

선형행렬부등식을 이용한 자기 부상계의 강인성 제어

A Robustness Control of Magnetic Levitation System Using Linear Matrix Inequality

김 창 화 · 양 주 호

C. H. Kim and J. H. Yang

Key Words : Magnetic Levitation System(자기부상계), Linear Matrix Inequality(선형행렬부등식), Robustness Control(강인성 제어), Integral Type Servo System(적분형서보계)

Abstract : The magnetic levitation system is utilized in the magnetic bearing of high-speed rotor system because of little friction, no lubrication, no noise and so on. The magnetic levitation system needs the feedback controller for the stabilization of system, and gap sensors are generally used to measure the gap. The use of sensor easily goes into troublesome caused by sensor failure discord between the measurement point and the control point etc.

This paper gives a controller design method of magnetic levitation system which satisfies the given H_∞ control performance and the robust stability of the presence of physical parameter perturbations. To the end, we investigated the validity of the designed controller through results of simulation.

1. 서 론

자기부상계는 비접촉으로 물체를 부상시키기 때문에 마찰이나 열등을 최소화하기 위한 고속 회전 기기나 운송시스템 등의 여러 분야에 응용이 활발히 이루어지고 있다. 그러나 흡인식 자기부상계는 본질적으로 불안정한 시스템이므로, 부상체를 안정하게 유지하기 위한 안정화 제어가 필요하다^{1,2)}. 또한 제어기 설계를 위해 수식으로 표현된 모델은 제어 대상의 특성을 완벽히 표현할 수 없는 경우가 많고, 모델에 대한 제어특성이 양호하더라도, 실제 시스템에 대해서는 양호한 특성이 얻어지지 않은 경우가 일어난다. 따라서 설계될 제어기는 어느 정도의 모델링 오차가 있어도 양호한 제어성을 발휘할 수 있도록 강인성을 확보할 필요가 있다³⁾.

한편 제어기 설계에 있어서 수치적 최적화기법을 이용한 것은 이미 오래전 일이며, 근래에 수치적 최적화기법에 의한 제어기 설계법이 주목을 받

고 있는 이유는⁴⁾

- 1) 제어기 설계에 있어 요구되는 설계사양의 다양화, 다목적화
- 2) 고성능 계산기와 수치계산을 위한 범용 소프트웨어 보급으로 손쉽게 계산이 가능한 것
- 3) 대부분의 제어기 설계사양을 최적화 문제로 취급이 가능하고, 최적화 알고리즘이 개발되어졌다는 점들이다

이러한 최적화기법 중 최근 주목을 받고있는 제어기의 설계법으로 선형행렬부등식(LMI : Linear Matrix Inequality)을 이용한 설계법이 대표적인 것 중의 하나이다. 이처럼 제어의 분야에 있어 이론구조 및 실용설계의 새로운 도구로써 선형행렬부등식이 주목받고 있는 주요한 이유는

- 1) 강인성, 성능, 안정성 등의 설계지침을 정량화하여, LMI 조건으로 나타내는 것이 가능하다
- 2) LMI의 해가 효율적인 수치계산에 의해 구해진다. 또한 이 설계법의 주요한 특징은
 - 1) 대역적 최적해를 구할 수 있다
 - 2) 다수의 설계사양을 용이하게 취급할 수 있는 것이 있으며, 또한 제어대상에 있어 미리 지정

접수일 : 1999년 7월 19일
김창화 : 경남정보대학 제어시스템정보과
양주호 : 부경대학교 제어기계공학과

된 물리파라미터 변동에 대해 강인성(robustness)도 행렬 폴리토프(polytopic)에 의해 보장할 수 있다는 것이다.

따라서 본 연구에서는 제어대상인 자기부상계에 있어, 기준위치 변경에 대해 오차없이 추종하기 위해 적분형 서보계를 구성한 다음, 제어 대상의 물리 파라미터 변동에 대한 강인성과 외란의 영향을 저감화하기 위한 H_∞ 노음의 조건을 설계 사양으로 두고, 이들을 동시에 만족하는 상태 피드백 제어치를 LMI 기법을 이용하여 설계한 후, 시뮬레이션을 통하여 그 타당성을 검토한다.

