韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 8집, 1999. 1. 317-330.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 8, Jan. 1999. 317-330.

통계에서 엑셀의 교수학적 활용 가능성

안 대 영 (음성고등학교)

이 논문에서는 엑셀을 통계학습에 이용할 때 교수학적 활용 가능성에 대해 논의한다. 학교 수학의 성격과 엑셀프로그램의 특성을 살펴보고, 탐구과정으로의 통계수업의 예를 제시한다.

I. 서 론

컴퓨터와 소프트웨어 발달로 수학학습에 많은 기대감을 갖게 하고 있지만, 지나친 컴퓨터의 도입은 수학교육에 장애가 될 수 있다는 의견도 제시되고 있다. 따라서 컴퓨터로 무엇을 할 수 있는가보다 수학교육의 성격이나 본질과 관련하여 소프트웨어의 특성을 살펴보는 것이 필요하다. 이 논문에서는 교수학적으로 엑셀을 살펴보고, 인식론적 관점에서 통계단원에서 인지발달이론을 통한 교수학습방법을 고찰하고, 활용예를 살펴보겠다.

II. 학교수학의 성격과 엑셀

학교수학을 수학자들이 만든 수학과 사회 각 분야에서 이용되는 수학을 반영한 것이라고 볼 때, 컴퓨터는 학교수학의 성격과 교수학습 방법 모두를 변화시킬 잠재력을 갖고 있다(Kilpatrick & Davis). 조완영(1998)은 수학자들의 변화된 연구 방법과 사회에서 요구를 반영하는 측면에서 학교수학의 성격을 세 가지 측면에서 논의하고 있다.

첫째는 일상생활의 실용성이 아닌 추상적인 수 사이의 관계성에 대해 연구하는 이론수학과, 일반인들이 하는 구체적인 사물을 대상으로 하는 실제수학이다. 학교수학의 성격과 관련하여 여러 가지 수학 소프트웨어(Mathematica, Maple, Gsp, Logo 등)에 대해 생각해 보자. Mathematica는 미분기하, 수치해석 등 다양한 활용 분야를 가지고 있다. Gsp나 Logo 등도 기하교육, 변수개념 지도에서 유용하게 활용하고 있다. 그러나 수학이 아닌 일상생활에서 이런 소프트웨어를 사용하는 예를 찾아볼 수 있는가? 이러한 소프트웨어를 탐구과정에서 사용하기 위해서는 소프트웨어에 대한 새로운 지식이 필요하다. 이 지식은 이론수학에 도움을 줄 수 있는 것인가? 실용수학에 도움을 줄 수 있는 것인가? 소프트웨어를 이해하고 응용하기 위해서 습득한 지식은 응용할 수 있는

지식인가? 이러한 질문은 실생활에 수학 소프트웨어를 어떻게 활용할 수 있는가에 대한 연구를 요구한다. 엑셀은 수치해석, 통계, 대수, 해석, 카오스이론 등 활용성이 뛰어나며, 업무용으로 학교나, 사무실 환경에서 가장 많이 사용하는 실용성이 강조되는 소프트웨어이다. 따라서 엑셀은 실생활에 수학을 활용하는 면에서는 유용하다.

둘째, 사회의 요구를 반영하는 수학교육이다. 수학교육에 대한 사회의 요구는 학생들이 수학적 소양, 컴퓨터 소양, 수학적 문제해결 등을 요구하는 직업을 위해 교육을 받아야 한다는 기대가 반영되어 있다. 7차 교육과정의 개정 중점도 “다가올 21세기, 정보화 사회에서는 수학을 사용한 정보를 이해하는 능력, 얻어진 정보가 타당한지 판단하는 능력, 수학을 사용한 정보를 다른 사람과 직접 또는 간접적으로 교환하는 능력… 필요로 한다.” 고 하였다. 이러한 교수 방법을 위해 컴퓨터 및 구체적 조작물의 적극적 활용을 권장하고 있다. 정보를 이해 판단한다는 것은 무엇을 의미하는가? 이것은 정보를 가공 할 수 있는 능력을 필요로 한다. 정보란 가공하여 새로운 정보를 만들 때 가치있는 정보가 되기 때문이다. 컴퓨터를 어떻게 사용하면 정보를 공유하고 교환할 수 있다는 말인가? 소프트웨어는 인간이 아니다. 만들어진 목적에서 크게 벗어 날 수 가 없다. 수학 소프트웨어를 사용하여 정보를 판단, 이해, 공유를 할 수 있는가에 대한 연구가 필요하다. 정보가 무엇인지에 대해서는 여러 의견이 있을 수 있다. 엑셀의 수치나 문자 자료에 대해 정렬, 피벗, 데이터 분석 등 수치, 문자자료정보를 생산 가공하기에 적절한 도구이다.

셋째, 개인적 측면이다. 전통적인 교육과정에서는 수학내용을 숙달해서 시험에 좋은 성적을 내는 것이 중요한 목표였지만, 이제는 수학을 행함으로써 수학적인 사고, 창의성, 상상력, 합리성, 비판적 능력을 개발하는 것이 중요하다. Gsp에서 스크립트는 재귀언어적인 개념이므로 이를 잘 활용하면 상상력과 창의력을 길러 줄 수 있을 것이다. MswLogo는 3차원 그래픽 렌드링 까지 지원하며, Logo의 언어는 수학을 만들고, 체험할 수 있는 기회를 제공할 수 있다. 이런 소프트웨어를 통한 수학교육에서 창의적, 상상력을 실제적 상황에서 제대로 적용할 수 있다면 더욱 좋을 것이다. 실제로 학교교육은 실제적 상황에서 적용 가능하다는 믿음을 갖고 이론적 지식을 주로 가르치지만 학교에서 획득된 지식이 실제적 상황에서 제대로 적용되지 못하고 있다. 소프트웨어 사용에 있어서 전이의 문제에 대해 생각해 볼 수 있다. 비슷한 환경에서 전이가 잘 일어난다. 엑셀의 비주얼베이직 어프리케이션은 많은 사람들이 사용하고 있는 Visual Basic과 비슷한 구조이기 때문에 수학적 창의력 개발을 위해 엑셀에서의 언어의 사용도 생각해 볼 수 있을 것이다.

