

[논문] 태양에너지

*Solar Energy*

Vol. 19, No. 3, 1999

## 유량변화를 고려한 온수배관의 온도분포 계산법평가에 관한 연구

서승직\*, 최창호\*

\* 인하대학교 건축공학과

## A Evaluation of Calculation Method for Temperature Distribution of Hot Water Pipe with Changing Flow Rate

S. J. Suh\*, C. H. Choi\*

\* Department of Architectural Engineering, In-ha University

### ABSTRACT

We already presented new calculation method about the temperature distribution in hot water pipe flow of the unsteady condition. In this paper, we introduce consequence of the case study to confirm appropriateness of the calculation method, and case study performs to establish actual hot water use supposed two model that is; the CWV(constant water volume) and VWV(variable water volume).

## 1 서론

우리는 이미 비정상 조건하의 온수배관에서의 온도분포에 관한 계산방법을 제시하였다. 본 논문에서는 이미 제안한 계산방법의 타당성을 확인하기위해서, 실제의 온수 사용을 가정한 정유량과 변유량의 두 모델을 설정하여 행한 case study 의 분석 결과를 소개한다.

## 2 정유량과 변유량 계산방법

### 2.1 정유량

#### (1) 정유량계산의 개요

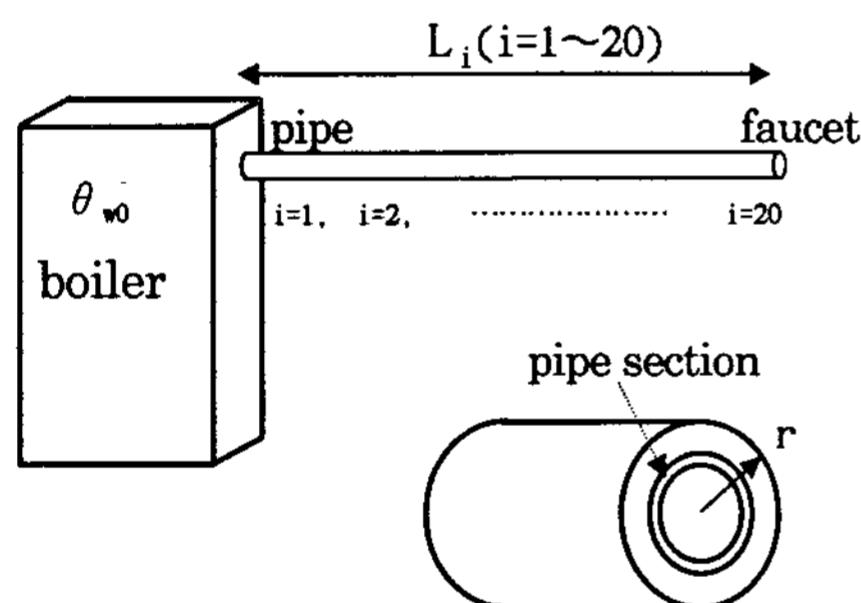


Fig.1. 간이배관

Fig1과 같은 간이배관을 모델로 이미 구축한 계산방법으로 온수기등의 온수공급원에서 흘러 나온 온수가 배관을 통하여 수전에 달하기까지의 배관, 관내수온의 온도변화를 계산한다. 온수 공급 온도, 관내 온수온도, 관내부재 각부분별 온도변화를 20m의 동관을 대상으로 이미 연구한 계산방법과 열적모델을 이용하였다.

#### (2) 정유량계산의 열적모델

Fig2 와 같이 어느 시간스텝에서 순간적으로 다음 시간스텝으로 물덩어리(공간스텝)가 그 다음의 공간 block 으로 이동하고, 이동

후 정하여진 시간스텝동안 정지한다. 그 정지 하고있는 시간 동안에 열손실에 발생한다는 근사해법이다.

계산조건에서 관반경 및 관축방향의 열의 이동을 고려하고있기때문에 배관벽 및 단열재 내의 열전도방정식은 이차원문제로되어 TDMA에 의해 풀수있다.

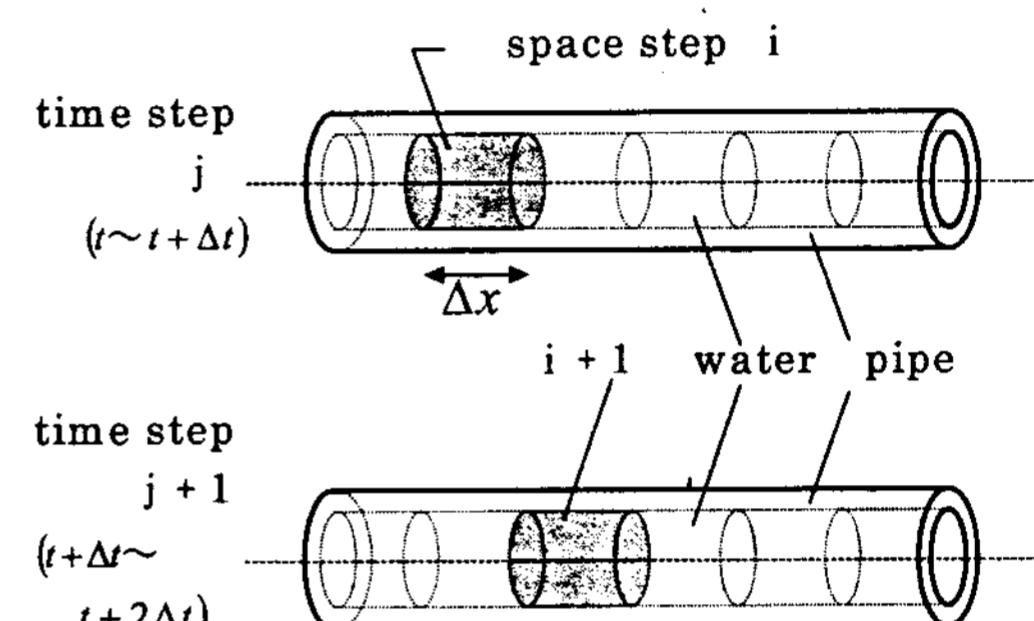


Fig.2. 정유량모델

### 2.2 변유량

#### (1) 변유량계산의 개요

Mizuno<sup>1)</sup>등의 열적모델에서는

$$\Delta x = u_w \cdot \Delta t \quad (1)$$

( $\Delta x$ :분할폭,  $u_w$ :유속,  $\Delta t$ :시간폭)

(1)식을 엄밀히 만족하지 않으면 안되기 때문에 유량이 변화될 때에 공간스텝( $\Delta x$ )또는 시간스텝( $\Delta t$ )를 함께 변화시키지 않으면 안된다. 그 결과, program 상에서의 복잡한 설정과 그러한 설정을 위한 준비계산의 양이 많아져 용이하게 열손실을 구할 수 없게 되어버린다. 이러한 이유로 유량변화에 대응할 수 있고 동시에 (1)식을만족하는 계산방법을 다음과 같이 두가지를 제안한다.

