韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 8집, 1999. 1. 303-315.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 8, Jan. 1999. 303-315.

GSP를 활용한 열린 기하 수업에 관한 연구

신 양 재 (경남대학교)
심 광 보 (중앙고등학교)
이 재 훈 (경남은광학교)

지금까지 수학 교수-학습 방법에 관한 많은 연구가 선행되었으나 우리 교육의 현실에 비추어 현장 수업에 적용하기에는 많은 어려움이 있었다. 수학 교사들이 수업에 임할 때 겪는 가장 큰 어려움은 어떻게 하면 학생들이 수학에 흥미를 느끼고 수학의 유용성을 스스로 깨닫게 할 수 있을까 하는 문제일 것이다. 컴퓨터를 활용하여 기하수업을 구성적으로 만드는 역동적 기하학습 도구인 GSP를 이용하여 중학수학에 관한 여러 연구가 선행되어 왔지만 현행 교육여건상 고등학교 교육현장의 수학수업에 컴퓨터의 활용은 다소의 어려움이 있다. 따라서 본 고는 이러한 측면에서 고교수학에서의 GSP를 활용 할 수 있는 교수-학습 자료를 Polya의 현대적 발견술에 의하여 소개 하고자 한다.

I. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

지금까지는 학습자 중심의 흥미와 관심을 유발할 수 있는 수학 교수·학습 방법에 대한 많은 연구가 선행되었으나, 현재 우리 교육의 현실에 비추어 현장 수업의 적용에는 다소의 무리가 있다.

설명식 수업이 대다수의 학생들에게 창의성과 능동적 학습보다는 단순 암기식 수동적 학습으로 인해 흥미와 관심을 유발시키지 못하고 있다. 그러므로 80년대 초 제 4차 교육 과정부터 수학 교육 현대화 운동(O.H.P, 실물 화상기, 슬라이드, 계산기 이용)을 통하여 이를 극복하고자 하였으나, 일과성에 그치고 말았다. 그 결과 대다수의 학생들이 수학에 대한 흥미를 잃어버리고 단순히 입시를 위한 도구 과목으로만 인식하여 수학 교육 본래의 목표를 상실하고 문제 해결의 편법만 익히게 되거나 수학을 포기하는 현상이 나타나기도 하였다.

최근 들어 학습 능력과 교육 내용간의 상승적인 상호 작용이 일어날 수 있도록 학습자의 학습 능력 수준과 요구에 대응하는 차별적·선택적 교육 제공의 길을 많이 모색하였다. 학생들의 발달 수준을 고려하여 몇 개의 학습 집단으로 나누고 각 집단의 수준에 맞는 상이한 수업을 제시하는 방식의 '수준별 이동 수업'과 각 차시 안에서 교과의 내용을 다양화하여 개인별 능력에 맞추어 이해하게 하여 흥미를 유발시키는 '열

린 학습' 등이 현장에서 실험적으로 행해지고 있다.

이러한 교수 · 학습 방법은 수월성 추구와 산만하다는 비판에도 불구하고 현재로서는 학습자 중심의 능동적 수업을 이끌어 흥미와 관심을 유발시킬 수 있는 좋은 방안으로 제시되고 있다. 일반적으로 개별화 교육을 가능하게 하여 학습자 개인의 수준과 속도에 부합하는 학습 환경을 구성해 줄 수 있는 방안으로 컴퓨터의 도입이 많이 거론되고 있고, 근래에 그에 따른 여러 가지 소프트웨어가 다양하게 제시되고 있다. 수학을 탐구한다는 기본 철학을 토대로 하는 프로그래밍 언어인 Logo, 기호 조작 능력이 뛰어난 Mathematica, mathview, 학생들이 도형을 조작 변경하고 탐구 활동을 할 수 있는 탐구형 소프트웨어 CabriⅡ, GSP 등의 출현은 컴퓨터가 수학 교수 · 학습과정에 미칠 수 있는 영향에 대한 인식을 극적으로 변화시키고 있다(류희찬, 1998). 재인용) 이러한 소프트웨어들은 활용 방향에 따라서는 개별 학습뿐만 아니라 수학에 대한 지속적 흥미 유발, 사고력의 신장과 더불어 수학적 원리, 개념 파악 및 추론의 과정을 통한 창의적 발견 학습을 가능하게 해줄 수 있는 도구라 생각된다.

