〈연구논문〉 한국동력기계공학회지 제3권 제4호 pp. 69~78 1999년 11월

다변수 시스템의 자기동조제어

Self-Tuning Control of Multivariable System

이 동 철

D. C. Lee

Key Words : Self-Tuning Control(자기동조제어), Stochastic Control(확률제어), System Identification(시스템동정)

Abstract : In the single-input and single-output system, the parameter of plant is scalar polynomial, but in the multiple input and multiple output, it accompanies, being matrix polynomial, the consideration of observable controlability index or problems non-commutation in matrix polynomial as well as degree, and it is more complex to deal with. Therefore, it is thought that a full research on the single-input and single-output system is not sufficient. This paper proposes that problems of minimum variance self-tuning regulator by using numerical calculation example of multivariable system and pole assignment self-tuning regulator.

1. 서 론

대부분의 제어시스템 설계는 제어대상의 동특성을 이미 알고 있다는 가정에 기초한다. 그러나, 실제 시스템에서의 제어대상의 동특성은 정확히 알기 어렵고, 환경이나 동작조건에 따라 변화하므로 제어기 설계시는 이를 적절히 고려할 필요가 있다. 제어기는 실 시스템에 적용할 때 종종 문제가 발생하고 있으므로 이론과 실제에의 응용의 차이가 큰 문제로 되고 있으며, 이 문제는 제어대상이 불확실하다고 하는 의미로 총칭된다. 이와 같은 흐름 가운데 불확실함을 양(positive)으로 취급한 제어시스템 설계가 행해지게 되었고, [적응제어]와 [강인한제어]로 대별되어 연구가 진행되고 있다. 전자는, 제어대상의 불확실함을 시시 각각 추정하여 이 정보를 제어시스템 설계에 이용하고, 이에 기초한 제어시스템 설계를 행하는 방법이다. 한편, 후자는 불확실함에 대해 강인한 제어시스템을 설계하는 제어방법이다.

적응제어는 자기동조제어(self tuning control)와 모델규범형 적응제어(model reference adaptive control system, MRACS)로 구별된다. 자기동조제어는, 평가규범의 최소화에 기초한 확률시스템(stochastic system)의 제어이론과 시스템 동정론(identifiability)과를 융합시킨 설계방법이라고 할 수 있다. 한편, 모델규범형 적응제어의 경우는 확정시스템(deterministic system)에 대해 Lyapunov의 안정론(stability)이나 Popov의 초안정론(hyperstability)을 이용하여, 제어시스템의 안정성이나 정실성(positive reality)에 기초한 제어시스템 설계가 행해 진다. 자기동조법에 대한 연구는 1970년 이후부터 활발히 진행되어, 많은 제어기법이 제안되어 왔다. 이들은 평가규범의 최소화에 기초한 방법과 폐루우프 특성을 지정하는 방법으로 대별된다[1,4].

본 논문에서 취급하는 최소분산(minimum variance) STR(self-tuning regulator)[5]은 자기동조제어에, 극지정(pole assignment) STR[6]은 모델규범형 적응제어에 속한다. 단일입력 단일출력 시스템에서 플랜트의 파라미터는 스칼라 다항식이지만, 다중입력 다중출력 시스템에서는 행렬다항식이 되어, 차수 뿐만 아니라 가관측, 가제어지수의 고려나 행렬다항식의 비가환성(non-commutation) 등의 문제가 수반되고, 취급이 보다 복잡하다.[7,8] 본 논문에서는 수치계산예를 이용하여 다변수 시스템의 최소분산 STR과 극지정 STR의 문제점을 명확히 하고저 한다.

접수일 : 1999년 8월 4일

이동철 : 부경대학교 전기·제어계측공학부

1.1 오프-라인 제어법

1.1.1 시스템의 기술

시스템은 가제어, 가관측으로 전달함수 행렬에 의해 입출력관계가 식(1.1)과 같이 기술된다.

$$[I+A(z^{-1})]y_t = z^{-k}B(z^{-1})u_t + [I+C(z^{-1})]e_t \tag{1.1}$$

여기서, u_t와 y_t는 각각 벡터의 입출력, e_t는 벡터의 백색잡음(white noise)이며, 식(1.2)를 만족한다.

$$E[e_t] = 0$$
$$E[e_t\ e_t{}^T] = Q \tag{1.2}$$

여기서, Q는 정정공분산행렬(positive definite covariance matrix), $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $C(z^{-1})$는, $X(z^{-1}) = X_1 z^{-1} + X_2 z^{-2} + \cdots + X_n z^{-n_x}$, $n_x = n_a, n_b, n_c$ 라고 하는 형의 축퇴연산자 행렬(derogetory operational matrix)이다.