#### (2) 변유량계산의 열적모델

Fig3의 변유량모델을 기본으로  $\Delta t$  변화방

식)과 「 $\Delta x$  변화방식」의 2 방식을 이용하여 변유량시의 배관의 열손실에 관한 계산 개념을 다음과 같이 설명한다.

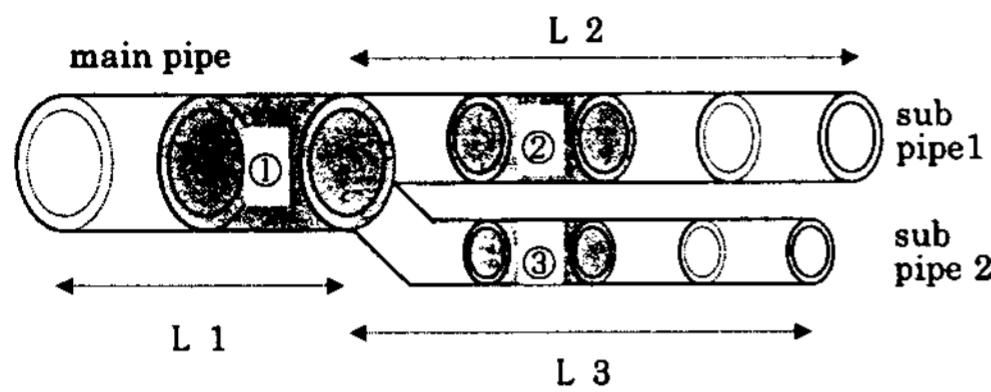


Fig.3. 변유량모델

Fig3의 변유량 모델은 직경이 큰 본관에서 흘러나온 일정유량이 분기관 1과 분기관 2의 양쪽으로 분리되면서 본관, 분기관 1, 분기관 2의 유속이 각각 다르게 된다. 이러한 경우에 (1)식에 각기다른  $u_w$ 가 존재하며 동시에 그에 따른  $\Delta x$ ,  $\Delta t$ 도 변화시켜주지 않으면 안된다.

그러한 경우에 대한 대안은 다음과 같다.

#### (a) $\Delta t$ 변화방식의 관내온수의 열적모델

공간스텝  $\Delta x$ 를 불변으로 하기 때문에 유량변화에 대응하는 경우, 분기부분에서 문제가 생긴다. 분기부분에서의 관내온수의 이동은 배관과 관내온수의 공간스텝의 길이가 같기 때문에 정유량의 경우와 마찬가지로 cell 내에서 온수의 이동이 가능하다. 그러나, 본관과 분기관의  $\Delta t$ 가 각각 다르기 때문에 시간을 맞추어 줄 필요가 있다. 그 해결법으로서 먼저 본관의 선단 부분의 온수온도를 보존하여 각각의 분기에 시간적으로 맞는 온수온도를 넣어 주면된다. 관내온수의 시간스텝의 변화의 양상을 Fig4에 가리킨다.

구체적으로 설명하면 먼저 최소유량에 의해  $\Delta x$ ,  $\Delta t$ 를 결정한다.

$\Delta t$  변화방식에서는 유량변화에 따른  $\Delta x$ 는 불변이기 때문에 (1)식을 만족하기 위해서

Fig4와 같이  $\Delta t$ 를 변화시켜줄 필요가 있다.

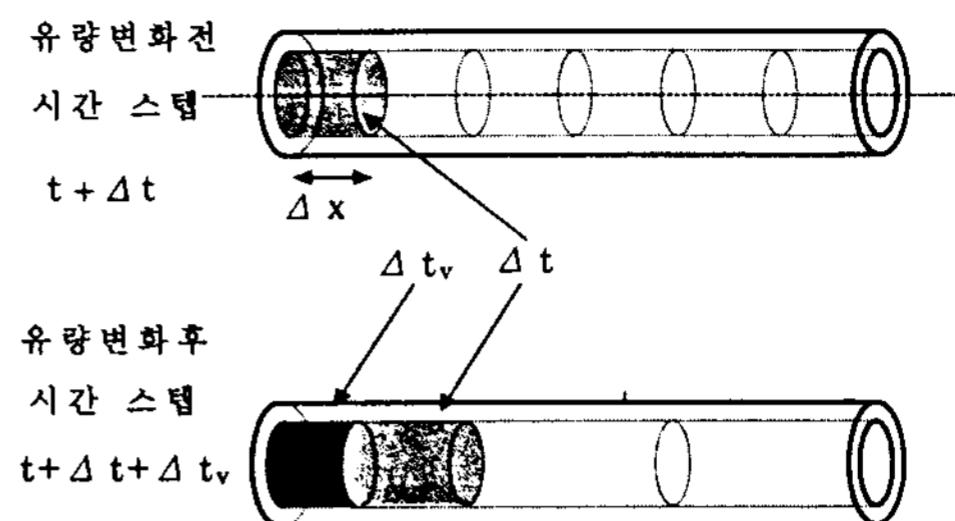


Fig.4.  $\Delta t$ 변화방식의시간 스텝의 변화

여기에서  $\Delta t$  부터 새로운 시간 스텝  $\Delta t_v$  (유량의 증가에  $\Delta t$  가 작게 되는)로 하면 유량이 변화한 직후에서 지금까지의 시간 스텝이 새로운 것으로 변화한 것이 된다.

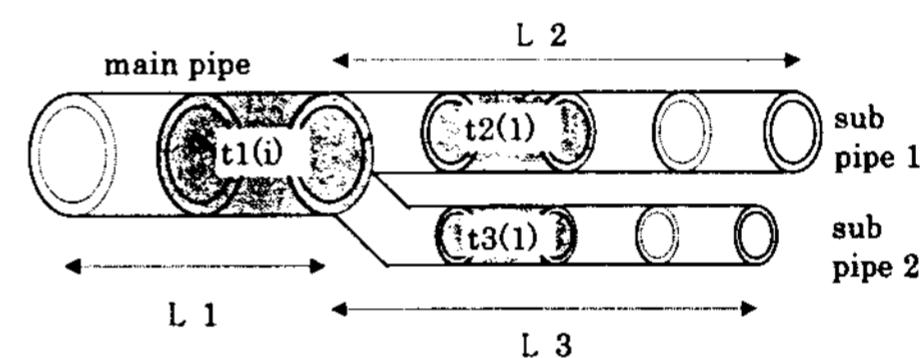


Fig.5. 변유량 모델( $\Delta t$ 변화방식)

여기에서  $\Delta x$ 는 불변으로서  $\Delta t$ 를 변화시켰기 때문에, 이웃하는 cell 쪽으로의 온수의 이동은 cell 내의 온수량, 배관길이에의한 스텝수는 변화하지 않는다. 따라서 관반경방향의 열이동의 계산방법은, 유량변화전과 변하지 않는다. 그러나, 분기부분(Fig5의 칠한 부분)에서  $\Delta x$ 가 불변이기 때문에 분기부분에서의 온수의 이동은 cell 의 면에서는 문제가 없지만 시간 스텝의 면에서 본관과 분기관의 시간 스텝이 각각 달라지는 문제가 발생한다. 본관의 말단부분의 cell  $t_1(i)$ 을, 분기관 1,2의 선단 cell 을  $t_2(1)$ ,  $t_3(1)$ 로 하면 각각은 다른시간 스텝로 이동하고 있기 때문에  $t_2(1)$ ,  $t_3(1)$  에 시간적으로 일치하는  $t_1(i)$ 의 온수온도를 대입해줄 필

요가 있다.