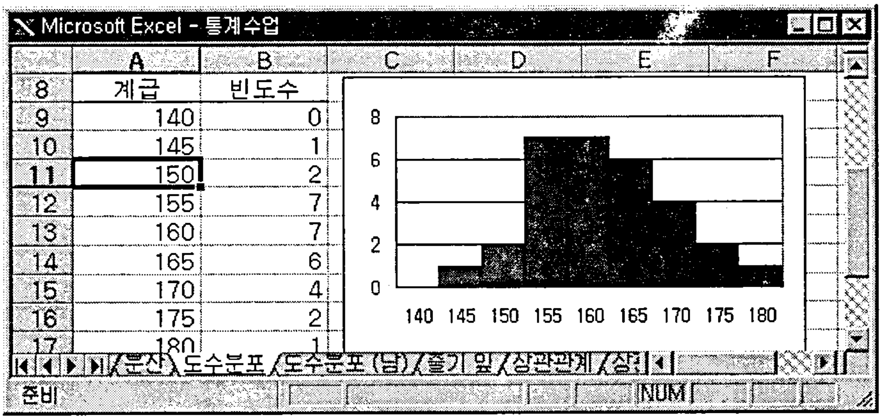
자료에 대한 여러 가지 통계적 분석 기법은 불확실한 상황부터의 의사 결정을 내리는데 필수적이며, 현대 사회를 살아가는데 있어서 그 중요성을 더해가고 있다. 엑셀을

이용한 통계교육에서 인지발달이론을 어떻게 활용할 수 있는 가를 살펴보고자 한다.

1. Piaget 의 인지발달이론의 엑셀에서의 활용

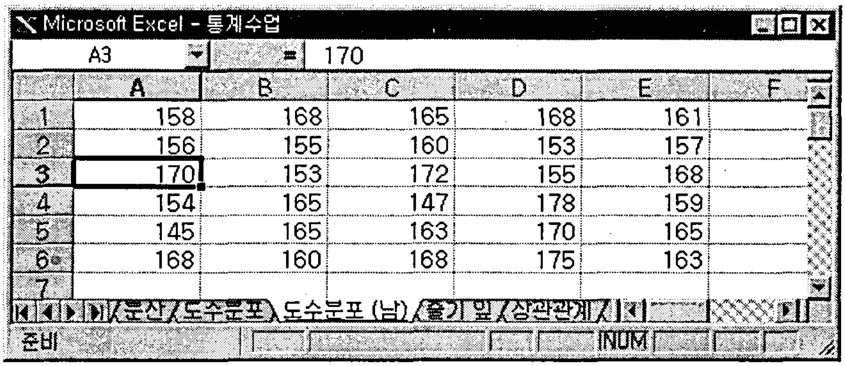
(1) 학습지도의 실제

1) 도수분포와 히스토그램



<그림 1>

위 <그림 1>은 중1학년에서 히스토그램을 학습하는 경우이다. 지난 시간에 학생들은 계급값과 빈도수를 학습하였다. 학생들은 계급과 빈도수의 관계를 흩어진 자료로 인식하지 않고, 정리된 자료로 인식할 수도 있다. 히스토그램과 도수분포를 한시간에 할 수 없기에 도수분포에 대한 계급과 빈도수의 개념에 대해 정확한 개념이 없을 경우 처음 자료를 보여 주어야 한다. 그러나 칠판에 자료를 다시 쓴다는 것은 많은 시간을 필요로 한다. 교재를 통해서 보여 주는 것보다는 엑셀의 화면을 통하면 <그림 2>의 자료가 <그림 1>로 변화는 과정을 통하여 계급과 빈도수에 대한 연결성 있는 개념을 가지게 할 수 있다. 도수분포와 히스토그램을 함께 지도할 수 없는 이유중의 하나는 도수분포표와 히스토그램에서 표를 만들고 그래프를 만드는데 많은 시간이 걸리기 때문이다. 따라서 두 개념을 이해한 다음 엑셀을 이용해서 남는 시간을 자료를 분석하는 데 활용할 수 있다. 도수분포와 히스토그램은 3년 후에 고등학교 수학Ⅰ에서 학습하게 된다. 따라서 수학Ⅰ과정에서 중학교 때 배운 개념을 학생들이 현재의 인지구조에 맞는 수업을 하는데 엑셀을 유용하게 활용할 수 있다. 이렇게 함으로써 개념의 연결성을 갖게 할 수 있다.

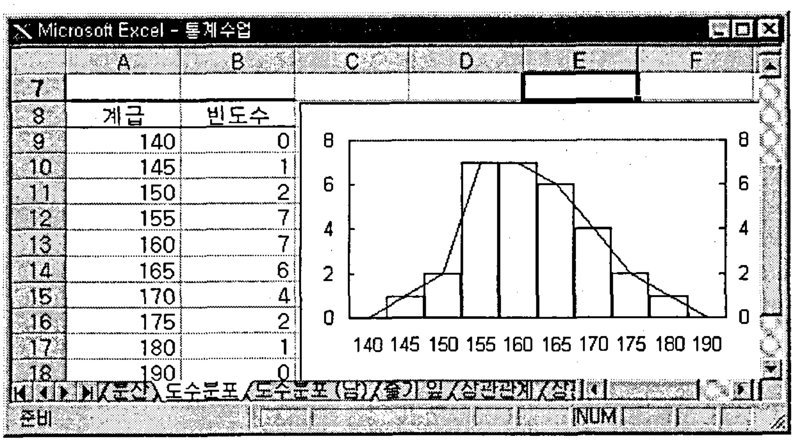


	A	B	C	D	E	F
1	158	168	165	168	161	
2	156	155	160	153	157	
3	170	153	172	155	168	
4	154	165	147	178	159	
5	145	165	163	170	165	
6	168	160	168	175	163	
7						

<그림 2>

<그림 3>은 도수분포다각형을 그린 것이다. 아래와 같이 탐구문제를 제시할 수 있다. 히스토그램을 어떻게 이용한 것인가? 히스토그램의 면적과 도수분포다각형의 넓이를 비교해 보자. 무엇을 알 수 있는가?