본 연구에서는 대부분의 학생들이 어려워하는 기하 영역에서 Bruner의 인지 발달 경로에 따른 조작(구체) → 영상(반구체) → 기호(형식)의 순서에 따라 귀납 추론 중심의 발견 학습에 적합한 소프트웨어인 GSP 활용 방안에 대하여 연구해 보았다. 기존의 GSP에 대한 선행 연구들이 주로 놀이 수준의 조작 활동을 통하여 유클리드식 기하의 개념을 익히는 정도로 전개되었고, 조금 발전된 형태로 제시된 것이 중학교 교육 과정에서 도형의 성질에 대한 구체적 조작을 통한 증명 방법이 연구되었으나, 고등학교 이상에서는 자료가 거의 없는 실정이며, 더욱이 GSP를 이용한 구체적 도형의 제작을 통한 교육이 어렵다는 한계성이 있다.

초등학교 기하 교육의 모델로 제시된 Cabri-GeometryⅡ를 이용한 논문(류희찬 외 2), 수학사랑에서 중학교 과정에서 활용할 수 있는 수업지도안이 선보인 바 있고, GSP를 이용하여 문제해결 능력과 창의력 검사 문항으로 활용(방승진), 수열에 관한 수업지도안으로 활용(오연중), 기하문제 해결에서 Van Hiele이론을 도입한 GSP의 활용(전영국 외 1) 등의 선행 연구가 있다.

본 연구에서는 고등학교 공통 수학 과정 중 문제 해결을 위한 방안으로 Polya의 현대적 발견술에서 언급한 수학 문제의 해결을 위한 발견적 방법으로서의 4단계 전략을 통한 교수 · 학습 자료를 만들어 학생들에게 구체적인 자료의 조작을 통한 기하 개념의 숙지와 발견을 통한 창의 학습을 유도하며, 나아가 상위 집단의 학생들에게는 GSP의 활용 교육까지도 겸할 수 있는 데 그 목적이 있다.

2. 연구 내용

가. GSP를 이용하여 고등학교 기하 관련 문제를 다음과 같은 Polya의 4단계 전략으

로 제작한다.

· 1 단계 : 문제의 이해

문제 이해에 도움이 되는 그림을 GSP를 통하여 보여준다.

· 2 단계 : 해결 계획의 작성

GSP 조작을 통하여 문제 해결에 필요한 요소들을 찾아내고 계획을 작성하게 한다.

· 3 단계 : 계획의 실행

GSP를 통하여 단계별 문제 해결(구체적 측정치 제시), 도형의 다양한 변화 등을 확인시켜 준다.

· 4 단계 : 반성

GSP를 통한 다른 요소에 대한 분석, 다른 해법 찾기, 발전적인 문제 발견.

나. 상위 집단의 학생들에게는 간단한 조작법을 교육시킨 후 제작 과정을 보여주는 기능인 Script를 제시하여 직접 제작해 보게 함으로써 그를 토대로 또 다른 도형을 창의적으로 제작하면서 개념과 원리 터득을 거쳐 창의력 신장의 방향으로 유도한다.

3. 연구 방법 및 절차

가. 본 연구는 GSP의 활용을 중심으로 고등학교 기하 학습에서 실제 활용할 수 있는 자료를 개발하여 직관과 관찰을 통하여 추상적 사고를 확대해 나가는 과정을 연습시킨다.

나. 고등학교 기하 학습에서 GSP를 활동한 교수-학습 지도안을 제시한다.

다. 학생들이 실제 조작을 할 수 있는 영역에 대한 기초 자료를 제시한다.

라. 개발한 자료에 대하여 다양한 그룹에 적용해 보고 교사와 학생의 호응도를 조사한 후, 이를 바탕으로 개발한 자료를 수정·보완한다.

Ⅱ. GSP의 학습 자료 활용

1. GSP의 특징과 고등학교 수업에의 활용 범위

가. GSP의 특징

1) 스케치 : 그래프 탐색

GSP에서는 유클리드의 작도 도구들에 따른 절차적인 방법으로 도형을 그린다. 스케치만의 메뉴는 더욱 복잡한 도형의 작도와 평면적인 변환을 할 수 있고, 간단한 거리, 면적의 계산과 고등학교 함수에 관련된 그래프를 대부분 그려낼 수 있다.

2) 스크립트 : 논리적인 추상

스크립트들은 작도하는 과정의 묘사들을 일반화시켜 더욱더 복잡한 작업 과정을 유도하면서 더 큰 그림(도형)을 만들기 위해 [(예) Koch 곡선 등)] 개별적인 스크립트를 이용할 수 있고, 나아가 학생들에게 직접 제작의 모델로 제시할 수 있다.

3) GSP는 작도의 기본적인 기능과 도형을 일정한 비율로 확대·축소할 뿐만 아니라, 평행· 대칭· 회전 이동의 변환도 한 번에 수행할 수 있다.