그 방법으로서 일단 본관의  $t_1(i)$  온수 온도를 data 보존하여, 각각의 분기기에 시간적으로 일치하는 온수온도를 넣어주면 되는 것이다. 여기에서 필요한 program 상에서의 시간 맞춤을 위한 관계식으로서 다음과 같은 처리를 한다.

$$\textcircled{1} t_{2 \text{ or } 3}(0) = (\text{en} \times tn(n+1)) + ((1-\text{en}) \times tn(n))$$

조건 ( $n+1 > rn > n$ ) (2)

$$\textcircled{2} rn = \Delta t(2 \text{ or } 3) / \Delta t(1)$$

$$\textcircled{3} \text{en} = rn - n$$

즉 위의 관계식들은 분기부분의 온수온도를 구하는데 시간  $n$ 과  $n+1$ 의 때에 온수온도를 이용하여 분기후의 cell 내에 들어 가는 온수의 온수온도를 시간의 비율로 구한 각각의 배관끼리의 시간 맞춤을 위한것이다. ①부터 ③까지의 과정은

①  $t_{2 \text{ or } 3}(0)$ 라고 하는것은, 분기관 1,2에 대입해 주는 온수온도이다. 즉 본관의  $t_1(i)$ 으로부터 분기후의 cell로 흘러 들어 오는 온수의 온도이다.

②  $rn$ 은  $\Delta t(2 \text{ or } 3)$ 가  $\Delta t(1)$ 의 정배수가 아닌 한 소수점이하의 숫자를 포함하는 실수이다.

③  $\text{en}$ 은  $rn$ 으로부터  $n$ (정수)를 빼기 때문에 소수점이하만의 실수로 된다.

요컨대 분기후의 cell에 흘러 들어 온다고 생각되는 본관의  $t_1(i)$ 을 기준으로 한 2개의 cell  $n$ 과  $n+1$ 가  $(1-\text{en}):\text{en}$ 의 시간비율로 영향을 주고받아  $t_{2 \text{ or } 3}(0)$ 의 온수온도이 결정되는 것이다.

#### (b) $\Delta x$ 변화방식의 관내온수의 열적모델

시간스텝  $\Delta t$  가 불변이기때문에, 하나의 시간 스텝에서 계산을 할수 있어 분기부분의 시간을 맞출 필요는 없다. 그러나 배관과 관내온수의 공간스텝의 길이가 다르기때문에,

배관의 공간스텝상에서 열손실계산을 할수 없는 cell이 발생한다. 그 cell에서는 시간 스텝이 한스텝 서로 다른 관내온수의 공간스텝이 공존하게 되기 때문이다. 해결법으로서, 서로 다른 두개의 시간 스텝의 온수를 순간적으로 완전 혼합시켜서 cell내의 온수온도를 구하여, 그 온수온도를 초기치로 하여 열손실계산을 하면 된다. 구체적으로 설명하면

$\Delta t$  변화방식과 같이 우선 최소유량에 따라서  $\Delta x$ ,  $\Delta t$ 를 결정한다.  $\Delta x$  변화방식의 변유량모델을 Fig6에 가리킨다.

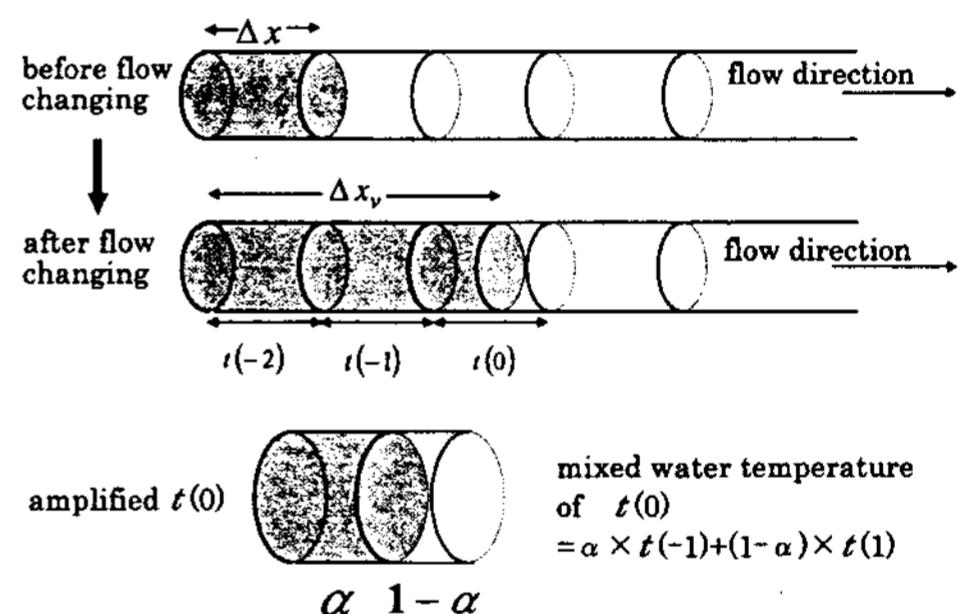


Fig.6. 변유량모델( $\Delta x$ 변화방식)

$\Delta x$  변화방식에서는  $\Delta t$ 가 불변이기때문 유량변화에 따라  $\Delta x$ 를 변화시킨다. 관의 공간스텝에서 이동하고있는 관내온수의 공간스텝이 유량의 변화에 따라  $\Delta x$ 로부터 새로운 공간스텝  $\Delta x_v$ 으로 변화한다고(커진다고) 가정한다. 최초의 시간스텝에서의 온수온도가 들어 간다(공간스텝  $\Delta x$  와 이후의 시간 스텝도 마찬가지이다)고 하면 원래의 cell 내에서 시간 스텝상 한 스텝 전의 온수와 그 다음 스텝의 온수가 섞이는 부분이 나오는 이 cell 를  $t(0)$ 라고 한다. 이 공간스텝이 동일 한 cell 속에서는 순간적인 시간스텝상 전후의 온수가 완전혼합하는것으로 가정하여 계산한다.

여기에서 임의의 cell  $t(i)$ 의 온수온도  $\Delta x_v$ , 와 직전의 온수온도  $tn(i)$  등으로 주어진다. 그러한 일반식을 유도하면 된다.

또한  $t(0), t(-1), t(-2) \dots$  등에는 배관에의 공급수온  $tin$  이 대입되도록 한다. (주의: 최대 유량의 경우의  $\Delta x_{max}/\Delta x$  까지 거슬러 올라  $t$ 의 배열을 정해줄 필요가 있다.)

