

# 유한요소법에 의한 타원 판넬의 성형성에 관한 연구

## A Study on the Formability of Ellipse Panel by Finite Element Method

강 대 민

D. M. Kang

**Key Words** : Sheet Metal Forming(판재 성형), Plastic Deformation(소성 변형), Finite Element Method (유한요소법), Bursting Pressure and Bursting Polar Height(과단압력과 과단변형)

**Abstract** : In this paper the forming simulations of ellipse bulge have been researched by using PAM-STAMP<sup>TM</sup> to estimate the sheet metal forming and the plastic deformation characteristic of ellipse bulge. Thin elliptical diaphragms of brass, copper, aluminum, and mild steel are bulged in elliptical dies having aspect ratios of 1.33 and 2.

In order to compare the simulation results with the experiment and ellipse bulge's theory derived by using Johnson and Duncan's theory, the relations of hydraulic pressure and polar height, polar thickness strain and polar height, were compared.

According to this study, the results of simulation and ellipse bulge's theory derived by using Johnson and Duncan's theory, and the bursting pressure and the bursting polar height are good agreement to the experiment. So, the results of simulation by using PAM-STAMP<sup>TM</sup> and the ellipse bulge's theory will give engineers good information to make assessment the formability and plastic deformation characteristic of hydraulic ellipse bulge test.

### 1. 서 론

최근 자동차 산업에 있어서 양적인 팽창이 어느 정도 완료됨에 따라 생산비용 절감과 품질 향상에 대한 중요성이 매우 증가하고 있고 특히 자동차의 외관의 경우 자동차 판매에 매우 중요한 역할을 차지하게 되어 자동차 제작사들은 자동차의 외관 개선에 더욱 힘을 기울이고 있다. 자동차의 외관은 자동차 디자인뿐만 아니라 적절한 조립 상태 및 표면 도장 상태 등에 의해서 결정되고 자동차 각 부품 사이의 조립 정밀도는 프레스 성형에서 성형 제품을 어느 정도의 치수 정밀도를 갖게 성형할 수 있는냐에 달려 있다. 이러한 판재를 성형하는 박판성형법에는 유압 벌지시험을 비롯하여 디이프드로잉, 커핑시험, 스트레치 포밍등 여러 가지가 있고 이중 유압 벌지가공은 박판을 소재로 하여 바깥 부분을 고정시켜판의 한 쪽 면을 유압을 가

하여 요소의 형상 및 치수를 매끄럽게 성형하는 판재 성형법이다.

유압 벌지시험에 관한 연구 중 타원 벌지에 대한 연구로는 처음으로 Sachs 등<sup>1)</sup>과 Yousif 등<sup>2)</sup>은 타원 벌지에 장축과 단축의 측면형상이 원이라고 가정하여 재료의 성질과 파괴특성을 규정하였고, Chow<sup>3)</sup>는 타원 벌지의 변형특성을 이론 및 실험적으로 평가했다. 그리고 직사각형 벌지에 관한 연구로서는 Duncan과 Johnson<sup>4)</sup>에 의하여 사각벌지의 소성 변형특성에 관해 연구되었고, Vlassak와 Nix<sup>5)</sup>에 의해 에너지 최소화법으로 측면비 변화에 따른 사각 벌지의 처짐과 응력이 해석되었으나 아직도 정수압을 받는 타원 벌지의 성형성에 대한 연구는 지속적으로 필요한 실정이다.

본 연구에서는 타원 벌지의 성형해석을 위해 장축과 단축의 비 ( $b/a$ )를 2.0 및 1.33인 경우에 대해 최근 외연적 시간적분 유한요소법으로 박판 성형 해석<sup>6-9)</sup>하는 대표적인 상용 프로그램인 PAM-STAMP<sup>TM 10)</sup>를 이용하여 해석된 유한요소

접수일 : 1999년 2월 10일

강대민 : 부경대학교 기계·자동차공학부

결과와 Johnson 및 Duncan의 사각 벌지에 관한 이론을 타원 벌지에 응용하여 구한 이론식 및 실험치와 서로 비교, 분석하였다. 또한 파단 부분에서의 극 높이와 벌지 압력을 실험치와 이론치를 비교, 분석하므로써 타원 벌지시 박판 성형성 및 소성 변형특성을 예측하고자 한다.

## 2. 이 론

셀 모델, 재료 거동 모델, 유한요소 형상함수와 강체요소의 동역학을 가상일의 원리에 도입하면 다음과 같은 비선형 유한요소 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{N=1}^{N^e} (m^e \ddot{u}^e + c^e m^e \dot{u}^e + p^e - f^e + r_c^e) = 0 \quad (1)$$

여기서

$N^e$  : number of elements

$r_c^e$  : contribution of contact forces

$m^e$  : consistent mass matrix

$c^e m^e$  : mass proportional damping matrix

$p^e$  : internal force vector

$f^e$  : body force + surface loading

을 나타낸다.

