韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 9집, 1999. 7. 283-297.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 9, July. 1999. 283-297.

엑셀과 Fantastic Fractals을 이용한 Iterated Function System

안 대 영 (음성고등학교)

수학에서는 컴퓨터를 활용해야 하고, 사회생활에서는 수학을 활용해야 한다. 이런 의미에서 엑셀을 수업시간에 활용하는 것이 필요하다. 수학II의 일차변환을 엑셀을 어떻게 활용할 수 있는 가를 제시한다. 일차변환의 응용으로서, 이동을 포함시킨 아핀변환을 이용하여 프랙탈을 생성하는 방법을 찾아본다. 프랙탈을 생성하기 위해서는 IFS(Iterated Function System)에 의해 수 만번의 합성변환을 필요하므로 소프트웨어가 필수적이다. 여기서는 Fanstic Fractals 프로그램을 이용하여 직관적으로 얻은 그림에서 변환행렬의 값을 구하여, 엑셀에서 두 가지 방법으로 분석하였다.

I. 서론

우리 나라의 7차 수학과 교육과정은 '수학적 힘을' 기본 방향으로 설정하고 있다. 수학적 힘을 기르기 위해서는 학생들이 '수학을 행할 것'을 강조하고 있다. 수학을 행한다는 것은 정의와 사실들에 대한 회상과, 패턴찾기, 논리적 추론 등 여러 수준을 포함한다. 이와 같이 다양한 과정을 통해서 수학을 행하기 위해서는 학생 자신의 수학적 모델링이 필요하다. 따라서 학생들이 스스로 사고하고 창의적으로 문제를 해결할 수 있도록 도와주어야 한다. 교사는 학생들이 수학적 아이디어를 탐구하고 발견할 수 있도록 다양한 경험을 제공해야 한다. 이러한 수업을 조직하기 위해서는 학생들이 조작하고 탐구할 수 있는 자료가 필요하다(전평국, 1999).

수학교육 프로그램은 모든 학생들의 수학적 이해를 돕기 위해 공학도구를 사용해야 하며, 점차 발전하는 기술세계에서 수학을 사용하도록 학생들을 준비시켜야 한다(NCTM draft, 1998). 수학에서는 컴퓨터를 활용해야 하고, 사회생활에서는 수학을 활용해야 한다. 엑셀을 업무처리를 위해 사회에서 가장 활용도가 높은 소프트웨어이다. 따라서 수학학습에 엑셀을 활용하면 사회에서 엑셀을 활용할 때 수학적 지식을 잘 적용할 수 있을 것이다. 공학의 출현은 오늘날 교육에 영향을 미치는 가장 중요한 요인중 하나이다. 공학은 지금까지 불가능했던 방법에서 수학과 수학적 응용에 접근하도록 할 수 있다. 여기서 다룰 여러번의 일차변환의 합성 결과는 컴퓨터를 활용해야 한다. 그러나 다른 도구와 마찬가지로 공학 도구는 잘 못 사용될 수 있다. 기본적 이해와 직관의 대체물로 사용되어서는 안된다. 엑셀은 직관을 통하여 내용을 탐구할 수 있는 소프트웨어이다. 이해와 직관을 촉진시키기 위해 사용될 수 있다. 엑셀의 활용은 수학의 응용을 의미있고 적절하게 만들 수 있다.

고등학교 수학 II에서는 일차변환에서는 항등변환, 대칭변환, 합성변환, 역변환 등을 학습한다. 일

차변환은 행렬의 응용으로 다루고 있지만, 일차변환을 이용하여 무엇을 할 수 있고, 일차변환이 응용되는 분야를 알 수 있다면 학습에 대한 흥미도가 달라질 것이다. 일차변환의 학습과 응용과정에서 소프트웨어를 활용함으로서 탐구하고 조작하는 활동이 가능하다. 컴퓨터 사용하는 것이 수학을 탐구하는데 필요함를 알 수도 있다. 여기서의 일차변환의 응용으로서, 학생들이 탐구하고 조작할 수 있는 프랙탈을 소개하고자 한다.

Ⅱ. 본론

수학Ⅱ에서 학습하는 일차변환에서 엑셀을 활용하는 방법을 제시한다. 엑셀을 활용함으로 학생들이 사고하고, 관찰하고, 분석하는 활동을 가능하게 한다.

먼저 프랙탈의 개념에 대해 살펴보자. 프랙탈은 자기닮음(Self-similar)과, 자기닮음 차원(축소에 대한 불변(Independent of scale)의 성질을 갖는다. 자기닮음은 전체를 부분 부분으로 나누었을 때 부분 안에 전체의 모습을 갖는 무한단계에서의 기하적인 도형이다.

자기닮음이란 다음과 같다. 실수 R 에 대하여 R^n($n=1$, 2 또는 3)의 부분집합을 S라 하자. 이 때 S의 두 원소 a, b에 대하여 a, b 사이의 거리를

$$d(a,\ b)=|a-b|$$

로 나타내기로 하자. 함수 $f:S \to S$ 와 모든 $x,\ y \in S$ 에 대하여

$$|f(x)-f(y)| = r|x-y|$$

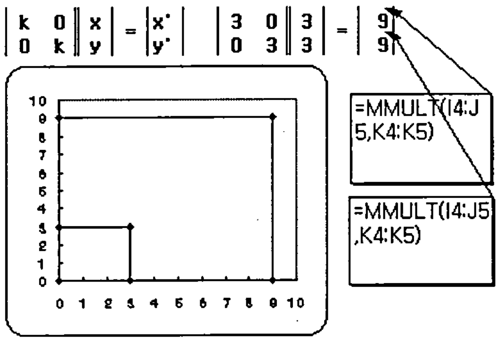
을 만족하는 상수 $r(0 < r < 1)$이 존재할 때 $f:S \to S$ 를 S의 닮음(Simility)이라고 한다 (Kenneth, 1993).

