

유한한 평판에서 포물선형 및 쌍곡선형 열전도 방정식과 파동 방정식의 비교 해석

Comparative Analysis of the Parabolic and Hyperbolic Heat Conduction and the Damped Wave in a Finite Medium

박 상 규 · 이 용 호

S. K. Park and Y. H. Lee

Key Words : Thermal Wave(열전도파), A Periodic Surface Heating(주기적인 표면 가열), Thermal Relaxation Time(열이완시간)

Abstract : The wave nature of heat conduction has been developed in situations involving extreme thermal gradients, very short times, or temperatures near absolute zero. Under the excitation of a periodic surface heating in a finite medium, the hyperbolic and parabolic heat conduction equations and the damped wave equations in heat flux are presented for comparative analysis by using the Green's function with the integral transform technique. The Kummer transformation is also utilized to accelerate the rate of convergence of these solutions. On the other hand, the temperature distributions are obtained through integration of the energy conservation law with respect to time. For hyperbolic heat conduction, the heat flux distribution does not exist throughout all the region in a finite medium within the range of very short times($\xi < \eta_l$). It is shown that due to the thermal relaxation time, the hyperbolic heat conduction equation has thermal wave characteristics as the damped wave equation has wave nature.

기호설명

C : thermal wave speed
 $g(\vec{r}, t)$: volumetric energy source
 $G(\eta, \xi | \eta_0, \xi_0)$: Green's function
 L_o : linear differential operator
 L_o^* : formal adjoint differential operator of L_o
 \vec{q} : heat flux vector
 q_o : intensity of surface heating
 $Q(\eta, \xi)$: dimensionless heat flux
 \vec{r} : space vector
 t : time variable

T_o : initial temperature
 ∇T : temperature gradient
 x : space variable

그리스 문자

α : thermal diffusivity
 η : dimensionless space variable
 η_l : dimensionless thickness of slab
 $\theta(\eta, \xi)$: dimensionless temperature
 λ_m : eigenvalues
 ξ : dimensionless time variable
 τ : thermal relaxation time
 ω_o : dimensionless frequency
 Ω : oscillating frequency of surface heating

접수일 : 1999년 4월 22일
 박상규 : 여수대학교 기계·자동차 공학부
 이용호 : 여수공업대학 기계설계과

1. 서 론

고체내의 고전적인 열전도 현상은 Fourier 열전도 법칙을 구성 방정식으로 하는 열전도 방정식에 의하여 해석되어 왔다. 그러나, 극저온에서나 아주 짧은 시간동안의 가열 또는, 높은 열유속을 갖는 경우의 해석에서 Non-Fourier 현상이 나타나는데 그것은 Fourier 열전도 법칙이 무한한 열전파 속도(thermal wave speed)를 가정하기 때문이다. 상온에서 금속의 열전파 속도는 $10^2 \sim 10^3$ m/s로 매우 크기 때문에 물체내의 열적 교란이 무한한 속도로 전파된다고 가정할 수 있다. 그렇지만 극저온에서의 열전도의 경우나 레이저 펄스 가열에 의한 매우 짧은 시간 동안의 가열에서는 유한한 열전파 속도가 나타나기 때문에 Fourier 법칙이 적합하지 않게 된다. 이 경우 열전파는 음파와 비슷한 파동의 특성(wave characteristics)을 갖게 되는데 이 현상을 '제 2음파'(second sound)라고 부른다.¹⁾ 이러한 유한한 열전파 속도를 가질 때 나타나는 non-Fourier 현상과 열전도파를 설명하기 위하여 제시한 수정된 열전도 모델(modified heat flux law)은 다음과 같다.

$$\bar{q}(\bar{r}, t) + \tau \frac{\partial \bar{q}}{\partial t}(\bar{r}, t) = -k \nabla T(\bar{r}, t) \quad (1)$$

이때 τ 는 열 이완 시간(thermal relaxation time) 즉, 물체 내에서 온도 기울기가 형성되었을 때 열전도가 시작되는데 걸리는 시간(build-up time)이다. 만일 τ 가 0이 될 때 식(1)은 무한한 열전파 속도를 갖는 Fourier 열전도 방정식과 같아진다.

Peshkov⁽²⁾는 실험을 통하여 1.4 K의 액체 헬륨(liquid helium II)에서 열이 19 m/s의 느린 속도로 전파되는 것을 측정하여 극저온에서 열전도파가 존재함을 증명하였다. 또한, Kaminski⁽³⁾는 불균일 물질 분포를 갖는 물체 내의 열전도파 속도와 열이완 시간 τ 를 측정하였다.