1.2 최적레규레이터

1.2.1 최소분산 레규레이터

여기서, 일반적인 각각의 입력 전달경로는 같은 시간지연을 k, $det[B(z^{-1})]$는 모든 영점을 z평면의 단위원 내에 갖는다고 가정한다. 최소분산 레규레이터는 식(1.3)의 평가함수를 최소로 하는 것이다.

$$V = E[y^T(t+k+1)\,y(t+k+1)] \tag{1.3}$$

V를 최소화하는 제어칙은 식(1.4)와 같다.

$$[I+M(z^{-1})][zB(z^{-1})]u_t = G(z^{-1})y_t \tag{1.4}$$

여기서,

$$G(z^{-1}) = G_0 + G_1 z^{-1} + \cdots + G_{n_t} z^{-n_t} \tag{1.5}$$

$$I+C(z^{-1}) = [I+A(z^{-1})][I+M(z^{-1})] - z^{-k-1}\tilde{G}(z^{-1}) \tag{1.6}$$

또, 식(1.7), (1.8)과 같은 의사가환성(pseudo commutation)을 이용한다.

$$[I+\tilde{M}(z^{-1})]\tilde{G}(z^{-1}) = G(z^{-1})[I+M(z^{-1})] \tag{1.7}$$

$$det[I+\tilde{M}(z^{-1})] = det[I+M(z^{-1})] \tag{1.8}$$

행렬다항식 $M(z^{-1})$과 $\tilde{M}(z^{-1})$의 차수는 k, $G(z^{-1})$, $\tilde{G}(z^{-1})$의 차수는 n_a-1이다. 행렬다항식 차수의 제한에 의해 식(1.7)은 $G(z^{-1})$과 $\tilde{M}(z^{-1})$의 $(k+n_a-1)p$ 의 미지계수의 선형방정식으로 기술된다.

폐루우프 시스템은 식(1.9)와 같다.

$$y_t = [I+M(z^{-1})]e_t \tag{1.9}$$

1.2.2 비동조(detunned) 최소분산 레규레이터

최소분산 레규레이터는 제어신호가 매우 커지도록 궤환이득을 도입한다. 이 경우 비동조 최소분산은 식(1.9)의 폐루우프 기술을 도입한다.

$$[I+z^{-k}T(z^{-1})]y_t = [I+M(z^{-1})]e_t \tag{1.10}$$

여기서,

$T(z^{-1}) = T_1 z^{-1} + T_2 z^{-2} + \cdots + T_{n_t} z^{-n_t}$ 은 반최적(semi-optimal)제어로 하더라도 제어성능을 만족시키기 위해 식(1.11)과 같이 정의한다.

$$I+C(z^{-1}) = [I+\tilde{M}(z^{-1})] \cdot [I+A(z^{-1})] - z^{-k-1}G(z^{-1}) \tag{1.11}$$

식(1.11), (1.9), (1.8)을 비교하면 식(1.12), (1.13), (1.14)와 같다.

$$[I+\tilde{M}(z^{-1})][I+\tilde{C}(z^{-1})] = [I+C(z^{-1})][I+M(z^{-1})] \tag{1.12}$$

$$det[I+\tilde{M}(z^{-1})] = det[I+M(z^{-1})] \tag{1.13}$$

$$det[I+C(z^{-1})] = det[I+\tilde{C}(z^{-1})] \tag{1.14}$$

식(1.11)에 $I+z^{-k}T(z^{-1})$을 곱하면 식(1.15)와

같다.

$$[I+\hat{C}(z^{-1})][I+z^{-k}T(z^{-1})] = [I+\hat{M}(z^{-1})][I+A(z^{-1})] - z^{-k-1}L(z^{-1}) \quad (1.15)$$

여기서,

$$L(z^{-1}) = G(z^{-1}) - z[I+\hat{C}(z^{-1})]T(z^{-1}) = L_0 + L_1 z^{-1} + \cdots + L_{n_l} z^{-n_l} \quad (1.16)$$

식(1.1)에 $[I+\hat{M}(z^{-1})]$을 좌측에 곱하고, 식(1.15)에 대입하여 식(1.14)의 관계를 이용하면 식(1.17)과 같이 된다.

$$[I+\hat{C}(z^{-1})][I+z^{-k}T(z^{-1})]y_t - [I+M(z^{-1})]e_t = z^{-k-1}[\hat{M}(z^{-1})][zB(z^{-1})]u_t - l(z^{-1}) \quad (1.17)$$

식(1.17)에서 비동조 최소분산법은 식(1.18)의 제어칙에 의해 성립됨을 알 수 있다.

$$[I+\hat{M}(z^{-1})][zB(z^{-1})]u_t = L(z^{-1})y_t \quad (1.18)$$

최소분산 레규레이숀은 $T(z^{-1})=0$으로 할 때 비동조의 특별한 경우에 속한다. 그때는 $L(z^{-1})=G(z^{-1})$에 따라 제어칙은 식(1.9)와 같이 된다.

1.3 극지정법

$B(z^{-1})$이 모든 영점을 z평면 내에 갖는다고 하는 필요성은 대부분의 실제 시스템에는 적합하지 않으므로 이것을 개선하기 위한 연구로서, Clarke와 Gawthrop(1979)는 최소분산의 취급에 유사한 적당한 방법으로 다변수의 경우로 확장하여, 본래 시간지연의 변화나 비최소위상 성능에 대해 영향을 받지 않는 방법이 극지정법이다[9].

