점탄성 유체의 부력에 의한 열전달 수치해석

안성태[*1], 손창현[*2], 신세현[*2]

Numerical analysis on heat transfer due to buoyancy force of viscoelastic fluid

S. T. Ahn, C. H. Sohn and S. H. Shin

The present study investigates flow character and heat transfer behaviors of viscoelastic non-Newtonian fluid in a 2:1 rectangular duct. An axially-constant heat flux on bottom wall and peripherally constant temperature boundary condition(H1) was adopted. The Reiner-Rivlin fluid model is used as the normal stress model for the viscoelastic fluid and temperature-dependent viscosity model is adopted. The present results show a signifiant change of the main flow field which causes a large heat transfer enhancement. This phenomena can be explained by the combined effect of buoyancy, temperature-dependent viscosity and viscoelastic property on the flow.

Key Words: 점탄성 유체(Viscoelastic fluid), 라이너리브린 모델(Reiner-Rivlin model), 부력(Buoyancy force), 온도에 의존적인 점도(Temperature-dependent viscosity), 이차유동(Secondary flow), 열전달 향상(Heat transfer enhancement)

1. 서 론

최근 전자산업의 PCB(printed circuit board)는 고밀도 집적이어서 단위면적당 발생하는 열이 점점 증가하고 있으며 전자 부품의 안정성과 신뢰성 향상 및 수명연장을 위해 냉각 문제에 대한 연구가 집중되고 있다. 일반적으로 2:1 덕트로 구성되는 PCB의 냉각기술 중 액체를 이용한 강제 대류 냉각 방식에서 비뉴턴 유체가 물에 비해 열전달 능력, 작동온도의 범위, 전기적 절연 상태 등이 뛰어나 냉매로 선택되고 있는 추세이며, 냉각 덕트 아래에 PCB를 부착하면 부력이 발생하게 되어 열전달 효과는 더욱 증대된다.

Hartnett 등[1,2]은 2:1 덕트 내부의 층류유동에서 Separan 수용액(AP-273)과 Carbopol-934 수용액 등의 점탄성 비뉴턴 유체(viscoelastic non-Newtonian fluid)가 물에 비해 국소 누셀수가 200~300% 증가함을 보고하였다. Hartnett 등은 직사각형 덕트에서 점탄성 비뉴턴 유체의 열전달 증가 현상은 유체의 탄성(elasticity)에 의한 수직 응력 성분의 차이로 생긴 이차 유동(secondary flow)때문이라고 설명하였다. 또한 Xie 등[3]은 직사각형 덕트의 하부에 일정한 열유속을 가해줌으로써 부력이 발생하는 경우에는 Separan이 물에 비해 300%이상 증가한 국소 누셀 수를 가짐을 보였다. Gao[4]는 Reiner-Rivlin 모델을 이용하여 직사각형 덕트에서 점탄성 유체의 이차 유동의 존재를 수치

*1 경북대학교 기계공학부 대학원
*2 경북대학교 기계공학부

해석적으로 확인하고, 이차 유동에 의해 열전달이 향상함을 보였다. Shin 등[5,6]은 온도에 의존적인 점도 모델을 제시하면서 이와 같은 열전달 향상의 주원인이 Hartnett 등이 설명하는 이차유동에 의한 원인 보다 고온 부근에서의 점도 감소로 인한 속도 증가에 의해 열전달이 향상한다고 설명하였다.

Jung 등[7]은 Reiner-Rivlin 모델에서의 이차 수직응력 계수 값을 실험에 근거한 값을 사용하여 열전달 성능을 계산하였을 때 열전달 성능이 상당히 향상되었으나 이차유동 만으로는 실험의 누셀 수와 차이를 보여주고 있어 이차유동 외의 다른 열전달 향상 메카니즘이 있는 것으로 보고하였다. 최근 Shin 등[8]의 연구에 따르면 점탄성 유체의 열전달 특성은 이차유동과 온도에 의존적인 점도의 영향이 상호 복합적으로 영향을 미쳐 열전달이 향상됨을 밝혔다. 그런데, 지금까지의 연구들은 비뉴턴 유체의 점탄성에 의한 이차유동만을 포함한 것이며, 직사각형 덕트의 하부벽이 가열되어 부력의 영향에 의한 이차유동이 있는 경우 유체의 탄성에 의한 이차유동과 부력에 의한 이차유동이 어떻게 관여하는지에 관한 연구는 이루어지지 않았다. 본 연구의 목적은 균일한 열 유속을 덕트의 하부에 가함으로써 부력에 의한 이차 유동과 함께 유체의 탄성으로 인한 이차 유동이 유동장 및 열전달 현상에 미치는 영향을 수치적으로 분석 고찰하고자 한다.

