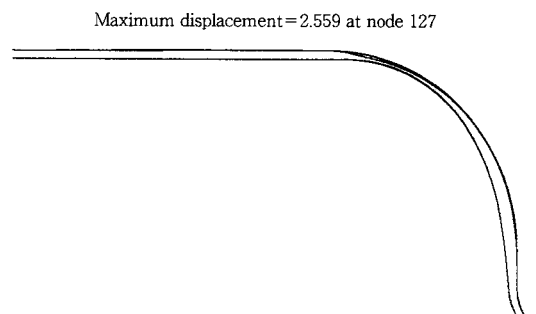


그림 6. Deformed shape of filament wound pressure vessel subjected to internal pressure.

조물을 해석하기 위해서는 유한요소 모델링 시에 경계조건이나 적층 갯수 등을 조절하여 거동을 근사적으로 모사하여야 한다.

그림 6에 탱크의 변형 형상을 20배 확대하여 그렸다. 실린더 부분과 돔 부분 모두 가해진 내압으로 인하여 볼록하게 팽창하면서 변형한다. 돔 부분에서의 변형은 경계 조건으로 반경방향 변위와 회전 자

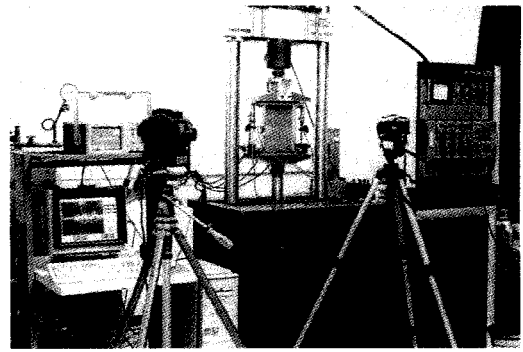
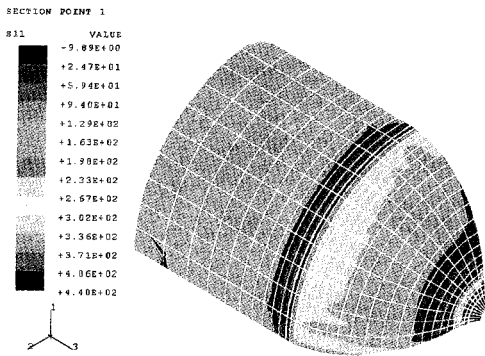


그림 7. Contour of fiber directional stress, S_{11} of the filament wound pressure vessel subjected to internal pressure.

그림 8. Experimental set-up for buckling of the stiffened cylindrical panel.

유도가 구속되어 있는 보스 부분은 상대적으로 변형이 적지만 돔 부분에서는 큰 변형이 일어남을 볼 수 있다. 실린더와 돔의 경계부위는 후프와인딩 층의 존재로 인한 두께의 불연속 때문에 굽힘 변형이 발생하고 보스 부분에서도 자유도 구속으로 인한 효과 때문에 굽힘 변형이 발생한다.

그림 7은 탱크의 최내층에서의 섬유방향의 응력 분포를 그린 것이다. 돔과 실린더의 경계부분과 보스 부분에서 굽힘 변형으로 인한 큰 인장 응력이 걸리는 것을 볼 수 있으며 그 이외의 지점들인 돔 부분과 실린더 전체에서는 일정한 크기의 응력이 작용하는 것을 볼 수 있다.

3. 실험

일방향 섬유로 구성되어 있는 플라이는 직교이방성의 성질을 가진다. 따라서 복합재료의 강성(modulus) 및 강도(strength)를 구하기 위해서는 각 방향에 대한 실험을 수행하여 복합재료의 물성치를 모두 구해야 한다. 일방향 플라이에 대해 섬유방향의 인장 및 압축시험, 횡방향의 인장 및 압축시험, 두께방향의 인장 및 압축시험과 전단시험을 통하여 각 방향의 강성과 강도를 측정한다. 이렇게 구해진 값들은 응력해석이나 파손해석시 재료 상수로 가정되어서 쓰여진다.

일반적으로 복합재 구조물은 적층각이 다른 여러 층의 플라이로 구성되어 있으므로 거동 특성을 연구하기 위해서는 시편을 제작하여 정교한 실험을 수행하여야 한다. 그림 8은 복합재 원통 판넬에 대한 좌