4) 애니메이션과 이동를 통하여 입체 도형의 이해에 많은 도움을 줄 수 있다.

5) 단위 수업 시간의 내용이나 학생의 수준에 맞게 재구성할 수 있고, 도형의 여러 요소의 색상 처리, 측정, 계산 등의 활용을 통하여 이해를 도울 수 있다.

나. 고등학교 영역에서의 활용 범위

1) 이차함수 그래프의 움직임을 통한 지도에는 각 계수의 변화에 따른 그래프의 이동, 판별식의 값의 변화에 따른 그래프의 이동, 근과 계수와의 관계, 고차함수 등이 활용된다.

2) 삼각함수의 지도에서는 sin함수, cos함수, tan함수의 정의에 따른 그래프 그리기, 삼각함수의 성질에 대한 확인, 삼각함수의 합성 등을 활용 할 수 있다.

3) 지수함수와 로그함수의 정의에 따른 그래프 그리기

4) 도형의 방정식에는 두 점 사이의 거리 구하기, 외분점과 내분점에 대한 확인, 직선의 방정식, 원과 도형의 이동 등에 활용할 수 있다.

5) 미분법의 활용, 부정적분과 정적분

6) 벡터에서는 벡타의 정의, 벡타의 사칙연산, 벡타의 성질 등에 활용된다.

7) 공간 도형의 활용에는 더욱 효과적이다.

이 외에도 전 영역에 걸쳐서 아이디어만 창출하면 학생들에게 쉽게 시각화하여 이해할 수 있도록 지도 방안을 마련할 수 있다.

2. GSP를 이용한 학습 자료 개발과 교수-학습 지도안의 개발 방안 모색

가. 교육과정의 분석과 교과서 재구성의 설계

고등학교 과정의 기하와 관련된 분야는 크게 함수, 도형, 미적분, 벡터, 공간 도형 등을 들 수 있다. 이 중 함수와 도형에서는 주어진 식에 의거한 그래프들을 정의에 따라 계수의 성질 및 변화에 따른 역동적인 현상을 알게 하는 수준으로의 지도가 타당하겠고, 미적분, 벡터, 공간 도형 등에서는 주로 도형이나 그림의 제시를 통하여 문제 해결의 실마리를 구체적으로 제공하여 귀납적 방법과 직관적 방법으로 추정하거나 탐구하여 Polya의 4단계법의 문제 해결에 주안점을 두어야 하겠다.

나. 교수-학습 지도안의 구조 설계

기본적으로 Polya가 제시한 수학 문제의 해결을 위한 발견적 방법으로의 4단계 전략을 토대로 설계하였다.

1) 문제의 이해

선수 학습 내용을 개괄하고 문제에 관련된 GSP 그림을 제시하여 구체적인 조작과 제시로 문제의 뜻을 파악하게 한다.

2) 해결 계획의 작성

문제 해결에 필요한 요소들의 화면을 통하여 부각시키고 단계별 감추기와 보기 기능을 통하여 선택적으로 필요한 요소를 보여주어 계획에 도움이 되게 한다.

3) 계획의 실행

문제 해결에 필요한 식과 요소를 동시에 제시하여 학습자들이 해결하도록 하고 그에 대한 새로운 원리, 법칙을 귀납적인 방법에 의해서 발견하거나 개념을 해석하게 한다.

4) 반성

결과를 점검할 수 있도록 하고, 더 나아가 구체적인 수치나 변량들의 측량과 조작을 통하여 학습자들의 결과와 일치하는지 직접 경험하게 해주고 그에 대한 결과를 점검 정리하게 한다.

이상의 과정은 일반적인 학습 집단에 적용하고, 상위 집단의 창의성 배가를 위해서는 제작된 File의 스크립트를 제공하고 직접 문제를 작성해 보게 하여 기본 개념과 원리의 습득과 동시에 새로운 아이디어를 내게 하여 창의력을 신장시키도록 한다.

3. GSP를 이용한 학습 방법 개발 및 학습 지도안 작성

【문제1】

정의에 의한 $y = \sin x$ 의 그래프 그리기

1) 문제에 대한 이해

i) 삼각비에 의한 sin함수 정의를 상기시킨다.

ii) 단위원을 그려 sin함수를 정의하면 높이의 변화가 sin값이 됨을 이해시킨다.

iii) 단위원에서 변수 x가 변화하는 동안 높이의 변화를 좌표로 잡아 그려본다.