또한 이때, r을 f 의 닮음 상수 (Similar constant)라고 한다. 자기닮음이란 도형의 각 부분들이 전체와 닮은 성질이다. 자기닮음을 지니고 있다고 해서 프랙탈은 아니다. 선, 정사각형, 정육면체, 코흐 곡선에 대해 생각해보자.

다음은 일반적으로 사용하는 자기닮음 차원을 구하는 방법이다.

N : 조각의 개수, D : 프랙탈 차원 r : 축소율, $N=(\frac{1}{r})^D$ 즉, $D=\dfrac{\log N}{\log(1/r)}$

1. 일차변환에서 엑셀 활용



<그림 1> 닮음변환

<그림 1>은 k 가 0이 아닌 실수 일 때, 좌표평면 위의 점 (x, y)를 점 (kx, ky)에 대응시키는 변환이다.

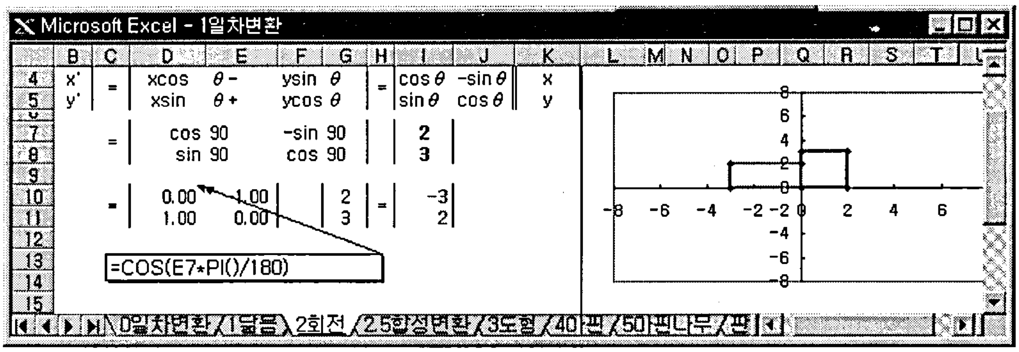
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$을 닮음변환이라 한다.

엑셀을 이용하면 학습자가 행렬의 숫자를 변경하면서 닮음변환의 규칙을 탐구할 수 있다. 역동적으로 변화함으로 추측 한 것을 확인 할 수 있다.

<그림 2>는 회전변환을 나타낸다. 원점을 중심으로 각의 크기 θ만큼 회전이동하는 일차변환을 나타내는 변환식과 행렬은 다음과 같$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$다.

$$\begin{cases} x' = x\cos\theta - y\sin\theta \\ y' = x\sin\theta + y\cos\theta \end{cases} \Leftrightarrow$$

엑셀시트에서 회전변환을 나타낸 것이다. 셀에 숫자를 변화시키면 변화된 좌표가 생성되고 좌표평면상에서 확인 할 수 있다. 컴퓨터를 활용함으로서 교과서의 제한된 문제뿐만 아니라, 다양한 수치를 입력하고 추측, 확인 할 수 있다. <그림 2>는 점(2, 3)을 90도 회전시킨 결과 점(3, 2) 임을 나타낸다. 내용을 학생들이 직접 만들어 본다면, 활동으로서의 수학을 하는 것이다.

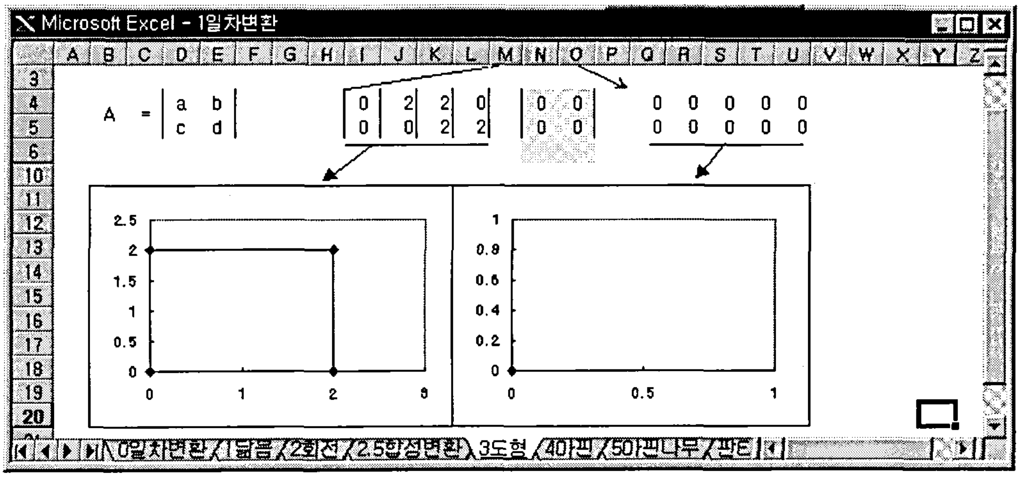


<그림 2> 회전변환

일차변환에 의한 도형의 상의 3 가지 경우를 살펴보자.