여기서의 목적은, 폐루우프극 만을 식(1.19)를 이용하여 정해진 위치에 지정하고, 앞에서 언급한 $B(z^{-1})$의 제한을 피하는 것이다.

$$u_t = G(z^{-1})[I+F(z^{-1})]^{-1}y_t \quad (1.19)$$

여기서,

$$G(z^{-1}) = G_0 + G_1 z^{-1} + \cdots + G_{n_g} z^{-n_g} \quad (1.20)$$

$$F(z^{-1}) = F_1 z^{-1} + F_2 z^{-2} + \cdots + F_{n_f} z^{-n_f} \quad (1.21)$$

계수행렬 F_j, G_j는 $p\times p$, 다항식행렬의 차수는 식(1.22)와 같다.

$$n_g = n_a - 1,\ n_f = n_b + k - 1 \quad (1.22)$$

만약, 제어계수가 식(1.23)과 같다면 폐루우프 방정식은 식(1.24)와 같이 나타낼 수 있다.

$$[I+A(z^{-1})][I+F(z^{-1})] - z^{-k}B(z^{-1}) \cdot G(z^{-1}) = [I+C(z^{-1})][I+T(z^{-1})] \quad (1.23)$$

그때의 폐루우프 방정식은 식(1.24)와 같다.

$$y_t = [I+F(z^{-1})][I+T(z^{-1})]^{-1}e_t \quad (1.24)$$

폐루우프 시스템의 극은 식(1.25)의 부등식으로 억제된 차수 n_t에 의해 다항식행렬 $I+T(z^{-1})$의 결정에 따라 상세히 논할 수 있다.

$$n_t \le n_a + n_b + k - 1 - n_c \quad (1.25)$$

제어기의 파라미터는 식(1.23)의 z^{-1}의 승수 계수를 같게 한 형의 선형방정식에서 구할 수 있다. 이들 방정식이 해를 갖기 위한 근본적인 조건은 식(1.26)과 같은 n_a+n_b+k-1 의 행렬 R가 정칙(non-singular)인 것이다.

$$R = \begin{bmatrix} I & & & & 0 & 0 \\ A_1 & I & & & 0 & \\ \vdots & A_1 & \ddots & I & -B_1 & \\ A_{n_a} & \vdots & \ddots & A_1 & \vdots & \ddots & -B_1 \\ & -n_a & \ddots & \vdots & -B_{n_b} & \ddots & \\ 0 & & & A_{n_a} & 0 & & -B_{n_b} \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

2. STR의 구성

Fig. 1은 STR의 기본구성을 나타낸다. 이 기본구성은, Astrom 등에 의해 처음 고찰되었고 STR은 세 부분으로 구성되어 있으며 먼저 파라미터 추정부에 있어서 제어대상의 입출력 데이터로부터 입출력 관계를 동정한다. 다음에 추정 파라미터를 실제의 파라미터로 간주하여 시스템 파라미터로부터 제어파라미터로 치환을 행하는 것이 파라미터 조절부이다. 이것은 시스템 파라미터와 제어 파라미터와를 관련시킨 항등식(Diophantine equation)에 기초하여 행할 수 있다. 제어 파라미터가 계산되면 이것을 이용한 제어입력이 제어기에서 생성된다. 제어법칙은 최소분산제어, 일반화 최소분산제어, 일반화 예측제어 등과 같이 평가함수의 최소화에 기초하여 도출되고, 또는 바람직한 폐루우프 특성을 지정하는 방법이 있다. 위에서 언급한 바와 같은 STR의 설계는 Explicit형 STR라 하며, 제어대상의 특성을 파악한 위의 제어시스템 설계를 할 수 있으므로 프로세스 제어시스템을 중심으로 적용이 시도되고 있다. 한편, Implicit형 STR는, 제어기 파라미터를 직접 추정하고 그것을 이용한 제어입력이 생성된다. 즉, 파라미터 조절부가 생략되고 계산시간의 단축화를 도모할 수 있다.

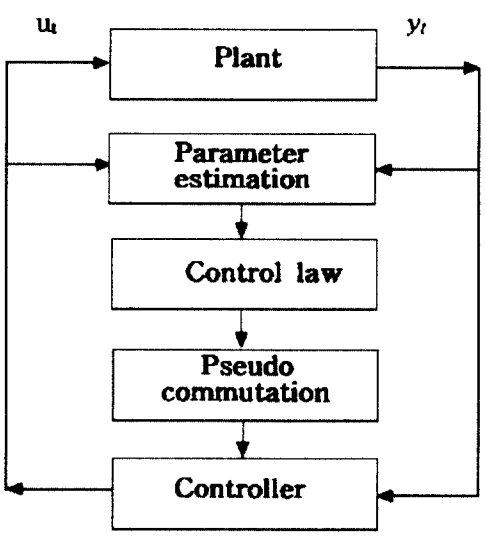


Fig. 1 Configuration of STR

2.1 최적 STR

2.1.1 최소분산 STR

이 레규레이터의 추정모델은 식(2.1)과 같다.

$$[I+z^{-k}\hat{A}(z^{-1})]y_t = z^{-k}\hat{B}(z^{-1})u_t + \varepsilon_t \quad (2.1)$$

여기서, $\hat{A}$, $\hat{B}$는 다항식행렬이며, 그 계수는 축차최소2승법(recursive least-squares, RLS)으로 추정한다. ε_t는 벡터의 오차항이며 다항식 $\hat{A}$, $\hat{B}$의 차수 $n_{\hat{a}}$, $n_{\hat{b}}$는 $G(z^{-1})$와 $M(z^{-1})$에 의해 식(2.2), (2.3), (2.4)와 같이 정의된다.

$$n_{\hat{a}} \geq n_g + 1 \quad (2.2)$$

$$n_{\hat{b}} \geq n_{\hat{m}} + n \quad (2.3)$$

$$n = n_a = n_b \quad (2.4)$$

레규레이터는 식(2.5)와 같은 행렬차분방정식이 된다.

$$\hat{B}(z^{-1})u_{t+1} = \hat{A}(z^{-1})y_{t+1} \quad (2.5)$$

여기서, B_1은 정칙이라고 가정한다. Borisson[7]은

(i) 제어대상은 모든 가관측, 가제어지수가 $n+k-1$과 같은 최소분산 레규레이터를 갖는다.