2. 지배방정식 및 수치기법

Fig. 1은 본 연구의 문제를 묘사한 개략도이다. 수력학적 경계조건으로는 직사각형 덕트 입구에서 완전 발달된 유동이 적용되고, 출구에서는 유동 방향에 대해 $\partial u/\partial x = 0$ 의 조건을 적용하였으며, 모든 벽면에 대해서는 점착조건(no-slip condition)을 적용하였다. 열 경계조건으로는 덕트의 입구 온도는 T_i로 균일하게 주어지고 출구에서는 $\partial^2 T/\partial x^2 = 0$ 의 조건을 적용하였다. 그리고, 직사각형 덕트의 하부벽(bottom wall)은 덕트의 축 방향으로는 일정한 열유속(heat flux)으로 주고, 덕트 둘레 방향으로 일정한 온도 분포를 갖는 H1(1L) 경계 조건을 가하였고, 나머지 벽면들은 단열(adiabatic)되어 있는 경우에 대하여 해석하였다.

지배방정식은 3차원 정상상태, 비압축성, 층류

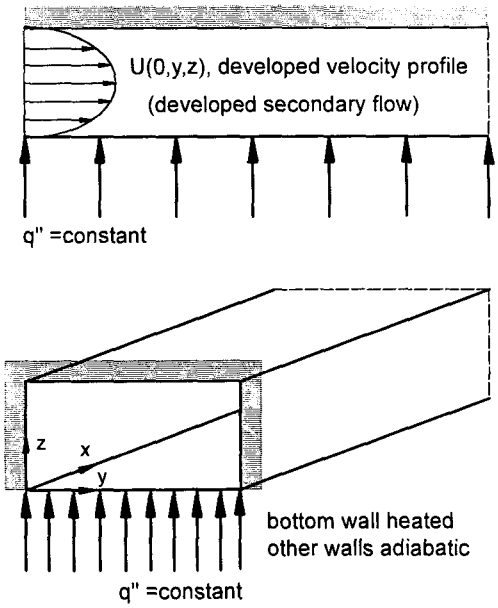


Fig. 1 Physical configurations for hydraulic and thermal boundary conditions

유동으로써, 점도는 온도 및 전단율의 함수이며, 밀도는 온도의 함수이고 나머지 물성치는 상수로 가정하였다. 이와 같은 가정 하에서 중력항을 고려한 무차원 지배 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial(u_i)}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial(u_j u_k)}{\partial x_k} = -\frac{\partial P}{\partial x_j} + \frac{1}{Re^+}\left(\frac{\partial \tau_{jk}}{\partial x_k}\right) + \delta_{3i}\frac{Gr^*}{(Re^+)^2}T \tag{2}$$

$$\frac{\partial(T u_j)}{\partial x_j} = \frac{1}{Pr^+ Re^+}\left[\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial T}{\partial x_j}\right)\right] \tag{3}$$

그리고 무차원 변수는 다음과 같이 정의된다.

$$x = \frac{\bar{x}}{D_h}, \quad u = \frac{\bar{u}}{\bar{U}_{avg}}, \quad P = \frac{\bar{P} - \bar{P}_{ref}}{\bar{\rho}_{ref}\,\bar{U}_{avg}^2},$$

$$\rho = \frac{\bar{\rho}}{\rho_{ref}}, \quad \eta = \frac{\bar{U}_{avg}^{1-n}}{K\,\bar{D}_h^{1-n}}\bar{\eta}, \quad k = \frac{\bar{k}}{k_{ref}},$$

$$T=\frac{\overline{T}-\overline{T}_i}{\overline{q}''\,\overline{D}_h/\overline{k}_{ref}},\qquad Gr^*=\frac{\overline{g}\,\overline{\beta}\,\overline{q}''\,\overline{D}_h^{\,4}}{\overline{k}_{ref}\,\overline{\nu}_{ref}^{\,2}},$$

$$Re^+=\frac{\overline{\rho}_{ref}\,\overline{D}_h^{\,n}\,\overline{U}_{avg}^{\,2-n}}{K},\qquad (4)$$

$$Pr^+=\frac{K\,\overline{C}_{ref}}{\overline{k}_{ref}}\left(\frac{\overline{D}_h}{\overline{U}_{avg}}\right)^{1-n}$$