<그림 3>의 왼쪽의 계급, 빈도수와 오른쪽 그림의 관계를 음미할 수 있다. 지필환경에서는 교사와 학생간의 의사소통을 통하여 사고를 명확히 할 수 있다. 엑셀을 활용하면 빈도수의 변화는 히스토그램과 도수분포다각형의 변화를 가져오는 것을 알 수 있다. 역으로 히스토그램과 도수분포다각형을 조절하여 빈도수를 변화게 할 수 도 있다. 이처럼 컴퓨터의 활용은 자료와 그림사이의 관계성을 파악하여 자료를 분석, 예측하는 능력을 길러 줄 수 있다. 이것은 컴퓨터와 학습자간의 의사소통이다. 컴퓨터의 활용은 더 많은 의사 소통을 가능케 하므로 자기의 사고를 명확히 하는데 도움이 된다. 그림과 자료, 컴퓨터와 학습자 사이의 행동을 통하여 반성적 사고를 길러 줄 수 있다.



	A	B
7		
8	계급	빈도수
9	140	0
10	145	1
11	150	2
12	155	7
13	160	7
14	165	6
15	170	4
16	175	2
17	180	1
18	190	0

<그림 3>

수업에서 학습자가 적극적인 활동을 할 때, 여러 가지 정신활동이 생긴다. 학습자가 적극적으로 학습하기 위해서는 학습 내용 자체가 관심을 끌 수 있어야 한다. 도수분포에서 문제를 살펴보면 "50 명의 키의 자료를 제시하고 도수분포표를 만들어라"라고 되어 있다. 같은 반복작업을 50 번 해야 한다는 것은 인내력을 키우는 것과, 실수를 하지 않는데 도움이 될 것이다. 이런 문제에 학생들이 적극적으로 호응을 할 수 있을까? 엑셀을 활용함으로써 반의 키의 분포, 신문의 자료 등 많은 자료를 분석하고 분포를 쉽게 알 수 있고 비교할 수 있다. 따라서 새로운 자료를 분석 할 수 있는 적극적인 정신활동을 유도할 수 있다.

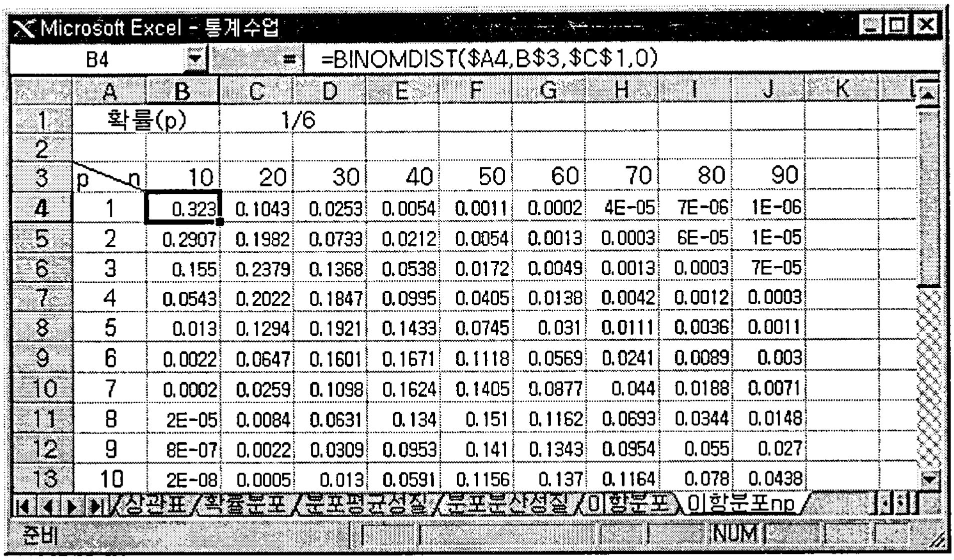
이런 분석을 활동을 통해 A라는 집단은 "어떤 모양의 히스토그램일까?" 등 학생들 간의 상호 활동을 제시할 수 있다. 다양한 자료를 분석하는 과정에서 다른 견해를 받아 들 일 수도 있고, 이러한 과정에서 인지적 갈등을 통하여, 알고있는 개념을 더 높은 수준으로 이끌 수도 있다.

문제에서 50명의 키의 빈도수를 구하는 과정에서 집중하지 않는다면 실수가 일어날 것이다. 실수로 인하여 틀리면 다시 하기가 어렵다. 학생들이 실수에 대한 느낌은 이런 종류의 문제에 어떤 생각을 가지게 할까? 실수로 인한 수학의 부담을 엑셀은 줄여 줄 수 있다.

2) 확률과 횟수에 따른 이항분포

탐구 1. 확률의 변화에 따라 이항분포의 그래프의 변화를 살펴보자.