비선형 유한요소방정식은 시간  $n$ 단계에서 다음과 같은 행렬식으로 나타낼 수 있다.

$$[M]\{\ddot{u}_n\} + [C]\{\dot{u}_n\} + \{K\}\{u_n\} = \{R_n\} \quad (2)$$

위 식으로부터 시간 증분  $n+1$ 에서의 해를 얻기 위해 다음과 같은 중앙차분법을 사용한다.

$$\ddot{u}_n = \frac{\dot{u}_{n+\frac{1}{2}} - \dot{u}_{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \frac{u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}}{\Delta t^2}$$

$$\dot{u}_{n+\frac{1}{2}} = \frac{u_{n+1} - u_n}{\Delta t} \text{ or } \dot{u}_n = \frac{u_{n+1} - u_{n-1}}{\Delta t^2}$$

(3)

식(3)은  $u_{n+1}$ 과  $u_{n-1}$ 에 대한 테일러 급수로부터 유도된다.

$$u_{n+1} = u_n + \Delta t \dot{u}_n + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}_n + \frac{\Delta t^3}{6} \ddot{\ddot{u}}_n +$$

$$u_{n-1} = u_n - \Delta t \dot{u}_n + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}_n - \frac{\Delta t^3}{6} \ddot{\ddot{u}}_n +$$

(4)

이때 3차 이상의 항을 무시한다.

중앙차분방법은  $\Delta t$ 의 크기에 따라 선택적인 수렴성을 가지며 정확성과 수렴성은  $\Delta t$ 의 제곱에 비례한다.

## 3. 유한요소해석

### 3.1 모델링 및 재료 물성치

모델링은 타원의 장축과 단축의 비 ( $b/a$ )를 2.0 및 1.33인 경우에 대해서 유한요소해석의 전처리 과정으로 HYPER-MESH<sup>(1)</sup>를 이용하여 블랭크 홀더와 블랭크의 1/4 유한요소 모델링을 하였다.

Fig. 1과 Fig. 2는 타원의 장축과 단축의 비 ( $b/a$ )가 2.0인 경우에 대해 각각 변형전과 후의 블랭크와 블랭크 홀더의 접촉상태를 PAM-VIEW에서 출력한 것이다. 또한 해석에 사용했던 유한요소 모델의 절점수와 요소수, 그리고 요소형태 등은 Table 1과 같다.

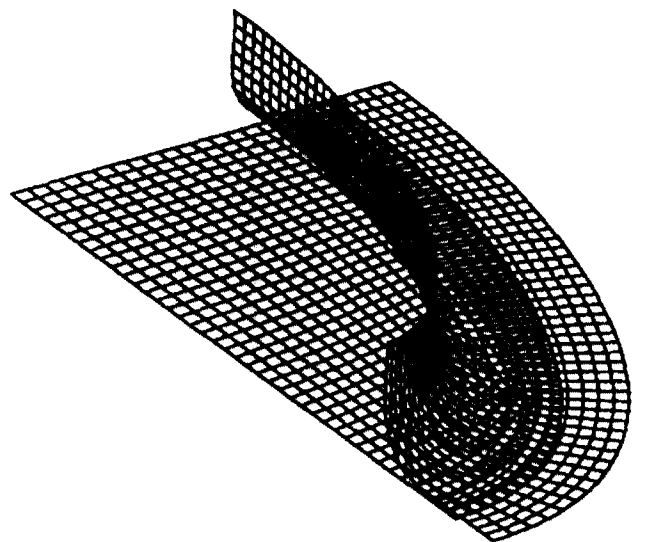


Fig. 1 FEA model used for ellipse bulge analysis

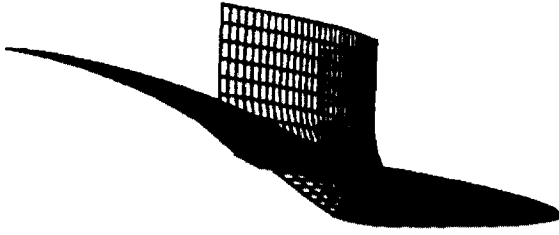


Fig. 2 The analyzed profile of mild steel at pressure of 6.86 MPa

Table 1 Detail characteristics of finite element model

	Blank		Blank holder	
	Aspect ratios ( $b/a$ )	2.0	1.33	2.0
No. of nodes	560	1164	260	661
No. of elements	480	1100	225	600
Length of X-axis	60	60	-	-
Length of Y-axis	30	45	-	-
Element type	shell			

해석에 사용된 재료는 Table 2에 표시한 것과 같이 실험재료와 동일한 재료로서 연강, 구리, 황동 및 알루미늄 등이고 셸 요소의 material type으로 블랭크는 Type 107인 이방성 탄소성체, 블랭크 홀더는 Type 100인 null material로 선택했다. 여기서 null material은 재료 정의에 있어 강체와 같이 기계적 저항이 없고 segment로 구성된 강체벽이나 강체의 정의에 적합한 재료로서 내력과 변형이 중요하지 않는 접촉면의 정의에 적합한 재료로 알려져 있다.