멱 법칙 지수 n은 Hartnett[3]의 실험치와 비교하기 위해 실험조건과 동일한 값인 0.66을 사용하였으며, 무차원 전단율은 다음과 같이 정의된다.

$$\dot{\gamma}=\left[2\left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right)^2+\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)^2\right]^{1/2} \qquad (5)$$

본 연구에서 사용한 온도와 전단율에 의존적인 점도는 Shin[6]이 Fig. 2의 실험 결과로부터 제안한 점도 모델을 사용하였으며 아래와 같다.

$$\frac{\eta(\dot{\gamma},T)-\eta_\infty}{\eta_{0ref}10^{(\xi T)}-\eta_\infty}=[1+(De\,10^{(\xi T)}\dot{\gamma})^2]^{(n-1)/2} \qquad (6)$$

위 식에서 De는 데보라 수이고 ζ는 η대 T의 기울기를 나타내며, ξ는 시간 상수(time constant)에 대한 온도 의존도를 나타내는 상수이다. Separan 수용액의 경우, Shin이 사용하였던 De는 100, ζ는 -8.35, ξ는 -14.9 의 값을 적용하였다.

한편, 이차 수직 응력차에 의해 발생하는 이차유동은 Gao와 Hartnett[4]에 의해 수정된 Reiner-Rivlin 모델을 이용하여 다음과 같이 나타내었다.

$$\tau_{ij}=\eta\,\dot{\gamma}_{ij}+\alpha_2\,\dot{\gamma}_{ik}\,\dot{\gamma}_{kj} \qquad (7)$$

여기서 α_2 값은 Gao 등[4]이 실험[3]에 근거하여 사용한 값인 0.0031을 본 연구에 적용하였다. 그리고 이차 유동의 발생에 따른 덕트의 입구 조건으로 Fig. 3과 같은 완전 발달된 유동장을 사용하였다.

수치 기법으로는 Patankar[9]에 의해 제안된 SIMPLE 알고리즘에서 압력 보정식(pressure correction equation)을 수정한 SIMPLE-C 알고리즘을 채택하였다. 대류항(convection term)

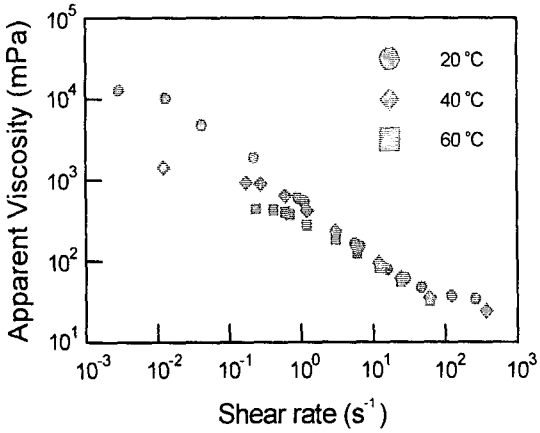


Fig. 2 Viscosities of the Separan solution at three different temperatures with shear rate

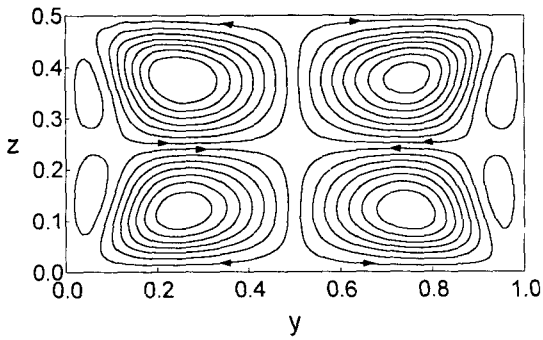
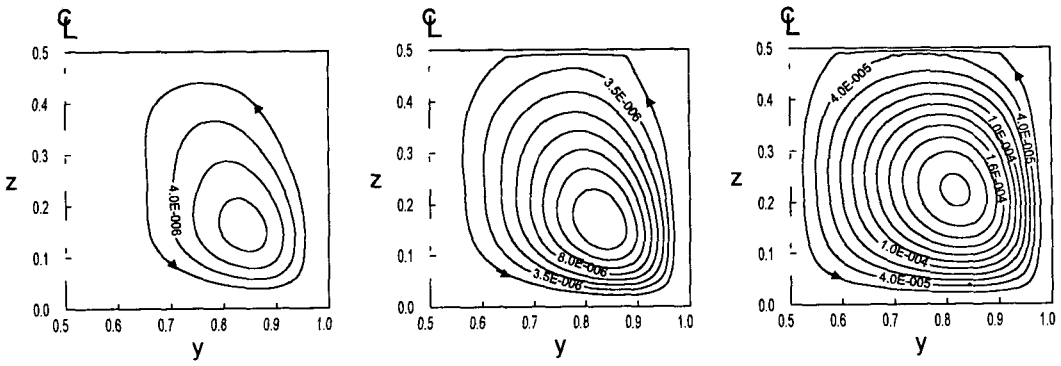