일반적으로  $\Delta x_v/\Delta x$ 의 정수부분 ( $=int(\Delta x_v/\Delta x)$ )과 소수부를 써서 유량변화후의 시간 스텝을 유량변화전의 시간 스텝으로 나누면 유량 변화전의 시간스텝의 배율을 알수있다. 여기서 정수부분을  $iv$ , 소수부분을  $a$ 로 하면  $a$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$iv = int(\Delta x_v/\Delta x), a = \Delta x_v/\Delta x \quad (5)$$

라고하면  $iv, a$  일정치이며 임의의 cell 의 온수온도를 이끄는 식은 다음과 같이 쓸 수 있다

$$t(i) = a \times tn(i-iv-1) + (1-a) \times tn(i-iv) \quad (6)$$

초기의 공간스텝  $i=1$ 의 경우(배관의 선단 부분)에는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$i=1$ 의 경우

$$t(1) = a \times tn(-iv) + (1-a) \times tn(1-iv)$$

따라서,  $tn(-iv)$ 까지의 배열을 준비하여  $-iv \sim 0$  까지  $tin$  를 대입시키면 된다.

또한(5)식은  $\Delta x_v = \Delta x$  의 경우에는  $iv=1, a=0$ 로 되기때문에,

$$t(i) = 0 \cdot tn(i-2) + 1 \cdot tn(iv-1) = tn(iv-1)$$

로 되므로 일정유량의 경우에도 성립한다. 따라서 정유량의 식에서  $tn(i-1)$ 를 대입하는 부분을 (5)식의 우항에 대치하여 계산하면 된다.

### (c) $\Delta x$ 변화방식의 계산순서

$\Delta x$  변화방식에서의 계산순서를 Fig7에 나타낸다.

낸다.

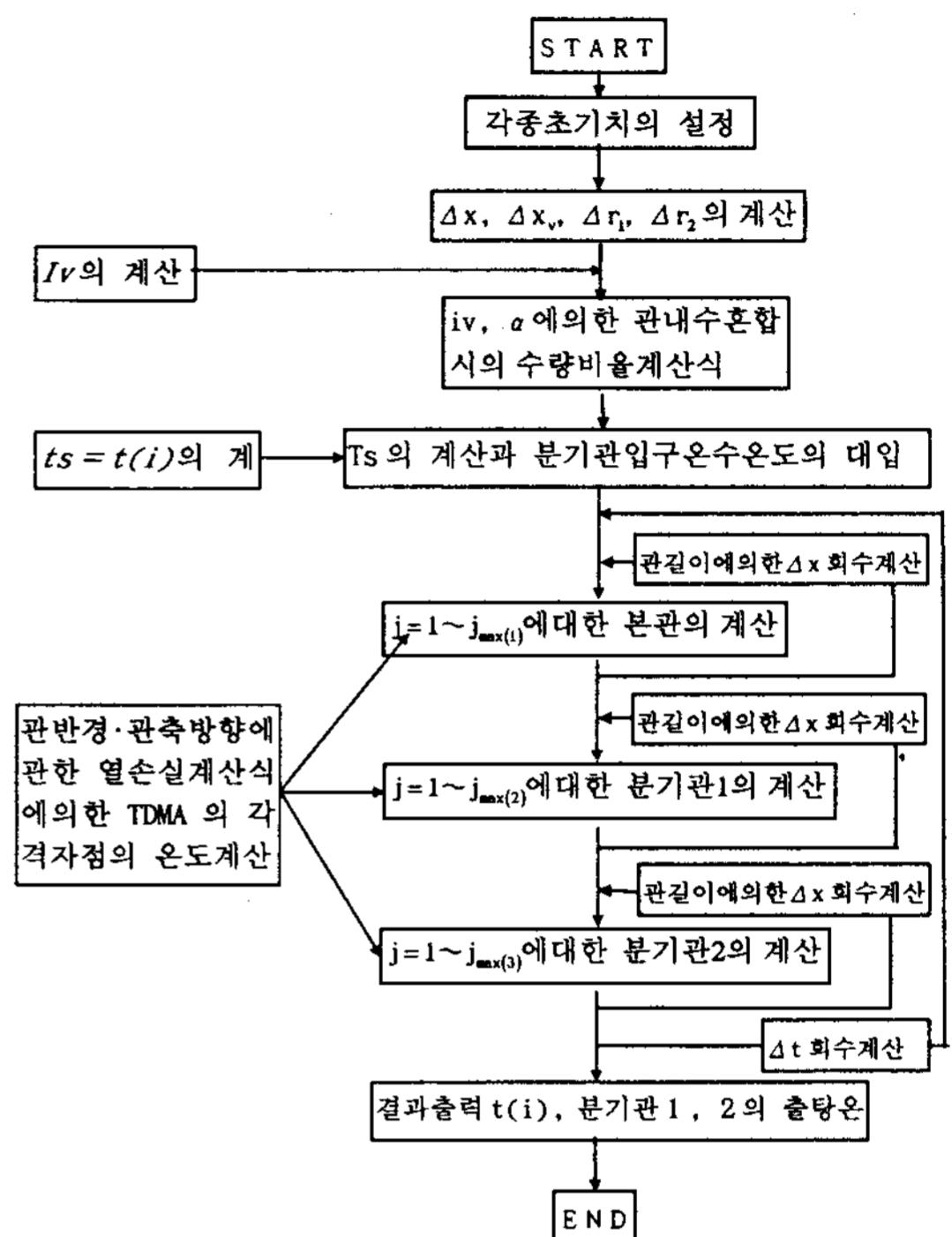


Fig.7. 계산순서( $\Delta x$ 변화방식)

## 3 정유량, 변유량의 Case Study

### 3.1 계산조건

(1) 배관내면의 열전달계수( $hw$ )의 결정

열전달계수에 관한 설정 물성치를 Table1에 표기한다.

Dittus-Boelter의 식<sup>4)</sup>(유수때)

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} \quad (7)$$

자연대류의 식(정지때)

$$Nu = 0.53 (Gr \cdot Pr)^{1/4} \quad (8)$$

$Nu = hD/k, Pr = \nu/a, Re = UD/\nu, Gr = g \beta D^3 \Delta T / \nu^2$   
유수시의  $hw$ 는 (7)식의 Dittus-Boelter 식으로 결정하였다.

Table 1. 열전달계수( $h_w$ )상의 설정 물성치

Nu	Nusselt 수	Re	Reynold 수
Pr	prandtl 수	Gr	Grashof 수
$\beta$	물의 팽창계수	k	열전도율
$h$	열전달율	[kcal/mh°C]	0.508
U	물의 유속	[m/h]	1842
$\nu$	물의 동점성계수	[m <sup>2</sup> /h]	$4.1 \times 10^{-3}$
a	물의 온도확산계수	[m <sup>2</sup> /h]	$0.508 \times 10^{-4}$
g	중력 가속도	[m/h <sup>2</sup> ]	$1.27 \times 10^8$
D	관의 지름	[m]	$1.44 \times 10^{-2}$

## (2) 물, 배관, 단열재 등의 물성치

본 case study에서 쓰여진 각종 물성치 및 설정치는 Table 2와 같다.

