최적신뢰성에 의한 P.S.C Box Girder교의 연구

A Study on Optimum Reliability of P.S.C Box Girder Bridge

정철원* 유한신** 나기현***

Jung, Chul-Won Yu, Han-Shin Na, Ki-Hyun

Abstract

Based on the recent developments of the reliability-based structural analysis and design as well as the extending knowledge on the probabiliistic characteristics of load and resistances, the probability based design criteria have been successfully developed for many standards. Since the probabilistic characteristics depend highly on the local load and resistances, it is recognized to develop the design criterion compatible with domestic requirements. The existing optimum design methods, which are generally based on the structural theory and certain engineering experience, do not realistically consider the uncertainties of load and resistances and the basic reliability concepts. This study is directed to propose a optimum design based Expected Total Cost Minimization on P.S.C Box Girder Bridge system which could possibly replace optimum design based traditional provisions of the current code, based on the Nelder-Mead Method reliability theory.

Key words : reliability-based structural analysis, Nelder-Mead Method

1. 서 론

1950년대 이후 유럽을 중심으로 개발되어 온 P.S.C Box Girder Bridge는 다른 교량형식과 비교하여 볼 때 미관이 우수하고 구조적인 효율성이 뛰어날 뿐만 아니라 시공조건에 맞는 다양한 가설공법이 개발되어 있어 최근에 국내외에서 가장 많이 시공되고 있는 교량이다. 특히 장대교량이나 곡선교량에서는 다른 교량에 비하여 경제적으로 우수하고 가설환경이 열악한 경우에도 동바리와 같은 가설재가 불필요한 공법이 개발되어 있어 시공성이 매우 뛰어나다.

* 원광대학교 토목환경공학과 교수, 공학박사
** 원광대학교 토목환경공학과 박사과정
*** 건교부 건설안전과 공학석사

● 본 논문에 대한 토의를 2000년 3월 31일까지 학회로 보내주시면 2000년 4월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

경제적인 교량을 건설하기 위해서는 교량계획 단계에서 수행되는 예비설계(Conceptual Design) 단계와 최종설계 단면에 큰 영향을 미치는 기본설계(Preliminary Design) 단계에서 시방서의 모든 조건들을 만족시키면서 구조물과 경비를 최소화 할 수 있는 기본제원들이 결정되어야 한다. 그러나, P.S.C 박스거더교를 설계할 때는 대부분의 다른 교량형식도 마찬가지지만 구조해석의 복잡성 때문에 일반적으로 경험을 근거하여 초기 단면설계를 한 후, 설계하중에 대한 구조해석을 실시하고, 시방서상의 요구조건들이 만족될 때까지 단면수정 및 구조해석 작업을 반복하는 것이 일반적인 추세이다. 그러므로 초기 단면설계가 비경제적인 상태에서 콘크리트 단면이나 강재 면적만을 부분적으로 변화시켜 구조적 적합성을 만족시키는 경우에는 매우 비효율적인 설계로 귀착될 수 있다.[1)~3)]

따라서 본 연구에서는 P.S.C Box Girder교에 대해 확률이론에 근거한 신뢰성이론을 도입하고 최적설계를 적용하여 하중비(ρ), 초기비용과 파괴비용의 비(τ)에 따른 하중-저항계수분석에 의하여 각 파라메터들의 특성을 고찰하여 보고자 한다.

또한 국내의 설계규준 및 캔틸레버공법에 맞는 P.S.C Box Girder교의 횡단면 최적설계 프로그램을 이용하여 국내에서 설계된 교량에 대한 최적설계를 실시하므로써 최적설계 프로그램의 신뢰성을 검증하고,[4)] 경간장별 최적설계를 실시하여 국내의 설계현황을 분석하여 보고자 한다.

2. P.S.C박스거더교의 최적설계

2.1 최적화기법

횡단면 치수의 최적화를 위해 유도된 목적함수가 4개의 독립변수의 함수로 표시되기 때문에 무제약 비선형 계획문제에 대한 해석기법으로 사용된 Nelder-Mead Method를 간단히 소개하고자 한다.