2) 해결 계획의 작성

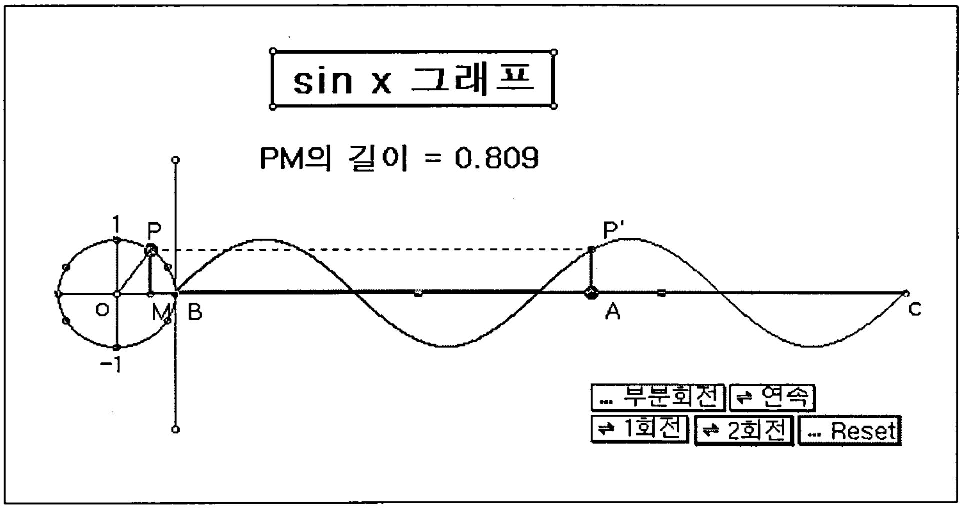
i) 단위원에서 $\sin x = \overline{PM}$ 을 확인시킨다.

ii) x값의 변화에 따른 $\overline{PM}$ 의 길이 변화를 확인시킨다.

iii) GSP의 이동을 이용하여 x의 값이 $\pm\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{7\pi}{6}$, $\frac{3\pi}{2}$ 일 때, $\sin x$ 그래프의 변화를 확인시킨 후 선분 $\overline{PM}$ 의 최대, 최소 값을 찾게 한다.

iv) GSP의 애니메이션을 이용하여 동점 P'가 단위원을 2회전할 때 $\sin x$ 그래프가 주기함수임을 알게 한다.

3) 계획의 실행



i) 좌표평면에서 원점 O를 중심으로 단위원을 그리고 한 점 P를 정한다.

ii) x축 위에 점 P의 x좌표와 같은 값을 갖는 점 M을 정하고 선분 PM를 긋는다

iii) 점 B에서부터 원둘레의 2배와 같은 선분 BC를 긋고 한 점 A를 정한다.

iv) 점 A의 x좌표와 점 P의 y좌표를 순서쌍으로 하는 점 P′의 trace를 지정한다.

v) 점 P와 원둘레, 점 A와 선분 BC를 동시에 애니메이션한다.

4) 반성

i) GSP 애니메이션을 보고 sin함수가 그려지는 과정을 알아본다.

ii) 단위원과 sin함수와의 관계를 알아본다.

iii) $y = a\sin x \ (a \neq 0)$의 Graph 알아보기.

iv) $y = a\sin x(x - b) + c$의 Graph 알아보기.

v) $y = \cos x, \ y = \tan x$의 Graph도 생각해 보자.

【문제2】

그림과 같은 정육면체 ABCD-EFGH에서 평면 EFGH와 평면 DEB의 이면각의 크기를 θ라고 할 때, $\cos\theta$의 값을 구하시오.

1) 문제에 대한 이해

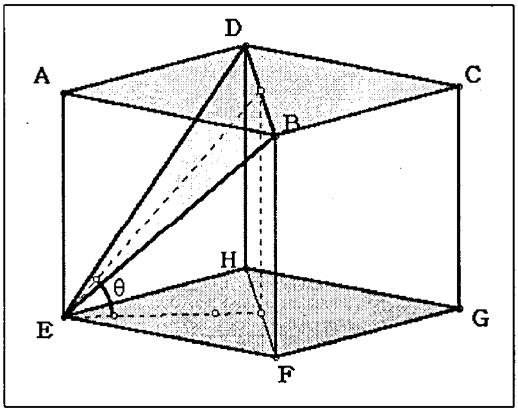
i) 정육면체를 그려서 문제에 맞는 그림을 그려본다.

ii) 구하고자 하는 도형과 각 θ를 구체적으로 잡아본다.

iii) $\cos\theta$를 구하기 위하여 정사영 문제에 적용시킨다.

iv) GSP를 이용하여 동영상을 애니메이션으로 보여준다.

v) 도형중 필요없는 부분을 떼어내고, 필요한 부분만 GSP로 보여준다.