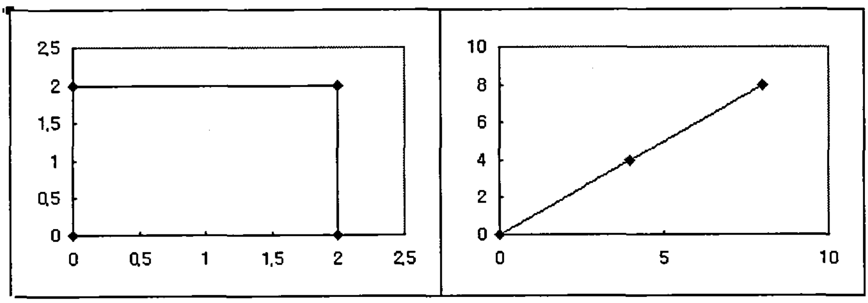
일차변환 $f:\begin{cases} x' = ax + by \\ y' = cx + dy \end{cases}$ $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $D = ad - bc$ 라고 하면

$A=0$ 이면 좌표평면 위의 모든 점은 원점 (0, 0) 으로 옮겨진다.



<그림 3> A=0인 경우의 도형의 상

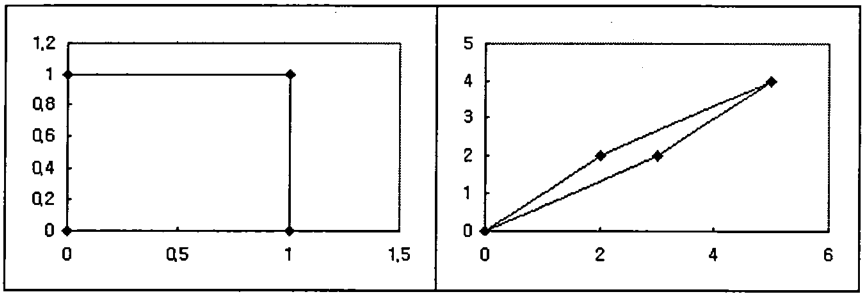
$A \neq 0$ 이고 $D=ad-bc=0$ 이면 좌표평면위의 모든 점은 원점을 자나는 직선으로 옮겨진다. $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ 인 경우이다. <그림 4>에서 확인할수 있다.



<그림 4> A≠0, D=0 인경우

$A \neq 0$ 이고, $D=ad-bc \neq 0$이면 좌표평면은 좌표평면으로 옮겨진다.

$A=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ 인 경우이다.



<그림 5> A≠0, D≠0인 경우

2. 아핀변환

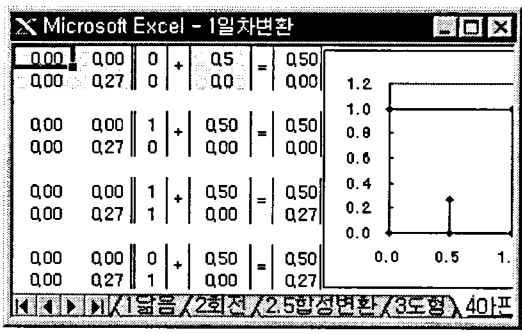
아핀 변환은 일차변환에 이동을 포함한 것이다. 아핀변환은 일차변환을 x축 방향으로 e, y축 방향으로 f 만큼 이동시킨 것이다. 이동시킨 점을 $P'(x', y')$이라 하면

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\cos\theta & -r\sin\theta \\ r\sin\theta & r\cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$$

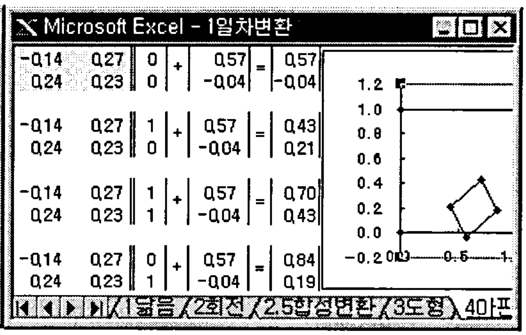
$$= \begin{pmatrix} ax+by+e \\ cx+dy+f \end{pmatrix}$$ 이다.

아핀변환을 이용하여 고사리를 만드는 4 개의 변환을 살펴보자.

① $\begin{pmatrix} 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.27 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.50 \\ 0.00 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} -0.14 & 0.27 \\ 0.24 & 0.23 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.57 \\ -0.04 \end{pmatrix}$

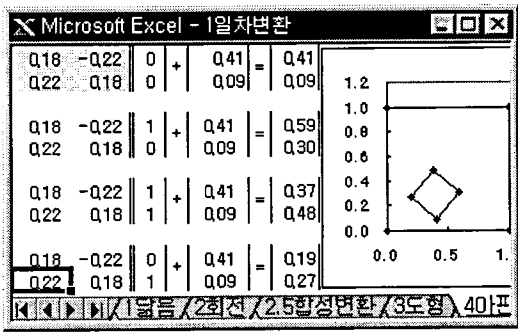


<그림 6> 고사리 변환 1

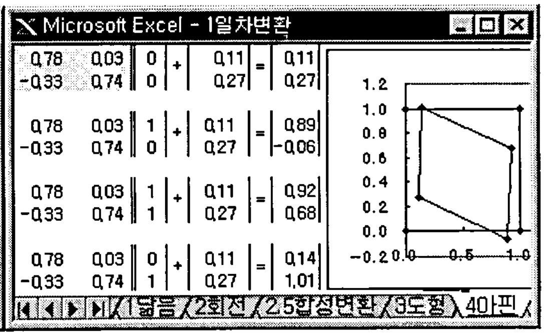


<그림 7> 고사리 변환 2

③ $\begin{pmatrix} 0.18 & -0.22 \\ 0.22 & 0.18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.41 \\ 0.09 \end{pmatrix}$ ④ $\begin{pmatrix} 0.78 & 0.03 \\ -0.33 & 0.74 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.57 \\ -0.04 \end{pmatrix}$