Fig. 3 Input secondary flow pattern in 2:1 rectangular duct

에 대해서는 Hayase 등[10]에 의해 제안된 QUICK scheme으로 이산화(discretization)하여 경계면에서도 3차의 정확도를 가지도록 처리하였다. 수렴 조건은 이차 유동장의 크기가 주유동장 크기의 10^{-3} 정도이므로 이차 유동의 정확도를 최소한 0.1%의 범위 안에 두기 위해 $|\phi^{(n)\,step}-\phi^{(n-1)\,step}|<10^{-6}$ 을 사용하였다. 수치 계산의 격자계로는 2:1 덕트에서의 뉴턴 유체의 마찰계수와 레이놀즈 수의 곱($f\cdot Re$)을 계산하여 엄밀해와 비교한 결과[11], 계산의 정확도를 만족시킬 수 있는 41×41 격자를 덕트 단면에서 사용하였다.



(a) x=0.005 (b) x=0.01 (c) x=0.02

Fig.4 Developement of secondary flow pattern for TDCF along the dimensionless axial direction

3. 결과 및 고찰

3.1. 속도장의 변화

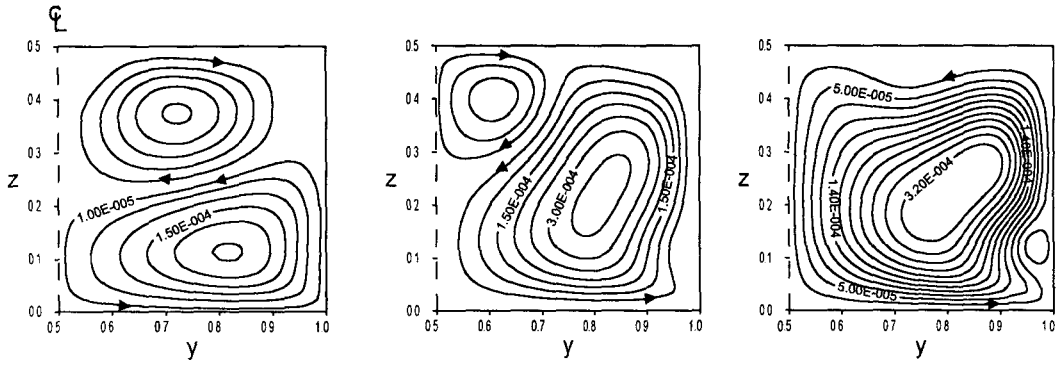
수치 해석의 대상은 점탄성 비뉴턴 유체인 Separan AP-273(1000wppm)과 물성치가 항상 일정한 유체(constant property fluid, CPF), 그리고 온도에 의존적인 점도를 가지고 이차 수직 응력차에 의한 이차 유동은 발생하지 않는 유체(temperature dependent Carreau fluid, TDCF)를 선택하였다. 본 연구에서 CPF는 밀도까지 상수로 취급하여 부력이 발생하지 않도록 하였다.

Fig. 4는 TDCF의 경우 유동이 진행함에 따라 덕트 하부벽에 가해지는 균일한 열유속에 의해 발생하는 부력에 의한 이차유동이 발달하는 과정을 보여준다. Fig. 4(a)에서 볼 수 있듯이 덕트의 입구 근처(x=0.005)에서는 단면에서 가장 온도가 높은 하부벽 근처의 양 측면벽 쪽에서 부력에 의한 이차유동 셀이 생성되며 그 세기는 매우 작다. 그러나 Fig. 4(b)와 4(c)에서 볼 수 있듯이 유동이 진행하면서 이차유동 셀의 중심은 단면의 가운데로 이동하고 있으며, 속도벡터의 크기를 비교해 볼 때 이차유동의 세기는 하부벽으로부터의 계속된 열전달로 인해 증가하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 5는 Separan의 경우 y=0.5인 덕트의 중간 단면에 대해 대칭인 한 단면에서 이차 수직 응력차에 의해 발생하는 이차 유동과 균일한 열유속을 받는 하부벽으로 부터의 열전달로 인한 부력에 의한 이차 유동이 혼합된 전체적인 이차 유동의 형상이 진행되는 과정을 보여주고 있다. 이차 수직 응력차에 의한 이차 유동은 Fig. 3과 같이 대칭인 한 단면에서 4개의 이차 유동 셀이 존재하지만, TDCF의 경우에는 부력만의 영향에 의해 이차 유동은 1개의 유동 셀로 형성된다. Separan의 경우 유동이 진행하면서 부력에 의한 이차 유동과 이차 수직 응력차에 의한 이차 유동이 합쳐지는 과정이 Fig. 5에서와 같이 보여진다. 유동이 진행함에 따라 부력에 의한 이차 유동과 같은 방향인 하부의 이차 유동 셀만이 존재하게 되고 그 강도가 더욱 증가한다.