2) 해결 계획의 작성

i) GSP로 나타난 그림을 이해하고 $\triangle DEB$와 $\triangle HEF$의 면적을 생각한다.

ii) i)에서의 면적을 구하기 위하여 선분의 길이를 구한다.

iii) $\triangle DEB$면적 : S와 $\triangle HEF$면적 : S'를 구한다.

3) 계획의 실행

i) 애니메이션을 실행하여 문제의 정확한 이해 및 확인하게 한다.

ii) $\triangle DEB$의 면적과 $\triangle HEF$의 면적을 각각 구하기.

$$S=\frac{\sqrt{3}}{2}a^2, \qquad S'=\frac{1}{2}a^2$$

iii)정사영 적용 $S'=S\times\cos\theta$, $\cos\theta=\dfrac{S'}{S}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

정육면체 한변의 길이 : a

$\triangle$DEB의 한변의 길이 : $\sqrt{2}a$

$S=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}a\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{2}a$

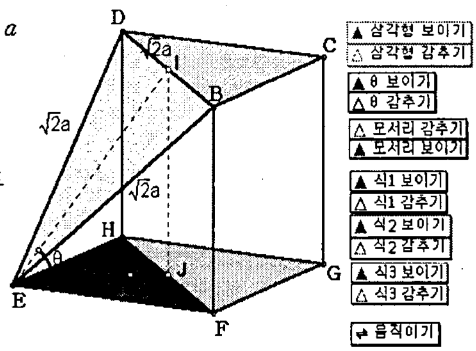
$=\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$

$\triangle$DEB의 정사영 $\triangle$HEF이므로

$\triangle$HEF의 넓이

$S'=\frac{a^2}{2}$

$\therefore\ \cos\theta=\frac{S'}{S}=\frac{\sqrt{3}}{3}$



4) 반성

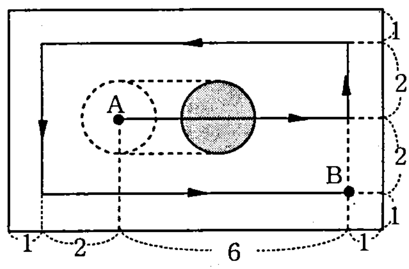
i) 이면각은 정사영을 이용하는 방법 외 다른 방법은 없는가?

ii) $\triangle EJI$에서 변 EJ와 변 EI를 구하여 $\cos\theta$를 구해 본다.

iii) 파생될 수 있는 다른 문제도 생각해 본다.

【문제3】

가로의 길이가 10, 세로의 길이가 6인 다음 그림과 같은 직사각형의 내부에서 반지름의 길이가 1인 원이 지나간 자리에는 형광 페인트가 칠해진다고 한다. 원의 중심이 그림과 같이 A부터 B까지 움직일 때, 직사각형의 영역 중 형광 페인트가 칠해지지 않는 부분의 넓이는?



1) 문제에 대한 이해

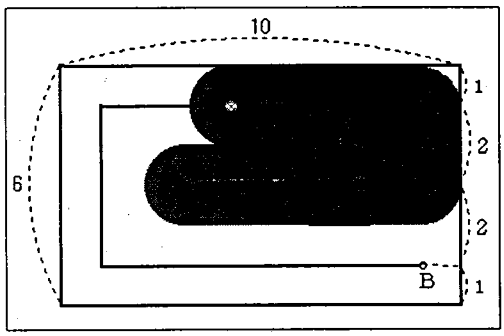
i) 주어진 그림에서 형광 페인트가 칠해지는 부분과 칠해지지 않는 부분의 개형을 그려본다.

ii) 원의 중심이 직사각형 내부를 내접하면서 움직이고 있다는 사실을 확인시킨다.

iii) 칠해지지 않는 부분의 도형의 모양은?

iv) 전체적인 모양의 개형을 그려보게 한다.

v) 애니메이션을 통해 칠해지는 부분과 칠해지지 않는 부분을 확인하여 자신이 그린 것과 비교해 보게 한다.