2. 제어대상의 모델링 및 설계 사양

2.1 모델링

직류 전자석의 흡인력을 이용하여 쇠구슬을 지정된 위치에 부상시키는 Fig. 1과 같은 자기부상계를 고려한다.

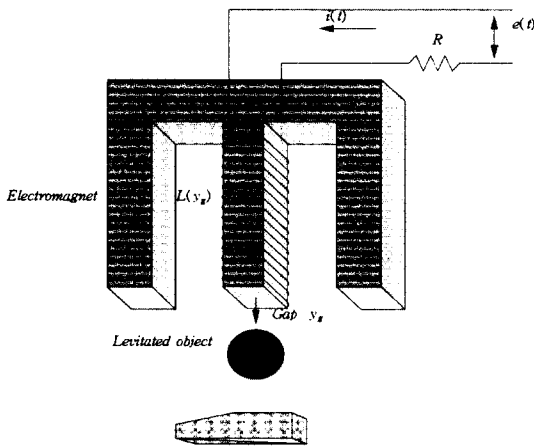


Fig. 1 Magnetic levitation system

쇠구슬은 수직방향으로만 운동한다고 가정하면, 쇠구슬의 운동방정식은

$$m \frac{d^2 y_g}{dt^2} = mg - f \quad (1)$$

로 된다. 그리고 직류 전자석에 관해서는 아래의 가정을 둔다.

- 1) 전자석에 있어 누설자속은 없다
- 2) 철심의 투자율은 무한대이다
- 3) 자기회로에 관한 이상적인 조건들을 만족한다

식(1)의 전자기력 f 는 전자석의 인덕턴스 L 과 전류 i 및 y_g 에 관한 다음의 편미분방정식으로

표현할 수 있다.

$$f = - \frac{\partial}{\partial y_g} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right) \quad (2)$$

또한 평형점에서 전자석의 회로방정식은 Fig. 1로부터

$$e_p = Ri_p + \frac{d}{dt}(Li_p) \quad (3)$$

로 됨을 알 수 있다.

식(2)와 (3)에 있어서 인덕턴스 L 은 부상체의 크기, 모양, 위치에 따라 변화하는 값으로서

$$L(y_g) = \frac{Q}{Y_0 + y_g} + L_0 \quad (4)$$

와 같이 전자석과 부상체의 간극 y_g 의 함수로 가정할 수 있다. 이때 Q, Y_0, L_0 는 실험에 의해 구해지는 파라미터들이다.

식(1)~(4)에서 전자석과 부상체 사이의 간극 중 평형점에서 전자석 코일에 가해지는 미소전압 e_p 를 제어입력 그리고 평형점에서의 미소변화분 y_p ($y_g = Y + y_p, Y$: 평형점에서 전자석과 부상체 사이의 거리)를 출력으로 했을 때, 이들의 입출력 관계는 비선형방정식으로 표현된다. 이 비선형방정식을 평형점 부근에서 Taylor 급수전개법에 의해 선형화하고, 상태 x_1, x_2, x_3 를

$$\begin{aligned} x_1 &= y_p, & x_2 &= \dot{x}_1 = \dot{y}_p \\ x_3 &= i_p, & u &= e_p \end{aligned} \quad (5)$$

와 같이 놓으면, 제어 대상의 상태방정식은

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_p x + B_p u \\ y &= C_p x \end{aligned} \quad (6)$$

단,

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{QI^2}{m(Y_0 + Y)^3} & 0 & -\frac{QI}{m(Y_0 + Y)^2} \\ 0 & \frac{QI}{(Y_0 + Y)(Q + L_0(Y_0 + Y))} & -\frac{R(Y_0 + Y)}{Q + L_0(Y_0 + Y)} \end{bmatrix}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{Q + L_0(Y_0 + Y)} \end{bmatrix}, \quad C_p = [1 \ 0 \ 0]$$

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$$

로 표현된다.