Fig. 6은 본 연구의 대상인 Separan 수용액에 대해 Fig. 6(a)는 y=0.5인 덕트의 중간 단면에 대하여, Fig. 6(b)는 측면벽 쪽에서 y=0.1 떨어진 단면에 대하여 무차원 점도 값을 나타낸다. 이 경우에 하부벽에서의 열유속으로 하부벽 근처에서는 점도가 감소하는 것을 볼 수 있다.

부력에 의한 이차유동 및 점탄성 유체의 이차 수직 응력차에 의한 이차유동이 함께 존재하는 Separan 수용액의 점도는 덕트의 중간 단면에서 보다 측면벽 쪽이 전반적으로 낮은 점도 값을 보인다. 이는 두 가지 이차유동이 함께 작용하여 가열된 하부벽 근처의 유체가 양측면벽 쪽으로 이동하는 효과가 더욱 증대되고, 이로 인하여 측면벽 근처의 온도가 덕트의 중간 단면에서 보다 높아짐으로 인한 것으로 해석할 수 있



(a) x=0.005 (b) x=0.01 (c) x=0.02

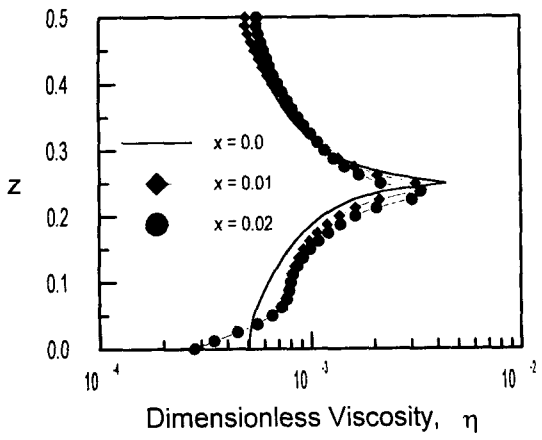
Fig.5 Developement of secondary flow pattern for Separan along the dimensionless axial direction

다. 이와 같은 온도에 의한 점도의 변화는 주유동의 형태를 변화시키고 하부벽 근처에서 발생하는 부력에 의한 이차유동의 속도를 증가시키며, 또한 열전달에도 영향을 미치게 된다.

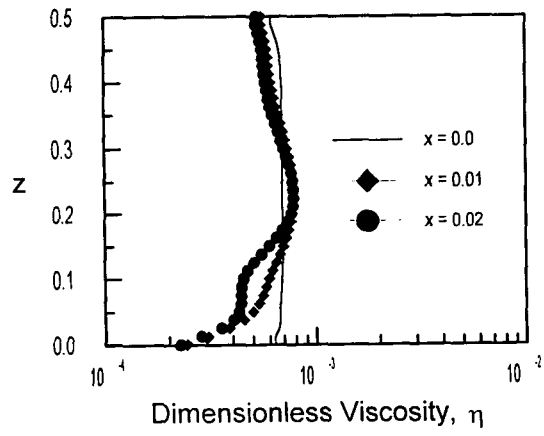
Fig. 7(a)는 y=0.5인 덕트의 중간 단면에 대하여, (b)는 측면 벽쪽에서 y=0.1 떨어진 단면에 대하여 z축에 따른 무차원화된 주유동 방향 속도분포를 보여주고 있다. x축 방향으로 유동이 진행하면서 덕트의 중간 단면에서의 속도는 감소하고 측면벽 근처에서의 속도는 증가하며 전체적으로는 주유동의 최대 속도를 나타내는 지점의 위치가 하부벽 쪽으로 움직이고 있음을 볼 수 있다. 이는 균일한 열유속이 가해지는 하부벽에 의한 유체의 온도 증가가 덕트의 중간 부분보다 측면벽 쪽이 더 크고, 측면벽 쪽 온도의 증가로 점도가 감소하여 벽면쪽 속도가 증가하였으며 질량 보존의 개념에 의해 상대적으로 점도의 감소가 덜한 덕트의 중간 부분에서는 속도가 감소되었음으로 설명할 수 있다.