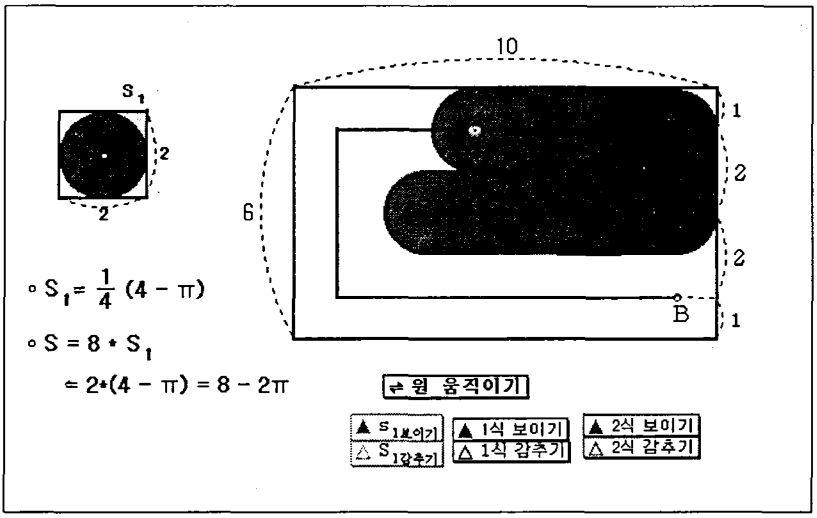
2) 해결 계획의 작성

i) 칠해지지 않는 부분들은 모두 왼쪽 그림의 S_1과 같음을 확인한다.

ii) S_1이 8개 있음을 확인하고 S_1을 구하는 방법을 생각하게 한다.

iii) 정사각형에서 내접원의 면적을 구하여 생각한다.

3) 계획의 실행



i) $S_1 = \frac{1}{4}(2^2 - \pi \cdot 1^2) = \frac{1}{4}(4 - \pi)$

ii) 구하고자 하는 면적 , $S = 8 \times S_1 = 2(4 - \pi) = 8 - 2\pi$

4) 반성

i) 결과를 점검할 때 도형문제는 조각들을 끼워 맞추는 등의 기법도 생각해 보도록 한다.

ii) 주어진 그림에서 형광 페인트가 칠해지는 부분의 넓이를 구하여 보게 한다.

【문제4】

사면체 ABCD의 네 모서리 BC, CD, DB, AD의 중점을 각각 P, Q, R, S라고 할 때, 두 사면체 APQR 와 SQDR의 부피의 비는?

('99학년도 대학수학능시험 문제)

1) 문제에 대한 이해

i) 적절한 사면체를 그려보고 중점을 잡아보게 한다.

ii) 문제의 뜻에 맞게 도형을 그려보게 한다.

iii) GSP로 작도된 사면체와 자신이 그린 도형을 비교해 보게 한다.

iv) 애니메이션을 이용하여 정확한 그림과 문제의 뜻을 파악하게 한다.

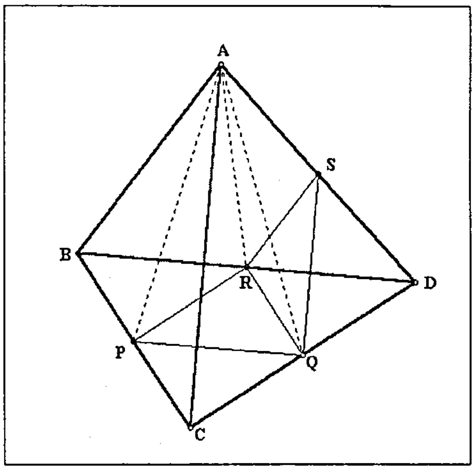
2) 해결 계획의 작성

i) 사면체의 부피는 어떻게 구할까?

ii) 두 사면체 APQR과 SQDR의 부피를 구하기 위해서 생각해야 할 요소는? (GSP를 통해 상하좌우로 확대, 축소하여 정확한 이해가 되도록 한다.)

iii) 밑면 $\triangle PQR$과 $\triangle QDR$의 면적비는

iv) 높이 $\overline{AO}$와 $\overline{SO'}$의 길이의 비는? (삼각형의 중점연결정리 적용)



3) 계획의 실행

i) $\triangle PQR$과 $\triangle QDR$의 넓이비와 높이 $\overline{AO}$와 $\overline{SO'}$의 길이비는?

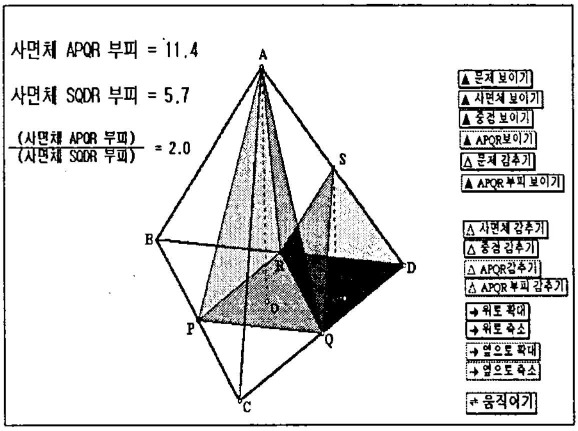
ii) 두사면체의 부피를 구하여 부피비를 구해본다.

iii) 부피의 비는 두 밑면적이 같으므로 높이의 비가 구하고자 하는 요지임을 확인한다.