Baumeister와 Hamill⁽⁴⁾은 수정된 열전도 방정식(1) 즉, 열전도파 방정식을 이용하여 계단 함수로 온도 경계 조건이 주어질 때 반무한 평판에서 온도 분포를 구하였고, Maurer와 Thompson⁽⁵⁾은 laser pulse heating와 같은 10^7 w/cm²의 높은 열유속에 대하여 유한한 열전파속도를 고려한 열전도파 방정식을 적용하여 열펄스 문제를 해석하고 평판의 표면 온도가 Fourier 열전도 법칙에 의해 얻어진 온도보다 매우 높음을 예측하였다. Frankel, Vick

과 Özisik⁽⁶⁾은 유한 평판에서 펄스로 가해지는 열유속에 대하여 수정된 열전도 법칙을 적용하여 일반적인 Hyperbolic 열전도 방정식을 제시하고 열전도파의 전파와 반사에 관하여 연구하였다. 최근 Marciak - Kozłowska⁽⁷⁾는 femtosecond laser로 thin film을 가열한 경우에 대하여 수정된 열전도 방정식으로 온도 분포를 계산하였다. 유한한 열전파 속도를 갖는 극저온에서의 열전도 해석시와 짧은 시간 동안의 가열 또는 높은 열유속을 갖는 경우에서 열전도파에 의한 열전도 법칙의 적용이 고려되어야 한다.

본 논문은 과거의 열펄스에 의한 열유속관련 해석을 발전시켜 주기적인 열유속을 갖는 유한한 평판에 수정된 열전도 법칙에 의한 Hyperbolic heat conduction과 기존의 Fourier 열전도 법칙에 의한 Parabolic heat conduction 및 파동 방정식(damped wave equation)으로부터 온도와 열유속에 대한 이론 해를 구하고 그 결과를 상호 비교하여 열전도파의 특성을 고찰하고자 한다.

2. 이 론

2.1 Hyperbolic Heat Conduction

수정된 열전도 방정식(1)과 에너지 보존 법칙을 이용하여 열유속 \bar{q} 에 관한 열전도파 방정식(thermal wave equation or hyperbolic heat conduction equation)을 구하면 다음과 같다.

$$\nabla^2 \bar{q}(\bar{r}, t) - \nabla g(\bar{r}, t) = \frac{1}{a} \left(\tau \frac{\partial^2 \bar{q}}{\partial t^2}(\bar{r}, t) + \frac{\partial \bar{q}}{\partial t}(\bar{r}, t) \right) \quad (2)$$

여기서 $g(\bar{r}, t)$ 은 단위시간 및 단위체적당 열 발생률, a 는 열확산 계수, $\tau = a/C^2$ 으로 열이완 시간을 나타내며, 여기서 C 는 열전파 속도이다. 열원이 없고, 표면에 $\exp(i\Omega t)$ 의 주기적인 열유속을 갖는 1차원 평판에서 지배 방정식과 초기 조건 및 경계조건은 다음과 같다.

지배방정식

$$\frac{\partial^2 \bar{q}}{\partial x^2}(x, t) = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \bar{q}}{\partial t^2}(x, t) + \frac{1}{a} \frac{\partial \bar{q}}{\partial t}(x, t) \quad (3)$$

경계조건

$$q(0, t) = q_0 \exp(i\Omega t) \quad (4a)$$

$$q(l, t) = 0, \quad t > 0 \quad (4b)$$

초기조건

$$q(x, 0) = 0, \quad (5a)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t}(x, 0) = 0, \quad 0 < x < l \quad (5b)$$

식(3)은 감쇠항을 갖는 파동 방정식(wave equation) 즉, 감쇠 파동 방정식(damped wave equation)의 형태를 갖는다. 식(3)~식(5)을 무차원화하여 지배 방정식과 경계 조건 및 초기 조건을 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \xi^2}(\eta, \xi) + 2\frac{\partial Q}{\partial \xi}(\eta, \xi) - \frac{\partial^2 Q}{\partial \eta^2}(\eta, \xi) = 0 \quad (6)$$

$$Q(0, \xi) = \exp(i\omega_0 \xi), \quad (7a)$$

$$Q(\eta_l, \xi) = 0, \quad \xi > 0 \quad (7b)$$

$$Q(\eta, 0) = 0, \quad (8a)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \xi}(\eta, 0) = 0, \quad 0 < \eta < \eta_l \quad (8b)$$

여기서, 계산의 편의를 위하여 도입한 무차원 변수는 다음과 같다.

$$\eta = \frac{Cx}{2a}, \quad \eta_l = \frac{Cl}{2a}, \quad (9a)$$

$$\xi = \frac{C^2 t}{2a} \quad (9b)$$

$$\theta(\eta, \xi) = \frac{T(x, t) - T_0}{(q_0 a / Ck)} \quad (9c)$$

$$Q(\eta, \xi) = \frac{q(x, t)}{q_0} \quad (9d)$$

이때, T_0 는 평판의 초기온도를 나타내며, 무차원화된 가열 주파수는 $\omega_0 = 2a\Omega / C^2$ 이다. 미분방정식(6)의 해를 구하기 위하여 다음의

Green's function을 이용하였다.