3.2 온도장의 변화

Fig. 8(a)는 CPF에 대하여, 8(b)는 TDCF에 대하여 그리고 8(c)는 Separan 수용액에 대하여 주유동 방향으로 x=0.02인 지점에서 덕트 단면의 온도분포를 나타낸다. Fig. 8(a)에서 볼 수 있듯이 CPF의 경우에는 덕트의 하부벽에서부터 높이가 증가하면서 모든 지점에서 넓이 방향으로 온도분포가 거의 일정하게 나타났다. 또한 온도가 높이의 증가에 따라 거의 선형적으로 증가하고 있다. 이는 이차유동이 존재하지 않으므로 하부벽에서부터 전도에 의한 열전달만이 일어 남을 의미한다. 그러나 Fig. 8(b)의 TDCF의 경우에는 부력에 의한 이차유동이 발생하여 덕트의 양 측면벽 쪽의 온도가 중간 지점에서 보다 높게 나타났다. 또한 CPF에 비해 열유속이 가해지는 하부벽의 온도가 낮게 나타났는데, 이는 온도에 의존적인 점도와 부력에 의한 이차유동의 발생으로 열전달이 촉진되었음을 의미한다. Fig. 8(c)의 Separan 수용액의 경우에는 하부벽 근처의 양 측면벽 쪽을 제외한 덕트의 전 단면에서 온도 분포가 거의 일정하며, 하부 벽의 온도는 세 가지 유체 중에서 가장 낮고 상부벽의 온도는 가장 높음을 볼 수 있다. 이는 탄성에 의한 이차유동이 추가되어 TDCF의 경우보다 이차유동의 세기가 증가하였기 때문에 가열된 유체의 이송이 보다 활발하게 일어났음을 의미한다. Fig. 9는 하부벽의 온도와 벌크 온도의 차이, $\Delta T_{wall-bulk}$를 보여주고 있다. Fig. 9를 살펴보면 Separan이 CPF보다 열적으로 빨리 완전 발달된(thermally fully developed) 영역에 도달하고 있다. Fig. 10은 Separan과 TDCF, CPF에 대하여 동일한 레일리 수(Rayleigh number)의 Xie[3] 실험치와 비교한 그림으로, 유체의 물성치가 일정하므로 탄성에 의한 이차 유동 및 부력에 의한 이차 유동이 발생하지 않은 CPF에 비해 온도에 의존적인 점도를 가지며 부력에 의한 이차 유동이 발생하는 TDCF의 계산결과는 누셀 수가 약 104% 증가하였으나 실험치와는 차이가 많이 남을 알 수 있다. 온도에 의존적인 점도와 부력

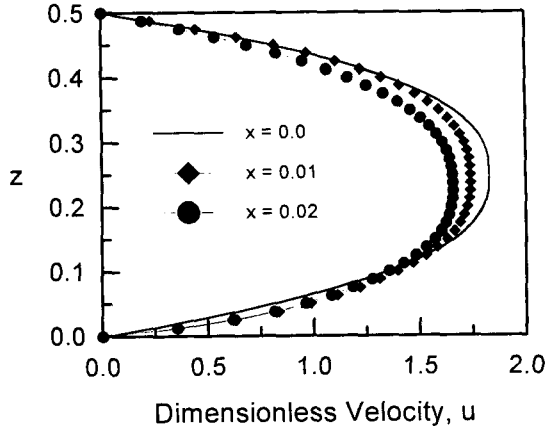


(a) y=0.5 (mid-plane)

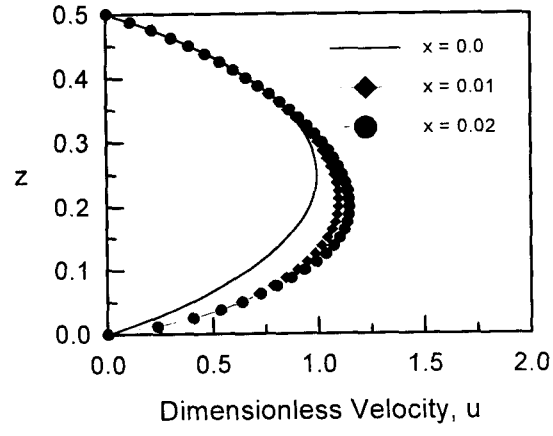


(b) y=0.1 (plane near the side wall)

