

반잠수식 초대형 해양구조물의 파랑중 탄성응답특성

구 자 삼* · 김 경 태** · 홍 봉 기***
(99년 10월 20일 접수)

Hydroelastic Response Characteristics of a Very Large Offshore Structures of Semisubmersible Type in waves

Ja-Sam Goo* · Kyung-Tae Kim** · Bong-Ki Hong***

Key Words : Hydroelastic Response(유탄성응답), Very Large Floating Structure(초대형부유식 구조물), Three Dimensional Source Distribution Method (3차원 특이점 분포법), Semisubmersible Type(반잠수식), Wave Interaction Theory(유체역학적 상호간섭)

Abstract

To design a very large floating structure, such as a floating airport, we have to estimate the hydroelastic responses of a very large floating structure (VLFS) exactly. We developed the numerical method for estimating the hydroelastic responses of the VLFS. The developed numerical approach is based on a combination of the three-dimensional source distribution method, the wave interaction theory and the finite element method for structurally treating the space frame elements. The Numerical results of the hydroelastic responses and steady drift forces of a semisubmersible type offshore structure, which is supported by the 33(3 by 11) floating bodies, with various bending rigidities are illustrated.

1. 서 론

최근 미국, 일본등의 선진국을 중심으로 해양공간의 이용을 극대화하기 위한 연구개발이 오늘의 사회가 직면한 여러 가지의 문제와 결부되어 활발

히 추진되고 있다. 일본의 경우, 부유식 해상공항의 개념도를 설정하여 실험적 시험을 하였고, 이에 관련한 보고서 및 연구결과가 여러 지면을 통해서 발표되고 있으며^{1)~7)}, 철강사 및 조선소를 중심으로 마린플로트 추진기구까지 결성되어 있다.

* 중신회원, 부경대학교 조선해양시스템공학과

** 정회원, 부경대학교 대학원 선박공학과

*** 정회원, 부경대학교 조선해양시스템공학과

또한, 미국의 경우, 군사적 목적으로 이동식 해상기지(Mobile Offshore Base)의 개념설계가 미해군에 의해 적극 검토되고 있는 것으로 알려져 있다^{8),9)}.

해양공간이용 구조물은 대부분이 초대형으로, 구조물의 길이와 폭에 비해서 높이가 상대적으로 작기 때문에 파랑중에서 주로 탄성변형이 일어난다. 따라서 구조물의 탄성응답에 대한 정확한 평가 및 탄성응답의 특성과악은 필수적인 요구사항이 된다.

최근 Maeda 등⁴⁾은 Pontoon형 부체를 대상으로 하여 압력분포법 및 운동량 이론을 적용하여 수심과 부유체의 강성의 영향을 고려하여 정상표류력 특성을 평가한 바가 있다. 그리고 본 연구진이 파의 상호간섭 이론을 적용하여 다수의 임의 형상 부체군에 작용하는 정상표류력을 구한 예가 있으며¹⁰⁾, 파의 상호간섭과 대형구조물의 탄성응답을 고려하여 다수의 임의 형상 부체군에 의해 지지된 반잠수식 대형 해양구조물에 작용하는 정상표류력 및 탄성응답을 평가한 예가 있고¹¹⁾, Pontoon형 구조물에 대해서도 적용한 바가 있다¹²⁾. 하지만 기존의 연구에선 구조물의 강성변화가 반잠수식 초대형 해양구조물의 탄성응답에 미치는 영향을 체계적으로 평가한 예는 거의 없는 실정이다.

따라서, 본 연구에서는 파의 상호간섭이론을 이용하여 다수의 임의 형상 지지부체간의 유체역학적 상호간섭 및 상부구조의 탄성응답을 고려한 대형구조물의 유탄성 해석법¹¹⁾을 기초로 하여 상부구조물의 강성변화가 구조물의 탄성응답 및 정상표류력에 미치는 영향을 검토하였다.

2. 이론 해석

2.1 기본가정 및 좌표계

기본가정으로서 상부구조는 3차원 선형 탄성골조구조로 한다. 유체는 비압축성, 비점성으로 하고, 유체의 운동은 비회전인 것으로 한다. 또, 탄성응답과 입사파의 유체운동은 미소진폭 주기운동을 하는 것으로 하고, 각각 그 정상상태를 논하기로 한다. 또한, 자유표면은 모든방향으로 무한히 펼쳐져 있는 것으로 하고, 유한수심인 경우에는 수심일정으로 한다. 그리고 다수의 지지부체가 존재하는 경우에 있어서, 어떤 지지부체를 둘러싸는 최소반경

의, 해저에 닿는 가상연직원주의 내측에는 다른 지지부체가 존재하지 않는 것으로 한다. 마지막으로 지지부체는 강체인 것으로 한다.