Nelder-Mead Method는 Simplex Method를 개량시킨 것으로 n차원 공간에서 n+1개의 점의 집합 $\{X_i \mid i=1,2....n+1\}$으로 만들어지는 도형 Simplex로 되며 다음의 Fig. 1은 Nelder-Mead Method에 의한 도형 Simplex를 보여 주고 있다.

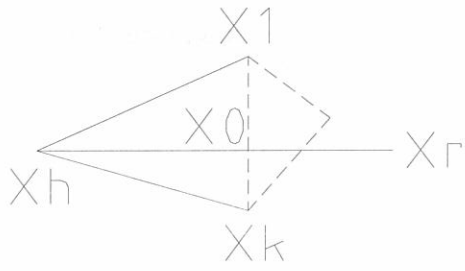


Fig. 1 Nelder-Mead Method에 의한 도형 Simplex

2.1.1 Reflection

Nelder-Mead Method를 사용하여 어떤함수 f(x)의 최소치를 구하는 문제는 먼저 주어진 Simplex의 각점에 대한 함수값을 계산하고 최대치를 찾는다.

이때 최대의 함수값을 갖는 정점에 대한 변수를 X_h라 하면 최소값은 X_h를 제외한 점들이 구성하는 도형중심과 이 정점을 맺는 연장선상의 반대측에 있는 X_r로 가정할 수 있다. 이 점을 Reflection Point라 부르며 아래와 같이 구해진다.

$$X_r = (1+\alpha)X_o - \alpha X_h \qquad (1)$$

여기서 α : Reflection Coefficient

$$X_o : \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n+1} X_i \qquad (2)$$

2.1.2 Expansion

변수 X_r에 대한 함수 $f(X_r)$이 다른 모든 함수

$f(X_i)$보다 작을 때 변수 X_h를 X_r로 치환하여 새로운 Simplex를 만들고 연장선상의 X_r을 지나 또하나의 변수X_e를 구한다. 그 점을 Expansion Point라하며 그 값은 아래와 같다.

$$X_e = \gamma X_r + (1 - \gamma) X_o \qquad (3)$$

여기서 γ : Expansion Coefficient

만일 $f(X_e) < f(X_r)$일 경우, X_h는 X_e로 치환되지만 그렇지 않으면 X_h가 X_r로 치환된다.

2.1.3 Contraction

위 단계에서 함수 $f(X_r)$이 함수 $f(X_h)$를 제외한 모든 함수 $f(X_i)$ 중에서 가장 큰 함수 $f(X_s)$보다 클 경우, 변수의 최소값은 X_h와 X_r의 중간에 있다고 생각하고 X_r을 수축점 X_c로 치환한다.

$$X_c = \beta X_h + (1-\beta) X_o \qquad (4)$$

여기서 β : Contraction Coefficient

Nelder-Mead Method는 위의 3단계 작업을 반복 수행하면서 함수 $f(X)$를 극소점으로 향해 이동시키면서 함수 $f(X_i)$의 편차가 아주 적어졌을 때 수렴했다고 판정한다.

2.2 P.S.C Box Girder교 최적화문제의 정식화

2.2.1 설계변수

예비설계 단계에서 Box단면의 치수를 최적화하기 위해 사용되는 설계변수로는 모든 단면치수가 채택될 수 있으나, 설계의 간편성, 설계 변수 사이의 상호관계 등을 고려하여 아래의 Table 1과 같이 분류하였다.

Table 1. 최적화에 사용되는 설계변수

종류	변수	내용
상수	b	교폭
	t_4	복부(web)두께
	t_{fmin}	상하부 프랜지의 최소두께
독립변수	b_1	캔틸레버부 길이
	b_2	상부 플랜지의 복부간 길이
	b_3	하부 플랜지의 폭
	d	단면 높이
종속변수	s	복부의 경사길이
	t_1	캔틸레버부의 웨브접속부 두께
	t_2	상부 플랜지의 복부연결부 두께
	t_3	하부 플랜지의 두께
	As	긴장재 면적

3. P.S.C BOX GIRDER교의 최적신뢰성해석

3.1 불확실량의 산정

P.S.C BOX GIRDER교에 작용하는 하중으로는 사하중과 활하중 등을 들 수 있으며, 각 하중의 특성들을 확정량으로 보기에는 너무나 많은 불확실성이 있으므로 P.S.C BOX GIRDER교의 수명기간내에 발생할 최대재하조건을 확정적으로 추정하기란 거의 불가능하다고 하겠다.

