

광탄성법을 이용한 곡선보 평판의 응력분포 해석

Analysis of Stress Distribution of a Curved Beam Using Photoelasticity

백태현*, 김명수**, 김수일***

Tae Hyun Baek*, Myung Soo Kim** and Soo Il Kim***

초 록 광탄성법을 이용하여 인장하중을 받는 곡선보의 중앙에서 하중축과 직교하는 일직선상에 축방향 응력성분을 측정하였다. 광탄성 데이터의 정밀 측정을 위하여 영상처리 시스템을 이용, 원래의 프린지를 명시야 배열과 암시야 배열의 등색선프린지로부터 2배로 증식시키고 세선처리를 하였다. 세선처리된 광탄성 영상으로부터 1/4차수($N=0, 1/4, 2/4, 3/4, 1, 5/4, \dots$)마다 프린지 차수를 읽을 수 있으므로 정확한 위치에서 정량적인 측정이 가능하다. 광탄성 실험에서 곡선보의 인장 하중을 3종류로 변화하였을 때 이론식에 의한 응력분포와 일치하는 경향을 나타냈으나, 광탄성법에 의한 측정결과와 이론값과 8%이내의 차이가 나타났다. 이러한 원인은 광탄성 시험편 가공시 하중축과 치수가 이론식에 적용된 조건과 다소 상이한 것으로 판단되며, 정밀하게 가공된 시험편을 사용하여 측정할 경우 실험에 의한 오차는 감소될 것으로 추정된다. 이 실험으로부터 광탄성법에 의한 응력측정시 프린지 증식 및 세선처리 기법을 적용할 경우 정밀한 응력측정이 가능함을 확인할 수 있었다.

주요용어 : 실험응력해석, 광탄성, 등색선 프린지, 프린지 증식, 프린지 세선처리, 디지털 영상처리

Abstract This paper describes the stress analysis of a curved beam by using photoelasticity. In order to measure accurate isochromatic fringe orders at certain locations, fringes are doubled and sharpened by digital image processing. After fringe multiplication and sharpening, fringe orders can be read as a quarter order interval ($N=0, 1/4, 2/4, 3/4, \dots$). The results obtained from photoelastic experiment are compared with those calculated by using theory. Two results are agreed well even though there are some scatter bands with maximum 8 percent for the results of photoelastic measurements and theoretical calculation. Difference may be occurred due to the slight misalignment of the direction to which axial load is applied in photoelastic experiment. It is confirmed that accurate measurement of stress distribution can be possible by using the techniques of fringe multiplication and sharpening in photoelasticity.

Keywords : experimental stress analysis, photoelasticity, isochromatic fringe, fringe multiplication, fringe sharpening, digital image processing

1. 서 론

최근 공업기술의 급속한 발달에 따라 기계구조 재료가 다양한 조건하에서 사용되어지고 있고, 그 재료는 여러 가지 형태로 각종 구조물에 이용될 수 있다. 기계나 구조물에 대한 설계시 실제 하중을 받는 조건에서

응력해석은 필수적인 과정이며, 경우에 따라서는 실험적으로 확인되어야 한다. 실험기법중 광탄성법(photoelasticity)은 전체적인 응력장 분포를 가지적으로 판별할 수 있는 장점을 지니고 있다[1,2]. 이러한 이유로 광탄성법을 이용한 유리봉의 잔류응력 측정[3], 복합재료용의 광탄성 재료개발[4], 반사형 광탄성 실험

법의 개선에 관한 연구[5] 등이 지속적으로 이루어지고 있다. 또한 동적 광탄성법을 이용하여 노치부근의 접촉 특이 응력해석[6] 및 동적응력 집중계수[7], 탄성접촉 시 3차원 물체에 대한 이론적인 광탄성 응력에 관한 연구[8] 등이 활발하다. 그러나, 광탄성에서 응력에 의하여 나타나는 등색 프린지(isochromatic fringe) 또는 등경 프린지(isoclinic fringe)는 광강도(light intensity)가 서로 다른 유한 폭의 프린지밴드를 이루고 있기 때문에 최대 혹은 최소의 광강도를 갖는 위치를 육안으로 측정하여 응력으로 변환하고자 할 때 실험오차를 배제할 수 없다. 특히 광탄성재료의 프린지 상수(material fringe constant)가 높을 경우, 프린지의 폭이 넓게 되어 정확한 데이터 획득이 곤란하다.