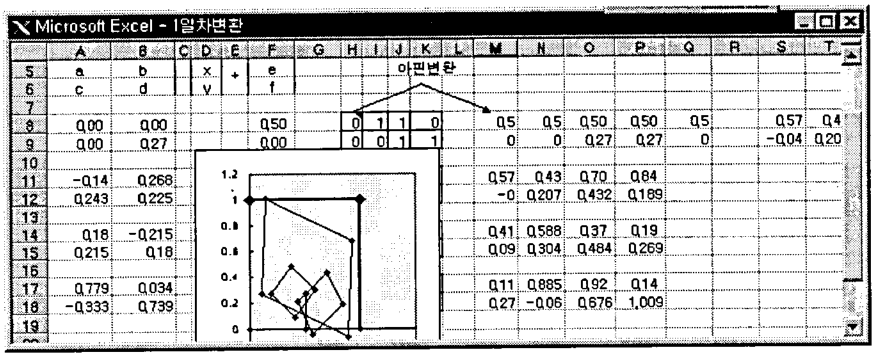


<그림 8> 고사리 변환 3



<그림 9> 고사리 변환 4

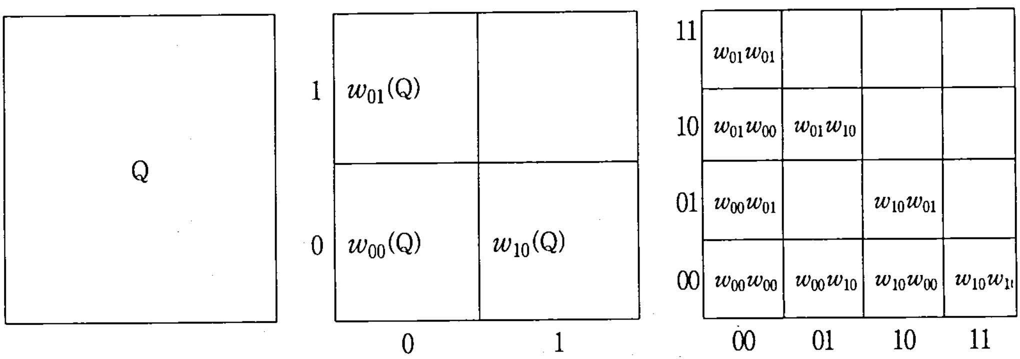
⑤ <그림 10>은 4 개의 아핀변환을 모두 나타낸 것이다



<그림 10> 고사리 변환 1, 2, 3, 4

3. IFS (Iterated Function System)(Peitgen; Jürgens; Saupe; Maletsky; Perciante & Yunker, 1992)

첫 단계 두 번째 단계



<그림 11> Iterated Function System

정사각형을 3개로 변환하는 것을 살펴보자. 변환을 2 진수 형식으로 나타내면 편리하다.

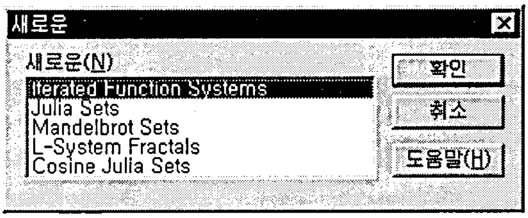
$$w_{00}(x, y) = (\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y)\ ,\quad w_{01}(x, y) = (\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y + \frac{1}{2})\ \ w_{10}(x, y) = (\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}y)$$

IFS에서 세 개의 상사변환을 사용하면 끝개로서 단위 사각형을 생성할 수 있다. 각 단계에서 형성되는 하위 사각형을 구별하기 위해 2 진수 좌표 체계를 사용하였다. 각 단계에서 IFS는 4 배로 작은 정사각형을 세 배만큼 생성한다. 2진 좌표체계에서 간단한 표기방법을 얻을 수 있다.

첫 단계에서 w_{01} 은 단위 정사각형Q를 (0, 1)에 있는 하위 정사각형 w_{01}(Q)로, w_{11}을 (1, 1)의 정사각형으로 변환시킨다. 두 번째 단계에서, (10, 11)에 있는 정사각형은 $w_{11}(w_{01}(Q))$(처음에 Q를 w_{01}에 적용시키고 나서 그 결과에 w_{11}을 대응시킨다)이다.

4. Fantastic Fractals을 이용한 IFS

Fantastic Fratals 프로그램을 이용한 합성변환을 살펴보자. 엑셀에서서는 일차변환을 하기 위해 (a, b, c, d, e, f)의 값을 필요로 했지만, Fantastic Fratals에서는 직관적으로 마우스를 이용하여 변환시킬 수 있다. Fantastic Fractals 프로그램을 이용하여 작도과정을 살펴보자.

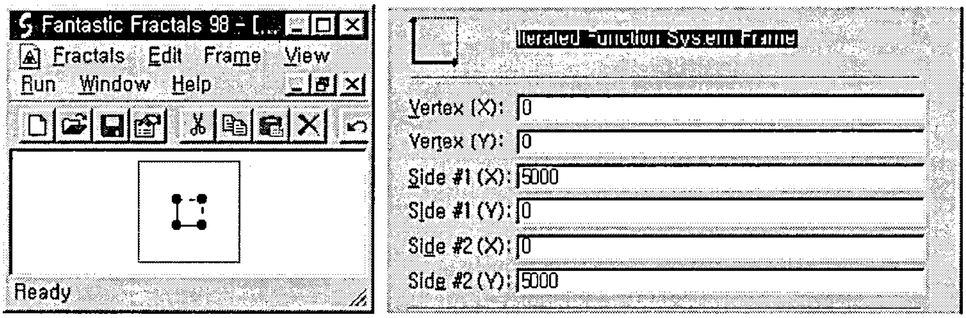


<그림 12> IFS 의 시작화면

① Fractals 메뉴를 누른다. Iterated Function Systems를 선택한다.