(ii) 수렴후, 레규레이터가 상대적으로 $n+k-1$과 같은 가관측, 가제어지수를 갖는 right prime $\hat{A}^*$, $\hat{B}^*$를 갖는다.

여기서,

$$\hat{A}^*(z) = z^{n_a}(z\,\hat{A}(z^{-1})) \quad (2.6)$$

$$\hat{B}^*(z) = z^{n_b}(z\,\hat{B}(z^{-1})) \quad (2.7)$$

(iii) 폐루우프 시스템이 $2n+k-1$보다 작은 최대 가관측지수를 갖는다.

(iv) 최소 분산제어는 식(2.8)과 같다.

$$\begin{aligned} n_{\hat{a}} &= n = n_a \\ n_{\hat{m}} &= n_m = k \\ n_{\hat{b}} &= n+k \end{aligned} \quad (2.8)$$

이들 제한에서 STR시스템은 최소분산 레규레이터에 수렴하며, 이는 최소2승오차 e_t가 잡음의 이동평균(moving average) ε_t에 수렴하는 식(2.9)를

의미한다.

$$\varepsilon_t = [I + M(z^{-1})]e_t \tag{2.9}$$

단일입력 단일출력의 경우와 같이 최소분산 자기동조는 계산이 용이하다고 하는 큰 장점을 가지고 있다.

2.1.2 비동조 최소분산 STR

최소분산 레규레이터를 비동조하는 목적은 최소분산법에 관계되는 주파수 과도제어 신호를 완화시키는 것이다. 추정모델은 식(2.10)과 같다.

$$[I + z^{-k}\hat{A}(z^{-1})]y_t = z^{-k}\hat{B}(z^{-1})u_t + \varepsilon_t \tag{2.10}$$

레규레이터의 행렬차분방정식은 식(2.11)과 같다.

$$\hat{B}(z^{-1})u_{t+1} = [\hat{A}(z^{-1}) - T(z^{-1})]y_{t+1} \tag{2.11}$$

실제 일반적인 기본조건으로서 페루우프 기술의 비동조 최소분산 법칙 식(2.12)에 수렴한다.

$$[I + z^{-k}T(z^{-1})]y_t = [I + M(z^{-1})]u_t \tag{2.12}$$

여기서, $det[I + z^{-k}T(z^{-1})]$은 만족한 비동조 극을 정의하는 것이며, $I + M(z^{-1})$은 최소분산해가 되는 이동평균이다. 시스템의 조건과 $\hat{A}(z^{-1})$, $\hat{B}(z^{-1})$은 최소분산 STR과 같지만, 여기서는 $T(z^{-1})$의 차수에 대해 식(2.13)과 같은 조건이 필요하다.

$$n_t \leq n_a - n_c \tag{2.13}$$

2.2 극지정 STR

앞에서 언급한 바와 같이 제어시스템은 식(1.1)로 기술된다고 가정하고, 시스템모델은 식(2.14)와 같다고 하자.

$$[I + \hat{A}(z^{-1})]y_t = \hat{B}(z^{-1})u_t + \varepsilon_t \tag{2.14}$$

이 중에서 시간지연 k는 추정되는 행렬다항식 $B(z^{-1})$에 흡수되어, $\hat{B}(z^{-1})$의 차수는 식(2.15)와 같이 확장된다.

$$n_{\hat{b}} = n_b + k \tag{2.15}$$

또 제어기는 식(2.16)과 같이 구성된다.

$$[I + \hat{A}(z^{-1})][I + \hat{F}(z^{-1})] - \hat{B}(z^{-1})\hat{G}(z^{-1}) = I + P(z^{-1}) \tag{2.16}$$

여기서,

$$I + P(z^{-1}) = [I + C(z^{-1})][I + T(z^{-1})] \tag{2.17}$$

행렬차분방정식은 식(2.18)과 같다.

$$[I + \hat{\hat{F}}(z^{-1})]u_t = \hat{\hat{G}}(z^{-1})y_t \tag{2.18}$$

의사가환성은 식(2.19)가 이용되고 있다.

$$[I + \hat{\hat{F}}(z^{-1})]\hat{G}(z^{-1}) = \hat{\hat{G}}(z^{-1})[I + \hat{F}(z^{-1})] \tag{2.19}$$

알고리즘은 오프-라인 설계로 식(2.20)과 같이 표현되며, 페루우프 배치에 수렴한다.

$$y_t = [I + F(z^{-1})][I + T(z^{-1})]^{-1}e_t \tag{2.20}$$

중요한 가정은

(i) 시스템 차수에 관한 것으로 다음과 같다.

$$\begin{aligned} n_{\hat{a}} &= n_a \\ n_{\hat{b}} &= n_b + k \\ n_b &= n_a \\ n_g &= n_{\hat{a}} - 1 \\ n_f &= n_{\hat{b}} - 1 \\ n_t &\leq n_a + n_b + k - n_c - 1 \end{aligned} \tag{2.21}$$

(ii) 시스템에 대해 극지정 레규레이터가 존재하고, 그것이 n_f의 가관측, 가제어 지수를 가진다.