이러한 자기부상계에 대한 각각의 파라미터들의 값은 Table 1에 나타나 있다³⁾.

Table 1 The nominal value of the magnetic levitation system

Parameter	Value
$Q[Hm]$	3.3346×10^{-3}
$L_0[H]$	2.384
$R[\Omega]$	31.78
$X_\infty[m]$	6.002724×10^{-3}
$M[kg]$	1.048
$I[A]$	0.81

2.2 적분형 서보계의 구성

본 논문에서는 정상상태에서 기준입력에 대하여 오차없이 부상하기 위하여 Fig. 2와 같이 적분형 서보계를 구성하기로 한다⁵⁾. 이 시스템에서 $v(t)$ 를 적분기의 상태변수로 하면, 확대 편차계의 상태공간 표현은

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= \tilde{A}_p \tilde{x}(t) + \tilde{B}_p \tilde{u}(t) \\ e(t) &= \tilde{C}_p \tilde{x}(t) \end{aligned} \quad (7)$$

로 표현된다. 여기서,

$$\begin{aligned} \tilde{A}_p &= \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ -C_p & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_p = \begin{bmatrix} B_p \\ 0 \end{bmatrix} \\ \tilde{C}_p &= [-C_p \ 0] \end{aligned}$$

로 된다. 이때 $\tilde{x}(t) = [\hat{x}(t) \ \hat{v}(t)]^T$, $\tilde{u}(t)$ 는 확대계의 상태 및 제어입력이다. 단 $\hat{x}(t)$, $\hat{v}(t)$, $\tilde{u}(t)$ 는 정상상태 값과의 오차이고, $e(t)$ 는 기준입력 $r(t)$ 와 $y(t)$ 의 오차이다. 이때 상태피드백 제어칙은

$$\tilde{u}(t) = K\tilde{x}(t) = [F \ G] \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ \hat{v}(t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

로 된다.

2.3 설계 사양

2.3.1 물리 파라미터의 변동

시스템을 표현하는 식(6)에 있어, 시스템 행렬 A_p , B_p , C_p 의 계수의 변동을 파라미터의 변동으로 생각한다. 이때, 계수행렬을 행렬 폴리티오프의 형태로 표현하면, 이러한 파라미터 변동에 대한 제어계의 강인성은 보증된다. 본 논문에서는 전자석의 저항 R 과 부상체의 질량 m 을 아래와 같이 변동하는 경우로 고려한다.

$$\begin{aligned} m_{\min} &\leq m \leq m_{\max} \\ R_{\min} &\leq R \leq R_{\max} \end{aligned} \quad (9)$$

2.3.2 H_∞ 의 노음 조건

Fig. 2에서 있어서, 외부에서 들어오는 외란 w 를 부가하고, 제어칙 식(8)을 식(7)에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= (\tilde{A}_p + \tilde{B}_p K)\tilde{x}(t) + \tilde{B}_w w(t) \\ y(t) &= \tilde{C}_p \tilde{x}(t) + \tilde{D}_w w(t) \end{aligned} \quad (10)$$