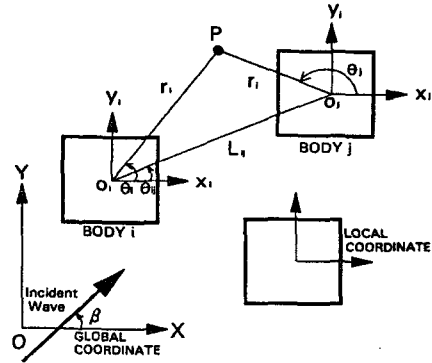


Fig. 1 Definition sketch

2.2 이론해석

Fig. 1과 같이 평균수면상에 공간고정된 국소 직각 좌표계 $o_i - x_i y_i z_i$, ($i=1 \sim N$)를 갖는 N 개의 3차원 임의 형상의 지지부체로 지지된 대형 해양구조물의 정상상태의 유력탄성문제를 생각한다. 다수의 지지부체가 미소 진폭 주기운동을 하고 있는 경우의 지지부체 j ($j=1 \sim N$)의 전체 입사포텐셜은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_j^I(r_j, \theta_j, z) = & \left(\{ a_j \}^T + \sum_{i \neq j}^N \{ A_i \}^T [T_{ij}] \right) \{ \phi_j^I \} \\ & + \sum_{i \neq j}^N \sum_{k=1}^6 (-i\omega\eta_k \{ R_{ik} \}^T [T_{ij}]) \{ \phi_j^I \} \end{aligned} \quad (j=1 \sim N) \quad (1)$$

여기서, $\{ a_j \}^T$ 는 지지부체 j 의 국소 원주좌표계로 표현된 평면입사파의 포텐셜의 계수벡터의 전치이고, $\{ A_i \}^T$ 는 diffraction포텐셜 ϕ_i^D 의 계수벡터의 전치이고, $\{ \phi_j^I \}$ 는 부체 j 에 입사하는 성분파를 요소로 하는 벡터이고, 부체 j 의 국소 원주

좌표계로 나타낸 것이다. 또, 이 입사 성분파는 제 1종 n 차 Bessel함수 J_n 및 제1종 n 차 변형 Bessel함수 I_n 로 표시된다. $[T_{ij}]$ 는 부체 i 의 국소 원주좌표계로 표시된 부체 i 의 산란성분파와 부체 j 의 국소 원주좌표계로 표시된 부체 j 의 입사성분파를 관계지우는 좌표변환 행렬이다. η_{li} 는 지지부체 i 의 취부절점에서의 l 방향의 복소변위 진폭이다. 또한, 지지부체 i 가 단독으로 존재하고 l 방향으로 단위 속도진폭으로 운동하고 있을 때의 부체 i 를 둘러싸는 최소 반경의 해저에 닿는 가상 연직 원주 외측의 radiation 포텐셜 ϕ_{li}^R 은 다음과 같이 표시되어진 것으로 한다.

$$\begin{aligned} \phi_{li}^R(r_j, \theta_j, z) &= \{R_{li}\}^T \{ \psi_i^D \} \\ &= \{R_{li}\}^T [T_{ij}] \{ \psi_j^I \} \quad (2) \end{aligned}$$

여기서, 전치벡터 $\{R_{li}\}^T$ 의 요소는 지지부체 i 가 단독으로 존재하는 경우의 l 방향의 운동에 의한 radiation 문제의 적분방정식을 풀어 구해지는 계수이다. $\{ \psi_i^D \}$ 는 부체 i 의 산란성분파를 요소로 하는 벡터이고, 이 산란성분파는 제1종 n 차 Hankel함수 $H_n^{(1)}$ 및 제2종 n 차 변형 Bessel함수 K_n 으로 표시된다. 지지부체 j 의 전체 입사포텐셜에 대한 diffraction 포텐셜은 지지부체 j 의 diffraction 특성을 나타내는 diffraction 전달행렬 $[B_j]$ 에 의해 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \phi_j^D(\gamma_j, \theta_j, z) &= \\ & (\{a_j\}^T + \sum_{i \neq j}^N \{A_i\}^T [T_{ij}]) \\ & + \sum_{i \neq j}^N \sum_{l=1}^6 (-i\omega\eta_{li} \{R_{li}\}^T [T_{ij}]) [B_j]^T \{ \psi_j^D \} \\ & = \{A_j\}^T \{ \psi_j^D \}, (j=1 \sim N) \quad (3) \end{aligned}$$