본 연구에서는 광탄성법에 의하여 곡선보의 응력을 측정하였으며, 정밀한 응력 측정이 가능하도록 광탄성 실험으로부터 얻어진 광탄성 프린지(photoelastic fringes) 영상을 2배로 증식(multiplication)시키고, 세선처리(sharpening)할 수 있는 기법(9)을 적용하였다. 또한 광탄성실험 데이터를 이용한 응력해석 결과와 이론해석 결과를 비교하여 타당성을 입증하였다.

2. 광탄성법

2.1. 광탄성 이론

일종의 투명한 비결정(noncrystalline)재료는 응력을 받지 않은 상태에서는 광학적으로 등방성(isotropic)이나, 응력을 받게 되면 결정체(crystal)와 유사하게 광학적으로 이방성(anisotropic)으로 변화된다. 이러한 현상을 이중굴절(double refraction) 또는 복굴절(birefringence)이라 하며, 하중이 가해진 상태에서는 복굴절이 그대로 유지되지만 하중이 제거되면 복굴절 현상도 사라지게 된다. 광탄성은 투명한 재료가 응력이나 변형률의 변화되는 정도에 따라 발생하는 복굴절 현상을 이용한다. 주응력 성분중에서 한 성분이 0일 경우, 즉 $\sigma_3 = 0$ 일 때는 2차원 또는 평면응력상태가 되며 0이 아닌 평면 주응력 성분은 σ_1 및 σ_2 가 된다. 복굴절 현상에 의한 응력-광법칙(stress-optic law) [10]에 따르면 주응력 차이 ($\sigma_1 - \sigma_2$)는 다음의 식과 같은 관계를 갖는다.

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{M f_{\sigma}}{t} \dots\dots\dots (1)$$

위의 식에서 M 은 등색선 프린지차수(fringe order), f_{σ} 는 재료의 프린지 상수(fringe constant), t 는 시편의 두께를 의미한다.

원형편광기(circular polariscope)에서는 등색 프린지가 나타나며, 암시야 배열(dark field arrangement)상태에서 프린지 차수와 광강도 사이의 관계는

$$I_D = A \sin^2(M\pi) = \frac{A}{2} [1 - \cos(2\pi M)] \dots\dots\dots (2)$$

여기서 A 는 광파장의 진폭(amplitude) 또는 비례상수이며, 광강도 I_D 는 $M=0, 1, 2, \dots$ 과 같이 정수일 때는 0이 되고 흑색 프린지(dark fringe)가 된다. 또한 $M=1/2, 3/2, 5/2, \dots$ 와 같은 경우에 광강도는 A 가 되며, 백색 프린지(white fringe)가 된다. 전자의 경우를 정차수 프린지(full-order fringe)라 하며, 후자의 경우를 반차수 프린지(half-order fringe)라 한다. 광탄성 영상을 응력으로 변환하기 위하여 임의점에서 프린지 차수 M 을 측정 한 후, 식 (1)에 대입하면 해당되는 점에서 주응력의 차 ($\sigma_1 - \sigma_2$) 또는 평면 최대 전단 응력(in-plane maximum shear stress)을 구할 수 있다. 프린지 차수가 일정한 궤도에서는 주응력의 차 또는 평면 최대 전단 응력이 일정하다.