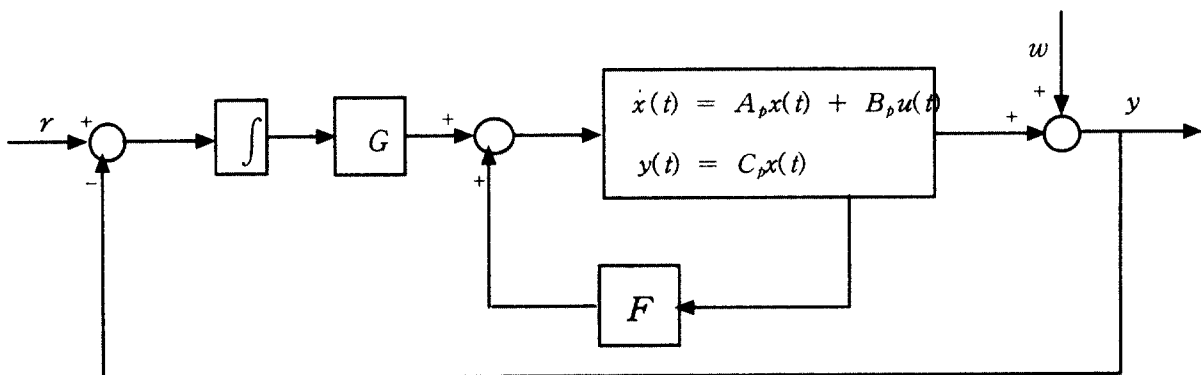


Fig. 2 Integral type servo system

단, $\tilde{B}_w = [0 \ 0 \ 0 \ -1]^T$, $\tilde{D}_w = 1$ 로 된다. 따라서 Fig. 2에 있어 w 로부터 y 까지의 $\|G_{yw}\|_\infty < \gamma$ 를 최적화하고, 출력측의 외란의 영향을 저감화하는 것을 목적으로 한다.

3. LMI에 의한 제어기 설계

3.1 LMI에 의한 상태 피드백

다음처럼 연속시간 선형 시불변 플랜트와 정수 계인에 의한 상태 피드백 제어기를 생각하자.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad u = Kx \quad (11)$$

이것에 대응하는 폐루프는

$$\dot{x} = (A + BK)x \quad (12)$$

로 주어진다. 여기서의 목적은 폐루프 계가 안정하게 하는 제어기 게인 K 를 구하는 것이다. 우선 리아프노프의 정리에 의해 폐루프 계가 안정할 필요충분조건은

$$(A + BK)P + P(A + BK)^T < 0, \quad P = P^T > 0 \quad (13)$$

을 만족하는 대칭행렬 P 와 K 가 존재하는 것이다. 그러나 이 부등식은 P 와 K 에 관해서凸성은 아니므로, $W := KP$ 라는 변수를 새로이 도입하는 변수변환법을 이용하면, 식(13)은

$$AP + BW + PA^T + W^T B^T < 0, \quad P = P^T > 0 \quad (14)$$

로 되며, 이는 P 와 W 에 대해서 LMI로 된다. 따라서 안정화 상태 피드백 제어칙은 $K = WP^{-1}$ 로 구해진다⁶⁾.

3.2 H_∞ 노움에 의한 내부안정성

주어진 전달함수 $G(s)$ 의 H_∞ 노움은 다음과 같이 정의된다.

$$\|G\|_\infty \triangleq \sup_{\text{Re}(s) > 0} \|G(s)\| \quad (15)$$

여기서 $\text{Re}(\cdot)$ 는 복소수의 실수부를 표시하고 $\|G(s)\|$ 는 $G(s)$ 의 최대 특이치를 나타낸다.

H_∞ 제어문제는 주어진 제어대상 $P(s)$ 에 대해서 제어기 $K(s)$ 를 폐루프계 내부 안정인 동시에 $\|G\|_\infty < 1$ 을 만족하도록 설계하는 것이다. 이때 폐루프계 전달함수 $G(s)$ 의 상태공간표현이

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (16)$$

표시되는 것으로 한다.

유계실 정리 : 상기의 전달함수 $G(s)$ 와 어떤 γ 가 주어진다고 하자. 다음의 명제는 동가이다⁶⁻⁸⁾.

(i) A 가 안정인 동시에 $\|G(s)\|_\infty < \gamma$

(ii) $\|D\| < \gamma$ 이고, 리카치부등식

$$AX + XA^T + BB^T + M < 0$$

단, $M = (XC^T + BD^T)(\gamma^2 I - DD^T)^{-1}(XC^T + BD^T)^T$ 을 만족하는 정정 대칭행렬 $X > 0$ 가 존재한다.

(iii) 선형행렬부등식

$$\begin{pmatrix} AX + XA^T & XC^T & B \\ CX & -\gamma I & D \\ B^T & D^T & -\gamma I \end{pmatrix} < 0$$

을 만족하는 정정 대칭행렬 $X > 0$ 가 존재한다.