Table 2. 물, 배관의 설정치

항목	기호	물	파이프	단열재
비열	C	1	0.1	0.28
밀도	$\rho$	1000	8900	1250
열전도율	$\lambda$		0.0278	0.000072
열전 달율	관내	$h_w$		0.504
	외면	$h_a$		0.00278
외기온도	$\theta_a$		15	
공급온수온도	$\theta_t$		60	

주) 비열[kcal/kg°C], 밀도[kg/m<sup>3</sup>], 열전도율[kcal/(m s°C)], 온도[°C], 시간[sec], 열전달계수[kcal/(m<sup>2</sup> s°C)]  
파이프:동, 단열재:가교포리에틸렌

## (3) 두 방식의 배관조건

정유량계산은 단독배관(20m)의 유량변화가 없는 일정유량으로 하고, 변유량에서는 본관의 직경이 두 분기관보다 크고 본관에서부터 흘러 온 온수가 직경이 다른 두 분기관으로 흘러 들어가도록 하고 있다. 따라서 본관, 분기관 1, 분기관 2가 모두 다른 유량(유속)을 갖음으로 본논문에서 제시한 계산방법이 유량

변화에 대응여부 할수 있는지를 판단할수 있다.

Table 3. 배관조건

		반경	유량	유속	관장
정유량		0.0072	9.8	0.0009	20
변유 량	본관	0.01	10	0.532	5.0
	분기관 1	0.0075	5	0.469	5.0
	분기관 2	0.005	5	1.05	5.0

주) 관반경[m], 유속[m/s], 관장[m], 유량[L/min]

반경 방향의 공간스텝  $\Delta r$  은 0.0005[m]로 전부동일함.  $\Delta x, \Delta t$  는 유량과 배관의 단면적을 쓰고 (1)식으로 구하여 설정하였다. 준비계산을 다음의 Table 4에 정리했다.

## 3.2 준비계산

## (a) 정유량의 준비계산

수치계산에 필요한  $\Delta x$ 의 결정은 아래와 같이 구하였다. program의 설정에서  $\Delta t = 0.1$  이고 Table 3의 유속에  $\Delta t$  를 곱하면  $\Delta x$  가 정해진다.

$$\Delta x = 0.56 \times 0.1 = 0.056 \text{ [m]}$$

배관의 길이를  $\Delta x$  로 나누면 관의 공간스텝이 구하였다.

$$\text{공간스텝} = 20 / 0.056 = 358$$

## (b) 변유량의 준비계산

변유량의 경우에도 유속까지는 정유량과 같이 계산하였다. 변유량계산은  $\Delta t$  변화방식과  $\Delta x$  변화방식이 있어 이후부터는 두 가지 방식별로 소개한다.

①  $\Delta t$  변화방식에서는  $\Delta x = 0.1 \text{ [m]}$  이 불변이기 때문에 (1)식으로 부터의  $\Delta t$  는

$$\text{본관} : \Delta t = 0.1 / 0.532 = 0.188 \text{ [s]}$$

$$\text{분기관 1} : \Delta t = 0.1 / 0.469 = 0.213 \text{ [s]}$$

$$\text{분기관 2} : \Delta t = 0.1 / 1.05 = 0.095 \text{ [s]}$$

공간스텝수는 배관길이(본관, 분기관 1, 분기관 2)가 모두 5.0[m]을 공간스텝( $\Delta x =$

0.1[m])으로 나누어 50으로 된다.

②  $\Delta x$  변화방식에서는  $\Delta t$ 이 불변이기 때문에  $\Delta x$ 를 구하였다. 우선 최소유량에서 기준이 되는  $\Delta x_0$ 를 결정한다. Table3의 결과를 보면 분기관 1의 유속이 최저이기 때문에, 분기관 1의 결과를 기준으로 하면  $\Delta x = 0.1[m]$ ,  $\Delta t = 0.213 [s]$ 이된다. 배관의 공간스텝의 분할수는 기준의  $\Delta x_0$ 을 써서 계산하고 있기 때문에 50이지만, 관내온수의 공간스텝의 분할수를 구하지 않으면 안되기 때문에 각각의  $\Delta x$ 를 계산하여 분할수를 구하면

$$\text{본관} : \Delta x = 0.1 / 0.188 = 0.113 [m]$$

$$\text{분기관 1} : \Delta x = 0.1 [m]$$

$$\text{분기관 2} : \Delta x = 0.1 / 0.095 = 0.224 [m]$$

이고, 이에 따른 공간 스텝수는  
관내온수의 공간스텝수

$$\text{본관} = 5.0 / 0.113 \approx 45$$

$$\text{분기관 1} = 50$$

$$\text{분기관 2} = 5.0 / 0.224 \approx 23 \text{ 이 된다.}$$

이상과 같은 과정으로 준비계산이 완료되며 그 결과(Table4)를 배관 계산 프로그램의 입력데이터로 하여 계산하였다.

Table 4. 준비계산 결과

	$\Delta x(m)$	$\Delta t(s)$	공간스텝수
정유량	0.1	0.1	20
변유량			
$\Delta t$	본관 (20A)	0.1	0.188
변화	분기관 1(15A)	0.1	0.213
방식	분기관 2(10A)	0.1	0.095
$\Delta x$	본관 (20A)	0.113	0.213
변화	분기관 1(15A)	0.1	0.213
방식	분기관 2(10A)	0.224	0.213
			45
			50
			50
			23

### 3.3 온수공급패턴

#### (a) 정유량

정유량의 경우는 실험 및 계산을 하여, 정유량 계산방법의 타당성을 확인하였다. 정유량의 계산에서는 관내의 온수의 초기변화 및 정지후의 온도강하에 대하여 검토하였다. 본 계산법에 의하면 온수와 배관의 모든 위치에서의 온도를 알 수 있으나 본 논문에서는 온수온도로서 배관의 양말단지점(0m, 20m), 관표면온도로서 0m, 8m, 16m, 20m 지점의 온도를 구하여 검토하였다. 온수공급패턴은 아래와 같이 4 단계로 하였다.

① 측정개시로부터 1분 후 온수온수공급개시

② 5분간 온수공급유지

③ 온수공급종료후, 3시간 온도측정계속

④ 측정종료

#### (b) 변유량

변유량의 경우는 계산만으로 하였다.

본관으로부터 분기된 후의 유속의 달라진 분기관 1과 분기관 2에서의 유속과 온수온도를 검토하였다. 온수온도는 본관, 분기관 1, 분기관 2 각 배관의 말단부분을 대상으로 하였다. 유량변화에 따른 유속변화를 검토함으로 계산법의 유효성을 검증한다.

## 4 case study의 결과

### 4.1 각종 온도변화의 거동

정유량의 온수온도 변화의 실험결과와 계산결과로서 온수공급개시직후의 관내온수변화를 Fig8, Fig9, 관표면 온도를 Fig10, Fig11, 온수공급 정지후의 온도강하를 Fig12, Fig13에 각각 실험결과와 계산결과를 나타내었다. 변유량의 본관, 분기관 1, 분기관 2의 말단부분의 온수온도 상승곡선을 Fig14, Fig15에 표시하였다.