본 장에서는 전술한 바와 같이 P.S.C BOX GIRDER교에 대해 확률이론에 근거한 신뢰성이론을 도입하고 최적설계를 적용하여 하중비(ρ), 초기비용과 파괴비용의 비(τ)에 따른 하중-저항계수분석에 의하여 각 파라메터들의 특성을 고찰

Table 2. P.S.C Box Girder교의 통계적 불확실량

구 분	평균 공칭비	변동계수	확률분포형
저 항 불확실량	1.10	0.16	대수정규분포
사하중 불확실량	1.05	0.10	대수정규분포
활하중 불확실량	1.24	0.25	대수정규분포

Table 3. 하중-저항계수분석에 적용된 평균공칭비($\overline{R}/R'$) 및 변동계수(ΩR)

평균공칭비($\overline{R}/R'$)	변동계수(ΩR)
1.10	0.05
	0.10
	0.15
	0.20
	0.25
1.00	0.05
	0.10
	0.15
	0.20
	0.25
0.90	0.05
	0.10
	0.15
	0.20
	0.25

하여 보고자 한다.

이 때 불확실량 산정모델을 이용하여 P.S.C BOX GIRDER교에 대한 해석 및 각부 단면설계의 저항 및 하중효과의 평균-공칭비 및 변동계수는 다음의 Table 2과 같고, 하중-저항계수분석에 의하여 각 파라메터들의 특성을 고찰하기 위해 적용된 평균공칭비($\overline{R}/R'$) 및 저항의 변동계수(Ω_R)는 다음의 Table 3와 같다.

3.2 최적신뢰성해석의 결과 및 분석

위의 불확실량을 토대로 하여 하중비(ρ)가 1.0이고 평균공칭비($\overline{R}/R'$)가1.10인 경우에 변동계수(Ω_R)와 파괴비용/초기비용의 비(τ)의 변화에 따른 평균 및 공칭하중-저항계수의 값을 계산한 결과는 다음의 Table 4과 같다.

Table 4. 최적신뢰성해석의 결과(평균공칭비 $\overline{R}/R'$=1.10인 경우)

ΩR	τ	β_{OPT}	평균하중-저항계수			공칭하중-저항계수		
			$\varnothing$	γ_d	γ_L	$\varnothing'$	γ_d'	γ_L'
0.05	5	2.5683	0.9451	1.0857	1.5354	1.0396	1.1400	1.9039
	10	2.8007	0.9393	1.0930	1.5815	1.0332	1.1477	1.9610
	50	3.2896	0.9267	1.1083	1.6769	1.0194	1.1637	2.0794
	100	3.4827	0.9216	1.1143	1.7141	1.0138	1.1700	2.1255
	1000	4.0666	0.9058	1.1320	1.8248	0.9964	1.1886	2.2627
0.10	5	2.4688	0.8450	1.0670	1.4190	0.9295	1.1204	1.7595
	10	2.7094	0.8297	1.0729	1.4557	0.9127	1.1266	1.8051
	50	3.2134	0.7979	1.0849	1.5307	0.8776	1.1392	1.8980
	100	3.4115	0.7855	1.0895	1.5594	0.8640	1.1440	1.9336
	1000	4.0085	0.7486	1.1029	1.6434	0.8234	1.1581	2.0378
0.15	5	2.3582	0.7532	1.0524	1.3274	0.8285	1.1050	1.6460
	10	2.6092	0.7294	1.0573	1.3583	0.8024	1.1102	1.6844
	50	3.1315	0.6818	1.0673	1.4206	0.7499	1.1207	1.7616
	100	3.3354	0.6638	1.0711	1.4442	0.7302	1.1246	1.7908
	1000	3.9482	0.6121	1.0821	1.5129	0.6733	1.1362	1.8760
0.20	5	2.3359	0.7368	1.0500	1.3125	0.8105	1.1025	1.6275
	10	2.5892	0.7115	1.0548	1.3425	0.7826	1.1075	1.6647
	50	3.1152	0.6611	1.0645	1.4029	0.7272	1.1177	1.7396
	100	3.3207	0.6422	1.0681	1.4258	0.7064	1.1215	1.7680
	1000	3.9366	0.5882	1.0788	1.4922	0.6470	1.1327	1.8503
0.25	5	2.2478	0.6778	1.0419	1.2616	0.7455	1.0939	1.5644
	10	2.5104	0.6466	1.0462	1.2888	0.7112	1.0985	1.5981
	50	3.0531	0.5861	1.0549	1.3432	0.6447	1.1077	1.6655
	100	3.2640	0.5640	1.0582	1.3637	0.6204	1.1111	1.6909
	1000	3.8927	0.5024	1.0676	1.4228	0.5528	1.1210	1.7642