② 새 프레임 아이콘 을 누른다

③ 속성 아이콘 을 누른다. 숫자를 오른쪽과 같이 고친다.

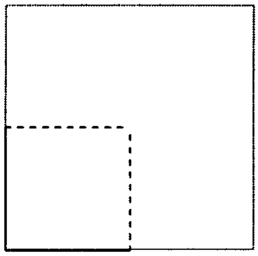


<그림 13> IFS 의 시작 좌표

④ 다음 그림처럼 프레임 위치가 바뀐다.

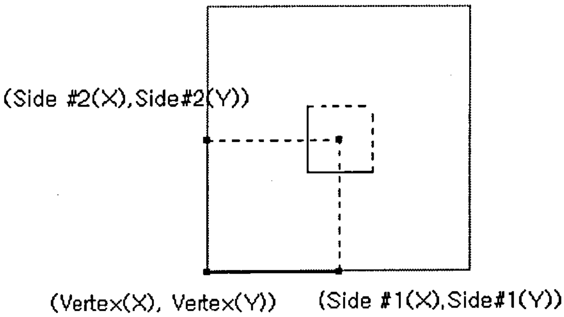
다음 그림은 첫 번째 변환이다. 정사각형을 왼쪽의 1/4로 보내는 변환이다.
가로, 세로가 각각 1/2씩 줄어들었다.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



<그림 14> 변환 1

⑤ 프레임과 좌표와의 관계는 다음과 같다.



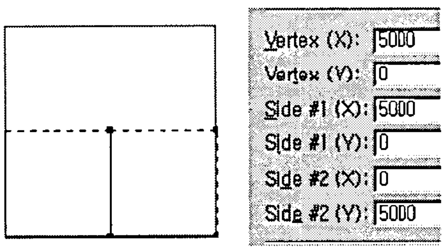
<그림 15> 프레임과 좌표 관계

원점의 좌표를 (0, 0) 이라 하자. Side #1(X)의 좌표는 꼭지점 Vertex(X)에서 이동한 x 거리이다. Side #1(Y)는 Vertex(Y)에서 이동한 거리이다. Side #2(X), Side #2(Y)도 같은 방법으로 생각해 보자.

⑥ 두 번째 좌표를 변경한다. 새로운 프레임을 생성하고 좌표를 변경하자.

가로, 세로가 각각 1/2씩 줄어들었고, x축으로 5000(큰 정사각형의 한변은 10000) 만큼 이동하였다.

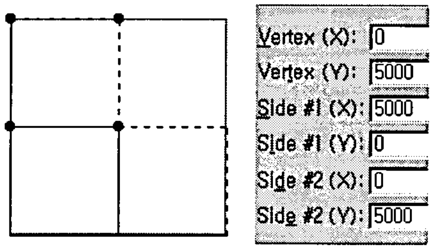
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$



<그림 16> 변환 2

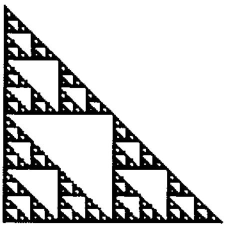
가로, 세로가 각각 1/2씩 줄어들었고, Y축으로 5000(큰 정사각형의 한변은 10000) 만큼 이동하였다.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$



<그림 17> 변환 3

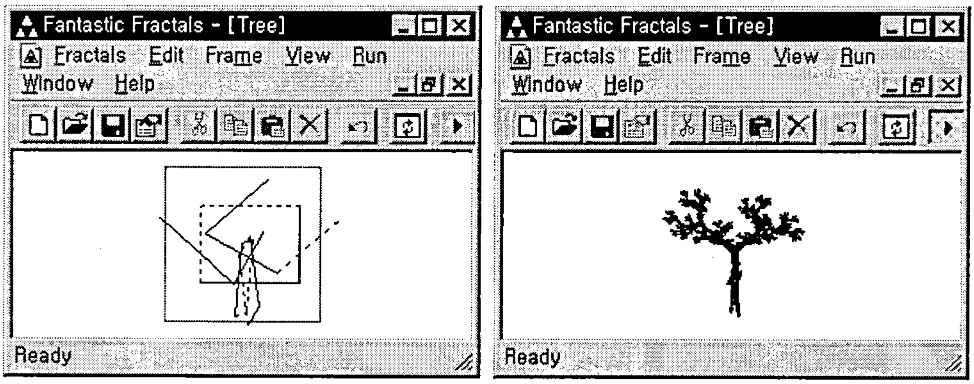
⑥ 실행 ▶ 을 누른다. 다음과 같은 시어핀스키 삼각형을 얻을 수 있다.