(iii) 더욱 중요한 것은 실제적으로 식(2.22)는, 식(2.16)에서 유도되고, $\hat{F}(z^{-1})$과 $\hat{G}(z^{-1})$을 결정하고, 유일 해를 가진다. 분명히 식(2.22)의 해의 존재는 추정되는 모델계수에 의해 만들어지는 좌변의 $(n_f+n_g+1)\times p$ 행렬의 정칙성에 의존한다. 실제는 파라미터 문제를 위해 정칙이 되어야 하지만 만약 비정칙성이 되더라도 의사역행렬법을 이용할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} I & & 0 & -\hat{B}_1 & \ddots & 0 \\ \hat{A}_1 & \ddots & & \vdots & & \\ \vdots & \ddots & I & & & -\hat{B}_1 \\ \hat{A}_{n_a} & & \hat{A}_1 & -\hat{B}_{n_b} & & \vdots \\ & \ddots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & & \hat{A}_{n_a} & 0 & & -\hat{B}_{n_b} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \vdots \\ \hat{F}_{n_f} \\ \hat{G}_0 \\ \vdots \\ -\hat{G}_{n_b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_{n_f} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{A}_1 \\ \vdots \\ \hat{A}_{n_a} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

극지정법은 개루우프의 비최소위상 영점의 문제를 피할 수 있다.

또 설계자가 $det[I+T(z^{-1})]$의 영점을 지정하여 폐루우프 극을 결정할 수 있다.

3. 수치계산 예

3.1 모 델(1)

다음과 같은 모델에 대하여 최소분산 STR과 극지정 STR을 고려하자.

$$(I+A_1 z^{-1}+A_2 z^{-2})y_t = (B_1 z^{-1}+B_2 z^{-2})u_t+(I+C_1 z^{-1})e_t$$

여기서,

$$A_1=\begin{bmatrix} 0.8 & -2.9 \\ 0.4 & -1.4 \end{bmatrix},\quad A_2=\begin{bmatrix} 0.2 & -1.75 \\ 0.2 & -1.4 \end{bmatrix},$$

$$B_1=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_2=\begin{bmatrix} -0.4 & 0.6 \\ 0.4 & 0.6 \end{bmatrix},$$

$$C_1=\begin{bmatrix} -0.25 & 0 \\ 0 & -0.45 \end{bmatrix}$$

또 백색잡음 e_t는 다음과 같다.

$$E(e_t)=0,\quad E(e_t e_t^T)=0.1\,I$$

3.1.1 최소분산 STR

추정모델은 식(2.1)에서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(I+A_1 z^{-1}+A_2 z^{-2})y_t = (B_1 z^{-1}+B_2 z^{-2})u_t+\epsilon_t$$

행렬다항식의 차수는 1.2절의 $G(z^{-1})$과 $M(z^{-1})$의 차수에 의해 다음과 같이 된다.

$$n_{\hat{a}} \geq n_g+1$$
$$n_{\hat{b}} \geq n_{\hat{m}}+n$$
$$n=n_a=n_b$$

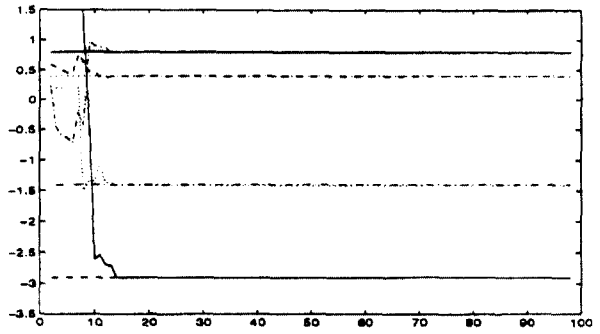
레규레이터는 다음과 같은 행렬 차분방정식으로 된다.

$$\hat{B}(z^{-1})\,u_{t+1}=\hat{A}(z^{-1})\,y_{t+1}$$

파라미터 추정은 t=100까지 행하고 t=100일 때의 추정치와 이론치를 비교(Table 1)하고 또 시스템 잡음과 추정모델의 식오차를 성분마다 비교한 것을 Fig. 2에 나타냈다.

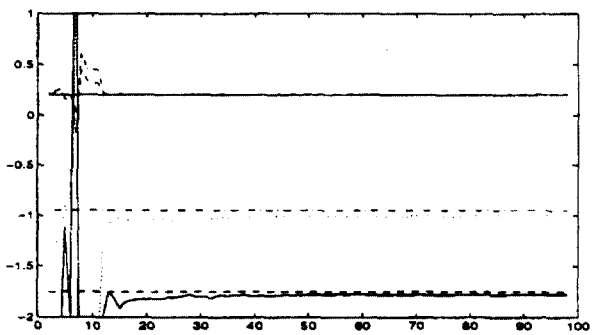
Table 1 Theory value and estimation value

	이론치		추정치	
A_1	0.8000	-2.9000	0.7953	-2.9006
	0.4000	-1.4000	0.3991	-1.4118
A_2	0.2000	-1.7500	0.2020	-1.7760
	0.2000	-0.9500	0.2034	-0.9953
B_1	1.0000	0	0.9951	0.0064
	0	1.0000	0.0002	1.0053
B_2	-0.4000	0.6000	-0.4039	0.6035
	0.4000	0.6000	0.4038	0.5949