Table 2 Mechanical properties used for models

Element	Blank				Blank holder
	Mild steel	Cu	Al	Brass	
Material type	Ani. ela/plastic	Ani. ela/plastic	Ani. ela/plastic	Ani. ela/plastic	Null
Density( $N/m^3$ )	76.49	87.86	26.48	83.84	76.49
E ( GPa )	210	129.8	70.6	100.6	210
Poisson's ratio	0.3	0.343	0.345	0.35	0.3
K ( GPa )	0.538	0.35	0.1483	0.69	-
Strain offset( $\epsilon_0$ )	0.016	0.01	0.009	0.03	-
Hardening exponent (n)	0.23	0.08	0.024	0.202	-
R (Rankford coefficient)	1.37	0.94	0.53	1.06	-
Thickness (mm)	0.8				1.0

Table 2에 인장시험에서 구한 종탄성계수 ( $E$ ), 강도계수 ( $K$ ), 가공경화지수 ( $n$ ) 및 이방성계수 ( $R$ )값을 나타내었으며 블랭크 홀더두께는 0.8mm보다 약간 큰 1.0mm를 입력하였다. 재료의 소성거동은 Hill의 소성조건에 의한 탄소성 거동 및 변형을 경화 거동으로서 식(5)와 같이 표시되는 Krupkowsky 모델을 사용하였다.

$$\sigma = K(\epsilon_0 + \epsilon)^n \quad (5)$$

여기서  $\sigma$ 는 응력,  $\epsilon$ 는 변형률,  $K$ 와  $\epsilon_0$ ,  $n$ 은 재료의 고유계수이다.

PAM-STAMP에서는 등방성 ( $R = 1.0$ ), 수직 이방성(평면 등방성) 및 평면 이방성으로  $R$ 값을 부가할 수 있으며, 본 연구에서는 수직 이방성으로 입력하였다.

### 3.2 경계조건 및 하중조건

유한요소해석에서 정밀도가 높은 해석결과를 얻기 위해 실제 실험조건과 같은 성형 초기조건을 부가하였다. Table 3에서 보는 바와 같이 벌지 성형해석에 사용된 경계조건 중 contact interface 형태는 우선 전체 모델을 포함하는 3차원 박스를 균일한 서브박스(sub-box)들로 나누고 각 서브박스에 속하는 점들을 선별하여 어떤 서브박스에 속하는 slave node의 접촉상태를 조사할 경우, 그 서브박스와 주변의 서브박스들이 속해있는 master node들에 대해서만 조사하도록 하여 계산의 횟수를 줄이도록 하는 방법으로 최근 가장 많이 사용하는 박스선별(box sorting type15)방법으로 설정

Table 3 Boundary conditions and process conditions used in the finite element

Contact interface type	Blank					Blank holder
	Slave					Master
		center node	node of x-axis	node of y-axis	clamping part	
Boundary condition	x-displacement	fixed	free	fixed	fixed	fixed
	y-displacement	fixed	fixed	free	fixed	fixed
	z-displacement	free	free	free	fixed	fixed
	x-rotation	free	fixed	free	fixed	fixed
	y-rotation	free	free	fixed	fixed	fixed
	z-rotation	fixed	fixed	fixed	fixed	fixed
Loading condition	friction	penalty	search freg	contact damping	type	
	0.3	0.03	10	0.1	static pressure	

하였다.

그리고 master-slave 접촉조건은 블랭크 홀더를 master, 블랭크를 slave으로 지정했으며, 또한 경계 조건을 유압을 가할 때 블랭크가 안으로 빨려 들어 오지 않게 블랭크 홀더와 블랭크의 변형전의 접촉 부분을 완전 고정했다. 유압이 가해지는 블랭크 부분중 중앙점의 자유도를 유압의 방향인 z축에 대해 움직일 수 있게 하고 나머지를 고정했다. 그리고 x축상에 있는 node의 운동은 y축 방향으로는 고정시키고 나머지 방향은 움직일 수 있게 했으며, y축상에 있는 node의 운동은 x축 방향으로는 고정시키고 나머지는 움직일 수 있게 하였다.

Table 4 Time control condition

	Condition
Termination	1
No. of state for time history	1000
No. of state for plot history	10
Scale factor for time step	0.9
Subcying	No
Time step	Large, bend

### 3.3 시간 조정 조건 (Time control condition)

Table 4는 해석에 사용된 시간 조정조건을 정리한 것이다. 여기서 Time scale factor가 0.9인 것은 시간증분  $n+1$ 에서의 절점변위가 구해지면 변형 영역을 수정하여 그에 따라 수렴성이 보장되는 새로운 시간증분의 크기를 결정해야 하고 전체적인 시간증분의 크기는 모든 요소에 대해 각각의 시간증분크기를 계산한 후 다음과 같이 식(6)에 의해 결정한다.

$$\Delta t_{n+1} = \alpha \text{Min}\{\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_N\} \quad (6)$$

위 식에서  $N$ 은 총 요소수이며  $\Delta t_i$ 는  $i$  요소에 대한 시간증분의 크기를 나타낸다.  $\alpha$ 는 안정성을 위한 상수로 일반적으로 판재 성형해석시는 0.9를 사용한다. 그리고 셀 요소의 시간간격은 식(7)과 같이 일반적으로 Characteristic length( $L_c$ )와 탄성파( $C$ )에 의해 구해진다.

$$\Delta t_c = \frac{L_c}{C} \quad C = \sqrt{\frac{E}{D(1-\nu^2)}} \quad (7)$$

Table 5 The results of uniaxial tension

	Heat-treatment	Y.P (MPa)	T.S (MPa)	$e_f$ (%)	$R$	$K$	$n$	$\epsilon_0$
Mild-steel	as-received	2.26	3.02	35.1	1.37	53.8	0.23	0.016
Cu	as-received	2.06	2.21	19.5	0.94	35.0	0.08	0.010
Al	as-received	1.08	1.23	3.5	0.53	14.83	0.024	0.009
Brass	as-received	2.87	4.71	31.61	1.05	69.00	0.202	0.030

여기서  $L_c$ 는 요소의 크기에 좌우되고,  $D$ 는 재료의 밀도,  $\nu$ 는 재료의 푸아송(poisson)의 비, 그리고  $E$ 는 재료의 종탄성계수이다.