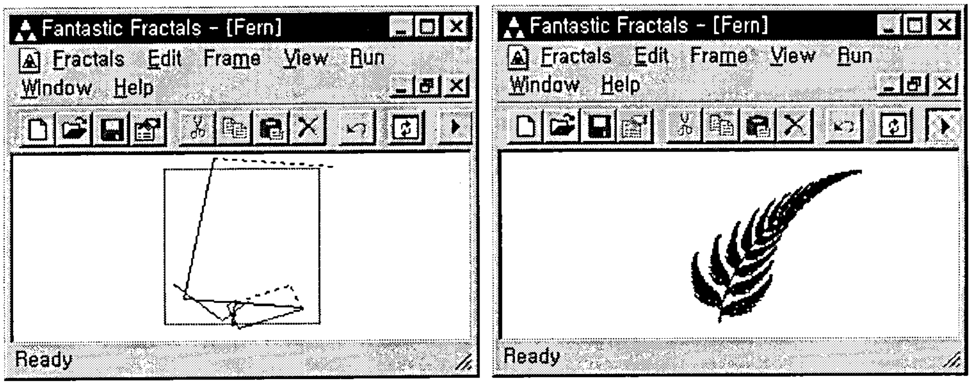
<그림 18> 결과

시어핀스키 삼각형은 여러 가지 방법으로 만들 수 있다. 파스칼 삼각형을 이용하여 만들 수 있고, And 연산을 이용하여 프로그래밍을 통하여 그릴 수 도 있다. 또한 GSP의 스크립트를 이용하여 만들 수 있다. 그리는 과정에서 수학적 의미를 찾아보자.

다음은 Fantastic Fractals에서 그린 나무와 고사리 그림이다



<그림 19> IFS를 이용한 프랙탈 나무



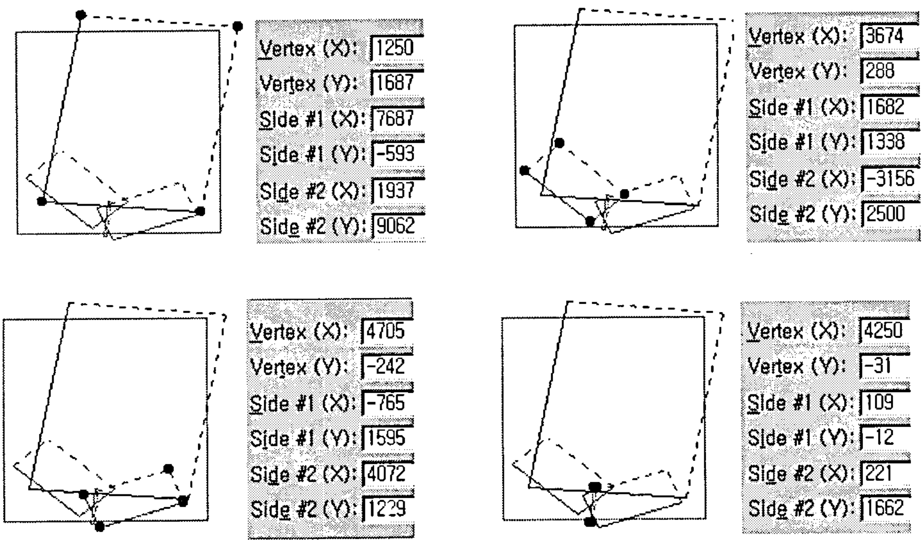
<그림 20> IFS를 이용한 고사리

6. Fantastic Fractals 와 엑셀을 이용하여 행렬 구하기

1) a, b, c, d, e, f 의 값 구하기

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} x''' \\ y''' \end{pmatrix}$ 의 좌표가 주어졌을 때 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$ 구하기

① $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$



<그림 21> 고사리 4개 변환의 꼭지점과 길이

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

$$② \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+e \\ c+f \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x''-e \\ y''-f \end{pmatrix}$$

$$③ \begin{pmatrix} x''' \\ y''' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b+e \\ d+f \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'''-e \\ y'''-f \end{pmatrix}$$

④ ①②③에 의해 다음을 얻는다.

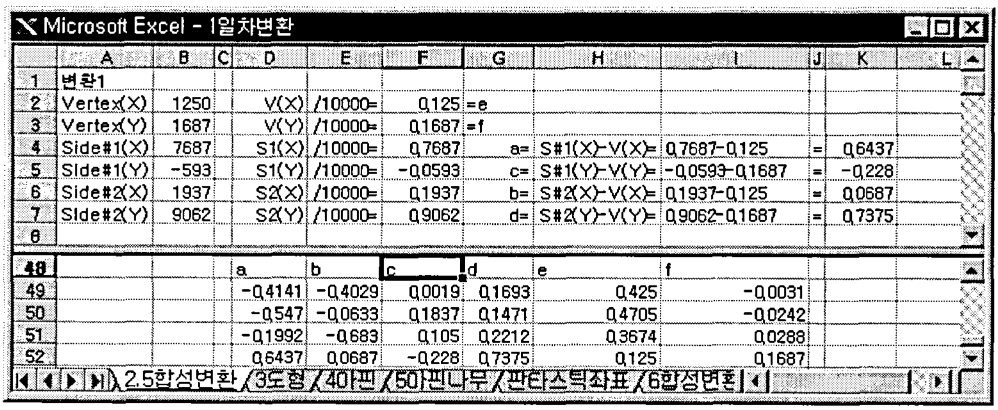
$$\begin{pmatrix} a & b & e \\ c & d & f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x''-e & x'''-e & x' \\ y''-e & y'''-e & y' \end{pmatrix}$$

2) Fantastic에서 좌표 구하기

① 고사리의 꼭지점과 길이

② 엑셀에서 좌표 구하기

변환1, 2, 3, 4의 값을 이용하여, a, b, c, d, e, f 의 값을 구할 수 있다.