4) 반성

i) 사면체를 좌우상하로 확대했을 때 어떻게 될까? (GSP의 측도기능을 이용하여 확인시킨다.)

ii) 결과적으로 사면체가 어떻게 변하든 구하고자 하는 두 사면체의 부피의 비는 일정함을 애니메이션과 측도를 이용하여 확인시킨다.



【문제5】

반지름이 30인 구 위의 한 점 N에 길이가 5π인 실의 한 끝을 고정한다. 실을 팽팽하게 유지하면서 구의 표면을 따라 실의 나머지 한 끝을 한 바퀴 돌렸을 때, 구의 표면에 생기는 실의 자취의 길이를 l이라 하자. $\dfrac{l}{\pi}$의 값을 구하시오. ('99학년도 대학수학능시험 문제)

1) 문제에 대한 이해

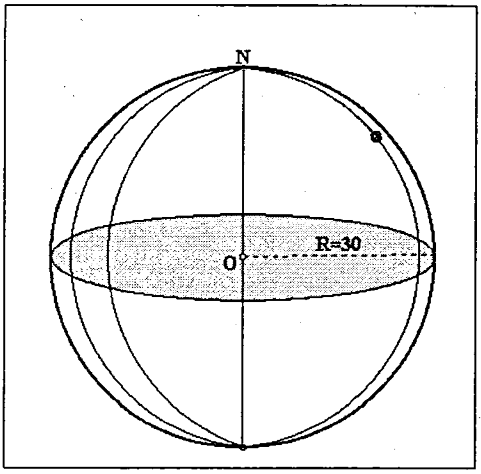
i) 구의 정의를 상기시키고 구의 모양을 그려보게 한다.

ii) 구의 한부분에 점 N을 고정시키고 나머지 한 끝을 구의 표면을 따라 1회전 시키면 그 도형은?

iii) ii)에서 구한 도형의 자취를 구하기 위해서 구해야 할 것은?

iv) iii)에서 구해야 할 것을 알기 위해서는 호도법을 적용한다.

v) 애니메이션을 통해 문제의 뜻을 정확하게 이해시킨다.



2) 해결 계획의 작성

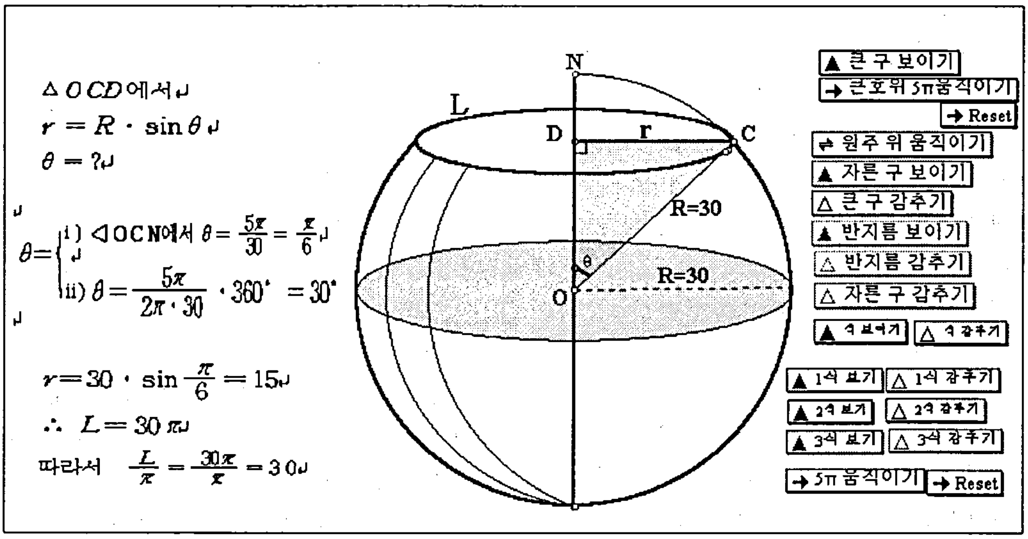
i) 문제의 뜻에 맞는 두 점 그리기.

ii) 구하고자 하는 자취가 원이 됨을 알고 원둘레 구하기.

iii) 원둘레를 구하기 위하여 반지름을 구해야 한다.

iv) 반지름을 구하기 위해서 호도법 적용하여 각 θ 구하기.