#### 4. 실험 및 해석결과

##### 4.1 실험

인장시험은 액압으로 작동되는 최대용량 25톤인 만능재료시험기를 사용했다. 크로스헤드 속도는 1mm/min으로 하여 하중 4900N하에서 신장계를 부착하여 실온에서 행했고 실험에 사용된 시편의 형상 및 치수는 ASTM 표준시편 규격에 준했다.

이방성 계수인  $R$ 은 연강, 황동, 구리는 15% 신장위치에서 하중을 제거한 후 시편의 두께나 폭의 변화를 측정하여 구했고, 알루미늄은 Table 5에서 알 수 있듯이 연신율이 적게 나타나 시편을 파단시킨 후 파단부가 균일하게 변형된 부분에서 측정하여 식(8)로 표현되는  $R$ 을 구했다.

$$R = \frac{\ln(W_0/W)}{\ln(l/l_0) - \ln(W_0/W)} \quad (8)$$

여기서  $W_0$ 는 시험전 시편의 폭,  $W$ 는 시험후 시편의 폭,  $l_0$ 는 시험전 시편의 표점거리, 그리고  $l$ 은 시험후 시편의 표점거리로 나타낸다.

그리고 가공 경화지수  $n$ 은 인장시험 결과로부터 식(10)과 (11)로 표현되는 공칭응력-진응력의 관계식, 공칭변형도 - 진변형도의 관계식을 이용하여 진응력-진변형도 곡선의 근사식인 식(9)에서 진변형률에 대한 진응력의 대수 그래프상의 기울기로부터 구했다. 즉

$$\sigma = K(\epsilon + \epsilon_0)^n \quad (9)$$

$$\sigma = \sigma_0(1 + e) \quad (10)$$

$$\epsilon = \ln(1 + e) \quad (11)$$

이다. 여기서  $\sigma, \sigma_0, \epsilon, e$ 들은 각각 진응력, 공칭응력, 진변형률 및 공칭변형률 등을 나타낸다. Table 5에 정리된 모든 값들은 시편의 압연 방향을 고려한 식(12)에 의해서 구했다.

$$A = \frac{1}{4} (A_0 + 2A_{45} + A_{90}) \quad (12)$$

여기서  $A_0$ 는 압연방향에 대한 0도 방향,  $A_{45}$ 는 압연방향에 대한 45도 방향, 그리고  $A_{90}$ 은 압연방향에 대한 90도 방향에 해당하는 값을 나타낸다.

타원 벌지 시험장치는 Torsee hydraulic bulge testing M/C(type HB-100)으로 장축의 길이 ( $2b$ )가 100mm이고, 단축의 길이 ( $2a$ )는 50mm, 75mm인 다이로 장축과 단축의 비 ( $b/a$ )가 각각 2.0 및 1.33인 다이를 이용했다. 여기서 압력과 극 높이는 벌지 시험장치에 연결되어 있는 X-Y 레코더와 시험기에 부착되어 있는 부로돈관 압력계, 그리고 시험기 상단부분에 다이얼 게이지를 이용하여 구할 수 있고 본 실험은 이 시험기에 가로축을 벌지된 극 높이, 세로축을 벌지 압력으로 표시되는 X-Y기록계를 부착시킨 후 클램핑 압력을 5.88MPa으로 하여 측정했다. 극 두께 변형도는 포인트 마이크로메타를 이용하여 변형된 시편의 극 부분의 두께를 측정하여  $\epsilon_t = \ln(t/t_0)$ 에 의해 계산되었다.

##### 4.2 해석결과

타원 벌지시 다이의 장축과 단축의 비 ( $b/a$ )를 2.0 및 1.33인 경우에 대해 유한요소해석의 전처리 과정으로 Hyper-Mesh에서 블랭크와 블랭크 홀더의 1/4 유한요소 모델링한 후 변형전 초기상태의 경계조건을 성형 후 빨리 들어오거나 주름이 생기지 않게 하기 위해 블랭크의 가장자리 부분은 완전 고정했다. 블랭크 홀더의 법선방향은 서로 바라보는 방향으로 설정하였고, 블랭크중 유압이 가해지는 부분의 법선방향은 유압이 가해지는 반대방향으로 지정하였다. 중력효과 해석(처짐 해석)은 블랭크와 블랭크 홀더와의 초기 안착상태를 보기 위한 해석으로 일반적으로 성형에 미치는 영향은 극히 작은 것으로 알려져 있고, 본 논문에서는 박판의 두께를 부가하여 초기부터 블랭크와 블랭크 홀더를 접촉시켜 해석상 안정을 위해 중력 효과를 없앴다.