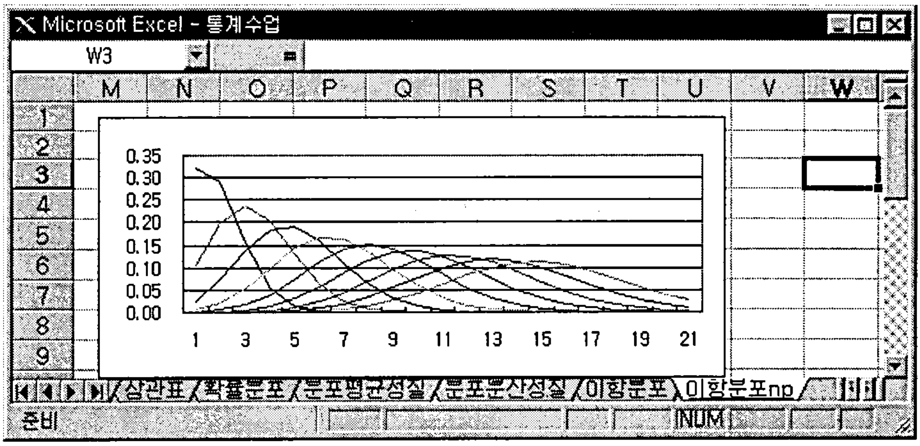
· 아래 그림은 $p=\frac{1}{6}$, $n=10, 20, \cdots 90$ 일 때의 확률분포이다.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	확률(p)		1/6								
2											
3	p \ n	10	20	30	40	50	60	70	80	90	
4	1	0.323	0.1043	0.0253	0.0054	0.0011	0.0002	4E-05	7E-06	1E-06	
5	2	0.2907	0.1982	0.0733	0.0212	0.0054	0.0013	0.0003	6E-05	1E-05	
6	3	0.155	0.2379	0.1368	0.0538	0.0172	0.0049	0.0013	0.0003	7E-05	
7	4	0.0543	0.2022	0.1847	0.0995	0.0405	0.0138	0.0042	0.0012	0.0003	
8	5	0.013	0.1294	0.1921	0.1433	0.0745	0.031	0.0111	0.0036	0.0011	
9	6	0.0022	0.0647	0.1601	0.1671	0.1118	0.0569	0.0241	0.0089	0.003	
10	7	0.0002	0.0259	0.1098	0.1624	0.1405	0.0877	0.044	0.0188	0.0071	
11	8	2E-05	0.0084	0.0631	0.134	0.151	0.1162	0.0693	0.0344	0.0148	
12	9	8E-07	0.0022	0.0309	0.0953	0.141	0.1343	0.0954	0.055	0.027	
13	10	2E-08	0.0005	0.013	0.0591	0.1156	0.137	0.1164	0.078	0.0438	

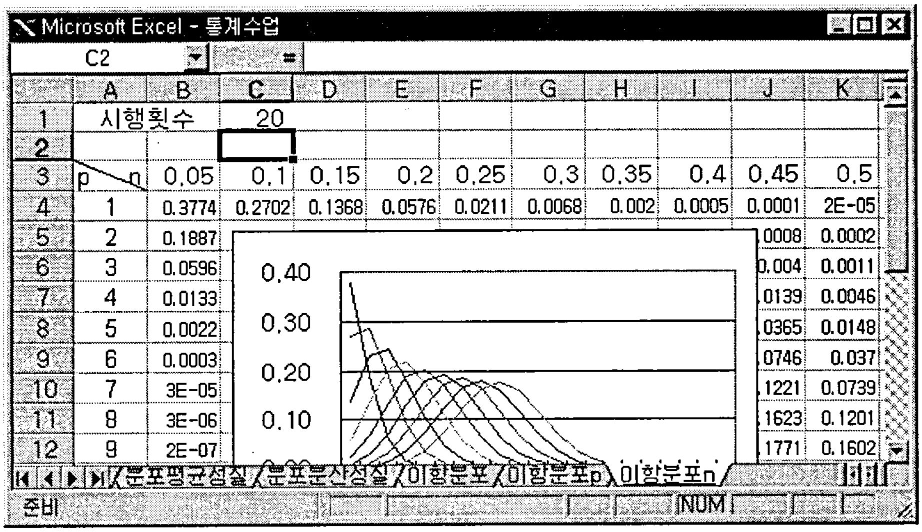
① 3행과 A열에 입력된 수들의 의미를 알아보자. 1행 C열의 확률을 변경하면서 수가 어떻게 변화는가 살펴보자.

· 위의 확률분포를 그래프를 통하여 그려보자.



① 앞의 표와 위 그림을 비교해 보자. 확률에 따라 그래프는 어떻게 움직일까 예측해 보자.

탐구 2 . 시행회수에 따라 이항분포의 그래프의 변화를 살펴보자.



· C1 셀을 변화시키면서 그래프의 변화를 살펴보자.

지필환경과의 비교

교과서에서는 이항분포 $B(n, \frac{1}{6})$를 제시하고, n의 값이 12, 30, 40, 50 등일 때의 확률분포를 나타내고 있다. 이항분포의 그래프는 n의 값이 커짐에 따라 점차로 선대칭인 곡선으로 되어 감을 보여준다.

$\mathrm{P}_x = P(X=x) = {}_nC_x(\frac{1}{6})^x(\frac{5}{6})^{n-x}$을 이용하여 확률 값을 구하는 것은 어렵기 때문에 확률분포표를 미리 제시하고 있다. 엑셀을 이용하면 복잡한 계산을 대신 해 줄 수 있다. 복잡한 계산은 컴퓨터에게 맡기고, 학습의 내용을 스스로 탐구할 수 있는 기회를 제공할 수 있다.