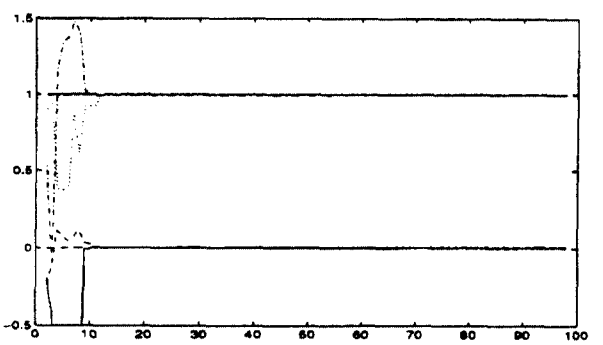
t [sec]

(a) matrix $\widehat{A}_1$ element



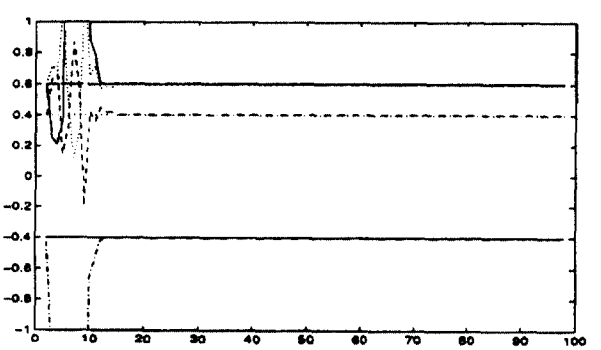
t [sec]

(b) matrix $\widehat{A}_2$ element



t [sec]

(c) matrix $\widehat{B}_1$ element



t [sec]

(d) matrix $\widehat{B}_2$ element

Fig. 2 Time change of each matrices element

3.1.2 극지정 STR

다음과 같은 추정모델을 이용하여 파라미터 추정을 행한다.

$$(I+\widehat{A}_1 z^{-1}+\widehat{A}_2 z^{-2})y_t$$
$$=(\widehat{B}_1 z^{-1}+\widehat{B}_2 z^{-2})u_t+\varepsilon_t$$

레규레이터는 다음과 같은 구조를 가진다.

$$(I+\widehat{F}_1 z^{-1})u_t=(\widehat{G}_0+\widehat{G}_1 z^{-1})y_t$$

레규레이터는 $I+T(z^{-1})$을 다음 식과 같이 지정하여 설계한다.

$$I+T(z^{-1})=I+\begin{bmatrix}-0.1 & 0\\ 0 & -0.3\end{bmatrix}z^{-1}$$

파라미터 추정은 t=1000까지 행하고 t=1000일 때의 이론치와 추정치를 비교(Table 2)하고, 또 시스템 잡음과 추정모델의 식오차를 성분마다 비교한 것을 Fig. 3과 Fig.4에 나타냈다.

Table 2 Theory value and estimation value

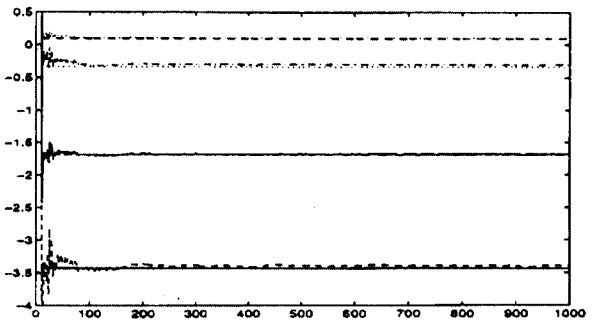
	이론치		추정치	
$\widehat{F}_1$	-1.6788	-3.3977	-1.6914	-3.4347
	0.1064	-0.3045	0.0955	-0.3363
$\widehat{G}_0$	-0.6317	-1.6529	-0.6427	-1.6812
	0.0195	-0.8835	0.0097	-0.8852
$\widehat{G}_1$	-1.1487	5.7824	-1.1449	6.0367
	-0.1017	0.7597	-0.1121	0.8521

3.2 모델(2)

다음과 같은 시스템을 고려하자.

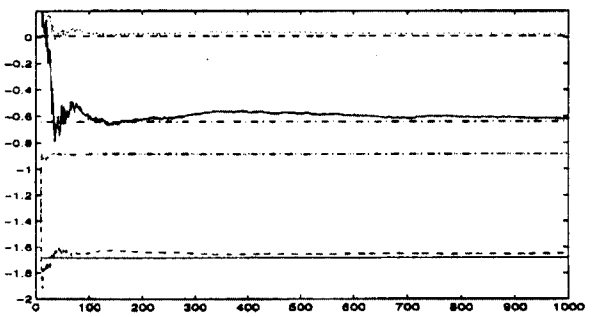
$$A_1=\begin{bmatrix}-1.4 & -0.2\\ -0.1 & -0.9\end{bmatrix},\quad A_2=\begin{bmatrix}0.48 & 0.1\\ 0 & 0.2\end{bmatrix},$$
$$B_1=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},\ B_2=\begin{bmatrix}1.5 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix},$$
$$C_1=\begin{bmatrix}-0.5 & 0\\ 0.1 & -0.3\end{bmatrix}$$

또 백색잡음 e_t는 모델(1)일 때와 같은 조건을 만족한다고 하자.