여기서, $[B_j]^T$ 의 P 행의 요소는 $\{ \psi_j^I \}$ 의 P 행 요소의 입사성분파가 단독의 지지부체 j 에 입사한 경우의 지지부체 j 의 산란성분파의 계수로 이루어져 있다. 식(3)에서 다음식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \{A_j\} &= [B_j] (\{a_j\} + \sum_{i \neq j}^N [T_{ij}]^T \{A_i\} \\ & + \sum_{i \neq j}^N \sum_{l=1}^6 (-i\omega\eta_{li} [T_{ij}]^T \{R_{li}\})) \\ & (j=1 \sim N) \quad (4) \end{aligned}$$

윗식에 있어서, 미지수는 $\{A_i\}, (i=1 \sim N)$ 및 $\eta_{li}, (l=1 \sim 6; i=1 \sim N)$ 이다. 그러므로 N 개의 3차원 지지부체를 갖는 구조체의 정상상태의 유력 탄성문제의 경우, 지지부체간의 유체역학적 상호간섭을 고려한 상부구조물의 구조응답을 구하기 위해 N 개의 지지부체의 취부절점을 포함하는 전체 운동방정식 및 식(4)가 필요하다. 먼저, 지지부체 $j, (j=1 \sim N)$ 의 취부절점에서의 복소외력진폭은 D' Alambert의 원리에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & \sum_{l=1}^6 [\omega^2 (M_{klj} + \mu_{klj}) + i\omega\nu_{klj} - K_{klj}] \eta_{lj} \\ & - i\omega [\{a_j\}^T + \sum_{i \neq j}^N \{A_i\}^T [T_{ij}]] \\ & + \sum_{i \neq j}^N \sum_{l=1}^6 (-i\omega\eta_{li} \{R_{li}\}^T [T_{ij}]) \\ & \times \int \int_{S_{n_i}} [\{ \psi_j^I \} + \int \int_{S_{n_i}} \{ \sigma_j \} G_j dS] n_{kj} dS \\ & , (k=1 \sim 6; j=1 \sim N) \quad (5) \end{aligned}$$

여기서, M_{klj} 는 지지부체 j 의 취부절점에서 평가한 관성력계수, μ_{klj} 및 ν_{klj} 는 지지부체 j 가 단독으로 존재하는 경우의 취부절점에서 평가한 부가질량 및 감쇠계수이다. K_{klj} 는 지지부체 j 의 취부절점에서 평가한 정수압에 의한 복원력계수이다.

이 복원력계수를 구할 때는 지지부체 j 가 받는 중량의 중심의 좌표가 필요하다. 따라서 N 개의 지지부체의 취부절점을 포함하는 계의 전체 운동방정식은 다음과 같다.

$$([K] - \omega^2[M] - i\omega[C])\{\eta\} = \{F\} \quad (6)$$

여기서, $[K]$, $[M]$ 및 $[C]$ 는 각각 상부구조의 강성, 질량 및 감쇠행렬이다. $\{\eta\}$ 는 총자유도의 복소변위 진폭벡터이다. 그리고, $\{F\}$ 는 복소외력 진폭벡터이고, 그 성분은 지지부체의 취부절점에서는 식 (5)를 사용하며, 그 이외의 절점에서는 0이다. 상부구조의 강성 및 질량행렬은 상부구조를 골조구조(보요소)로 근사하는 것에 의해 구한다. 상부구조의 감쇠행렬은 *Rayleigh* 감쇠를 이용하기로 한다.

계의 전체 운동방정식은 식 (6)과 식 (4)의 연립방정식을 푸는 것에 의해, 총자유도의 복소변위진폭벡터 $\{\eta\}$ 및 계수벡터 $\{A_i\}$, ($i = 1 \sim N$)가 구해진다.

따라서, 상부구조의 구조응답은 요소 강성행렬을 이용하는 것에 의해 구할 수 있다.