$$\begin{aligned} & \int_{\xi_0=0}^{\xi+\varepsilon} \int_{\eta_0=0}^{\eta_l} G(\eta, \xi | \eta_0, \xi_0) L_0[Q] d\eta_0 d\xi_0 \\ &= \int_{\xi_0=0}^{\xi+\varepsilon} \int_{\eta_0=0}^{\eta_l} Q L_0^*[G(\eta, \xi | \eta_0, \xi_0)] d\eta_0 d\xi_0 \\ &+ \int_{\xi_0=0}^{\xi+\varepsilon} \left[G \frac{\partial Q}{\partial \eta_0} - Q \frac{\partial G}{\partial \eta_0} \right]_0^{\eta_l} d\xi_0 \\ &+ \int_{\eta_0=0}^{\eta_l} \left[-G \frac{\partial Q}{\partial \xi_0} + Q \left(\frac{\partial G}{\partial \xi_0} - 2G \right) \right]_0^{\xi+\varepsilon} d\eta_0 \end{aligned} \quad (10)$$

위의 Green's Function을 이용하여 미분 방정식(6)과 경계 조건(7)로 부터 이론해를 구하여 단순화를 위하여 Kummer transformation, $s = kc + \sum_{m=1}^{\infty} \left(1 - k \frac{c_m}{a_m} \right) a_m$ 을 적용하여 다음의 열유속 $Q(\eta, \xi)$ 을 구하였다.

$$\begin{aligned} Q(\eta, \xi) &= \left(1 - \frac{\eta}{\eta_l} \right) \cos \omega_0 \xi \\ &- \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2 \sin \lambda_m \eta}{\eta_l} \times \left\{ \frac{\cos \omega_0 \xi}{\lambda_m} \right. \\ &- \frac{\lambda_m [(\lambda_m^2 - \omega_0^2) \cos \omega_0 \xi + 2\omega_0 \sin \omega_0 \xi]}{[(\lambda_m^2 - \omega_0^2)^2 + 4\omega_0^2]} \left. \right\} \\ &- \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2\lambda_m e^{-\xi} \sin \lambda_m \eta}{\eta_l [(\lambda_m^2 - \omega_0^2)^2 + 4\omega_0^2]} \\ &\times \left\{ \frac{(\lambda_m^2 + \omega_0^2) \sin \sqrt{\lambda_m^2 - 1} \xi}{\sqrt{\lambda_m^2 - 1}} \right. \\ &+ \left. (\lambda_m^2 - \omega_0^2) \cos \sqrt{\lambda_m^2 - 1} \xi \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 $\lambda_m = \frac{m\pi}{\eta_l}$, ($m = 1, 2, 3 \dots$)이다.

무차원 온도를 구하기 위하여 다음의 식을 이용하였다.

$$\theta(\eta, \xi) = \theta(\eta, 0) - \int_0^{\xi} \frac{\partial Q}{\partial \eta}(\eta, \xi_0) d\xi_0 \quad (12)$$

이로부터 평판의 초기 온도 $T_0=0$ 일 때 온도 $\theta(\eta, \xi)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\theta(\eta, \xi) = \frac{\sin \omega_o \xi}{\eta_l \omega_o} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2 \lambda_m^2 \cos \lambda_m \eta}{\eta_l [(\lambda_m^2 - \omega_o^2)^2 + 4 \omega_o^2]} \quad \frac{\partial^2 Q}{\partial \eta^2}(\eta, \xi) = \frac{\partial^2 Q}{\partial \xi^2}(\eta, \xi) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \times \left\{ \frac{(\lambda_m^2 - \omega_o^2) \sin \omega_o \xi}{\omega_o} - 2 \cos \omega_o \xi + 2 \right\} \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2 \cos \lambda_m \eta \sin \omega_o \xi}{\eta_l \omega_o} \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2 e^{-\xi} \lambda_m^2 \cos \lambda_m \eta}{\eta_l [(\lambda_m^2 - \omega_o^2)^2 + 4 \omega_o^2]} \\ & \times \left\{ \frac{(\lambda_m^2 - \omega_o^2 - 2) \sin \omega_o \xi}{\sqrt{\lambda_m^2 - 1}} - 2 \cos \omega_o \xi + 2 e^{\xi} \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

2.2 Parabolic Heat Conduction

고전적인 열전도 현상을 해석하는 Parabolic heat conduction의 구성하는 무차원화된 열전도 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \eta^2}(\eta, \xi) = 2 \frac{\partial Q}{\partial \xi}(\eta, \xi) \quad (14)$$

Fourier 열전도 방정식을 식(7)의 무차원수를 도입하여 경계 조건(6)하에서 열유속 $Q(\eta, \xi)$ 와 온도 $\theta(\eta, \xi)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Q(\eta, \xi) = & \left(1 - \frac{\eta}{\eta_l}\right) \cos \omega_o \xi - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2 \sin \lambda_m \eta}{\lambda_m \eta_l (\lambda_m^4 + 4 \omega_o^2)} \\ & \times \left\{ 4 \omega_o^2 \cos \omega_o \xi - 2 \omega_o \lambda_m^2 \sin \omega_o \xi + \lambda_m^4 e^{-\lambda_m^2 \xi / 2} \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

식(12)를 이용하여 무차원 온도를 풀면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \theta(\eta, \xi) = & \frac{\sin \omega_o \xi}{\eta_l \omega_o} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4 \lambda_m \cos \lambda_m \eta}{\eta_l (\lambda_m^4 + 4 \omega_o^2)} \\ & \times \left\{ \frac{2 \omega_o}{\lambda_m} \sin \omega_o \xi + \lambda_m \cos \omega_o \xi - \lambda_m e^{-\lambda_m^2 \xi / 2} \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

2.3 파동방정식

파동의 특성을 고찰하기 위한 무차원 파동 방정식은 다음과 같다.