Fig. 3~6은 타원 벌지 다이의 장축과 단축의 비 ( $b/a$ )가 2.0 및 1.33인 경우 연강, 알루미늄, 황동 및 구리에 대해 유압과 극 높이의 관계를 살펴보기 위해서 세로축을 벌지압력, 가로축을 극 높이로 나타낼 때 유한요소 결과치와 부록에 언급되어 있는 타원 벌지에 관한 이론식, 그리고 실험치와 서로 비교한 결과이다. 여기서 보면 실험치에 유한요소 해석결과가 Johnson과 Duncan의 이론식보다 더 잘 일치하고 벌지압력이 증가할수록 극 높이가

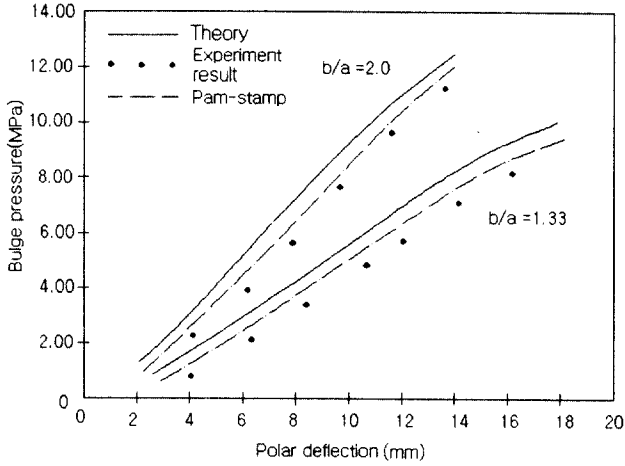


Fig. 3 Relationship between bulge pressure and polar deflection for mild steel

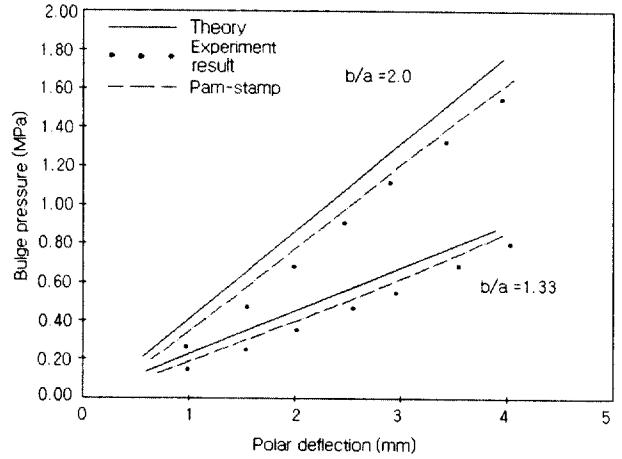


Fig. 6 Relationship between bulge pressure and polar deflection for aluminum

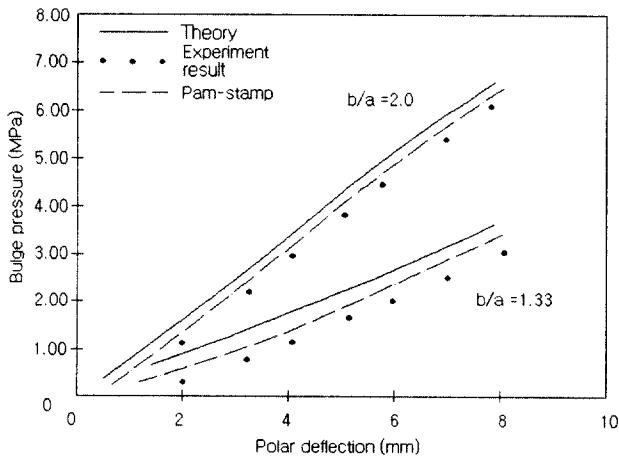


Fig. 4 Relationship between bulge pressure and polar deflection for copper

증가함을 알 수 있다. 그리고 극 높이가 적을 때는 종횡비가 2.0인 경우와 1.33인 경우와 비교해서 일정 극 높이에 따른 벌지압력이 거의 비슷하게 나타났으나, 극 높이가 증가하면 할수록 대략 일정한 간격으로 일정 극 높이에 따른 벌지압력이 이론치, 유한요소 결과치, 그리고 실험치 순으로 종횡비가 2.0인 경우가 1.33인 경우보다 점점 더 크게 나타남을 알 수 있다. 여기서 종횡비가 2.0 및 1.33일 때의 점선은 실험치이고 실선은 각각의 재료에 대해서 타원 벌지의 이론치, 그리고 일점쇄선은 유한요소 결과치를 나타낸다.

Fig. 7 ~ 10은 타원 벌지다이의 장축과 단축의 비 ( $b/a$ )가 2.0 및 1.33인 경우 연강, 알루미늄, 황동 및 구리에 대해 극 두께 변형률과 극 높이의 관계를 살펴보기 위해서 세로축을 극 두께 변형률, 가로축을 극 높이로 나타낼 때 유한요소 결과치와