Fig. 6 Dimensionless viscosity profile for Separan along the vertical direction, z



(a) y=0.5 (mid-plane)



(b) y=0.1 (plane near the side wall)

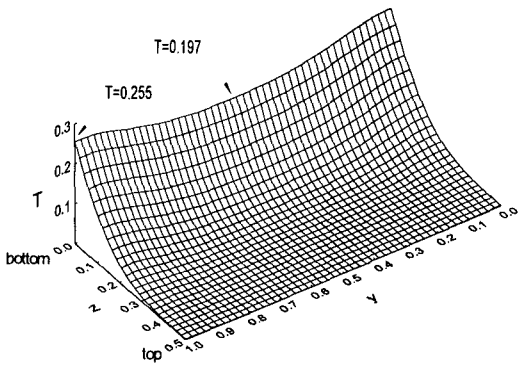
Fig. 7 Dimensionless axial velocity profiles for Separan along the vertical direction, z

에 의한 이차 유동, 그리고 점탄성 유체의 이차 수직 응력차에 의한 이차 유동을 함께 고려한 Separan의 계산 결과는 CPF에 비해 약 300% 증가한 누셀 수를 가지며 Hartnett의 실험치와 잘 일치한다. 그러나 주유동 방향으로 일정 거리를 지나면 누셀 수가 다시 증가하는 비 물리적인 현상을 보이고 있는데, 이는 본 연구에서 채택한 온도에 의존적인 점도 모델과 부력의 계산 과정에서 온도가 계속해서 증가함에 따라 점도가 무한히 작은 값으로 떨어지며 부력은 그 크기가 무한히 증가함에 따른 것으로 생각된다.

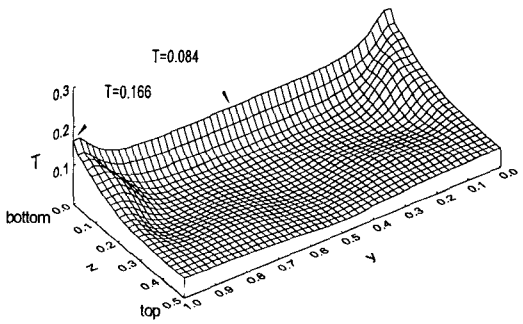
4. 결 론

본 연구는 온도에 의존적인 점도를 가지며 이차 수직 응력차에 의한 이차 유동이 발생하는 점탄성 유체인 Separan 수용액에 대하여, 균일한 열 유속을 2:1 직사각형 덕트의 하부에 가함으로써 부력에 의해 발생하는 추가적인 이차 유동이 유동의 변화 및 열전달 향상에 미치는 영향을 연구하였다.

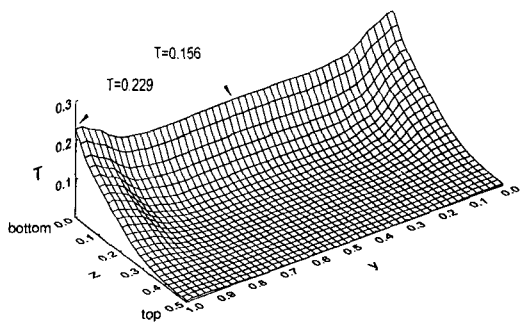
온도에 의존적인 점도는 열 유속이 가해지는



(a) Constant property fluid (CPF)



(b) Separan



(c) TDCF

Fig. 8 Dimensionless temperature at x=0.02 in a cross-section of duct, case 2 (heated bottom wall)