파동 방정식을 동일한 경계 조건(6)으로 열유속 $Q(\eta, \xi)$ 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Q(\eta, \xi) = & \left(1 - \frac{\eta}{\eta_l}\right) \cos \omega_o \xi + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2 \sin \lambda_m \eta}{\lambda_m \eta_l (\lambda_m^2 - \omega_o^2)} \\ & \times \left\{ \omega_o^2 \cos \omega_o \xi - \lambda_m^2 \cos \lambda_m \xi \right\} \end{aligned} \quad (18)$$

마찬가지로 식(12)를 이용하여 무차원 온도를 풀면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \theta(\eta, \xi)_{\text{real}} = & \frac{\sin \omega_o \xi}{\eta_l \omega_o} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2 \cos \lambda_m \eta}{\eta_l (\lambda_m^2 - \omega_o^2)} \\ & \times \left(\omega_o^2 \sin \omega_o \xi - \lambda_m \sin \lambda_m \xi \right) \end{aligned} \quad (19)$$

3. 결과 및 고찰

$\eta=0$ 인 표면에서 $\exp(i\omega_o \xi)$ 의 열유속을 받으며 $\eta=\eta_l$ 인 표면이 단열된 1차원 평판 내에서 Parabolic 열전도 방정식, Hyperbolic 열전도 방정식, 및 파동 방정식에 의하여 구하여진 열유속 $Q(\eta, \xi)$ 와 온도 분포 $\theta(\eta, \xi)$ 에 대한 3차원 그림을 Fig. 1에서 Fig. 6까지 각각 나타내고 있다. Fig. 1과 Fig. 4은 Parabolic 열전도 방정식에 대한 각각 열유속 $Q(\eta, \xi)$ 와 온도 분포 $\theta(\eta, \xi)$ 에 대한 그림이다. $\eta=0$ 인 표면에서 $\eta=\eta_l$ 인 표면까지 열유속 $Q(\eta, \xi)$ 와 온도 분포 $\theta(\eta, \xi)$ 의 파형 선단이 선형으로 열전파가 무한한 속도로 이루어짐을 보여주고 있다. Fig. 2과 Fig. 5은 Hyperbolic 열전도 방정식에 대한 각각 열유속 $Q(\eta, \xi)$ 와 온도 분포 $\theta(\eta, \xi)$ 에 대한 그림이다. 열유속과 온도 분포의 파형 선단에 시간 지연 현상이 나타나 있음을 보여주고 있다. Fig. 3과 Fig. 6은 파동 방정식에 대한 열유속 $Q(\eta, \xi)$ 와 온도 분포 $\theta(\eta, \xi)$ 에 대한 그림이다. 이것은 단순한 파동 현상이 발생함을 보여주고 있다. Hyperbolic heat conduction을 보여주는 Fig. 2와 Fig. 5에서 열전도와 선단의 크기는 확산에 의한 에너지 소산 때문에 열전도파의 진행에 따라 감소되고 있으나, 파동 방정식에 의한 Fig. 3과 Fig. 6에서는 에너지 소산에 의한 감쇠가 일어나지 않으므로 파형 선단의 크기가 동일하게