식(10)으로 나타내어진 시스템 표현에 있어, 불확실성을 포함하는 계수행렬 $\tilde{A}_p, \tilde{B}_p, \tilde{C}_p$ 는 파라미터 α 로 하여 표현하면

$$\begin{aligned} \tilde{A}_p &= \sum_{i=0}^k \alpha_i \bar{A}_i \\ \tilde{B}_p &= \sum_{i=0}^k \alpha_i \bar{B}_i \\ \tilde{C}_p &= \sum_{i=0}^k \alpha_i \bar{C}_i \\ \sum_{i=0}^k \alpha_i &= 1, \quad \alpha_i \geq 0, \quad i=1, \dots, k \end{aligned} \quad (17)$$

로 된다. 여기서 $\bar{A}_i, \bar{B}_i, \bar{C}_i$ 는 단점행렬이고, 식(17)로 나타내어지는 집합을 행렬 폴리토프라 부른다⁴⁾. 따라서 위의 유계실 정리와 식(17)의 단점행렬로 표현된 시스템에 있어 아래와 같은 정리가 얻어진다.

정리 : 식(10)으로 주어진 시스템에 대해서, 폐루프계가 안정하고, w 에서 y 까지의 전달함수 $\|G_{yw}\|_\infty < \gamma$ 를 만족시키는 상태 피드백 제어칙 K 가 존재하기 위한 필요충분조건은

$$\begin{pmatrix} M(X, Y) & \tilde{B}_w & X & \tilde{C}_p^T \\ \tilde{B}_w^T & -\gamma I & & \tilde{D}_w^T \\ \tilde{C}_w X & & \tilde{D}_w & -\gamma I \end{pmatrix} < 0 \quad (18)$$

단, $M(X, Y) = \tilde{A}_p X + X \tilde{A}_p^T + \tilde{A}_p Y + Y \tilde{A}_p^T$ 가 성립하도록 정정 대칭행렬 X 와 변수 Y 가 존재하는 것이다. 이때 상태 피드백 제어칙 K 는

$$K = Y X^{-1} \quad (19)$$

로 된다.

3.3 설계 방법

여러 가지의 설계사양을 만족하는 상태피드백 제어칙을 구하는 것은 2.3절의 설계사양에 대해 3.2절에 주어진 LMI의 식(18)을 만족하는 공통의 해가 존재하는 것인가를 음미하고 있으며, 존재한다면 해 X, Y 를 이용하여 사양을 만족하는 상태 피드백 제어칙 K 를 구할 수 있다. 또한 변동하는 물리 파라미터의 각 단점행렬에 대해서도 구해진 상태 피드백 제어칙 K 가 사양을 만족하고 있는가에 관해서도 조사한다.

3.4 상태피드백 제어칙 설계

상태 피드백 제어칙을 구하기 위해 우선 시스템의 물리 파라미터의 변동들은 식(9)에 표시되어 있으며, 이 값들은 Table 2에 나타나 있다.

Table 2 Physical parameters

	Min.	Max.
$M[kg]$	0.524	1.572
$R[\Omega]$	16.39	49.17

Table 2에 나타낸 각각의 파라미터 변동에 대해 w 에서 y 까지의 H_∞ 노음조건을 만족하는 상태 피드백 제어칙을 구한 결과는 아래와 같다⁹⁾. 이때 γ 의 값은 3.7로 하였다.

상태 피드백 계인 :

$$F = [4.76729 \times 10^5 \quad 1.26571 \times 10^4 \quad -5.5428 \times 10^3]$$

적분기 계인 :

$$G = [-7.89925 \times 10^{-4}]$$

이때 구한 적분기 계인은 피드백 계인에 비해 월등히 작음을 알 수 있으며, 이는 기준입력의 변화

에 대해 속응성이 떨어짐을 의미한다. 이와 같이 적분기의 계인이 피드백 계인에 비해 상대적으로 작은 것은 페루프 계의 극을 원하는 영역에 지정하지 않았으므로 나타나는 결과로 볼 수 있다. 따라서 본 연구에서는 모든 단점행렬들에 대해서 페루프 시스템을 안정하게 하고, H_∞ 의 노음의 조건을 만족시키는 범위에서 적분기의 계인을 증가하여 위의 설계사양을 만족하는 값으로 선정하였으며, 선정된 값은 다음과 같다.

$$G = [-3.696853 \times 10^5]$$

이렇게 적분기 계인을 증가하였을 경우에 있어, 각각의 단점행렬들에 대하여 페루프 시스템의 극점의 위치를 Fig. 3에 나타내었다.