다수의 지지부체군에 대한 정상표류력을 구할 경우에는 다음의 식을 이용한다.

$$\overline{F_x} = \frac{\rho k_0^2}{8\pi D} \int_0^{2\pi} |H(\theta)|^2 (\cos\beta - \cos\theta) d\theta \quad (7)$$

여기서,

$$D = \frac{2k_0h + \sinh 2k_0h}{1 + \cosh 2k_0h} \quad (8)$$

로 정의된다. D 는 수심 파라메타로서, $h \rightarrow \infty$ 일 때 $D \rightarrow 1$ 이 된다. 즉, 무한수심일 경우에 $D=1$ 이다. 또한, $H(\theta)$ 는 *Kochin* 함수를 나타내며 다음과 같다.

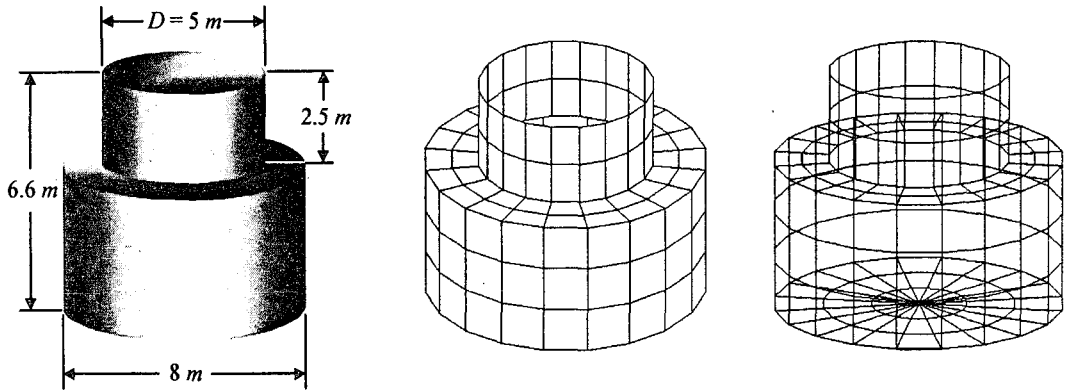
$$H(\theta) = \int \int_{S_n} \sigma \frac{\cosh[k_0(\xi+h)]}{\cosh k_0h} e^{-ik_0(\xi \cos\theta + \eta \sin\theta)} dS \quad (9)$$

3. 수치계산 결과 및 고찰

본 논문에선 *Kagemoto*¹³⁾의 실험모델을 수치계산모델로 하였다. 이 모델은 Fig. 2(a)와 같은 footing을 갖는 동일형상의 33개(3행 11열)의 축대형 지지부체에 의해 Fig. 3과 같은 배열로 지지된 반잠수식 해양구조물이다. 지지부체에 의해 지지된 상부구조는 Fig. 3(a)와 같이 보요소 한 개의 길이가 16.4m인 52개의 보요소로 근사하였다. 요소부체의 침수표면 panel 수는 Fig. 2(b)와 같이 200개로 하였다. 계산모델의 상부구조에 대한 주요목은 Table 1과 같다. 상부구조의 굽힘강성의 변화에 따른 응답치를 평가하기 위해 종탄성계수를 5가지, 즉, $2.1 \times 10^{10} \text{ kgf/m}^2$ 을 기준값으로 하여 이 기준