2.2. 광탄성 프린지 증식 및 세선처리 이론

광탄성 시편에서 프린지 차수가 낮은 경우 프린지를 증식하게 되면 더욱 많은 데이터를 얻을 수 있기 때문에 정확한 응력해석이 가능하다. 프린지 증식은 부분 반사경(partial mirror) 등을 이용한 광학적 방법 [11]과 사진촬영기법[12,13] 등이 있으나, 본 연구에서는 디지털 영상처리 시스템을 이용하여 프린지를 증식시키는 기법[14]을 이용하였다. 원형편광기에서 편광자(polarizer)와 검광자(analyzer)사이에 있는 두 개의 4분파판(quarter-wave plate)을 편광축과 45° 교차 시켰을때 등색 프린지가 나타나며, 암시야(dark field)배열에서 검광자를 통하여 투과된 광강도는 식 (2)와 같다. 명시야(light field)배열의 원형편광기에서 광강도 I_L 에 관한 식은

$$I_L = A \cos^2(\pi M) = \frac{A}{2} [1 + \cos(2\pi M)] \dots\dots\dots (3)$$

식 (3)에서 식 (2)를 뺀 절대값을 I_R 이라 정의[14]하면

$$I_R = |I_L - I_D| = A |\cos(2\pi M)| \dots\dots\dots (4)$$

식 (4)를 이용하여 증식된 프린지를 얻을 수 있으며, $I_R = 0$ 이 되기 위해서는 식 (4)로부터 $\cos(2\pi M) = 0$ 이 되어야 한다. 따라서,

$$M = \frac{2n+1}{4}, n = 0, 1, 2, 3, \dots\dots\dots (5)$$

즉, 암시야 배열의 원형편광기에서는 식 (2)에서 보인 바와 같이 $M=0, 1, 2, \dots$ 등에서 $I_D=0$ 이 되어 흑색 프린지로 나타나지만, 식 (4)에서는 $M=1/4, 3/4, 5/4, \dots$ 등에서 $I_R=0$ 이 되어 흑색 프린지로 나타난다. 또한, 식 (2)로부터 백색 프린지는 $I_D=A$ 가 되는 조건에서 나타나며, 이 경우에 프린지 차수는 $M=1/2, 3/2, 5/2, \dots$ 등이 된다. 즉, 프린지를 증식시키기 전에 흑색과 백색프린지는 $M=0, 1/2, 1, 3/2, 2, \dots$ 등에서 반차수마다 번갈아 나타나지만, 증식시킨 후는 흑색과 백색프린지가 $M=0, 1/4, 2/4, 3/4, 1, 5/4, 6/4, \dots$ 등에서 4분 차수 간격으로 교대되어 나타나므로 2배의 프린지증식 효과가 있다.

광탄성 프린지의 세션처리과정은 영상처리에서 일반적으로 알려져 있는 가장자리 탐색(edge detection) [15]과 유사하다. 그러나, 광탄성프린지의 세션처리는 광강도가 최대 또는 최소가 되는 궤적을 계산하여야 하기 때문에 가장자리 탐색의 원리를 더욱 확장시킨 방법이라 할 수 있다. 광탄성에서 광강도가 국소 극값(local extremum)일 경우에 정차수 또는 반차수 프린지가 된다. 즉, 암시야 배열의 원형편광기에서 광강도는 국소 최소값(local minimum)에서 정차수 프린지($M=0, 1, 2, 3, \dots$)가 되고, 국소 최대값(local maximum)에서는 반차수 프린지($M=1/2, 3/2, 5/2, \dots$)가 된다. 국소 극값 사이에서는 광강도의 변화가 일정방향으로 감소 또는 증가하고, 국소 극값에서는 광강도가 증가에서 감소 또는 감소에서 증가되는 분기점이 된다. 그레이디언트 벡터(gradient vector)는 언제나 상향성(uphill)이며, 국소 극값의 양측에서는 그레이디언트 벡터가 서로 반대방향이므로 그레이디언트 벡터합을 취하면 국소 극값주위에서는 벡터합이 급격히 감소하게 된다. 이와 같은 그레이디언트 벡터합(sum of gradient vector)의 특성을 다음의 식 (6)과 같이 수식화[16]하여 광탄성 프린지를 세션처리할 수 있다.

$$T = A \left[1 - \frac{|\Sigma \nabla_x| + |\Sigma \nabla_y|}{\Sigma |\nabla_x| + \Sigma |\nabla_y|} \right] \dots\dots\dots (6)$$