굴 실험 장치를 나타낸 것이다. 보강된 판넬을 성형하는 데는 두 가지 방법이 있는데 첫째는 보강재와 표피를 일체로 성형(cocure)하는 방법이고, 둘째는 보강재와 표피를 각각 성형한 후 접착제로 각 부분을 접합시키는 방법이다. 일반적으로 일체성형하는 것이 각 부분을 접합시키는 것보다 좌굴 후 압축 강도가 더 좋다. 보강된 판넬을 제작하는 과정은 다음과 같다. 먼저 프리프레그를 원하는 크기와 각도로 자른다. 테플론 필름(teflon film)을 프리프레그에 접촉될 면의 크기보다 크게 자른 후 몰드에 둘러싸서 붙인다. 판넬의 기하학적 초기 결함을 줄이기 위해 성형시 나오는 레진(resin)을 흡수하기 위한 블리더는 사용하지 않았고, 그 대신 필 플라이(peel fly)를 몰드 위에 3장씩 쌓아서 레진을 어느 정도 흡수하도록 하였다. 필 플라이 위에 프리프레그를 적층 순서에 맞게 한장씩 적층한다. 각각의 몰드별로 적층을 완료한 후 보강재가 없는 쪽의 표피부분을 적층한다. 적층이 모두 끝나면 각 부분을 접합시킨다. 이때 보강재와 표피가 접합되는 부분에 프리프레그를 원형막대 모양으로 말아서 만든 필러(fill er)를 삽입하여 공백을 채운다. 이는 성형할 때 접합부분에서 판넬의 모양이 변형되지 않도록 하기 위한 것이다. 적층된 부분의 조립이 완료되면, 그 위에 브리더를 덮은 후 진공용 필름(vacuum bagging film)을 덮고 실란트 테이프로 밀봉에 붙여서 진공을 유지할 수 있게 밀봉한다. 이를 autoclave에 넣고 재료의 성형 사이클에 맞게 압력과 온도를 가하여 보강된 원통 판넬을 성형한다. 성형이 끝나면 다이아몬드 휠 절삭기로 시편크기로 자른 후 좌굴 실험에서 균일 분포의 압축하중이 가해지도록 하기 위하여 실험장치의 하중면과 시편의 양 끝단면이 잘

일치하도록 사포로 연마한다.

이렇게 제작된 보강된 원통 판넬의 좌굴 및 좌굴 후 거동을 살펴보기 위해서 **그림 8**과 같은 실험장비를 이용하여 시험을 수행한다. 압축하중을 가해주기 위하여 Instron사의 시험기를 사용하고 하중을 변위 제어로 가하여 준다.

4. 파손기준식

복합재의 파손은 한 단층 내에서 가해진 하중이 그 재료의 하중 지지 능력의 한계에 도달하였을 때 발생하게 된다. 모든 복잡한 응력상태에 대한 재료의 강도 특성을 정립하는 것은 매우 비효율적인 과정이므로, 다축 하중 상태에서의 재료의 강도를 예측하기 위해서 일축 시험으로부터 얻어진 강도 데이터를 이용한 파손기준식 혹은 파손이론의 개념이 도입되었다. 파손기준식에 사용되는 응력은 재료주축에 대한 응력이고, **그림 9**에 표시한 것과 같은 재료 강도들을 고려한다. 각 재료강도가 의미하는 것은 다음과 같다.

- X_T : 섬유 방향 인장강도
- X_C : 섬유 방향 압축강도
- Y_T : 섬유에 수직인 방향 인장강도
- Y_C : 섬유에 수직인 방향 압축강도
- Z_T : 두께 방향 인장강도
- Z_C : 두께 방향 압축강도
- Q : 2-3 평면의 전단강도
- R : 1-3 평면의 전단강도
- S : 1-2 평면의 전단강도

파손기준식은 크게 3가지 범주로 나눌 수 있다. 한계 이론, 다항식 이론, 직접 모우드 결정 이론 등이다.

한계 이론은 각 응력이나 변형률 성분들을 각각의 극한값에 비교하는 것으로 최대 응력 파손기준식과 최대 변형률 파손기준식 등이 있다.

4.1 최대 응력파손기준식(Maximum Stress Failure Criteria)

이 이론은 각 방향의 응력성분이 그 방향의 강도를 넘어설 때 파손이 일어난다고 예측하는 것으로 응력 성분들 간의 상호작용은 없으며 파손 모우드를 구분해 낼 수 있는 장점이 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_1 &\geq X_T, & \sigma_4 &\geq Q \\ \sigma_2 &\geq Y_T, & \sigma_5 &\geq R \\ \sigma_3 &\geq Z_T, & \sigma_6 &\geq S \end{aligned}$$

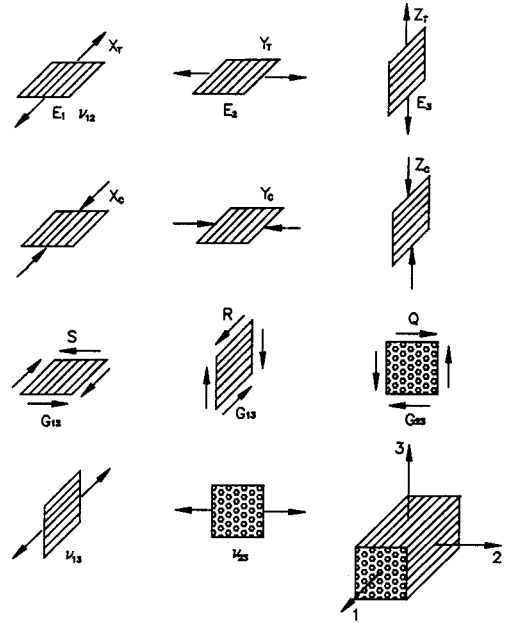


그림 9. Three-dimensional material constants in principal material direction.