3) 정규분포

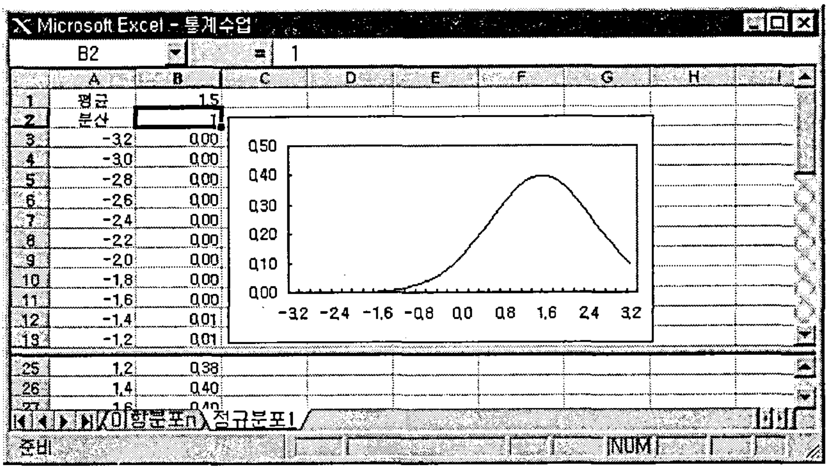
연속확률변수 X가 모든 실수 값을 취하고, 그 확률밀도함수 $f(x)$가 $$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \quad (-\infty \le x \le \infty)$$ 으로 주어질 때, 확률변수 X는 정규분포를 따른다고 하며, 이 확률분포를 정규분포라고 한다. 또 그래프를 정규분포 곡선이라 한다.

정규분포의 그래프를 엑셀을 이용하여 그려보자.

A열에 확률변수를 입력한다. -3.2에서 3.2 까지 입력하였다. B3셀 아래에는 다음과 같이 수식을 입력한다.

=(1/(SQRT(2*3.14)*B$2))*(2.72)^-((($A3-B$1)^2)/(2*B$2^2))

평균은 B1셀에, 분산은 B2셀에 입력하였다. 차트를 그린다.



· 평균을 변경시켜 보자. 평균을 중심으로 그림이 어떻게 그려지는지 살펴보자.

· 평균 $x=m$ 이면 다음 식은 어떻게 변경되는가? 이 때의 값을 최대값이라 할 수 있는가?

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \quad (-\infty\leq x\leq\infty)$$

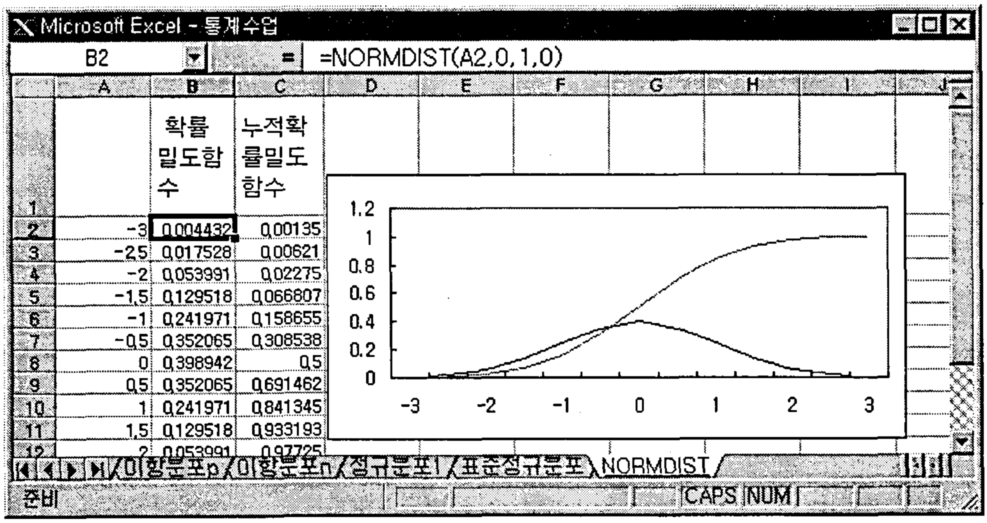
· 최대값이 얼마인지 살펴보자.

· 점근선은 무엇인가?

· 분산의 값을 변화시키면서 무엇을 알 수 있는가? 폭과 높이의 변화를 살펴보자.

· 정규분포를 구하는 엑셀함수는 NORMDIST(x, μ, σ, 0 또는1)이다. x는 확률분포를 구하려는 변량의 값이다. μ는 분포의 평균이다. σ는 분포의 표준편차이다. 0이면 확률밀도함수를, 1이면 누적분포함수를 구한다. B2셀에는 NORMDIST(A2, 0, 1, 0)을 입력하였고, C2셀은 NORMDIST(A2, 0, 1, 1)을 입력하였다.

다음 그림을 설명해 보자.



	A	B	C
1		확률밀도함수	누적확률밀도함수
2	-3	0.004432	0.00135
3	-2.5	0.017528	0.00621
4	-2	0.053991	0.02275
5	-1.5	0.129518	0.066807
6	-1	0.241971	0.158655
7	-0.5	0.352065	0.308538
8	0	0.398942	0.5
9	0.5	0.352065	0.691462
10	1	0.241971	0.841345
11	1.5	0.129518	0.933193
12	2	0.053991	0.97725