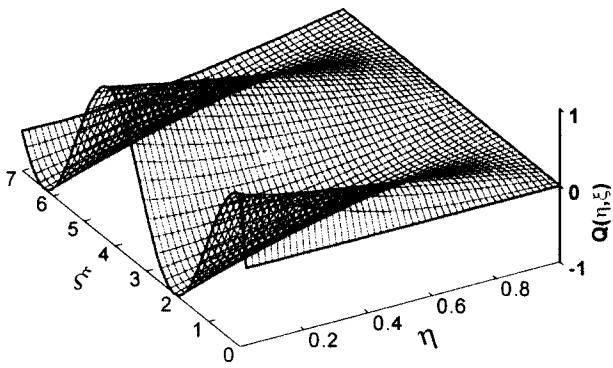


Fig. 1 Heat flux profile for parabolic heat conduction with $\omega_o=1.5$

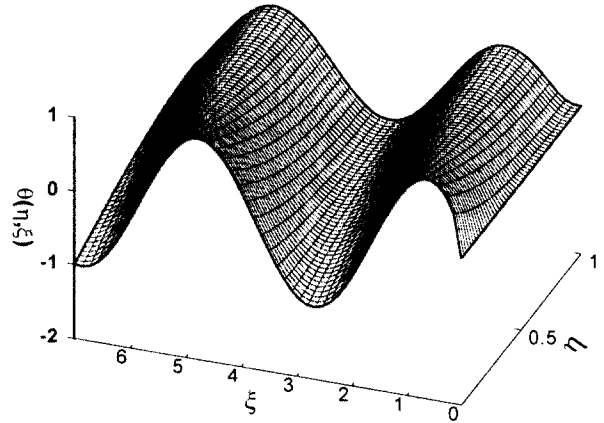


Fig. 4 Temperature profile for parabolic heat conduction with $\omega_o=1.5$

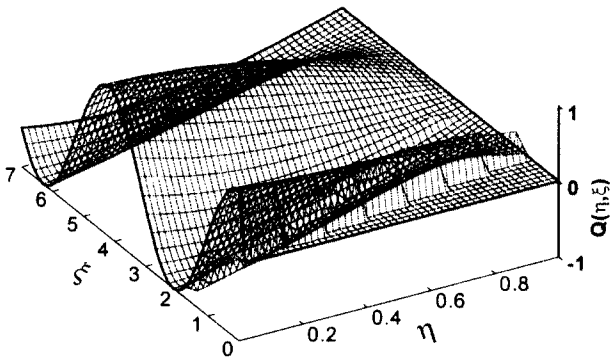


Fig. 2 Heat flux profile for hyperbolic heat conduction with $\omega_o=1.5$

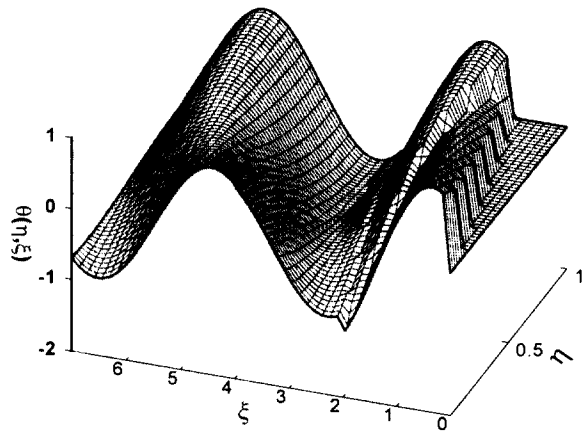


Fig. 5 Temperature profile for hyperbolic heat conduction with $\omega_o=1.5$

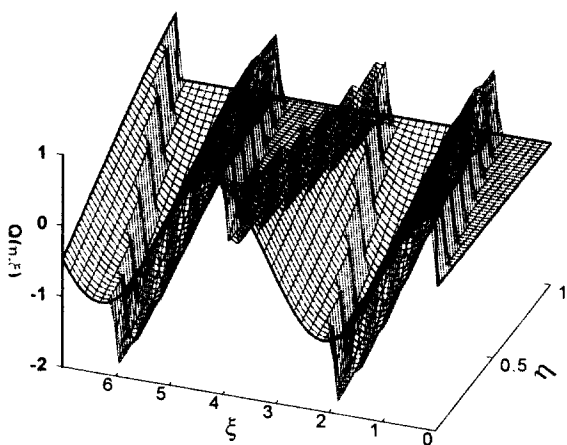


Fig. 3 Heat flux profile for wave equation with $\omega_o=1.5$

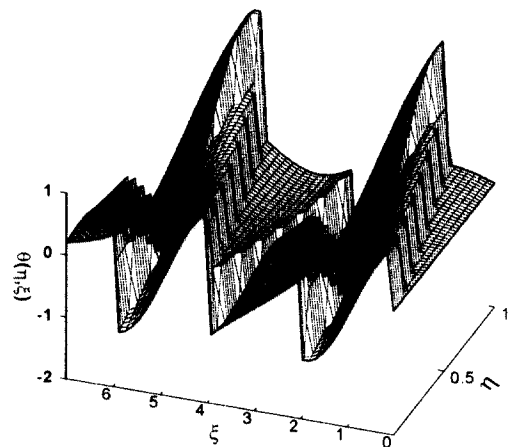
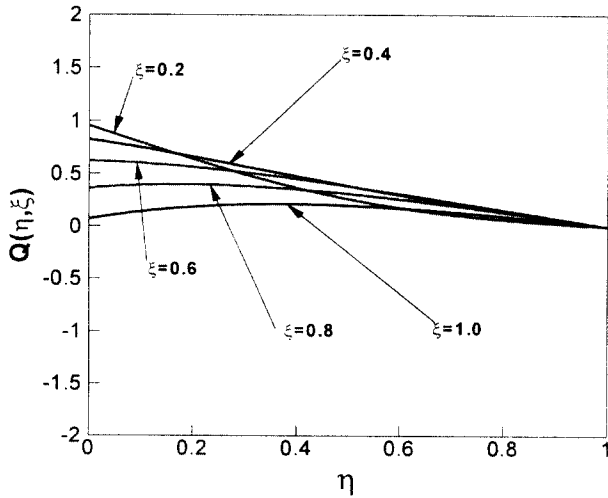