3) 계획의 실행



i) 호도법을 적용하여 반지름 r 구하기

호 $\widehat{NOC}$ 에서 $l = R \cdot \theta$에서 $\theta = \dfrac{l}{R} = \dfrac{5\pi}{30} = \dfrac{\pi}{6}$,

$r = R \cdot \sin\theta = 30 \times \sin\frac{\pi}{6} = 30 \times \frac{1}{2} = 15.$

자취의 길이 L : $L = 2\pi \times r = 2\pi \times 15 = 30\pi$. $\therefore \frac{L}{\pi} = \frac{30\pi}{\pi} = 30$.

4) 반성

i) 점 N을 임의로 잡아도 되는가?

ii) 점 N을 고정시키고 나머지 한 끝을 회전시키면 그 끝점의 자취가 원이 됨을 이해하는가?

iii) 자취의 길이를 구하기 위해선 반지름 r이 필요하고, r을 구하기 위해서는 θ를 알아야 함.

iv) iii)의 과정을 해결하기 위해서는 호도법을 이해해야 한다.

v) 동영상을 통한 문제의 완전이해.

vi) 이를 통해 발전할수 있는 여러 문제도 해결가능한가?

Ⅲ. 결론 및 제언

NCTM(1989)의 "학교 수학과 평가에 대한 규준" 에서 수업 형태의 주요 변화 중 관심이 증대되는 교수방법으로 수학적 아이디어를 구성하고 응용하는 데 있어서 학생들의 적극적인 참여, 여러 가지 수업 형태의 이용(소집단, 개별 탐색, 동료간 수업, 학급 토론, 과제 수행), 수학을 학습하는 도구로써의 계산기와 컴퓨터의 이용 등을 논하고 있다. 한편, 관심이 저하되는 교수 방법으로 사실과 절차의 기계적 암기, 교사의 설명에 의한 수업, 지필을 사용한 연습, 점수를 배정하는 보조적 역할로서의 평가를 들고 있다.

본 연구의 Polya의 4단계 문제 해결 방식을 적용한 GSP의 활용이 문제 해결 과정의 이해 및 추론에 상당한 효과가 있었으며, 특히 고교수학의 도형과 관련된 부분에서, 판서와 교사의 설명을 통한 수업으로 학생들에게 이해시키기 어려운 내용들을 역동적인 GSP를 이용하여 개념의 이해와 학생들의 탐구 활동에 많은 도움이 되었다. 본 연구와 관련된 기대효과로서 교단 선진화 기자재 활용을 촉진시키고, 시각적인 효과로 수학에 대한 흥미를 증진시키며, 개념 원리의 형식적 접근이 어려운 부분의 수업을 보조도구인 GSP를 이용하여 보여줌으로써 창의력, 이해력을 높일 수 있다.

또한, '기하는 어렵다' 는 학생들의 인식에 변화를 줄 수 있으며, 학생 스스로 보고 직접 조작해 봄으로써 능동적 수업이 될 수 있고, 사고력, 응용력 신장에 도움을 주고 학습 지진아의 수학 학습 지도에 효과를 기대할 수 있다. 특히 지적 수준이 낮은 특수

학교 학생의 수학 학습 지도에 특별한 의미를 부여시킬 수 있으며 그에 대한 보다 발전적인 연구가 요구된다.

앞으로 교육공학 기기를 활용할 수 있는 교육 여건의 개선이 요구되며, 본 연구와 관련된 다양한 형태의 연구가 필요할 것으로 생각된다.

참 고 문 헌

교육부 (1997). 한국 교육 개발원, *제 7차 교과 교육과정 개발의 쟁점.*

방승진 (1997). *The Geometer's Sketchpad를 이용한 Dynamic Geometry. 청람수학교육,* 제6집.

우정호 (1998). *학교수학의 교육적 기초,* 서울대학교 출판부.

오연중 (1997) GSP를 활용한 수학교육, *수학교육프로시딩,* 제 6집.

전영국 · 주미 (1998) 기하문제해결에서의 GSP를 활용한 탐구학습 신장, *대한수학교육학회 추계 논문집.*

Dan Bennett (1993). *Exploring Geometry,* Key Curriculum Press.

James R. King (1996). *Geometry Through the Circle with The Geometer's Sketchpad,* Key curriculum Press.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics,* NCTM, INC.

G. Polya (1986). *How to solve it,* Princeton University Press.

Cathi Sanders (1994). *Perspective Drawing with The Geometer's Sketchpad,* Key curriculum Press.

Daniel Scher (1995). *Exploring Conic Sections with The Geometer's Sketchpad,* Key curriculum Press.

David Shaffer (1995). *Exploring Trigonometry with The Geometer's Sketchpad,* Key curriculum Press.