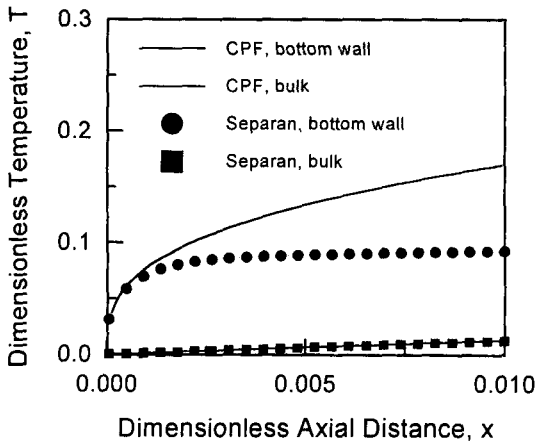


Fig. 9 Dimensionless bulk and mean temperature profile

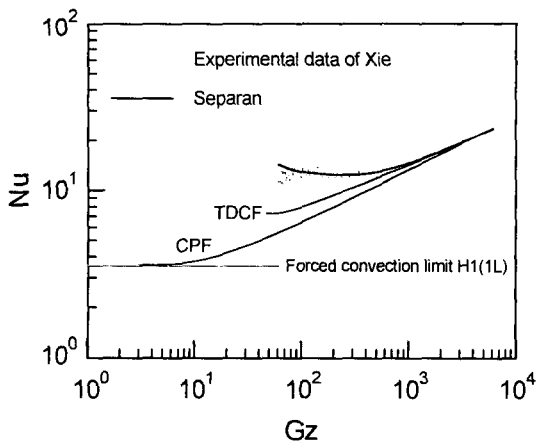


Fig. 10 The comparison of the present numerical results with experimental results in 2:1 rectangular duct with bottom-wall-heated

하부벽 근처에서 주유동의 속도를 증가시켰다. 하부벽 근처의 온도 증가는 부력을 발생시켜서 이차 수직 응력차에 의한 이차유동과 함께 발달하여 열적으로 완전 발달된 영역에 이르러서는 덕트의 전 단면에 걸쳐 2개의 이차 유동 셀이 존재하였다. 이러한 주유동과 이차 유동의 변화에 의해 Separan은 누셀 수가 약 300% 증가하여 Hatnett의 실험치와도 잘 일치한 반면, 부력에 의한 이차 유동만을 고려한 TDCF는 국소

누셀 수의 증가가 약 104%로써 실험치와는 많은 차이를 보여 점탄성 유체의 이차 수직 응력차에 의한 이차 유동이 열전달 향상에 상당한 영향을 미침을 알 수 있었다.

이상의 결과는 온도에 의존적인 점도와 점탄성 유체의 이차 수직 응력차에 의한 이차 유동, 그리고 부력에 의한 이차 유동이 복합적으로 작용하여 Separan의 열전달을 향상시킨 것으로 해석된다.

참고문헌

[1] J. P. Hartnett and M. Kostic, 1985, "Heat Transfer to a Viscoelastic Fluid in Laminar Flow through a Rectangular Channel", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 28, pp.1147~1155

[2] J. P. Hartnett, 1991, "Viscoelastic Fluids : Experimental Challenges", *Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics, Thermodynamics*, Elsevier Science Publishing Company, pp.621~626.

[3] C. Xie and J. P. Hartnett, 1992, "Influence of Rheology on Laminar Heat Transfer to Viscoelastic Fluids in a Rectangular Channel", *American Chemical Society*, pp.727~732.

[4] S. X. Gao and J. P. Hartnett, 1996, "Heat Transfer Bahavior of Reiner-Rivlin Fluids in Rectangular Ducts", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 39, No. 6, pp.1317~1324.

[5] Sehyun Shin, Young I. Cho, William K. Gringrich and Wei Shyy, 1993, "Numerical Study of Laminar Heat Transfer with Temperature Dependent Fluid Viscosity in a 2:1 Rectangular Duct", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, No. 18, pp.4365~4373.

[6] Sehyun Shin, Young I. Cho, 1994, "Laminar Heat Transfer in a Rectangular Duct with a Non-Newtonian Fluid with Temperature Dependent Viscosity", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 37, Suppl. 1, pp.19~30.

[7] 정석호, 손창현, 신세현, 1998, "직사각형 덕트에서 Reiner-Rivlin 유체의 이차유동 및 열전달에 관한 수치해석", 대한기계학회논문집(B), 제 22권, 제9호, pp.1208~1216

[8] S. Shin, H. H. Ahn, Y. I. Cho and C. H. Sohn, "Heat Transfer Behavior for Newtonian and Non-Newtonian Fluids in 2:1 Rectangular Ducts", Int. J. Heat Mass Transfer

[9] S. V. Patankar, 1980, *Numetical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw-Hill Book Company.

[10] T. Hayase, J. A. C. Humphrey and R. Greif, 1992, "A Consistently Formulated QUICK Scheme for Fast and Stable Convergence Using Finite-Volume Iterative Calculation Procedures", *J. Computational Physics*, Vol. 98, pp.108~118.

[11] 김병석, 신세현, 손창현, 1997, "직사각형 덕트에서 전단율에 의존적인 열전도율을 갖는 비뉴턴 유체의 열전달 향상에 관한 수치적 연구", 대한기계학회논문집(B), 제 21권, 제6호, pp.773~778