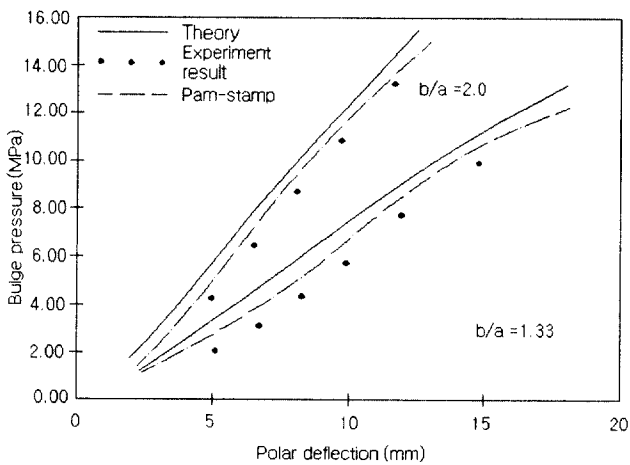


Fig. 5 Relationship between bulge pressure and polar deflection for brass

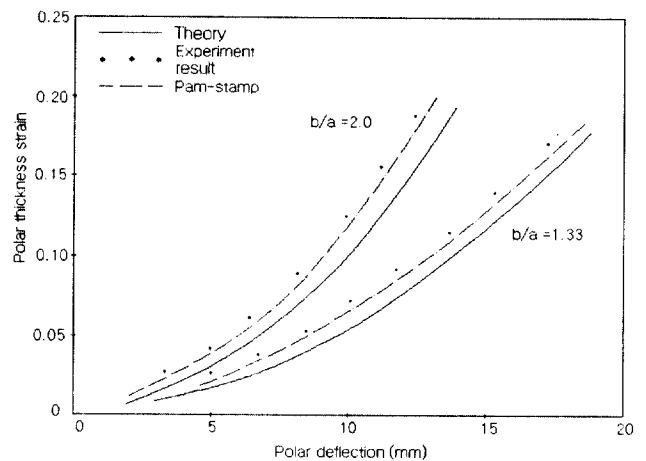


Fig. 7 Relationship between polar deflection and polar thickness strain for mild steel

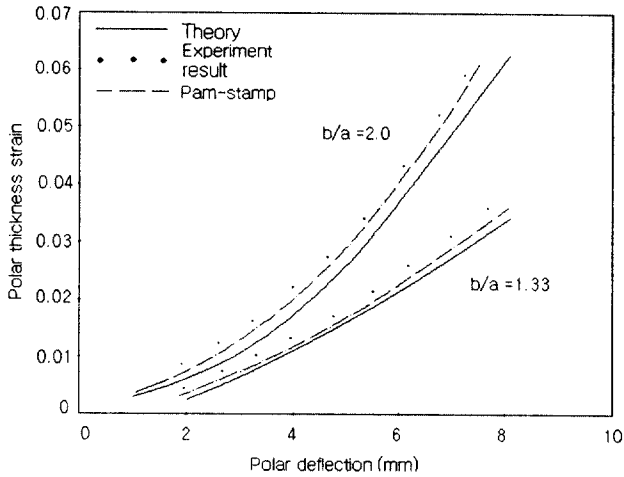


Fig. 8 Relationship between polar deflection and polar thickness strain for copper

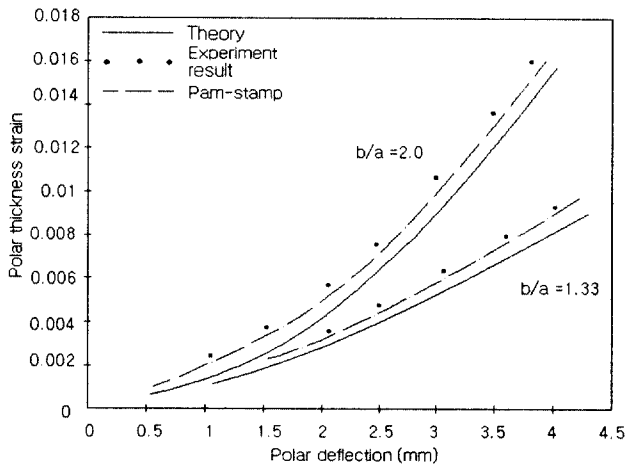


Fig. 9 Relationship between polar deflection and polar thickness strain for brass

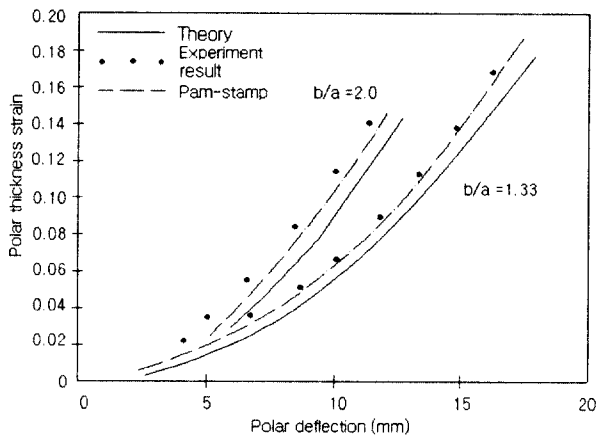


Fig. 10 Relationship between polar deflection and polar thickness strain for aluminum

이론식, 그리고 실험치와 서로 비교한 결과이다. 여기서 보면 실험치에 유한요소 해석결과가 이론식보다 더 잘 일치하고 극 높이가 증가할수록 극 두께 변형률이 증가함을 알 수 있다.

그리고 극 높이가 작을 때는 종횡비가 2.0인 경우와 1.33인 경우를 비교해서 일정 극 높이에 따른 극 두께 변형률이 거의 비슷하게 나타났으나 극 높이가 증가하면 할수록 대략 일정한 간격으로 일정 극 높이에 따른 극 두께 변형률이 실험치, 유한요소 결과치, 이론치순으로 종횡비가 2.0인 경우가 1.33인 경우보다 점점 더 크게 나타남을 알 수 있다.