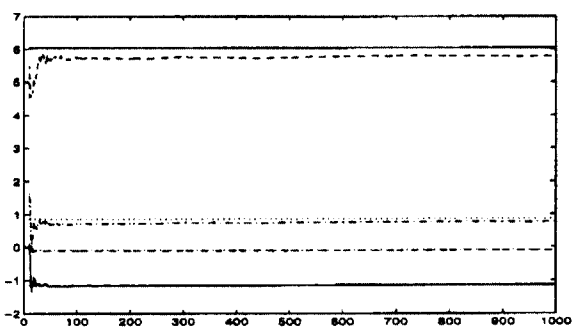
t [sec]

(a) matrix $\widehat{F}_1$ element



t [sec]

(b) matrix $\widehat{G}_0$ element



t [sec]

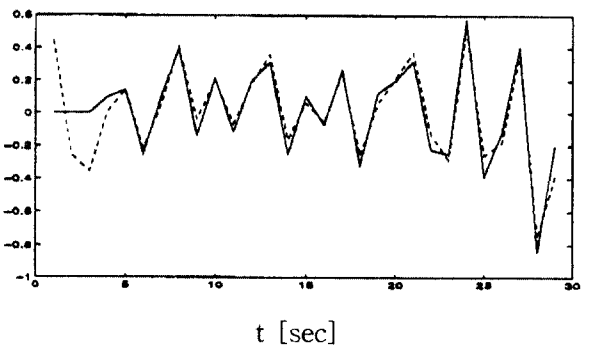
(c) matrix $\widehat{G}_1$ element

Fig. 3 Time change of each matrices element

이 모델에서는 행렬 B_1이 비정칙이므로 최소분산 STR의 식

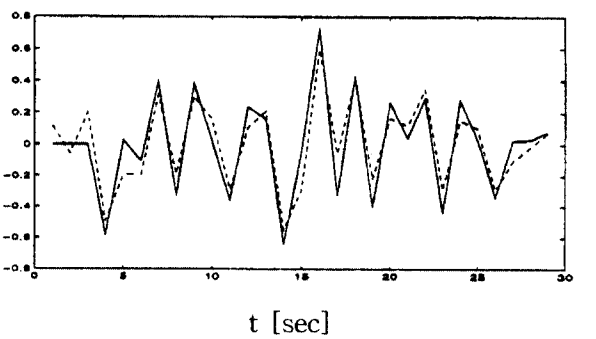
$$\hat{B}(z^{-1})u_{t+1} = \hat{A}(z^{-1})y_{t+1}$$

에서 $u_t = \widehat{B}_1{}^{-1}[-\widehat{B}_2 u_{t-1} + \widehat{A}_1 y_t + \widehat{A}_2 y_{t-1}]$로서 u_t를 구할 수 없다. 그러나 극지정 STR에서는 잘 대처할 수 있음을 나타내고 있다. 레규레이터는 $I+T(z^{-1})$을 다음과 같이 지정하여 설계한다.



t [sec]

(a) noise $e_t{}^{(1)}$ and equation error $\varepsilon_t{}^{(1)}$



t [sec]

(b) noise $e_t{}^{(2)}$ and equation error $\varepsilon_t{}^{(2)}$

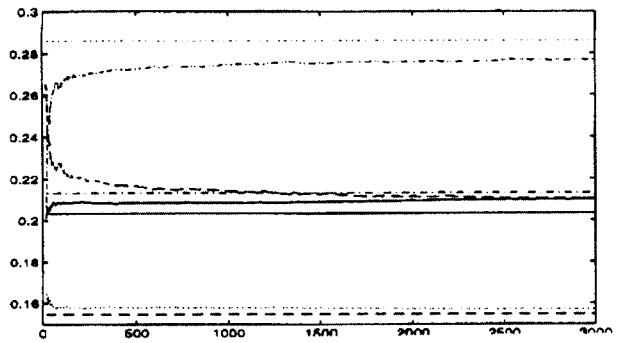
Fig. 4 Each systems noise and equation error of estimation model

$$I+T(z^{-1}) = I+\begin{bmatrix} -0.5 & 0 \\ 0 & -0.4 \end{bmatrix} z^{-1}$$

파라미터 추정은 t=3000까지 행하여 레규레이터 파라미터의 이론치와 t=3000일 때의 추정치를 비교(Table 3)하고, 또 시스템 잡음과 추정모델의 식 오차를 성분마다 비교한 것을 Fig. 5와 Fig. 6에 나타냈다.

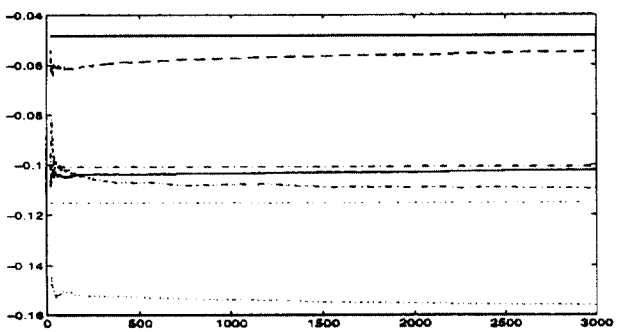
Table 3 Theory value and estimation value

	이론치		추정치	
$\widehat{F}_1$	0.2101	0.2102	0.2131	0.2033
	0.1570	0.2770	0.1548	0.2860
$\widehat{G}_0$	-0.1023	-0.0547	-0.1009	-0.0483
	-0.1562	-0.1096	-0.1599	-0.1152
$\widehat{G}_1$	0.0685	0.0259	0.0682	0.0265
	0.0496	0.0473	0.0495	0.0469