Microsoft Excel - 1일차변환

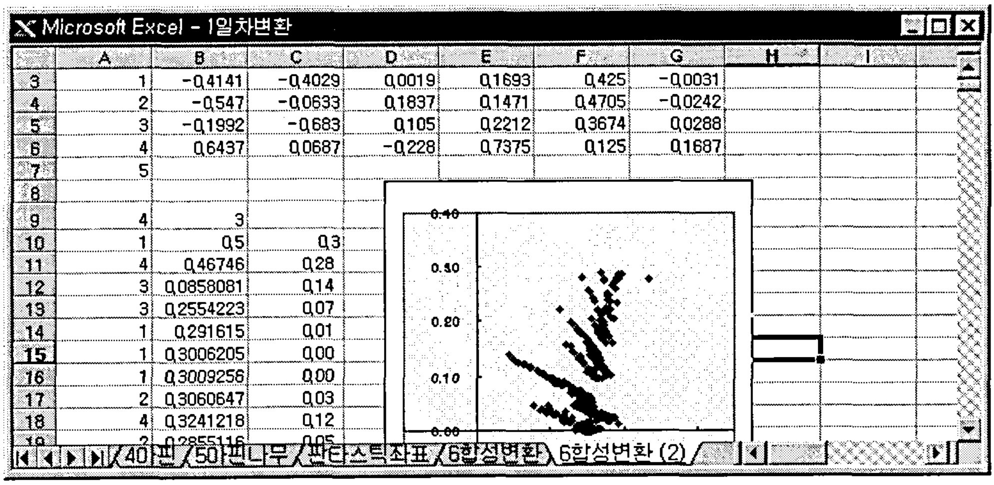
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	변환1											
2	Vertex(X)	1250		V(X)	/10000=	0.125	=e					
3	Vertex(Y)	1687		V(Y)	/10000=	0.1687	=f					
4	Side#1(X)	7687		S1(X)	/10000=	0.7687	a=	S#1(X)-V(X)=	0.7687-0.125	=	0.6437	
5	Side#1(Y)	-593		S1(Y)	/10000=	-0.0593	c=	S#1(Y)-V(Y)=	-0.0593-0.1687	=	-0.228	
6	Side#2(X)	1937		S2(X)	/10000=	0.1937	b=	S#2(X)-V(X)=	0.1937-0.125	=	0.0687	
7	Side#2(Y)	9062		S2(Y)	/10000=	0.9062	d=	S#2(Y)-V(Y)=	0.9062-0.1687	=	0.7375	
8												
48				a	b	c	d	e	f			
49				-0.4141	-0.4029	0.0019	0.1693	0.425	-0.0031			
50				-0.547	-0.0633	0.1837	0.1471	0.4705	-0.0242			
51				-0.1992	-0.683	0.105	0.2212	0.3674	0.0288			
52				0.6437	0.0687	-0.228	0.7375	0.125	0.1687			

2.5합성변환 / 3도형 / 4아핀 / 5아핀나무 / 판타스틱좌표 / 6합성변환

<그림 22> 아핀변환 행렬 값

7. Fanstic에서 구한 값을 엑셀에서 일차변환 결과

1) 프로그래밍을 하지 않은 경우



	A	B	C	D	E	F	G
3	1	-0.4141	-0.4029	0.0019	0.1693	0.425	-0.0031
4	2	-0.547	-0.0633	0.1837	0.1471	0.4705	-0.0242
5	3	-0.1992	-0.683	0.105	0.2212	0.3674	0.0288
6	4	0.6437	0.0687	-0.228	0.7375	0.125	0.1687
7	5						
8							
9	4	3					
10	1	0.5	0.3				
11	4	0.46746	0.28				
12	3	0.0858081	0.14				
13	3	0.2554223	0.07				
14	1	0.291615	0.01				
15	1	0.3006205	0.00				
16	1	0.3009256	0.00				
17	2	0.3060647	0.03				
18	4	0.3241218	0.12				

<그림 23> Fanstic의 결과를 엑셀에서 실행

Fantastic Fratals 는 직관적으로 변환을 생성하는 데 도움이 되며, 엑셀은 변환이 일어나는 과정을 이해하는 데 도움이 된다.

① B3에서 G6 사이에 4개의 변환이 있다.

② 셀B10, C10에 임의의 좌표 (x, y) 를 입력한다.

③ A9 열 아래에서는 난수를 발생시켜 변환의 종류를 선택한다.

④ 4000번을 반복한 그림이다.

⑤ B11 셀에는 다음내용을 입력하였다.

"=CHOOSE(A11,B3,B4,B5,B6,B7)*B10+CHOOSE(A11,C3,C4,C5,C6,C7)*C10+CHOOSE(A11,F3,F4,F5,F6,F7)*A10 "

2) 프로그래밍을 이용한 결과(국형태 · 신동준, 1996)

다음의 코딩은 엑셀에서 비주얼베이직으로 프로그래밍한 것이다.