4) 표준정규분포

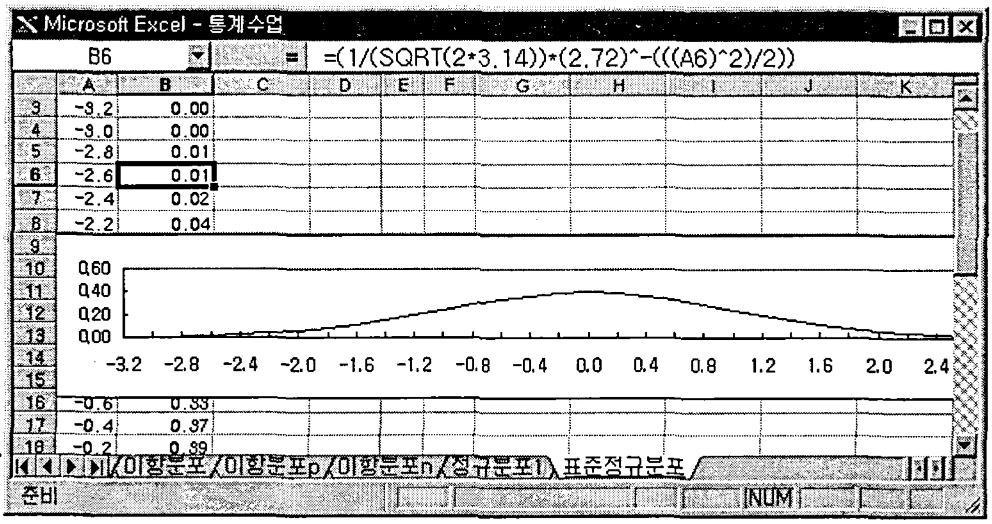
탐구 1. 표준정규분포에 대해 알아보자.

· 다음은 표준정규분포의 그래프이다. 교재의 그림과 비교해 보자.

가로와 세로의 눈금을 같은 간격으로 그렸다.

> 확률변수 X가 정규분포 $N(m,\ \sigma^2)$을 따를 때, 새로운 확률변수를
>
> $$Z=\frac{X-m}{\sigma}$$
>
> 으로 놓으면, Z는 확률밀도함수가
>
> $$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$$
>
> 이 평균이 0, 표준편차가 1 임이 알려져 있다.

① 최대값이 얼마인지 알아보자.

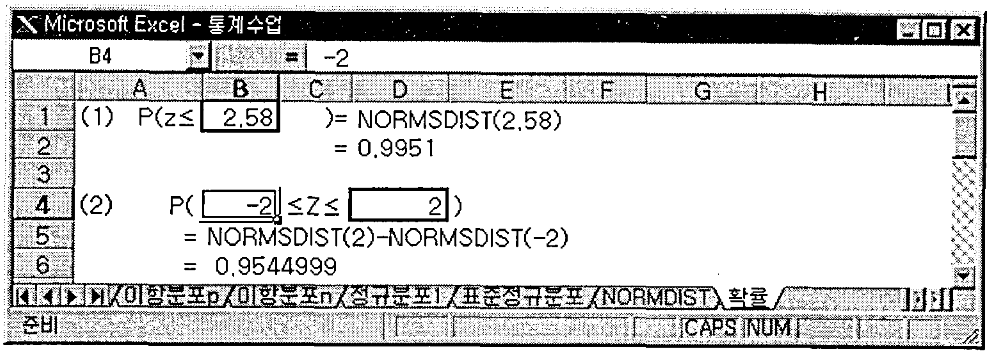


탐구 2. 확률변수 Z 가 표준정규분포를 따를 때, 표준정규분포를 이용하여 다음 확률을 구하여라.

NORMSDIST(z)함수는 표준정규누적분포의 확률 값을 구한다. 이 분포의 평균은 0 이고 표준편차는 1이다. 표준정규분포표 대신 이 함수를 사용할 수 있다.

· 확률변수 Z가 표준정규분포를 따를 때, 표준정규분포표를 이용하여 다음 확률을 구하여라. 아래 그림에서 네모안의 값들을 변화시키면 구하고자 하는 확률을 얻을 수 있다.

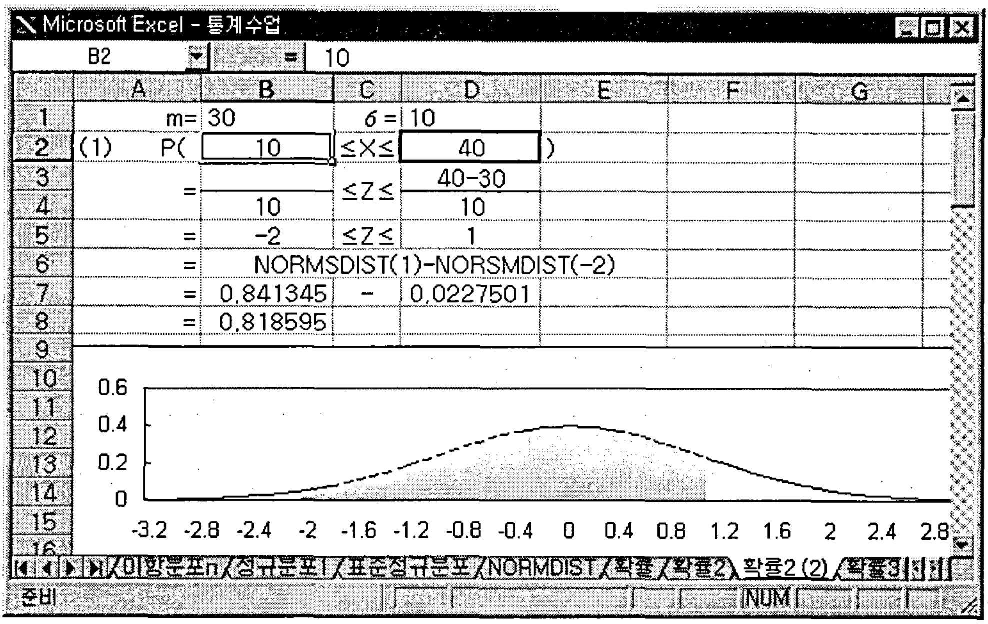
① $P(Z\le 2.58)$ ② $P(-2\le Z\le 2)$ ③ $P(-1.2\le Z\le 2.5)$



· 확률변수 X 가 정규분포 $N(30,\ 10^2)$을 따를 때, 다음 확률을 구하여라.