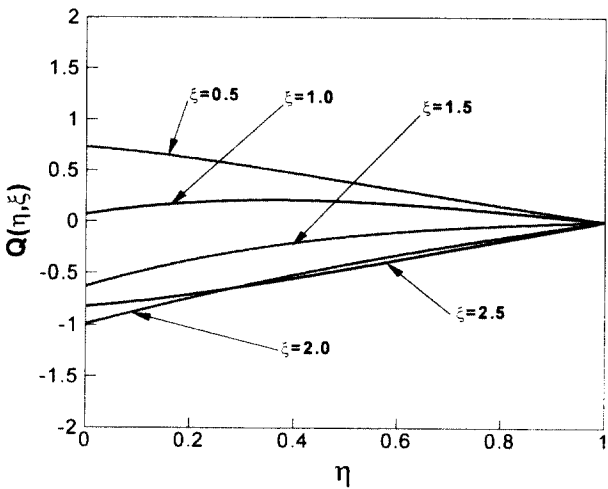
Fig. 6 Temperature profile for wave equation with $\omega_o=1.5$

계속 유지되고 있다.

Fig. 7(a)는 Parabolic 열전도 방정식에서의 η 에 대한 짧은 시간인 $\xi=0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ 의 경우의 열유속 분포를 나타내며, Fig. 7(b)는 $\xi=0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5$ 인 각각의 경우에 대한 열유속 분포를 나타내고 있다. Fig. 7(a), (b)는 고전적인 Fourier 열전도 방정식에 의한 열유속 분포를 보여주는 그림으로, 시간의 증가에 관계없이 가열표면에서 단열표면($\eta=\eta_l$)까지 전 영역에 걸친 열유속의 분포를 보여주는데, 이것은 열전도도가 발생하지 않고 시간의 증가에 따른 열이 무한한 속도로 전파됨을 나타내고 있다. Fig. 8(a), (b)는



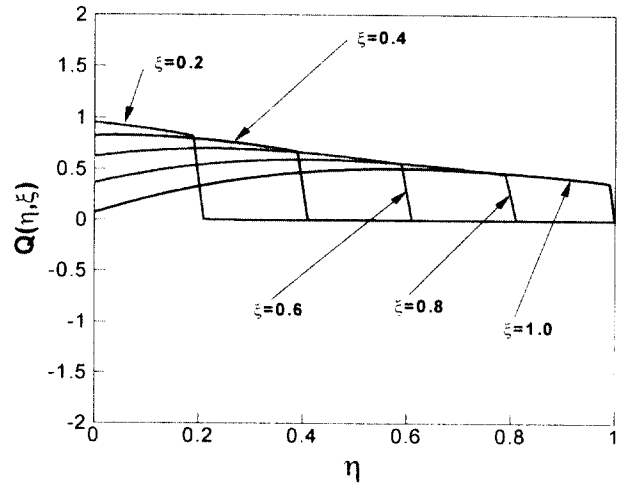
(a)



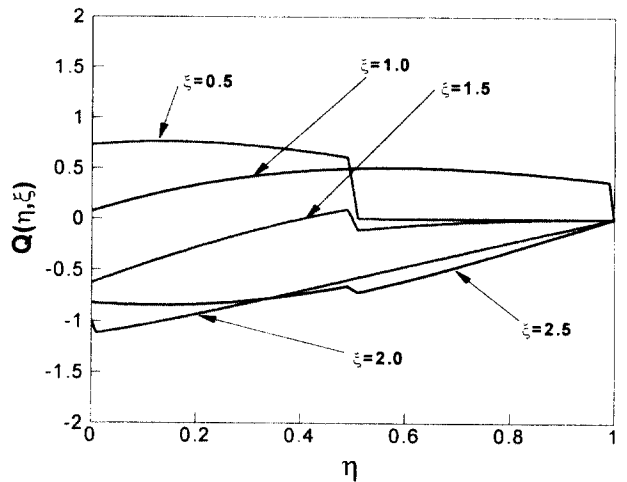
(b)

Fig. 7 Dimensionless heat flux distribution for parabolic heat conduction at various times ξ ($\omega_o = 1.5$)

Hyperbolic 열전도 방정식에 대한 열유속 분포로, Fig. 8(a)는 짧은 시간인 $\xi < \eta_l$ 경우에 열전도파 선단이 $\eta = \xi$ 에 존재하며, $\eta > \xi$ 인 경우는 아직 열전도도가 도달하지 않고 있음을 보이고 있다. Fig. 8(b)에서 $\xi > \eta_l$ 인 경우 열전도파는 양쪽 표면($\eta=0$ 와 $\eta=\eta_l$)에서 반사되어 부호가 바뀌어 되돌아 오며 가열 표면($\eta=0$)에서 가해지는 열유속에 의한 열전도파와 합성된다. 파동 방정식에 의한 Fig. 9(a), (b)에서는 Fig. 8(a), (b)와 유사한 파동이 형성되지만 시간의 증가에 따라 반사와 중첩에 따른 파동 특성이 열전도파 특성보다 크고 명확하게 나타나고 있음을 보여준다.