Table 1 Properties of the superstructure and beam elements

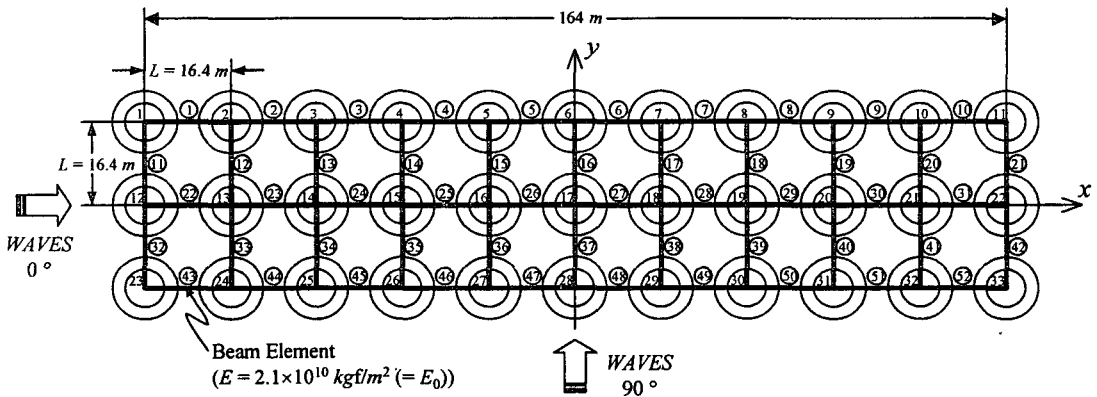
TOTAL LENGTH OF THE SUPER-STRUCTURE	$L_t = 164 \text{ m}$
LENGTH OF BEAM ELEMENTS	$L = 16.4 \text{ m}$
CROSS-SECTIONAL AREA OF BEAM ELEMENTS	$A = 1 \text{ m}^2$
POSSION'S RATIO	$\mu = 0.3$
MATERIAL DENSITY OF BEAM ELEMENTS	$\rho = 999.1131 \text{ Kgf} \cdot \text{s}^2 / \text{m}^4$
MODULUS OF ELASTICITY OF BEAM ELEMENTS ($E_0 \times 10^{-1}$, $E_0 \times 2^{-1}$, E_0 , $E_0 \times 2$, $E_0 \times 10$)	$E_0 = 2.1 \times 10^{10} \text{ Kgf/m}^2$
STRUCTURAL DAMPING COEFFICIENT OF THE SUPER-STRUCTURE (C)=a(M)+b(K)	$a = 0.0$, $b = 0.01$
TORSIONAL CONSTANT OF THE AREA A	$J = 0.1406 \text{ m}^4$
MOMENT OF INERTIA OF THE AREA A WITH RESPECT TO THE y AXIS	$I_y = 0.08333 \text{ m}^4$
MOMENT OF INERTIA OF THE AREA A WITH RESPECT TO THE z AXIS	$I_z = 0.08333 \text{ m}^4$



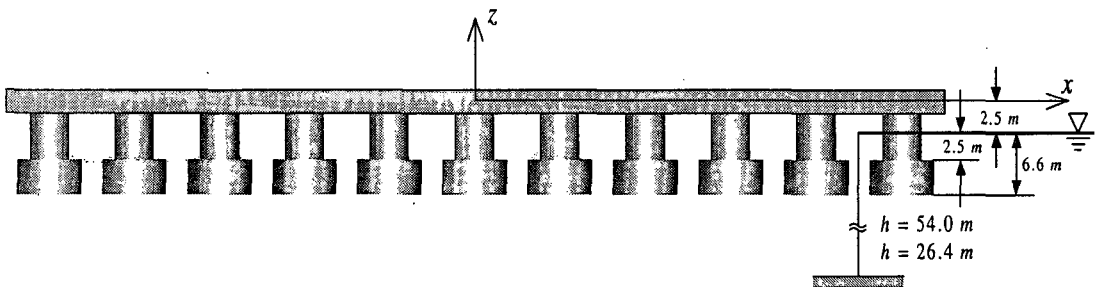
(a) Sketch of a floating composite vertical cylinder

(b) Submerged surface of a floating composite vertical cylinder represented by 200 panels

Fig. 2 Configuration of a floating composite vertical cylinder

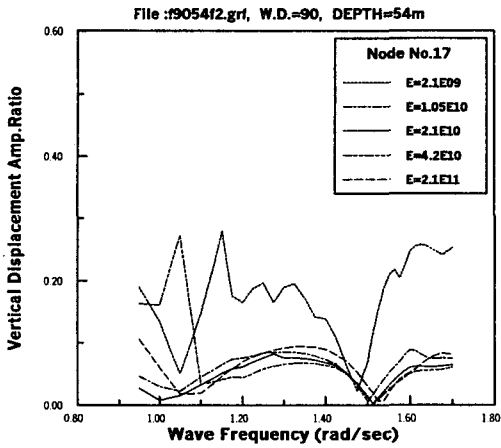


(a)

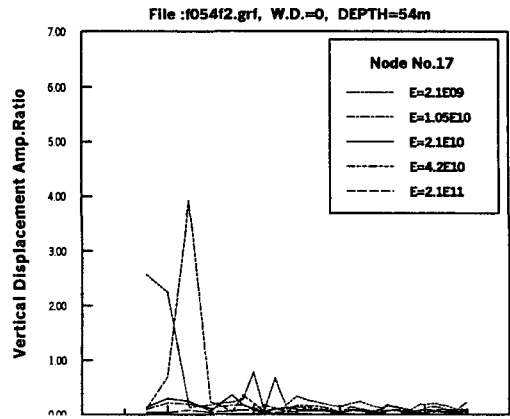


(b)

Fig. 3 Sketch of an array 33(3 by 11) floating composite vertical cylinders & beam elements