① $P(10\le X \le 40)$ ② $P(25\le X\ )$

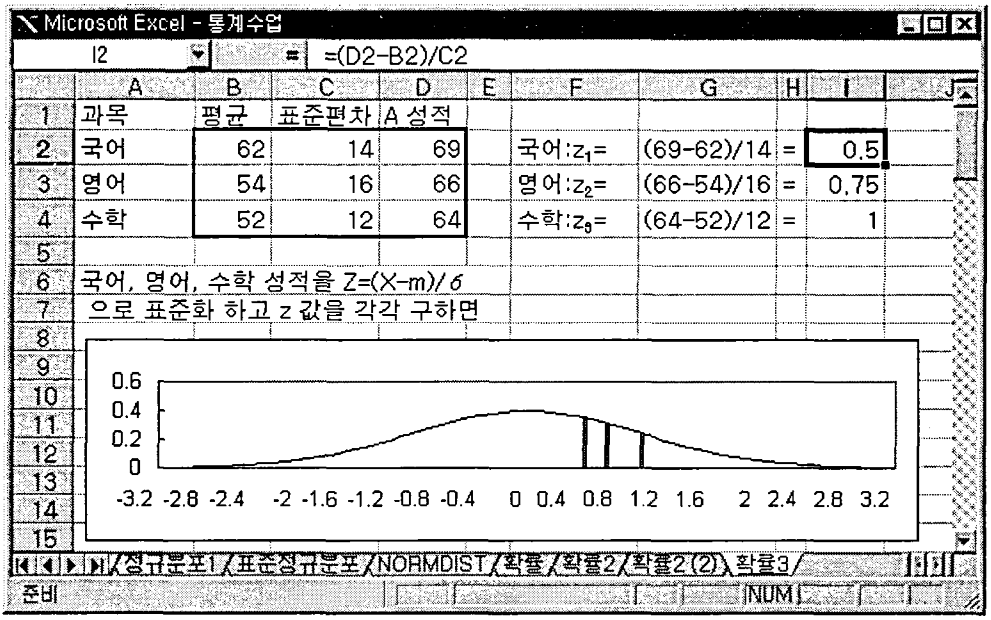
아래 그림에서 B2셀과 D2셀에 수를 변경 시키면서 확률의 영역을 추측해 보자.



· 어느 고등학교 3학년 학생들의 국어, 영어, 수학 시험 성적의 결과는 정규분포를 따르며 각 과목의 평균, 표준편차와 A학생의 성적은 다음의 표와 같다. A학생의 성적 중 어느 과목이 가장 좋다고 할 수 있는지 말하여라. 각 성적을 변화시키면서 평균, 표준편차, A성적의 관계를 살펴보자.

지필환경과의 차이점

표준정규그래프를 교재에서는 실제그래프 보다 뾰족하다. 교재의 그림을 볼 때는 평균주위로 자료가 매우 밀집되어 있는 것처럼 보인다. 실제의 표준정규그래프는 자료가 넓게 분포되어있다. 정확한 그래프와, 그래프를 학생스스로 그려보는 과정을 통하여 수학적 개념을 더욱 확실히 할 수 있다. 정확하게 자료를 분석하기 위해서는 정규분포의 정확한 모양을 알아야 한다.



5) 이항분포와 정규분포의 관계

$B(n,\ p)$를 $N(np,\ npq)$로 생각하고 표준정규분포를 이용하여 이항분포와 정규분포와의 관계를 살펴보자.

즉, 다음 그림은 주사위를 n회 던져, 1의 눈이 나오는 횟수의 확률변수이다..

· B열의 수들은 어떻게 만들어진 것인가?

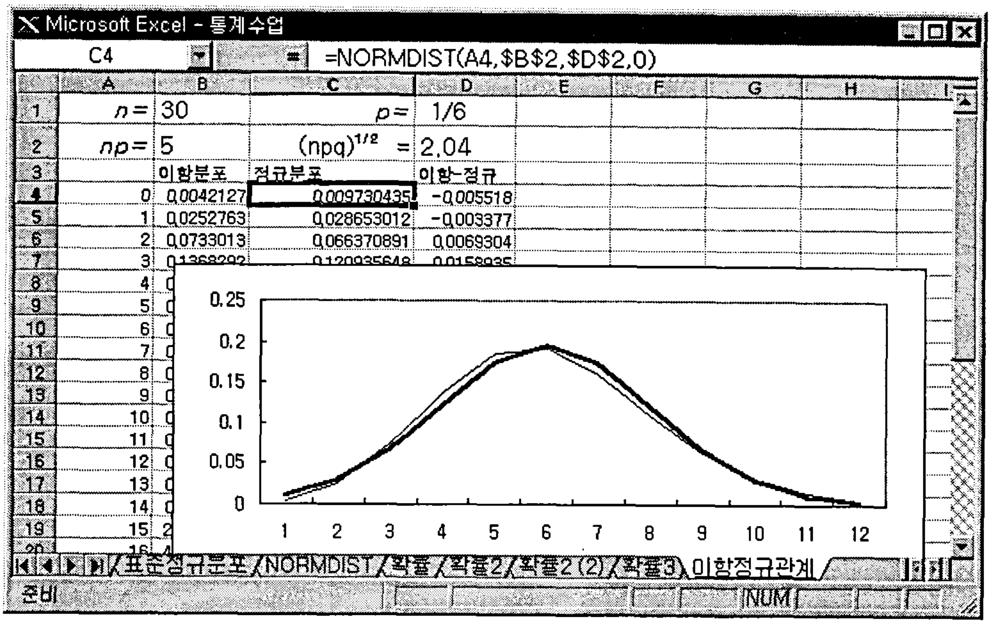
· $B(n,\ p)$를 $N(np,\ npq)$로 생각할 때, 다음의 빈곳을 채우시오.

$$P(a \le X \le b) = P(\frac{\quad}{\sqrt{npq}}) \le Z \le \frac{\quad}{\sqrt{\quad}})$$

· 1행에서 $B(n,\ p)$ 에서 $n,\ p$를 구하시오.

