Journal of Korean Ophthalmic Optics Society, Volume 4, Number 1, June 1999

삼각형 조리개의 프라운호퍼 회절

고영재 · 김덕훈* · 김진구**
경남대 물리학과, 마산 631-701
*마산대 안경광학과, 마산 630-729
**동남보건대 안경광학과, 수원 440-714
(1999년 5월 29일 받음)

프레넬-키르히호프(Fresnel-Kirchhoff)의 적분공식을 이용하여 삼각형 조리개의 회절상을 구하였다. 일반화 좌표(generalized coordinates)에서 적분변수들을 취급하였으며 사각형이나 원형과는 달리 삼각형의 무게 중심은 좌표의 원점을 중심으로 좌우 대칭이 아니다. 따라서 최종 적분값은 사각형이나 원형의 경우처럼 간결한 표현으로 나타나지 않았다.

The Fraunhofer Diffraction for the Triangle Stop

Y. J. Ko, D. H. Kim* and J. K. Kim**
Department of Physics, Kyungnam University, Masan 631-701
*Department of Ocular Optics, College of Masan, Masan 630-729
**Department of Ocular Optics, Dongnam Health College, Suwon 440-714
(Received by 29 May 1999)

Fresnel-Kirchhoff's Integration enables us to achieve the diffraction pattern for the triangle stop. We have arranged the integral variables on the generalized coordinates and unlike the rectangularity or circle, the center of mass of the triangle does not have the symmetric position on the origin of the coordinates. Hence the solution for the system shows a difficulty for the expression in the simple formula which we see in the case of the rectangularity or circle.

I. 서 론

일반화 좌표를 사용하여 삼각형의 중심과 지각을 통과하는 선을 좌표축으로 정하면 축이 세개이므로 어느 한 축을 중심으로 대칭성을 얻을 수 있다. 한 에서 마주보는 꼭지점까지 폭이 매우 좁은 단일 슬릿이 연속적으로 이어져 있다고 생각하면 되므로 단일슬릿과 같은 방법으로 문제를 취급하면 된다. 어느 하나의 좌표축에 대응하는 하나의 빗변이 있으므로 이들간의 관계를 프레넬-키르히호프 공식에 적용하여 회절상의 분포를 얻을 수 있고 동일한 경우가 두 개 더 있다고 생각하면 될 것이다. 문제를 간단히 하기 위하여 조리개를 한 변의 길이가 인 정삼각형으로 하고 파면이 조리개 면에 나란히 입사한다고 가정한다. 그러면 간단히 된 프레넬-키르히호프 공식을 사용 할 수 있고

결과는 근사적인 것이 될 것이다.

II. 계 산

간단히 된 프레넬-키르히호프 공식은 식(1)과 같다.

$$U = C\int\int e^{ikr}dA \tag{1}$$

Fig.1에 정삼각형 문제의 넓이를 구하기 위한 좌표와 적분 변수가 나타나있다. 하나의 축과 대응하는 빗변은 함수관계를 유지하고 있기 때문에 이 경우 1차원 적분 문제가 된다. 임의의 축을 기준으로 $dA = 2(-\frac{q_j}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3})dq_j$ 이므로 삼각형의 무게 중심을 좌표의 원점으로 할 경우 식(1)은 다음과 같이 된다.

$$U_i = Ce^{ikr_i}\int_{-\frac{\sqrt{3}a}{6}}^{\frac{\sqrt{3}a}{3}} e^{ikq_i\sin\theta}2(-\frac{q_j}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3})dq_j \quad j = 1, 2, 3. \tag{2}$$

식(2)의 해는 아래와 같다.

$$U_j = C_1[\frac{e^{i\beta}(a-1) + e^{\frac{-i\beta_j}{2}}(1+\frac{a}{2})}{\beta_j}] + C_2[\frac{e^{i\beta_i} - e^{\frac{-i\beta_j}{2}}}{\beta_j^2}] \tag{3}$$