위의 식에서

T = 세션처리된 영상에서의 광강도

A = 비례상수

$\nabla_x = x$ 방향의 그레이디언트 벡터성분

$\nabla_y = y$ 방향의 그레이디언트 벡터성분

위와 같은 알고리즘을 이용하여 식 (6)을 계산하면, 광강도가 일정한 방향으로 변화될 경우 $T=0$ 이 되고, 광강도가 최대 또는 최소인 궤적에서 광강도의 변화가 서로 반대방향으로 될 경우에는 $T=A$ 가 된다. 따라서 식 (6)과 같은 관계식을 이용하면 광강도가 최대 또는 최소인 궤적은 광강도가 A 인 세션으로 변환시킬 수 있다.

2.3. 광탄성 실험 및 결과

광탄성 실험에 사용된 곡선보 시험편 형상은 Fig. 1과 같다. 시험편 재질은 기계가공성이 우수한 폴리카보네이트 계열인 PSM-1[17]이고, 두께(t)는 3.18mm이며, 재료의 프린지 상수(f_p)는 7005 N/m, 영탄성계수(E)는 2482MPa, 포와송비(ν)는 0.38이다. 시험편에 $P=149.3 N, 223.9 N$ 및 $298.5 N$ 의 하중을 가한 후, 각각에 대하여 분석하였다. 곡선보의 중앙위치, 즉 Fig. 1의 A-B에서 광탄성 실험법으로 측방향응력을 결정하였다.

시험편에 위의 하중을 가하여 얻은 광탄성 영상을 CCD(charged coupled device)카메라를 통하여 PC-586에 내장된 영상처리보드(frame grabber) [18]에 저장하였다. 영상화시킬 수 있는 픽셀(pixel) 수는 640×480 이고, 광강도(grey level)는 8비트, 즉 0에서 255범위이다. 광탄성데이터 획득의 정밀성을 기하기 위하여 식 (4)와 (6)의 알고리즘을 이용, 광탄성 등색 프린지 패턴을 증식시키고 세션처리를 하였다.

시험편에 $P=298.5 N$ 의 하중을 가하였을 때, 명시야 배열의 원형편광기상태에서 Fig. 1의 A-B근방에서 나타난 등색선 프린지는 Fig. 2와 같다. 또한, Fig. 3은 위와 동일한 하중조건에서 암시야 배열의 원형편광기를 통하여 나타난 등색선 프린지 패턴이다. Fig. 2 및

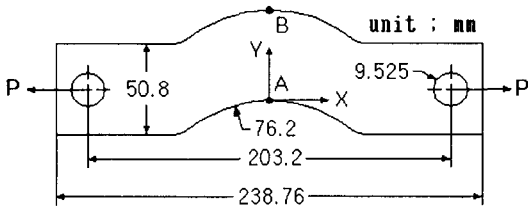


Fig. 1 Curved beam shaped plate subject to tensile load

Fig. 3에서 보인 바와 같이 원래의 프린지는 1/2차수마다 교대로 서로 나타난다.

Fig. 4의 좌측은 Fig. 2의 프린지 패턴과 동일하며, 우측은 식 (4)의 알고리즘을 이용하여 2배로 증식시킨 프린지 패턴이다. 또한, Fig. 5는 Fig. 4의 프린지 패

턴을 식 (6)의 알고리즘을 이용하여 세선처리한 영상이다. Fig. 5의 좌측에서 보인 바와 같이 원래의 프린지를 세선처리하면 반차수($M=0, 1/2, 1, 3/2, \dots$) 간격으로 프린지 차수를 측정할 수 있으나 2배로 증식된 프린지를 세선처리하면 Fig. 5의 우측에서 보인 바와 같이 1/4차수($M=0, 1/4, 2/4, 3/4, 1, 5/4, \dots$) 간격으로 정확한 위치에서 정밀하게 측정할 수 있다. Fig. 5의 좌측은 Fig. 2와 동일한 원래의 프린지 패턴이고, 우측은 2배로 증식시킨 프린지를 세선처리한 영상이다. 즉, Fig. 5의 좌측영상과 같이 2배로 증식시키고 세선처리한 영상으로부터 각각의 프린지차수에 해당되는 위치를 측정하였다.