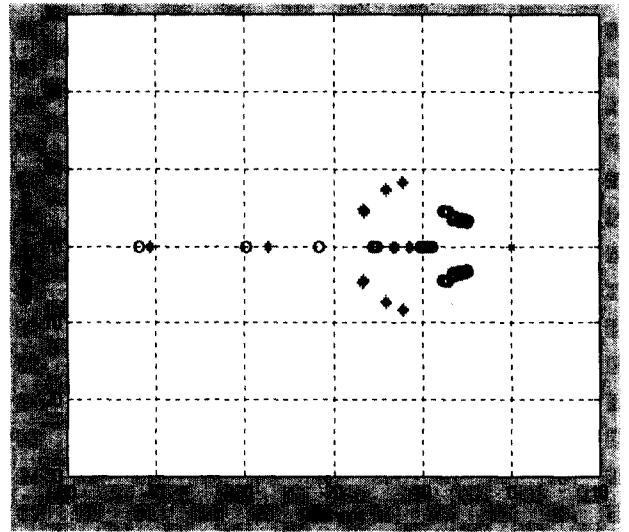


Fig. 3 The plot of poles

이 그림에서 '*'는 원래의 적분기의 계인을 가지고 각 단점들에 대해 페루프 시스템의 극점을 도시한 것이고, 'o'의 표시는 적분기 계인을 재선정한 경우에 있어 페루프 시스템의 극점을 나타낸 것이다. 이 그림에서 적분기의 극점을 증가한 경우 영의 부근에 존재하던 극점이 좌반면으로 이동하게 되어 시스템의 속응성이 개선됨을 의미할 수 있으며, 또한 각각의 단점에 대하여 이 시스템의 극점은 좌반면에 존재하므로, 이 시스템은 안정하다는 것을 알 수 있다.

또한 적분기의 계인을 증가하였을 때 H_∞ 의 노음조건을 각각의 단점에 대해 나타낸 선도가 Fig. 4이다. 이 그림에서 '*'는 γ 의 값을 나타내고 있으며, 적분기 계인을 증가한 경우에 있어, 각각의 단점에 대해서도 $\|G_{yw}\|_\infty < \gamma$ 를 만족하고 있음을 알 수 있다.

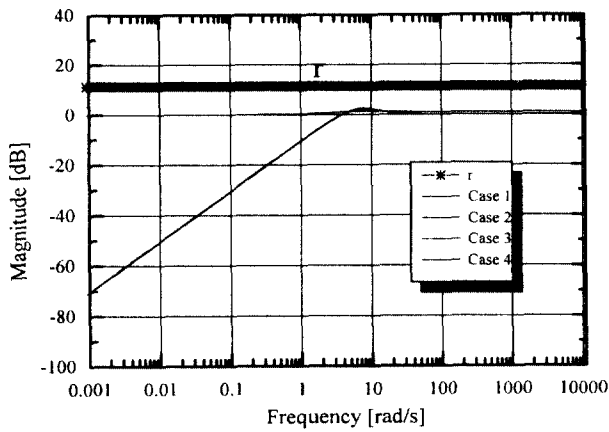


Fig. 4 The plot of $W \rightarrow Y$

또한 Fig. 2에서 입력 w 에서 출력 y 까지의 전달함수를 감도함수 $S(s)$, 입력 r 에서 제어대상의 출력 y 까지의 전달함수를 상보 감도함수 $T(s)$ 라 하면, $S(s)$ 및 $T(s)$ 는