· $N(np,\ npq)$에서 $n,\ p,\ q$를 구하시오.

· 정규분포와 이항분포의 관계를 설명하시오.



탐구 1.

한 개의 주사위를 720회 던져서 1의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라 할 때, 확률 $P(90 \le X \le 140)$을 구하여라.

[풀이]

· 확률변수 X는 이항분포 $B(n, p)$을 따른다고 할 때 n, p를 구하시오.

· 확률변수 X의 평균과 표준편차를 각각 m, σ라 할 때, m, σ를 구하시오.

· X는 어떤 정규분포를 따르는가? $N(m, \sigma^2)$을 구하시오.

· 그런데 $n=$ 720이면 볼 수 있으므로 $P(90 \le X \le 140)$

$= \mathrm{P}(\qquad \le Z \le \qquad)$

$= P(-3 \le Z \le 2)$

$=$ ....

$= P(0 \le Z \le 3) + P(0 \le Z \le 2) = 0.4987 + 0.4772$

$= 0.9759$

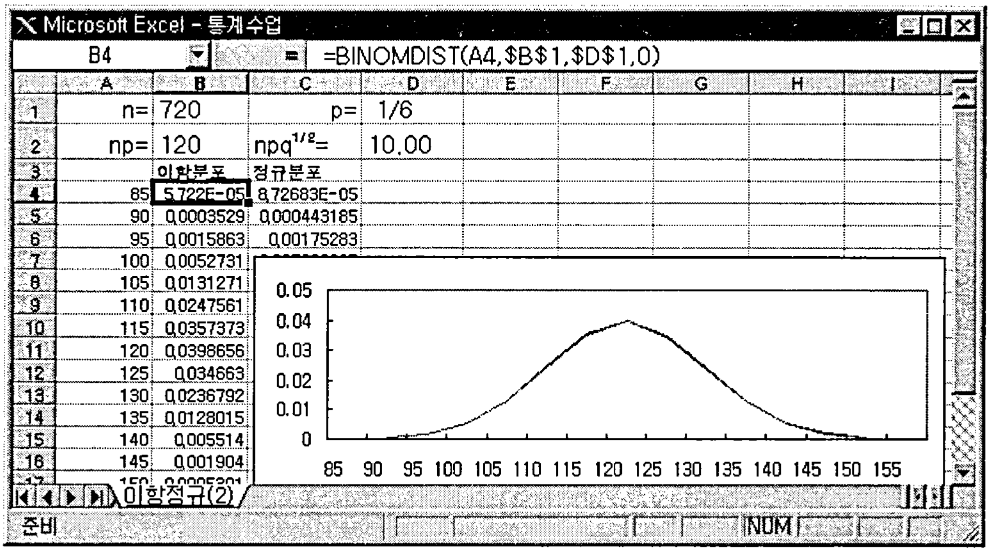
· 엑셀함수를 이용하여 구해보자.

$NORMDIST(140,\ 720 \times \frac{1}{6},\ \sqrt{720 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6}}, 1\ )$

$- NORMDIST(\qquad , \qquad , \qquad , 1\ )$

$= NORMDIST(140, \quad , \quad , 1) - NORMDIST(90, 120, 10, 1)$
$= 0.97725 - 0.00135$
$= 0.9759$

· 다음 그림을 통하여 이항분포와 정규분포의 관계를 설명해 보자.



지필환경과의 차이점

7차 교육과정의 "확률과 통계"과목에서는 교수 · 학습 방법의 전과정에서 적절하고 다양한 교육 기자재의 활용하여 학습 효과를 높이도록 하고 있다. 엑셀을 수업시간에 활용하면 교재에서 공식처럼 이야기하는 "n이 클 때 이항분포는 정규분포에 근사한다"는 것을 실험적으로 제시할 수 있다. 이항분포가 정규분포에 근사하는 과정을 보여 줄 수 있다. 이항분포의 값과 정규분포의 실제 값을 비교할 수 있다.

Ⅲ. 결론 및 제언

엑셀의 교수학적 활용가능성과, 엑셀을 이용하여 인지구조에 맞는 수업설계를 통한 개념의 연결성, 자료와 그림사이의 관계성을 파악하는 과정에서의 반성적 사고, 적극적인 정신활동, 인지적 갈등을 유발 할 수 있는 방법에 대해 고찰해 보았다. 또한 엑셀을 활용하여 고등학교에서 어렵게 다루고 있는 이항분포, 정규분포, 이항분포와 정규분포의 관계 등의 개념을 학습할 수 있는 방법에 대해 살펴보았다.

수학교육에서 엑셀을 잘 활용하기 위해서는 다음과 같은 연구가 이루어져야 할 것

이다.

첫째, 스프레드쉬트는 초등학생의 컴퓨터 선택과목에서 학습한다. 학습의 연계성을 살려 초등학교에서부터 엑셀의 활용에 관한 연구가 이루어져야 한다.

둘째, 엑셀의 그래픽 기능을 이용하면 중학교의 도형단원에서 유용하게 활용할 수 있다. 통계뿐만 아니라, 대수, 함수 등 다른 영역에서의 연구가 종합적으로 이루어져야 한다.

셋째, 개인의 인지발달 등 여러 가지 관점에서 실제적인 연구가 이루어져야 한다.

참 고 문 헌

조완영 (1998). *수학교육학 연구 발표대회 논문집,* 대한수학교육학회

류희찬 (1998). *수학교육심리 응용,* 일반연수자료.