4.2 최대 변형률 파손 기준식(Maximum Strain Failure Criteria)

변형률이 파손한계값에 도달할 때 파손이 일어난다고 가정하는 것으로 변형률간의 상호작용은 없지만 포와송비 영향으로 응력항간에는 상호작용이 있으며 파손모우드를 구분해 낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &\geq X_{\epsilon T}, & \epsilon_4 &\geq Q_{\epsilon} \\ \epsilon_2 &\geq Y_{\epsilon T}, & \epsilon_5 &\geq R_{\epsilon} \\ \epsilon_3 &\geq Z_{\epsilon T}, & \epsilon_6 &\geq S_{\epsilon} \end{aligned}$$

다항식 이론은 파손 평가에 응력 성분들의 다항식으로 표현된 파손식을 사용하는 것으로 Tsai-Hill, Tsai-Wu 이론 등이 있다.

4.3 Tsai-Hill 파손기준식

이 기준식은 응력들간의 상호작용을 고려하였으나 인장과 압축모우드의 다른강도에 대한 고려를 하여 주지 못했다. 또한 파손모우드를 예측할 수 없다.

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_3}{Z}\right)^2 - \left(\frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2}\right)\sigma_1\sigma_2 \\ &- \left(\frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{X^2}\right)\sigma_2\sigma_3 - \left(\frac{1}{Z^2} + \frac{1}{X^2} - \frac{1}{Y^2}\right)\sigma_1\sigma_3 \\ &+ \left(\frac{\sigma_4}{Q}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_5}{R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_6}{S}\right)^2 \geq 1 \end{aligned}$$

4.4 Tsai-Wu 파손평가식

일명 텐서 다항 파손기준식이라 불린다. F_i 는 강도로부터 결정하고 상호작용항인 F_{ij} 는 이축실험으로부터 결정한다. 이 식은 파손영역을 예측하는데는 잘 맞아서 많이 쓰이고 있으나 파손모우드를 분리해 내기 어렵다는 단점이 있다. 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$F_i + F_{ij}\sigma_i\sigma_j \geq 1$$

위와 같은 파손 기준식은 적층 구조물에 전체에 적용되는 것이 아니라 적층판 내의 각각의 단층별로 적용되는 것이다. 일반적으로 복합재 적층구조물은 하나의 단층에서 한 방향으로 파손이 발생되었다 하더라도 그 단층의 다른 방향은 파손이 발생하지 않거나 구조물 전체가 파손되는 것도 아니다. 따라서 적층구조물의 최종 파손 하중이나 초기 파손 후의 거동을 예측하기 위해서는 위와 같은 파손기준식과 강성저하 모델을 사용하여 단층의 파손으로 인한 물성치 저하 등을 고려한 좌굴해석 혹은 점진적 파손 해석 등을 수행하여야 한다.

5. 결 론

거시적 측면에서 복합재료 구조물의 거동을 이해하기 위하여 복합재 적층판의 응력해석 방법 및 과정을 제시하였고 실험 및 파손기준식에 대해 정리하였다. 섬유강화 복합재료는 기존의 금속재료보다 높은 비강성, 비강도, 감쇠, 열적 특성 그리고 피로 특성을 가지고 있기 때문에 항공우주 구조물이나 자동차 등의 경량화가 요구되는 주 구조물로의 많은 응용이 되고 있으며 향후 토목 및 건축 구조물 등에 많은 적용이 되리라 예상된다.

참 고 문 헌

1. Stephen W. Tsai, "Composite Design", Think Composites, Dayton, 1988.
2. 김승호, 이인, 한국항공우주학회지, **18**(1), 69 (1990).
3. 주상건, 권진희, 홍창선, 윤성호, 조원만, 한국항공우주학회지, **20**(4), 71 (1992).
4. 홍창선 외, "필라멘트 와인딩에 의한 복합재료 탱크해석 및 제작 공정 연구", 한국항공우주연구소 보고서, 1998.
5. O. O. Ochoa and J. N. Reddy, "Finite Element Analysis of Composite Laminates", Kluwer Academic Publishers, 1992.