$$S(s) = N(s)/(sD(s) + N(s)) \quad (20)$$

$$T(s) = sD(s)/(sD(s) + N(s)) \quad (21)$$

단, $\frac{N(s)}{D(s)} \triangleq C_p(sI - A_1)^{-1}B_1$

$$A_1 = A_p + B_pF, \quad B_1 = B_pG$$

으로 표현되며, 이는

$$T(s) + S(s) = I \quad (22)$$

의 관계가 있다. 따라서, 적분기 계인을 증가한 경우에 있어, 각 단점들에 대해 식(22)를 만족하는

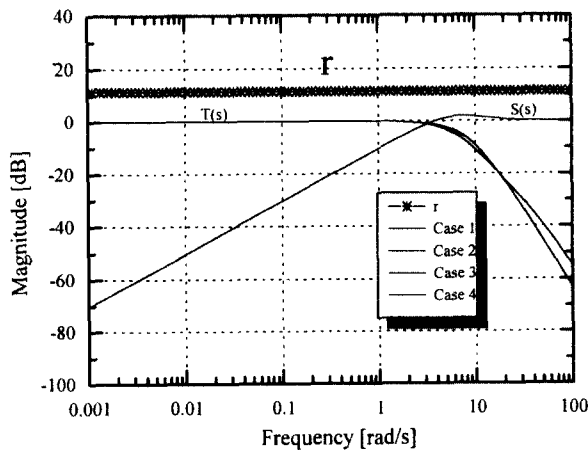


Fig. 5 The plot of $S(s)$ and $T(s)$

지를 조사한 것을 Fig. 5에 나타내었다. 이 그림에서 알 수 있듯이, 재 선정된 적분기의 계인을 가지고도 식(22)가 만족되고 있음을 보여주고 있다.

4. 시뮬레이션 및 고찰

3장에서 설계된 상태 피드백 제어칙을 가지고 Fig. 2와 같은 제어계를 구성하여 시뮬레이션을 수행하였다. 우선 시뮬레이션의 방법은 아래와 같다.

가) 스텝상의 기준입력을 가한 경우

나) 출력측에 스텝 상으로 외란을 가한 경우

각 시뮬레이션에 경우에 있어 물리 파라미터의 변동은 Table 2에 나타난 값으로 수행하였다. 또한 실험결과의 그림에 표기된 Case *의 의미는 다음과 같다.

Case 1 : $M = M_{min}, R = R_{min}$

Case 2 : $M = M_{max}, R = R_{min}$

Case 3 : $M = M_{min}, R = R_{max}$

Case 4 : $M = M_{max}, R = R_{max}$

Fig. 6은 가)에 해당하는 응답실험으로써 부상 1[s]후에 기준 위치를 스텝적으로 1[mm]를 변경한 경우의 실험결과이다. 이때 평형점은 7[mm]이므로, 세로축의 0.000[m]은 7[mm]를 의미한다. 이 실험의 결과로부터 알 수 있듯이 모든 물리 파라미터 변동에 대해서도 1[s]내에 오차 없이 부상하고 있음을 보여주고 있어, 서보계의 작용을 하고 있음을 보여주고 있다.

Fig. 7은 나)에 해당하는 실험의 결과로 부상 후 2[s]에 스텝적인 외란을 출력측에 가한 경우의 응답이다. 이 경우의 응답실험에 있어, Table 2에 표현된 물리 파라미터의 변동에 대해서도 외란을