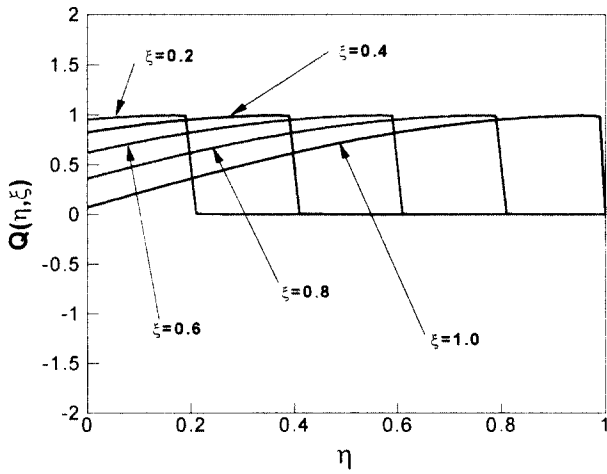
(a)



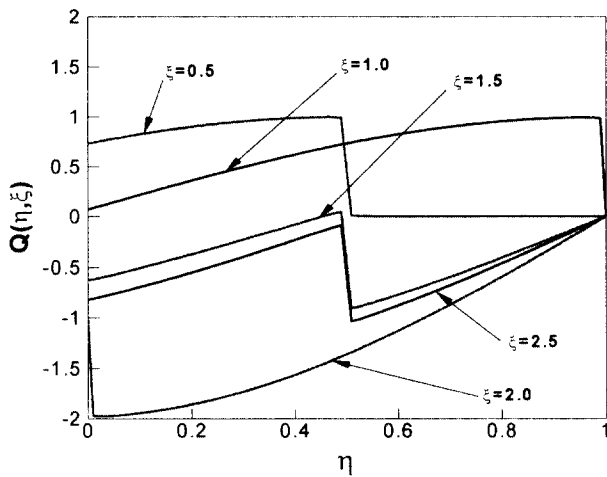
(b)

Fig. 8 Heat flux distribution for hyperbolic heat conduction at various times ξ ($\omega_o = 1.5$)

Fig. 10(a), (b)은 $\omega_o=1.5$ 일 경우 $\eta=0$ 에서 주기적인 표면 가열이 주어질 때 세 가지 방정식으로부터 시간에 따른 온도 분포를 나타낸 그림이다. Fig. 10에서 Parabolic 열전도의 경우 시간에 따른 온도 변화가 sin 함수 곡선을 보이고 있는 반면에, Hyperbolic 열전도 방정식에 의한 온도변화는 초기의 아주 짧은 시간에 급격한 온도 상승 후에 sine 함수 곡선을 보여주고 있다. 파동 방정식에 의한 온도 변화는 아주 짧은 시간대에서는 Hyperbolic 열전도 방정식에 의한 온도 변화와 같은 변화를 보이고 있으나 시간의 증가($\xi > 2$)에 따른 변화가 Parabolic 및 Hyperbolic 열전도 방정식에 의한 온도 변화와 다른 불규칙성을 나타내고 있다. Fig. 11은 $\eta = \eta_l$ 인 단열 표면에서 시간에 따른 온도 분

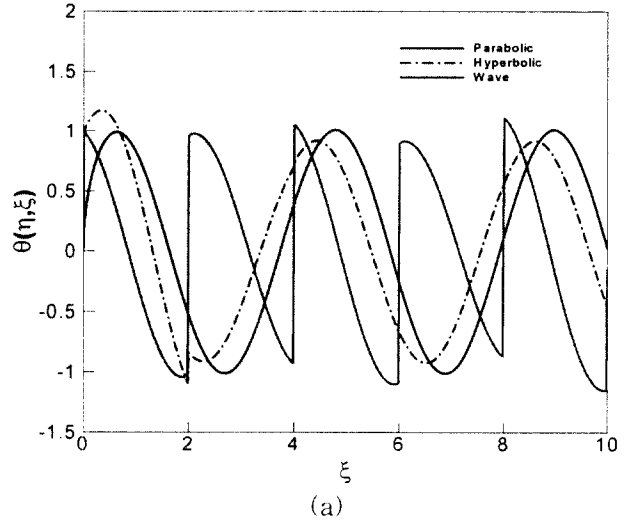


(a)

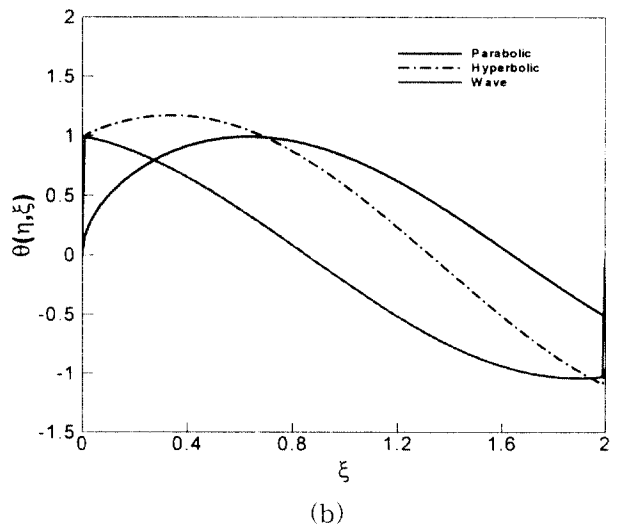


(b)