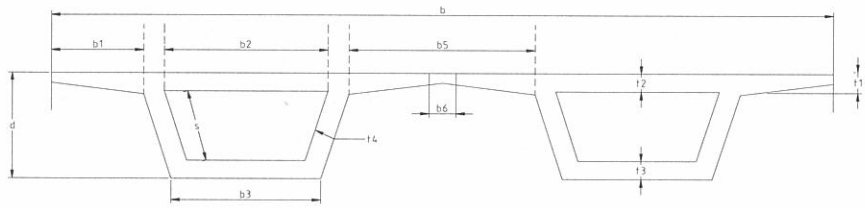
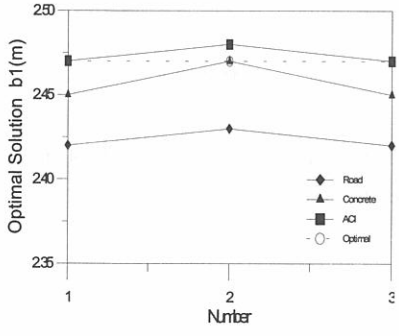
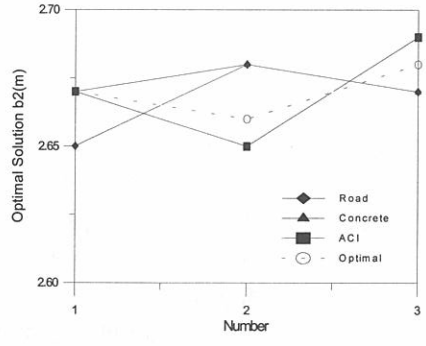
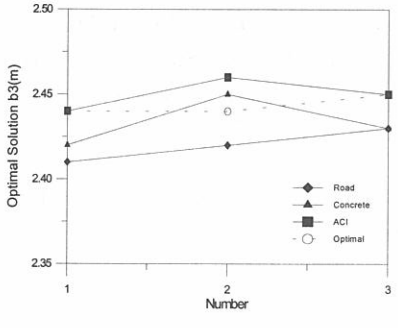


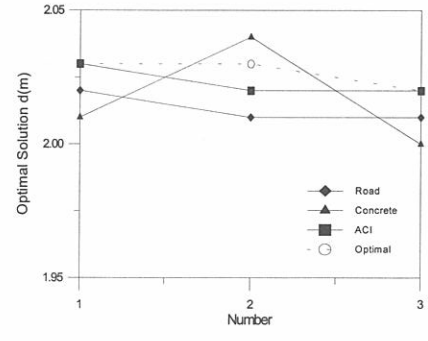
Fig. 2 P.S.C Box Girder교의 횡단면(2경간)