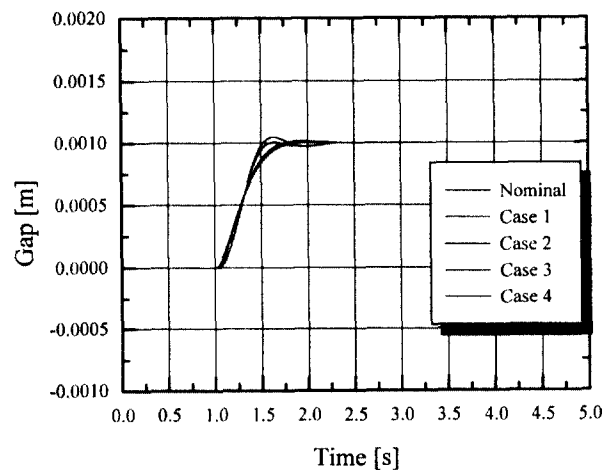


Fig. 6 Step response

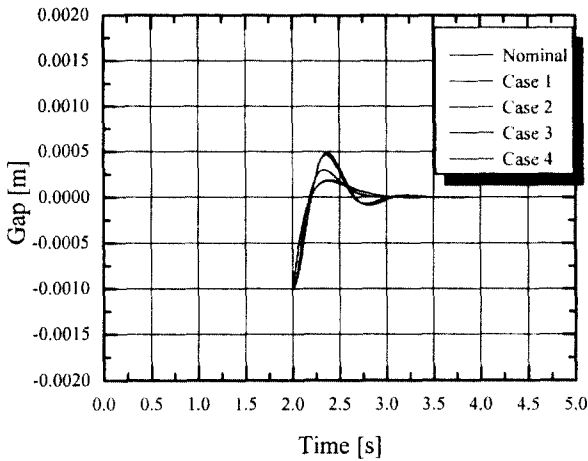


Fig. 7 Disturbance response

1[s]후에 제거하고, 안정하게 부상하고 있는 것을 보여 주고 있다.

5. 결론

본 연구에서는 자기부상계에 대해 최근에 주목받고 있는 수치적최적화 기법의 하나인 선형 행렬부등식에 의한 제어기 설계법을 이용하여 상태 피드백 제어칙을 설계하고, 적분형 서보계를 구성한 후 시뮬레이션을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 선형행렬부등식의 방법으로 설계된 제어기는 물리 파라미터 변동에 대해서도 제어계의 강인성이 보증되고 있음을 알 수 있다.
- 2) 자기부상계의 물리 파라미터변동에 대해, 적분기 계인은 내부안정성의 보증하는 범위내로 수정이 가능함을 알 수 있다.
- 3) 구성된 제어계는 기준입력에 정상편차 없이 추종하고 있음을 보여주고 있어 서보계의 동작을 하고 있음을 알 수 있으며, 부상 후 외란에 대한 제거성능도 우수함을 알 수 있다.

향후 물리 파라미터의 변동에 대한 강인성과 H_{∞} 제어 사양뿐만이 아니라 지정된 영역에 극을 배치하는 것 등의 다목적 설계사양을 만족하는 제어칙을 설계하는 것은 향후의 과제가 될 것이다.

참고문헌

1. 野波, “磁氣浮上磁氣軸受制御の現況と制御理論”, 計測と制御, Vol. 32. No. 4, p. 301, 1993
2. 日本電氣學會, “磁氣浮上と磁氣軸受”, コロナ社, pp. 6~36, 1993
3. 김창화, 양주호, 정석권, 김영복, “자기부상 시스

템에 강인한 제어기 설계에 관한 연구(II)”, 한국박용기관학회, Vol. 20, No. 3, 1996

4. 小原, 松江, “最適化を用いた制御系設計”, 日本システム/制御/情報學會誌, Vol. 38, No. 3, pp. 138~46, 1994
5. 池田, “2自由度積分形最適サーボ系の構成”, 計測自動制御學會論文集, Vol. 27, No. 8, pp. 907~914, 1991
6. S. Boyd et al., “Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory”, SIAM, 1994
7. P. Gahinet and P. Apkarian, “A Linear Matrix Inequality Approach to H_{∞} Control”, Int. J. Robust Nonlinear Control, Vol. 4, pp. 421~448, 1994
8. T. Iwasaki and R. E. Skelton, “All Controllers for the General H_{∞} Control Problem : LMI Existence Conditions and State Space Formulas”, Automatica, Vol. 30, No. 8, pp. 1307~1317, 1994
9. P. Gahinet, A. Nemirovskii, A. J. Laub, and M. Chilali, “LMI Control Toolbox”, The Math Works Inc., 1994