Fig. 9 Heat flux distribution for wave equation at various times ξ ($\omega_o=1.5$)



(a)



(b)

Fig. 10 Dimensionless temperature distribution at the surface $\eta=0$ with $\omega_o=1.5$

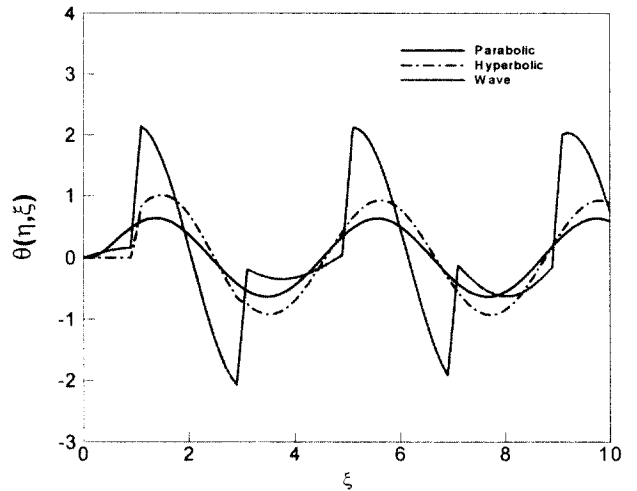


Fig. 11 Dimensionless temperature distribution at the surface $\eta = \eta_l$ for a periodic heat flux applied with $\omega_o=1.5$

포를 보여주고 있다. 열이완에 의한 시간 지연 현상이 $\xi=1$ 일 때 까지 Hyperbolic 열전도와 파동 방정식의 온도 분포에서 보여주고 있다.

4. 결 론

주기적인 가열을 받는 표면($\eta=0$)과 단열된 표면($\eta=\eta_l$)간의 1차원 유한 평판내의 열전도현상을 3개의 방정식으로부터 해석하였다. 유한한 열전도 속도를 갖는 경우, 열적 이완 시간을 고려하여 수정된 Fourier 열전도법칙을 사용한 열전도파 방정식, 즉 Hyperbolic 열전도 방정식과 고전적인 열전도 해석의 기반을 이룬 Parabolic 열전도 방정식, 그리고 파동 방정식을 이용하여, 각각 열유속 분포와 온도 분포를 이론적으로 구하고 열전도파의 관점에서 고찰하였다.

- 1) Hyperbolic 열전도와 파동 방정식에서 짧은 시간의 범위인 $\xi < \eta_l$ 와 $\eta > \xi$ 인 영역에서 열유속 분포가 평판의 전 영역에 나타나지 않는 현상이 생기는데, 이는 Hyperbolic 열전도 현상에서 열적 이완 시간 τ 가 고려되었기 때문으로, Hyperbolic 열전도가 파동 성질을 포함한 파동 방정식과 마찬가지로 파동 특성이 나타남을 보여준다. 반면에, Parabolic 열전도 방정식에 의하여 구해진 열유속 분포는 시간에 관계없이 평판내의 전 영역에 분포하고 있다.
- 2) Hyperbolic 열전도 현상의 경우에 시간의 증가에 따라 단열 벽면($\eta=\eta_l$)에서 열전도파는 반사되어 부호가 바뀌어 되돌아오며 또한, 이 반사파는 단열벽을 향하여 진행하는 가열 열전도파와 중첩된다.
- 3) 레이저의 한 극히 짧은 시간 동안의 가열(femtosecond laser heating)을 받는 물체의 경우 및 극저온하의 열전도 현상에 대한 해석을 할때, 열적 이완 시간을 고려한 수정된 Fourier 법칙을 이용한 Hyperbolic 열전도 방정식이 사용되어야 한다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 지정 여수대학교 설비 자동화 및 정보시스템 연구 개발 센터의 지원으로 이루어진 것입니다.

참고문헌

1. Chester, M., "Second Sound in Solids," Physical Review, Vol. 131, pp. 2013~2015, 1963
2. Peshkov, V., "Second Sound in Helium II," J. Physics USSR, Vol. 8, No. 6, pp. 381, 1944
3. Kaminski, W., "Hyperbolic Heat Conduction Equation for Materials with a Nonhomogeneous Inner Structure," ASME J. Heat Transfer, Vol. 112, pp. 555~560, 1990
4. Baumeister, K. J. and Hamill, T. D., "Hyperbolic Heat Conduction Equation : A Solution for the Semi-Infinite Body Problem," ASME J. Heat Transfer, Vol. 91, pp. 543~548, 1969
5. Maurer, M. J. and Thompson, H. A., "Non-Fourier Effect at High Heat Flux," ASME J. Heat Transfer, Vol. 95, pp. 284~286, 1973
6. Frankel, J. I., Vick, B. and Özisik, M. N., "Flux Formulation of Hyperbolic Heat Conduction," J. Appl. Physics, Vol. 58, No. 9, pp. 3340~3345, 1985
7. Marciak-Kozłowska, Jr., 1993, "Wave Characteristic of Femotosecond Heat Conduction in Thin Films," Int. J. Thermophysics, Vol. 14, No. 3, pp. 593~598