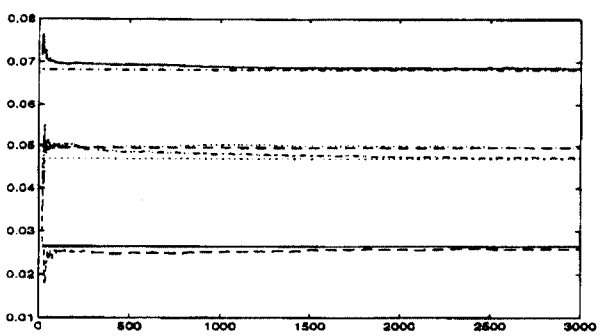
t [sec]

(a) matrix $\widehat{F}_1$ element



t [sec]

(b) matrix $\widehat{G}_0$ element



t [sec]

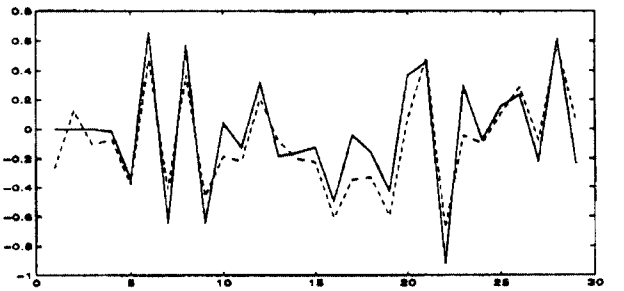
(c) matrix $\widehat{G}_1$ element

Fig. 5 Time change of each matrices element

4. 결 론

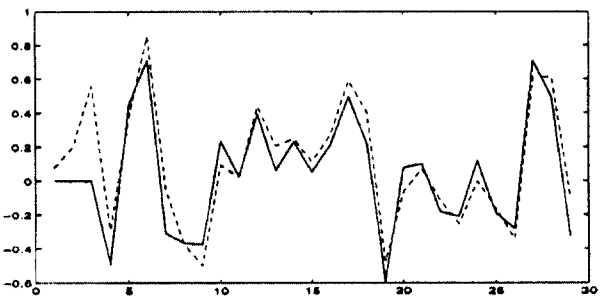
본 논문에서 모델(1)과 모델(2)의 수치계산 예를 통해 밝힌 다변수 시스템의 최소분산 STR과 극지정 STR의 문제점은 다음과 같다.

모델 (1)의 최소분산 STR은, 수렴도 빠르고 레규레이터 파라미터의 이론치와 추정치는 거의 같은 값이 얻어졌다. 극지정 STR은, 거의 일정값에



t [sec]

(a) noise $e_t^{(1)}$ and equation error $\varepsilon_t^{(1)}$



t [sec]

(b) noise $e_t^{(2)}$ and equation error $\varepsilon_t^{(2)}$

Fig. 6 Each systems noise and equation error of estimation model

수렴하고 있다고 하지만, 시간이 경과할수록 여러 가지 문제가 있고 이론치와 추정치는 적은 오차가 있었다.

모델 (2)의 최소분산 STR은, 행렬다항식 $B(z^{-1})$의 계수행렬 B_1이 비정칙이므로 적용할 수 없다. 극지정 STR은, 일정값에 수렴하고 있지만, $\widehat{F}_1$, $\widehat{G}_0$의 이론치와 추정치는 오차가 다소 커졌다.

두 모델(1), (2)에서, 최소분산 STR은 수렴도 빠르고 이론치와 추정치도 거의 일치하였고 무엇보다 계산이 간단하다는 장점이 있다. 그러나, 실제 시스템의 대부분이 행렬다항식 $B(z^{-1})$의 계수행렬 B_1이 비정칙인 것에 대해 최소분산 STR은 이와 같은 시스템 제어에는 적당하지 않다.

이에 대해 극지정 STR은 수렴에 시간이 걸리고 이론치와 추정치의 차이가 있으면(이것은

$(\widehat{A}(z^{-1}), \widehat{B}(z^{-1})) \rightarrow (\widehat{F}(z^{-1}), \widehat{G}(z^{-1}))$
$\rightarrow (\widehat{\widehat{F}}(z^{-1}), \widehat{\widehat{G}}(z^{-1}))$

이 되므로 오차가 누적되면 안된다.) B_1이 비정칙이라도 결과는 얻을 수 있다. 또 폐루우프극을 설

계자가 지정할 수 있다고 하는 장점이 있으며 알고리즘도 비교적 간단함을 알 수 있었다.

참고문헌

1. I. D. Landau, Adaptive Control-The Model Reference Approach, Marcel Dekker, pp. 1~63, 1979
2. I. D. ランダウ、富塚誠義, 適應制御システムの理論と實際, オーム社, pp. 27~103, 1981
3. 金井, 內門, "ロバスト適應制御", 計測と制御, Vol. 26, N0. 5, pp. 406~412, 1987
4. K. J. Astrom & B. Wittenmark, Adaptive Control, Addison-wesley Co., pp. 105~213, 1989
5. K. J. Astrom & B. Wittenmark, "On Self-Tuning Regulators," Automatica, 9, pp. 185~199, 1973
6. K. J. Astrom & B. Wittenmark, "Self-Tuning Controller based on Pole-Zero Placement," Proc. IEE. 27, pp. 120~130, 1980
7. K. J. Astrom, U. Borrison, L. Ljung and B. Wittenmark, "Theory and Application of Self-Tuning Regulators," Automatica, 13, pp. 457~476, 1977
8. I. D. Landau and R. Lozano, "Unifivation of Discrete Time Model Reference Adaptive Control Design," Automatica, 17, pp. 593~611, 1981
9. B. Egardt, Stability of Adaptive Controllers, Springer-Verlag, pp. 70~94, 1979