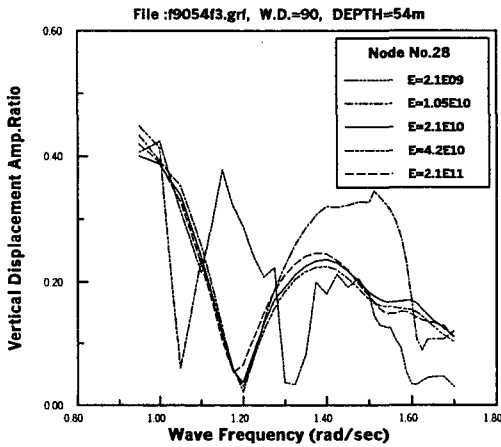


(a) node 17



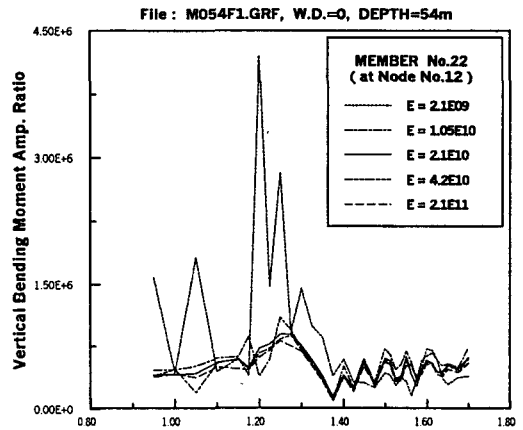
(b) node 17

Fig. 5 Vertical Displacement Amplitude Ratio ($\beta=0^\circ$)

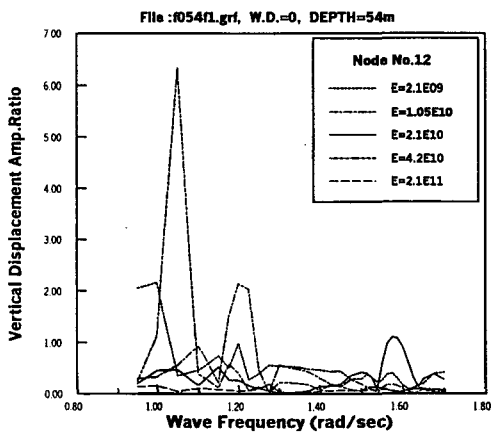


(b) node 28

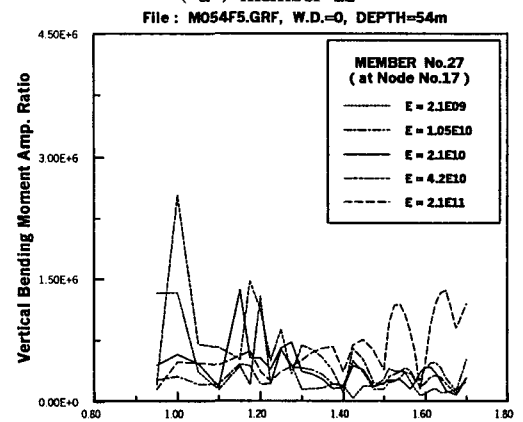
Fig. 4 Vertical Displacement Amplitude Ratio ($\beta=90^\circ$)



(a) member 22

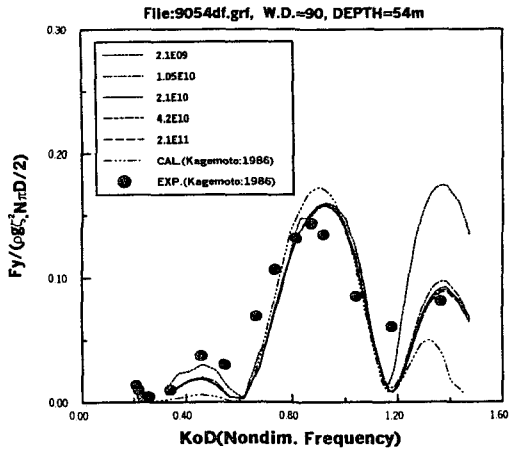


(a) node 12

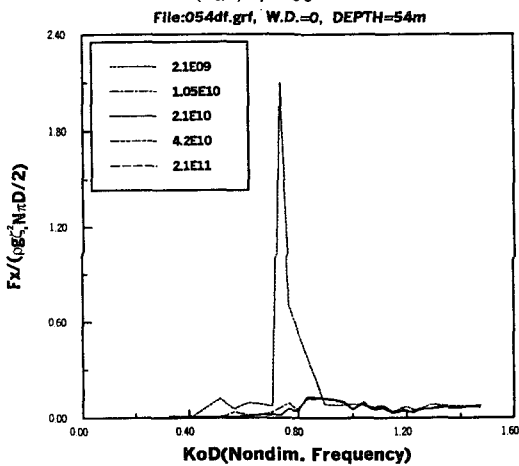


(b) member 27

Fig. 6 Vertical Bending Moment Amplitude Ratio ($\beta=0^\circ$)