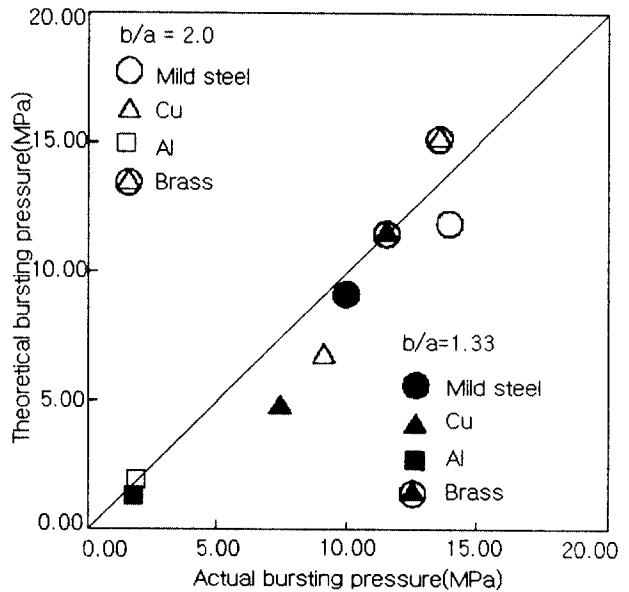


Fig. 11 Comparison of theoretical and experimental bursting pressures

Fig. 11은 다이의 종횡비가 2.0 및 1.33일 때, 판재재료인 연강, 구리, 황동 및 알루미늄 등을 사용하여 파단 부분에서의 파괴압력을 이론치와 실제 파괴압력을 서로 비교한 그래프이다. 여기서 가로축은 실제의 파괴압력, 세로축은 이론식에서 구한 파괴압력등으로 각각 나타내고 이론에서 구한 파괴압력과 실제의 파괴압력이 동일할 때는 대각선의 점선상에 위치하게 된다. 이 결과에서 종횡비가 2.0일 때가 1.33일 때 보다 파괴압력이 더 크게 나타났고 이론에서 구한 파괴압력과 실제의 파단압력은 대체적으로 잘 일치함을 알 수 있다.

Fig. 12는 다이의 종횡비가 2.0, 1.33일 때, 판재재료인 연강, 구리, 황동 및 알루미늄등을 사용하여 파단 부분에서의 파단 극 높이를 이론치와 실제 실험치를 서로 비교한 그래프이다. 여기서 가로축은 실제의 파단 극 높이, 세로축은 이론에서 구

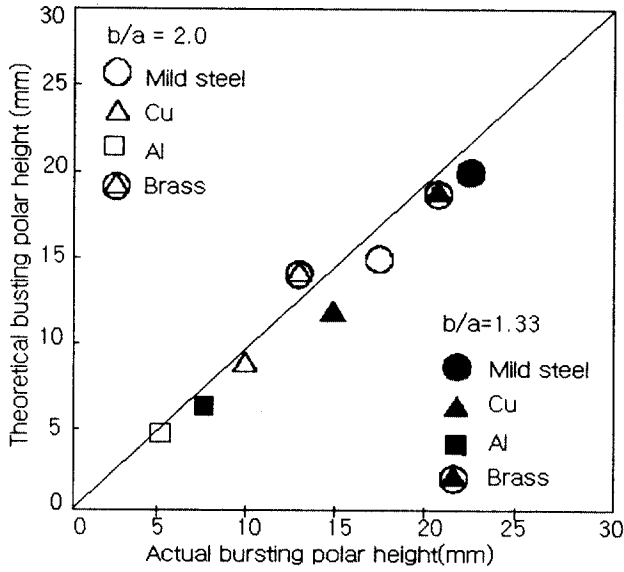


Fig. 12 Comparison of theoretical and experimental bursting polar heights (mm)

한 파단 극 높이로 각각 나타낸다. 이 결과에서 종횡비가 1.33일 때가 2.0일 때 보다 파단 극 높이가 더 크고 이론에서 구한 파단 극 높이는 실제 파단 극높이와 대체적으로 잘 일치함을 알 수 있다. 그리고 종횡비가 2.0일 때가 1.33일 때 보다 파괴압력이 크고 한계 극 높이는 종횡비가 1.33일 때가 2.0일 때 보다 크게 나타난 것은 종횡비가 1에 접근할수록 변형이 판재 전체에 균일하게 고루 퍼져 클램핑 효과가 제일 적게 영향을 받는 극점에서 파괴가 일어나 변형이 크게 나타나고 종횡비가 1보다 작을수록 변형이 가장자리에서 집중적으로 분포되어 변형이 적게 일어나기 때문이라고 추측된다.

### 5. 결 론

연강, 구리, 알루미늄 및 황동등의 박판을 사용해서 다이의 종횡비가 2.0 및 1.33인 타원 벌지시 PAM-STAMP™을 이용하여 해석된 유한요소 결과와 Johnson과 Duncan의 사각 벌지에 관한 이론을 타원 벌지에 응용하여 구한 이론치, 그리고 실험치 등을 서로 비교한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 벌지압력과 극 높이의 관계의 경우, 유한요소 결과는 이론치보다 더 실험치에 잘 일치하였고 종횡비가 2.0인 경우가 1.33인 경우보다 극 높이가 증가할수록 대략 일정한 간격으로 일정 극 높이에 따른 벌지압력이 이론치, 유한요소결

과치, 실험치 순으로 점점 크게 나타났다.