식(3)에서C_1 는 $C\frac{2ai}{3\sqrt{3}}e^{ikr_o}$ 로서 주어지며 C_2 는 $C\frac{2ai}{3\sqrt{3}}e^{ikr_o}$ 이다. 그리고 $\beta_i = k\frac{\sqrt{3}}{3}a\sin\theta$ 이다. 빛의 세기의 분포는 $I=|U_i|^2$ 이므로 스크린 상에서 밝은 무늬와 어두운 무늬의 위치를 정할 수 있다. 식(3)의 플러스로 연결된 두 항의 각 각이 제로가 될 수 있고 두번째 항의 경우 $\beta_j = \frac{4}{3}\pi, \frac{8}{3}\pi, \frac{12}{3}\pi$ 일 때 빛의 세기는 0 이된다. 그러므로 β_j 가 $\frac{4}{3}\pi$ 의 정수배일 때 어두운 무늬, $\frac{2}{3}\pi, \frac{6}{3}\pi, \frac{10}{3}\pi$ 등일 때 밝은 무늬를 나타낸다. 두 개의 방향이 더 있으므로 빛의 세기는 다음과 같다.

$$I=I_0|U_1|^2|U_2|^2|U_3|^2 \tag{4}$$

중앙의 제일 밝은 빛의 세기 I_0는 $\theta=0$ 일 때이므로 식(2)로부터 $I_0 = C\frac{a^2}{3}(\frac{a-4}{4})^2$ 임을 구할 수 있다. 삼각형 조리개의 넓이가 $\sqrt{3}a^2/4$ 이므로 제일 밝은 빛은 삼각형 넓이의 제곱 부근에서 근사적으로 비례함을 알 수 있다.

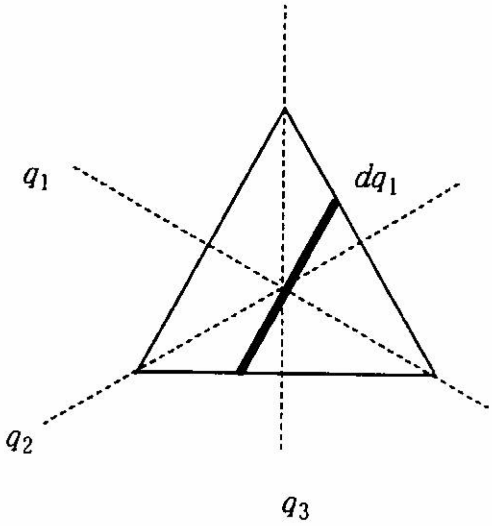

Fig.1. The three axes and integral variable for triangle.

Fig.2. The diffraction pattern for the triangle stop.

Fig.2 에 회절 모양이 그려져있다.

삼각형의 크기를 작게 할 경우 밝은 무늬의 폭이 커지며 상대적으로 길이는 큰 증가가 없기 때문에 무늬가 얇고 길게 보일 것이다. 크기를 증가시킬수록 무늬간의 간격은 점 점 사라지고 세 개의 빗변

이 형성되어 조리개와 닮은 삼각형의 무늬가 형성된다.

Ⅲ. 결 론

좌표의 원점을 삼각형의 무게 중심에 두면 양끝으로 대칭이 아니다. 따라서 간단히된 프레넬-키르히호프의 적분식을 적용 할 때 사각형이나 원형과는 달리 적분구간의 대칭성을 기대할 수 없어 결과가 두 경우처럼 간결하지 않다. 계산 결과 어두운 무늬는 β_j 가 $\frac{4}{3}\pi$ 의 정수배일 때 나타난다.

참고문헌

[1] Eugene Hecht, Optics, Addison-Wesley, 1998.

[2] B.E.A. Saleh and M.C. Teich, Fundamentals of Photonics, John Wiley & Sons, 1991.

[3] Murray R. Spiegel, Mathematical Handbook, McGraw-Hill, 1968.