(a) $\beta=90^\circ$



(b) $\beta=0^\circ$

Fig. 7 Mean drift forces on 33(3 by 11) floating composite vertical cylinders

중탄성계수의 1/10배, 1/2배, 2배 및 10배로 한 경우에 대해서 응답의 특성을 고찰하였다. 또한 수심은 54m로 하였다. 이때 입사각을 0° 와 90° 로 하여 강성변화에 기인한 응답의 특성을 검토하였다. 또한, 표류력의 평가도 수행하였으며 그 결과를 Kagemoto의 실험치 및 계산치와 비교하였다.

Kagemoto의 실험치는 $L=16.4m$, $\beta=90^\circ$ 인 경우에 대해 실험모델의 동요를 허용하면서 counterweight 법에 의해 표류력을 측정된 값이며, 계산치는 실험모델의 응답을 무시하고 diffraction 문제로 가정하여 파의 상호간섭이론을 적용하여 near feild법으로 계산한 값이다. 본 계산치는 상부구조를 탄성체로

취급하고 상호간섭을 고려하여 far field 법에 의한 경우의 수치해석결과이다.

3.1 수직 변위 응답

Fig. 4, 5에 나타나는 실선은 기준 중탄성계수 ($E_0=2.1 \times 10^{10} \text{ kgf/m}^2$)에 대한 계산결과를 나타내고 점선과 일점쇄선은 각각 E_0 의 1/10배, 1/2배의 계산결과이며, 이점쇄선과 장쇄선은 각각 E_0 의 2배 및 10배의 계산결과이다. 또한, 가로축은 파주파수이며 세로축은 0.95에서 1.7까지 33개의 파주파수에 대한 파의 단위진폭당의 수직 변위 응답을 나타낸다.

Fig. 4는 입사각이 90° 일때, 절점번호 17과 28에서의 파의 단위진폭당 수직 변위 진폭의 주파수 응답(m/m)을 나타내고 있다. 중탄성계수가 $E_0 \times 1/10$ 인 경우, 응답이 상당히 상이한 경향을 보여 주고 있다. 또한, $E_0 \times 2$ 의 경우에는 저주파수영역에서, $E_0 \times 1/2$ 에선 고주파수영역에서 응답이 크게 나타나고 있다. Fig. 5는 입사각이 0° 인 경우의 절점번호 12와 17에서의 파의 단위진폭당 수직 변위 진폭의 주파수응답(m/m)이다. 입사각이 90° 인 경우보다 응답이 크게 나타나고 있다. 이것은 길이가 폭의 5배에 해당되므로 탄성응답이 현저하게 일어나기 때문으로 생각된다. 그리고 $E_0 \times 2$ 인 경우가 가장 큰 응답치를 보이고 있다. 또한, $E_0 \times 1/10$ 인 경우에는 저주파수영역에서 큰 응답이 나타나고 있다. 이상과 같이 굽힘강성에 따라 피크치가 다르게 나타나므로 에너지가 큰 파주파수 영역을 피할 수 있는 적절한 굽힘강성을 선택할 필요가 있다.

3.2 수직 굽힘모멘트 응답

Fig. 6은 입사각이 0° 일때, 상부구조의 보요소 번호 22와 27에 작용하는 파의 단위진폭당의 수직 굽힘모멘트 진폭의 주파수응답($kg \cdot m/m$)을 나타내고 있다. 파상축의 부재 22의 경우, 가장 작은 강성일 때, 응답이 가장 크게 나타나고 있다. 중앙부 부재 27에선 상호간섭의 영향과 상부구조의 탄성 거동으로 인하여 강성변화에 따른 응답의 피크

치가 자기 상이한 주파수영역에 발생함을 볼 수 있으며, $E_0 \times 1/2$ 인 경우가 가장 응답이 작게 나타나고 있음을 알 수 있다.