#### 4.2 계산결과의 고찰

##### (1) 정유량

Fig8 과 Fig9 의 온수공급개시후의 관내온수온도[ $^{\circ}\text{C}$ ]의 결과를 보면, 0[m]지점에서의 계산결과의 상승곡선이 실험결과보다 다소 빠른 것을 제외하면 계산결과는 거의 일치하고 있다.

또한 Fig10 과 Fig11 의 관표면온도, Fig12 과 Fig13 의 온수공급정지후의 온도강하에 대하여는 실험결과와 계산결과는 완전히 일치하고 있다고 하여도 좋다. 따라서 본 연구의 배관의 열확산계산법이 실용적인 정확도를 충족하고 있음을 확인할 수 있었다.

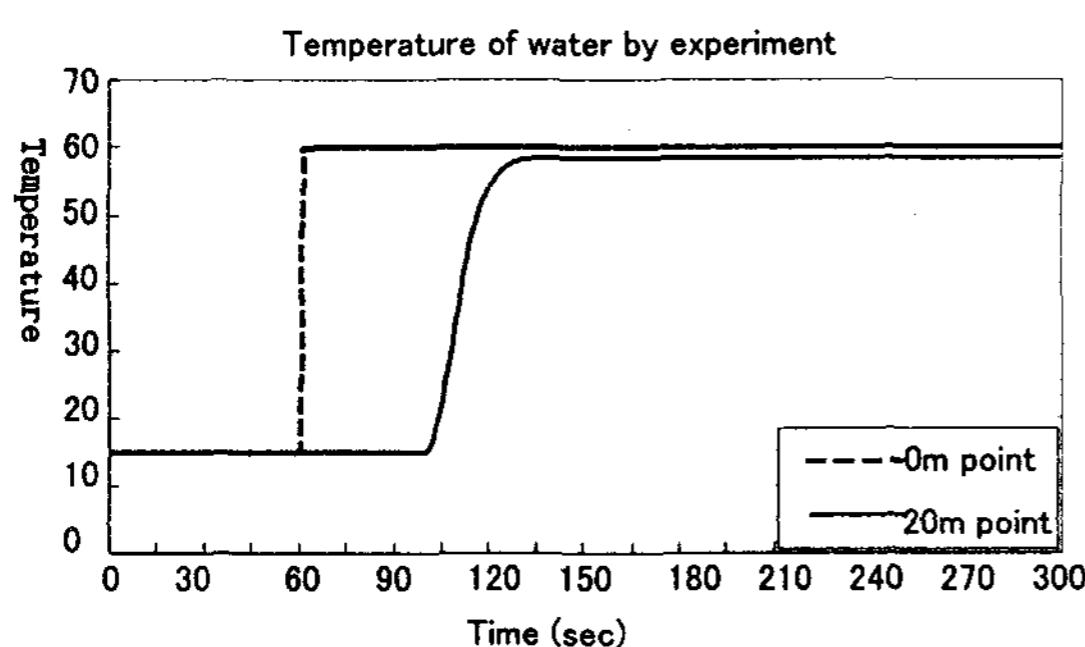


Fig. 8. 관내온수온도의 변화(실험)

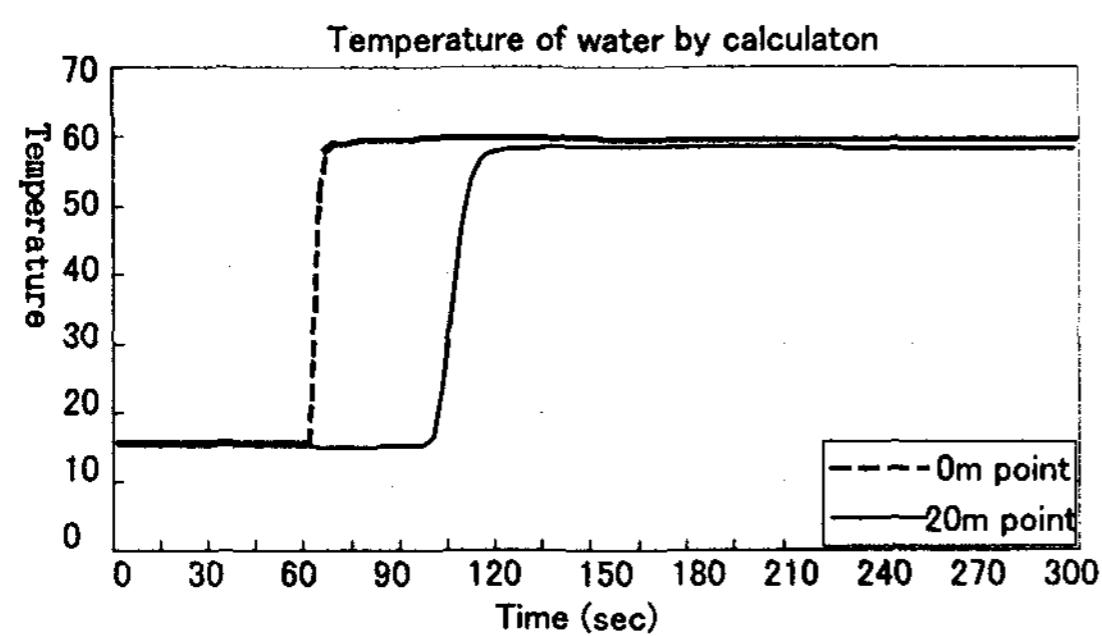


Fig. 9. 관내온수온도의 변화(계산)

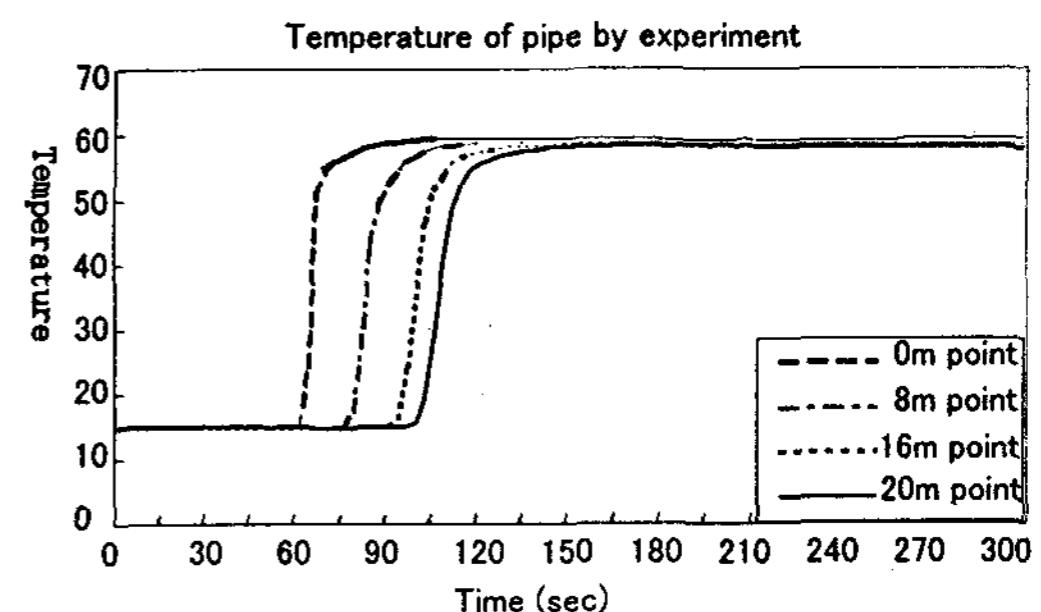


Fig. 10. 관표면온도의 변화(실험)