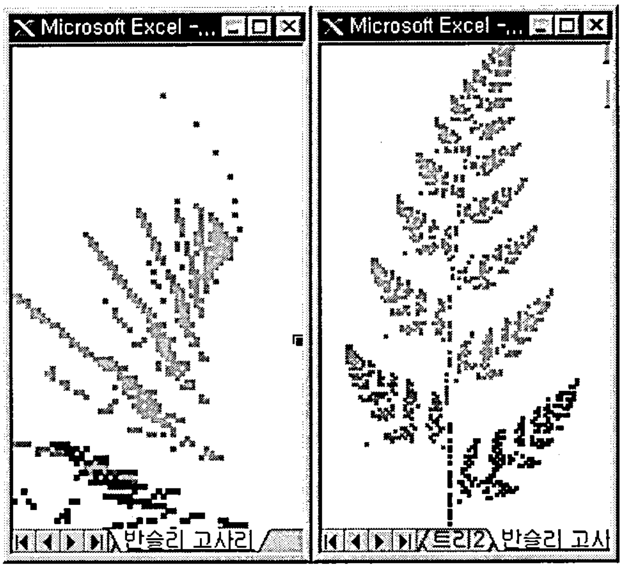
```
 Dim a(3), b(3), c(3), d(3), e(3), f(3), saek '전역배열
Const XCHDAE = 300                    'x 좌표 최대값(수퍼 VGA)
Const YCHDAE = 300                    'y 좌표 최대값

'NN개의 점을 찍어 고사리를 그린다
 Sub B_GoSaRi(NN)
  Cells.Interior.colorindex = xlNone
  Dim r, x, y, x0, x1, y0, y1, w, saek '지역변수

  x0 = 50                        '이 값을 바꾸면 프랙탈
  y0 = 190 - 10                  '위치가 바뀐다
  w = 200                        '클수록 프랙탈이 크게 그려진다
  '----------------------- 초기 위치를 창내의 임의 위치로 잡는다
```

```
Randomize                    '난수 발생씨앗을 초기화
x = Int(Rnd * XCHDAE)
y = Int(Rnd * YCHDAE)
For i = 0 To NN
  r = Rnd                    '0 ~ 1 사이의 난수(실수)

  If r < 0.02 Then           '2% 확률
      n = 0
      saek = 1          '검정
  ElseIf r < 0.17 Then       '15% 확률
      n = 1
      saek = 3         '엷은 빨강
  ElseIf r < 0.3 Then        '13%  확률
      n = 2
      saek = 4          '청록
  Else                       '70%  확률
      n = 3
      saek = 8
  End If
```



왼쪽 그림은 Fanstic에서 얻은 결과를 엑셀에서 프로그래밍한 것이다. 오른쪽은 일반적으로 알려진 고사리의 그림이다. 비슷하게 보이기도 하고 전혀 다르게 보이기도 한다

<그림 24> Fanstic의 결과와 일반적인 고사리

```
  x1 = a(n) * x + b(n) * y + e(n) * w
  y1 = c(n) * x + d(n) * y + f(n) * w
  ActiveSheet.Cells(Abs(Int(y0) - Int(y1)), Int(x0) + Int(x1)).Interior.colorindex = saek
    x = x1                       '변환후 위치로 이동
  y = y1
 Next
End Sub
```

```
 Sub 고사리_Click()
x1 = 0                    '창 내부를 지운다
y1 = 0


n = 2000
' 아파인 선형변환용 행렬 (Fantastic에서 구한 값)

  a(0) = -0.4141:    b(0) = -0.4029:    c(0) = 0.0019:    d(0) = 0.1693: e(0) = 0.425:  f(0) = -0.0031
  a(1) = -0.547: b(1) = -0.0633: c(1) = 0.1837: d(1) = 0.1471: e(1) = 0.4705: f(1) = -0.0242
  a(2) = -0.1992: b(2) = -0.683: c(2) = 0.105: d(2) = 0.2212: e(2) = 0.3674: f(2) = 0.0288
  a(3) = 0.6437: b(3) = 0.0687: c(3) = -0.228: d(3) = 0.7375: e(3) = 0.125: f(3) = 0.1687

  '실제 고사리모양의 값
'  a(0) = 0:    b(0) = 0:    c(0) = 0:    d(0) = 0.27: e(0) = 0.5:  f(0) = 0
 ' a(1) = -0.14: b(1) = 0.268: c(1) = 0.243: d(1) = 0.225: e(1) = 0.57: f(1) = -0.036
 'a(2) = 0.18: b(2) = -0.215: c(2) = 0.215: d(2) = 0.18: e(2) = 0.408: f(2) = 0.089
 'a(3) = 0.779: b(3) = 0.034: c(3) = -0.033: d(3) = 0.739: e(3) = 0.106: f(3) = 0.27

  B_GoSaRi n                          '고사리를 그린다

End Sub
```

Ⅲ. 결론 및 제언

본 연구에서는 다음과 같은 내용을 살펴보았다.

첫째, 일차변환에서는 닮음변환, 회전변환, 일차변환과 도형에서 엑셀을 활용하여 탐구하는 방법,

둘째, 아핀변환에서는 고사리의 변환행렬,

셋째, IFS에서 Fantastic Fractals을 이용하는 방법.

넷째, Fantastic Fractals 와 엑셀을 이용하여 행렬 구하기

다섯째, Fanstic에서 구한 값을 엑셀에서의 일차변환 결과를 비교하였다.

Fanstics에서 결과를 엑셀에서 그린 것과, 일반적으로 알려진 고사리의 모습과는 차이가 있었다. 자연이나 사물을 프랙탈로 만들 수 있는 더 나은 방법들의 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

국형태 · 신동준 (1996). 비주얼베이직과 프랙탈, 서울: 기전연구사.

신인선 · 안대영 (1999). 프랙탈과 수학교육, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 8, 서울: 한국수학교육학회.

전평국 (1999). 수학과 교수 · 학습에서의 교수 매체의 역할, 한국수학교육학회지 시리즈 F <수학교육 학술지> **3**.

Kenneth Falconer (1993). *FRACTAL GEOMETRY*, JOHN WILLY & SONS.

Standards 2000 Writing Group (1998). *Princiales and Standards for School Mathematics;* Discussion Draft, USA.

Peitgen, H.O.; Jürgens, H.; Saupe, D; Maletsky, E.; Perciante, T. & Yunker, L. (1992). *Fractals for the Classroom :Part One*, New York: Springer -Verlag.