3.3 정상 표류력

Fig. 7(a)는 파입사각이 90° 인 경우의 Y방향의 표류력의 계산결과와 실험결과를 나타내고 있다. 흑점 및 3점쇄선은 각각 Kagemoto의 실험치 및 계산치이다. Fig. 7(a)를 보면 고주파수영역에서 $E_0 \times 1/10$ 인 경우가 응답이 크게 나타나고 있다. Fig. 7(b)는 파입사각이 0° 인 경우의 X방향의 표류력의 계산결과이다. 무차원 주파수 0.80 근방에서 $E_0 \times 1/10$ 인 경우가 응답이 가장 크게 나타나고 있음을 알 수 있다. 대체로 정상표류력은 강성이 가장 작은 경우를 제외하면 강성변화에 민감하지 않음을 알 수 있다.

4. 결론

본 논문에서 취급한 계산모델 및 계산조건하에서 얻어진 주요한 결론은 다음과 같다.

- 1) 굽힘강성의 변화가 구조응답에 미치는 영향은 주파수와 구조물의 길이방향에 따라서 상당히 상이한 결과를 보였다. 그러므로 구조물의 전체강성 및 국부강성의 결정시, 강성변화에 따른 구조응답의 특성을 고려할 필요가 있다.
- 2) 정상표류력은 강성이 극단적으로 작은 경우를 제외하면 굽힘강성의 변화에 그다지 민감하지 않는 것으로 나타났다.
- 3) 굽힘강성의 변화에 따른 응답의 특성을 세부적으로 조사한 본 연구결과는 구조물의 최적 강성 선택을 위한 초기설계에 기초자료를 제공할 수 있을 것으로 사료된다.

참고문헌

- 1) 先後清和, 遠藤久芳, “淺喫水管型浮体の波浪中彈性応答について -大型模型による水曹試験-”, 日本造船學會論文集, 第180号, pp.341-352,

1996

- 2) Takaki, M. and Gu, X, “Motions of a Floating Elastic Platic in Waves”, J. of Soc. of Naval Arch. of Japan, Vol. 180, pp.331-339, 1996
- 3) 馬寧, 平山次清, 佐藤直章, “多柱式セミサブ型とボンツーン型超大型浮体の波浪中彈性応答の比較”, 日本造船學會論文集, 第180号, pp.353-363, 1996
- 4) 前田久明, 増田光一, 宮島省吾, 居駒知樹, “ボンツーン型超大型浮体式海洋構造物の波浪中彈性応答に関する研究 -第2報 淺海影響と標流力-”, 日本造船學會論文集, 第180号, pp. 365-371, 1996
- 5) 메가플로트技術研究組合, “超大型浮体式海洋構造物(메가플로트)平成7年度研究成果報告書 -概要-”, 1996
- 6) Kashiwagi, M., “A B-Spline Galerkin Method for Computing Hydroelastic Behaviors of a Very Large Floating Structure”, Int. Workshop on Very Large Floating Structures, pp.36-1-36-8, 1996
- 7) Wu, C., Utsunomiya, T. and Watanabe, E., “Application of Galerkin’s Method in Wave Response Analysis of Flexible Floating Plates”, Proc. of Sixth Int. Offshore and Polar Eng. Conf., Vol.III, pp307-314, 1996
- 8) Hickey, E.I. et al., “Mobile Offshore Bases”, Proceeding of the First International Workshop on Very Large Floating Structure, pp.133-148, 1991
- 9) Riggs, H.R. and Ertekin,R.C., “Approximate Methods for Dynamic Response of Multi-Module Floating Structures”, Proceedings of the First International Workshop on Very Large Floating Structure, pp.333-354, 1991
- 10) 조효제, 구자삼, 홍사영, 이창호, “다수의 부체로 지지된 초대형 해양구조물에 작용하는 정상 표류력(I)”, 대한조선학회논문집 제32권 제4호, pp.123~135, 1995
- 11) 구자삼, 조효제, 홍사영, 이창호, 김경태, “다수

- 의 부체로 지지된 초대형 해양구조물에 작용하는 정상표류력(Ⅱ)", 대한조선학회논문집 제33권 제4호, pp.150-161, 1996
- 12) 구자삼, 조효재, 김병현, 이창호, "바이지식 초대형 부유 구조물의 유탄성 응답 해석", 한국해양공학회지, 제12권 제2호, pp. 43~56, 1998. 5
- 13) Kagemoto, H. and Yue, D.K.P., "Interactions among Multiple Three-Dimensional Bodies in Water Waves, An Exact Algebraic Method", Journal of Fluid Mechanics, Vol.166, pp.189~209, 1986