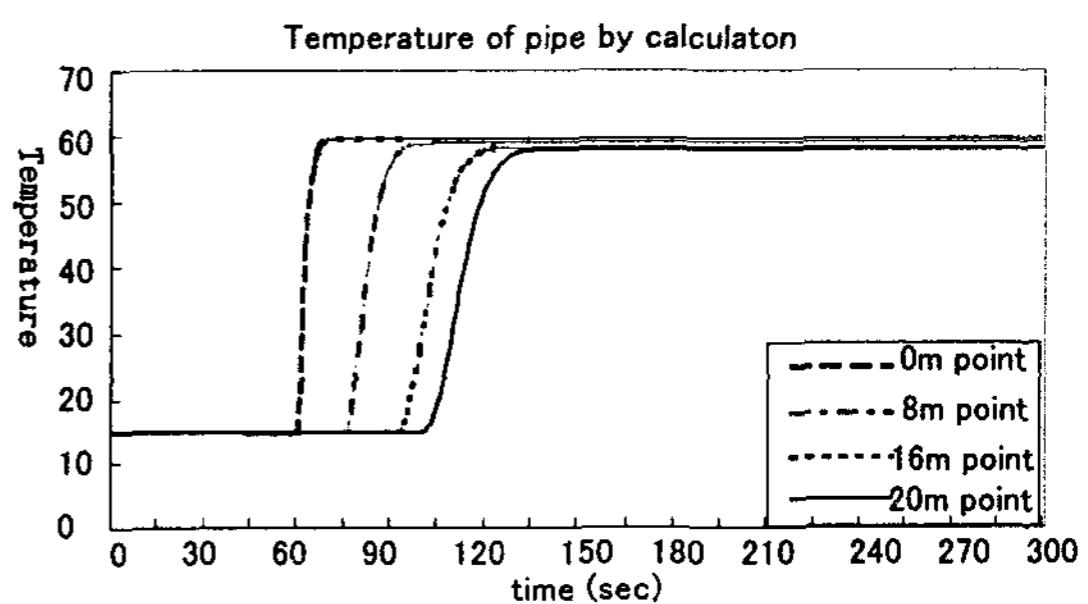


Fig. 11. 관표면온도의 변화(계산)

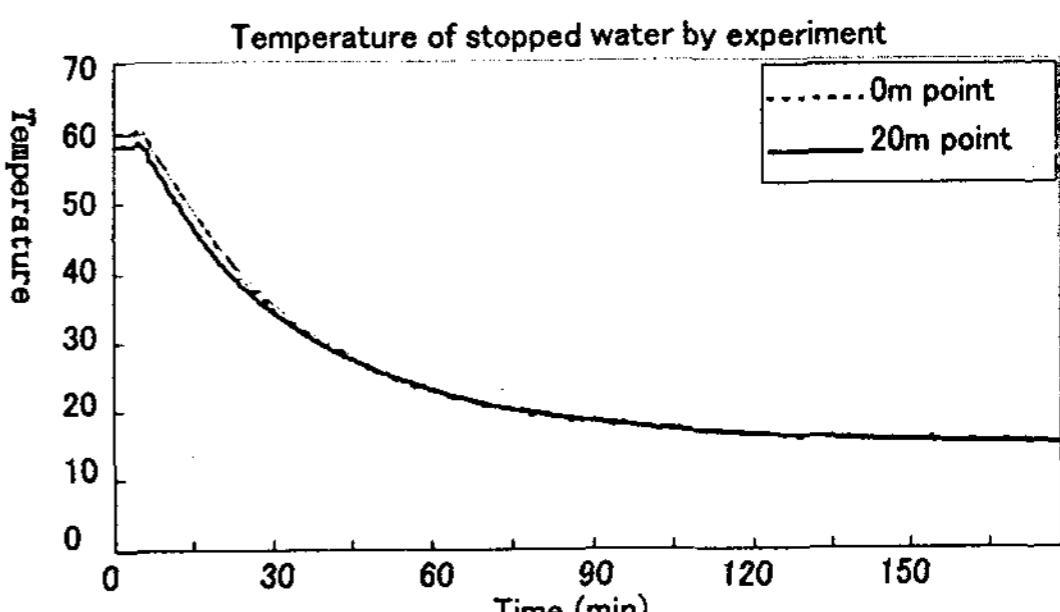


Fig. 12. 온수공급정지후의 온도강하(실험)

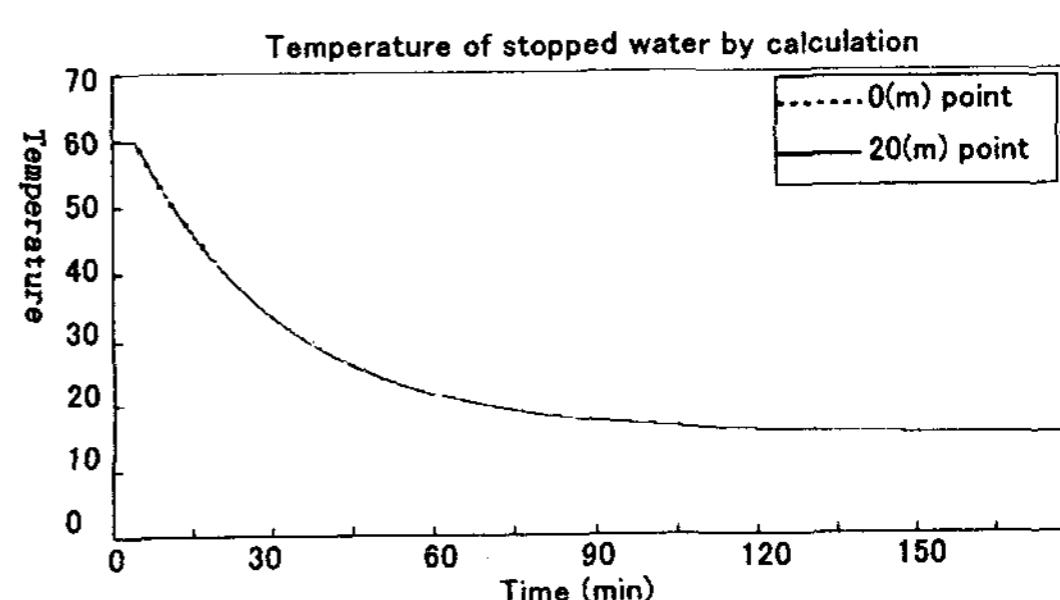


Fig. 13. 온수공급정지후의 온도강하(계산)