- 2) 극 두께 변형도와 극 높이와의 경우 유한요소 결과는 이론치보다 더 실험치와 잘 일치하였고 종횡비가 2.0인 경우가 1.33인 경우보다 극 높이가 증가할수록 대략 일정한 간격으로 일정 극 높이에 따른 극두께 변형률이 실험치, 유한요소 결과치, 이론치 순으로 점점 더 크게 나타났다.
- 3) 파단 부분에서의 실험 압력을 이론치와 서로 비교한 결과 종횡비가 2.0일 때가 1.33일 때보다 실험치가 이론치보다 더 크게 나타났고 이론치는 실제 파단압력에 대체적으로 잘 일치하였다.
- 4) 파단 극 높이에 대해 이론치와 실제 실험치를 서로 비교한 결과, 종횡비가 1.33일 때가 2.0일 때보다 파단 극 높이가 더 크게 나타났고 이론치는 실제 파괴 극 높이에 대체적으로 잘 일치하였다.
- 5) Johnson과 Duncan의 이론치가 유한요소해석 결과보다 실제 실험치에 오차가 많이 발생한 원인은 타원벌지시 장축과 단축의 세 방향의 주 변형도는 직선으로 분포하고 두께 변형도는 균일하다는 가정에 원인이 있다고 추측된다.

### 참고문헌

1. W. F. Brown and G. Sachs, Trans. AS-ME., Vol. 70, 99, 241, 1948
2. M. I. Yousif et al., Int. J. Mech. Sci., Vol. 12, pp. 959~972, 1970
3. C. C. Chow, A. W. Dana and G. Sachs, J. Metal, Vol. 1, pp. 49, 1949
4. J. L. Duncan and W. Johnson, Int. J. Mech. Sci., Vol. 10, pp. 143~155, 1968
5. J. J. Vlassak and W. D. Nix, J. Mater. Res., Vol. 7, No. 17, Dec. 1992
6. D. J. Benson, "Computational methods in Lagrangian and Eulerian hydrocodes", Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol. 99, pp. 235~394, 1992
7. A. Honecker and K. Mattiasson, "Finite element procedures for 3D sheet forming simulation", in Proc. NUMIFORM '89, ed. E. G. Thomson et al., Fort Collins, Balkema, pp. 457~463, 1989
8. K. Mattiasson et al., "Evaluation of a dynamic approach using explicit integration



in 3D sheet forming simulation", in Proc. NUMIFORM '92, ed. Chenot et al., Rotterdam, Balkema, pp. 55~67, 1992

9. A. M. Prior, "Application of implicit and explicit finite element techniques to metal forming", J. Mater. Process Technol., Vol. 45, pp. 647~656, 1994

10. PAM-STAMP<sup>TM</sup> '98 User's Manual, 1998

11. Hyper-Mesh 2.1 Manual, 1997

부 록

<타원벌지에 관한 이론식>

Duncan 과 Johnson의 사각벌지에 관한 이론을 아래와 같은 가정하에 타원벌지에 응용하면, 다음과 같은 관계를 얻는다.

- 가정 : 1. 장축과 단축의 벌지 측면형상은 원이다.  
 2. 장축과 단축의 세 방향의 주 변형도는 직선으로 분포한다.  
 3. 두께 변형도는 균일하다.

- (1) 응력비 (  $m$  )와 종횡비 (  $b/a$  ) 의 관계식

$$\frac{2-m}{2m-1} = \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{b}{a} \right)^2 - 1 \right\}$$

- (2) 두께변형도 (  $\epsilon_t$  )와 극높이 (  $h$  )의 관계식

$$\epsilon_t = \frac{1}{2} \left( \frac{h}{a} \right)^2 \left\{ \left( \frac{b}{a} \right)^2 + 1 \right\}$$

- (3) 압력(  $P$  )와 극 높이 (  $h$  ) 의 관계식

$$p = \frac{\bar{\sigma} t_0}{(1-m+m^2)^{1/2}} \frac{2h}{(a^2+h^2)} \frac{t}{t_0} \left\{ 1 + m \frac{(a^2+h^2)}{(b^2+h^2)} \right\}$$

- (4) 상당변형도 (  $\bar{\epsilon}$  )와 극 높이 (  $h$  )의 관계식

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{2-m} (1-m+m^2)^{1/2} \left( \frac{h}{b} \right)^2 \left[ \left\{ \left( \frac{b}{a} \right)^2 - 1 \right\} \right]$$

- (5) 곡률반경 (  $\rho$  )와 극 높이 (  $h$  )의 관계식

$$\rho_y = \frac{b^2+h^2}{2h}, \quad \rho_x = \frac{a^2+h^2}{2h}$$

- (6) 최대 극 높이 (  $h^*$  )와 가공경화경화지수 (  $\bar{n}$  )의 관계식

$$h^* = \left[ \frac{2b^2 \{ \bar{n} - (\sqrt{3/2})B \}}{(b/a)^2 + 1} \right]^{1/2}$$