	Initial Value				Optimal Solution			
	b1	b2	b3	d	b1	b2	b3	d
도로교 시방서	1.82	3.00	3.00	2.70	2.42	2.65	2.41	2.02
	1.90	2.70	2.70	2.50	2.43	2.68	2.42	2.01
	1.82	3.04	3.04	2.43	2.42	2.67	2.43	2.01
콘크리트시방서	1.82	3.00	3.00	2.70	2.45	2.67	2.42	2.01
	1.90	2.70	2.70	2.50	2.47	2.68	2.45	2.04
	1.82	3.04	3.04	2.43	2.45	2.67	2.43	2.00
ACI 시방서	1.82	3.00	3.00	2.70	2.47	2.67	2.44	2.03
	1.90	2.70	2.70	2.50	2.48	2.65	2.46	2.02
	1.82	3.04	3.04	2.43	2.47	2.69	2.45	2.02
최적치	1.82	3.00	3.00	2.70	2.47	2.67	2.44	2.03
	1.90	2.70	2.70	2.50	2.47	2.66	2.44	2.03
	1.82	3.04	3.04	2.43	2.47	2.68	2.45	2.02









또한 위의 불확실량 최적신뢰성해석의 결과를 토대로 P.S.C Box Girder교의 최적설계에 적용하였다.

4. 최적신뢰성설계의 적용 예 및 결과 분석

4.1 최적신뢰성설계의 적용대상 및 조건

기존의 국내 교량설계 현황과 본 논문에서 사용한 프로그램에 의한 설계결과를 비교·분석하기 위해 국내에 건설된 교량의 설계조건은 텐던-180 만원/ton, 철근- 40 만원/ton, 콘크리트-7 만원/m^3, 2 Span Bridge (50M-50M), Two -Cell, B= 15.00 M, T4=38Cm

본 연구에서 구한 최적치와 기존의 확정론적설계법에 의한 최적치를 비교 고찰해보면 ACI시방서가 본 연구 P.S.C Box Girder교의 최적설계에 적합함을 알수있었다.

5. 결 론

본 연구에서는 P.S.C Box Girder교의 시스템을 대상으로 하중계수의 대소에 대응하는 P.S.C 구조물의 역학적 안전성과 사회적-경제적인 측면을 동시에 고려한 통계적 의사결정 이론인 총기대비용최소화원칙에 의해 실용적인 하중저항계수를 구하였으며, 이 하중저항계수를 이용한 최적해의 결과치를 기존의 확정론적 설계방법으로 구한 값과 비교 검토 하는데 그 목적이 있다.

본 연구를 통해 얻은 결론은 다음과 같다.

1. 기존의 확정론적 방법에 의한 최적설계는 전반적으로 큰 안전율을 내포하고 있으며 과도 한 건설비용을 필요로 함을 알 수 있었다.
2. 현재 국내에서 사용되고 있는 도로교·콘크리트표준시방서의 경우 사하중계수가 너무 크 기 때문에 비합리적인 설계가 됨을 알 수 있었다.
3. 본 연구에서 제안하는 신뢰성최적설계에 의해 설계 할 경우 기존의 확정론적 설계법에 의한 최적설계의 건설경비보다 약4%~8% 가량의 경비 절감 효과를 가져올 수 있음을 알 수 있었다.
4. 본 연구에서 제안하는 설계방법을 이용할 경우 구조물의 안전율을 파괴확률에 대하여 통계적으로 충분히 확보한 상태에서 구조물의 신뢰성최적설계가 가능하다는 것을 알 수 있었다.

본 연구에서는 최적신뢰성에 의한 P.S.C Box Girder교의 최적설계를 유도하였고, 기존의 확정론적 설계방법과는 달리 구조신뢰성에 의한 안전성과 사회·경제성을 동시에 고려한 설계법으로 보다 합리적이고 체계적인 방법을 제안하였다. 추후 본 연구를 바탕으로 P.S.C구조물등 여러 토목구조물에 확장·적용할 수 있을 것으로 사료된다

감사의 글

본 연구는 원광대학교 연구비에 의해 수행되었으며 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. 건교부, "도로교 표준 시방서." 1996
2. 건교부, "콘크리트 표준시방서." 1996
3. ACI Committee 363 State of the Art Report on High Strength Concrete, ACI Journal, July-Aug, PP, 364-368
4. 방명석, 김일곤, 조현준, "P.C 박스거더 교량의 최적설계." 한국전산구조공학회 논문집, 제4권, 1991. 12

(접수일자 : 1999. 7. 16)