## (2) 변유량

Fig14, Fig15 모두에서, 5m의 본관을 0.5[m/s]로 흘러 말단까지의 도달시간 10초, 5m의 분기관 1을 1.0[m/s]로 흘러 말단까지의 도달시간 5초, 5m의 분기관 2을 0.5[m/s]로 흘러 말단까지의 도달시간 10초후부터 관내의 온수온도가 상승하고 있어 변유량의 경우에 있어서도 계산결과는 물리적으로 타당한 결과값을 보이는 것으로 판단되었다. 그러나  $\Delta t$  변화방식의 계산결과로서는, 본관과 2개의 분기관으로 시간 스텝이 다르기 때문에 출력되는 수온 data의 수가 다르게 되고 graph화 하였을때에 부자연스러운 문제가 있다. 그러나  $\Delta x$  변화방식의 계산결과에서는 자연스러운 수온 data가 얻어지고 있다. 그러한 이유로 앞으로의 계산에서는, 원칙으로서  $\Delta x$  변화방식을 채택한다.

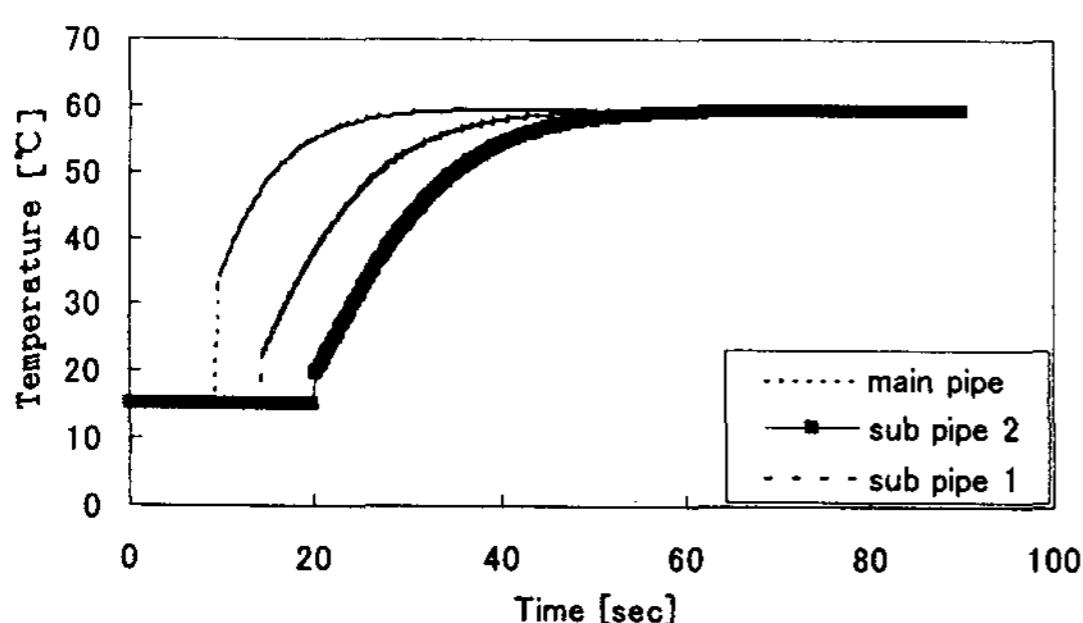


Fig.14.  $\Delta t$ 변경모델 - 변유량(계산)

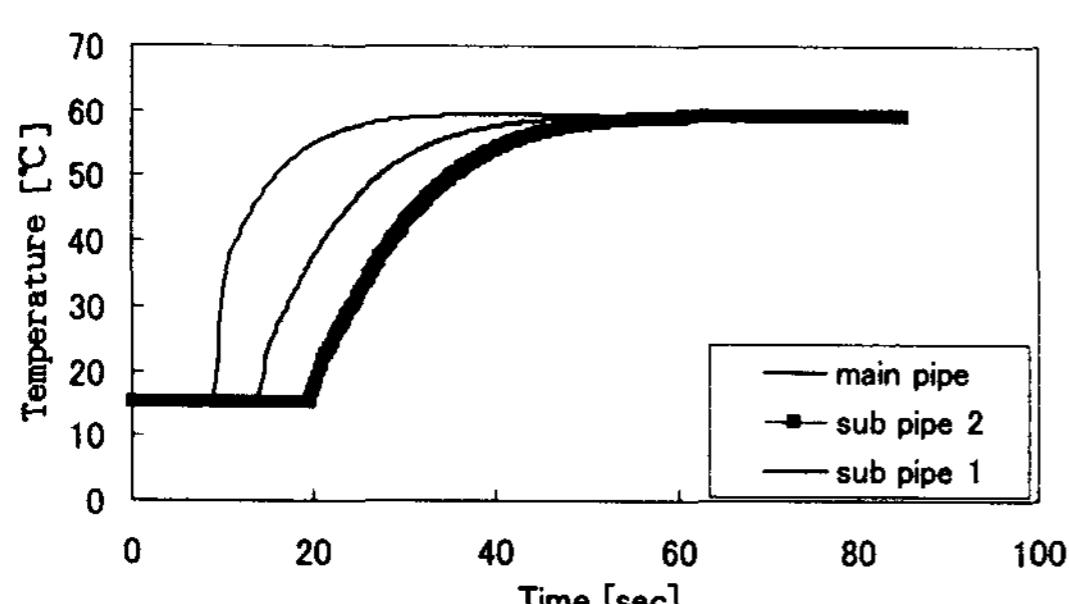


Fig.15.  $\Delta x$  변경모델- 변유량(계산)

## 5 결론

이미 제안한 온수배관 계산방법에 대한 실 사용적인 개념에서 관내유량을 대상으로 정 유량, 변유량으로 변화하는 경우의 방법을 제 시하였다.

단순한 모델배관에의한 상세한 실험결과와 비교하여, 거의 일치하는 결과가 얻어지는 것을 확인하였다. 또한 변유량의 계산에서도 타당하다고 판단되는 계산결과가 얻어짐을 확인하였다.

이상의 결과를 통하여 본 논문에서의 온수 배관의 정유량, 변유량에 대한 계산법은 실제 사용되는 배관시스템의 온도분포 및 거동에 관한 예측법으로서 유용성을 확인하였다.

## 참고문헌

1. 水野 稔・内藤 和夫: 非定常温水供給管の熱計算法、空気調和・衛生工学会、講演集、1984、44~50
2. 長谷川、吉野：住宅用給湯設備の省エネルギー手法に関する研究、その1、配管からの熱損失に及ぼす因子の影響度について、空気調和・衛生工学会、昭和 56. 10
3. S. V. Patankar, 热移動と流れの数値解析, 森北出版, 1985, P. 54
4. 日本機械学会, 機械工学便覧(A6 热工学) P. 119