곡선보의 시험편에 $P=149.3\text{ N}$, 223.9 N 및 298.5 N 의 하중을 가하였을 때 Fig. 1의 A-B선상에서 측정된 광탄성 데이터는 Table 1과 같다. 각각의 프린지차

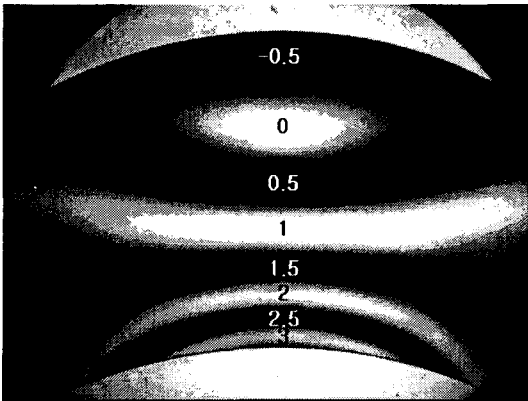


Fig. 2 Original fringe pattern from light field polariscope setup

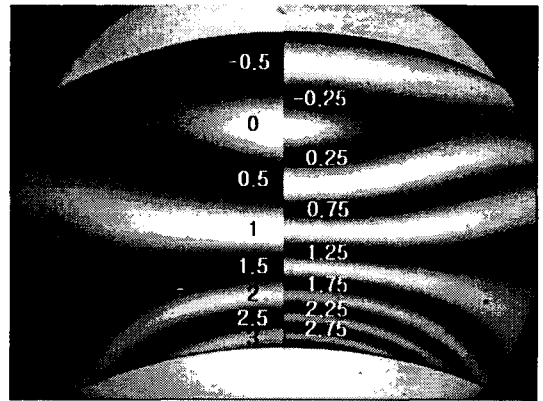


Fig. 4 Original fringes(left) and two times multiplied fringes(right)

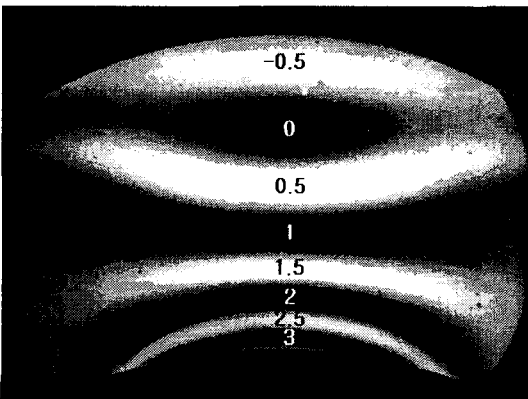


Fig. 3 Original fringe pattern from dark field polariscope setup

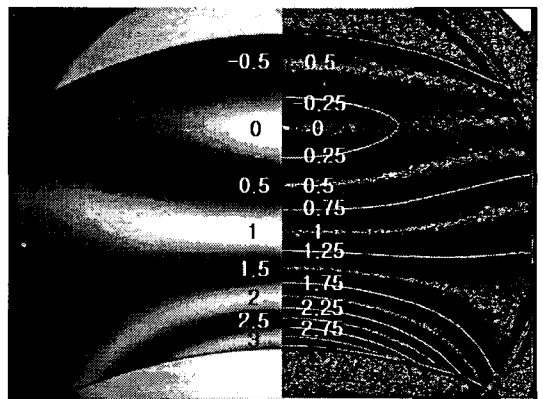


Fig. 5 Original fringes(left) and fringe sharpened lines(right)

Table 1 Normalized distance (y/h) of fringe orders (M) along A-B of Fig. 1

Fringe order (M)	Distance (y/h)		
	298.5 N	223.9 N	149.3 N
-0.5	0.9013	0.9530	
-0.25	0.7974	0.8251	0.9005
0.	0.6935	0.6762	0.6859
0.25	0.6078	0.5718	0.5183
0.5	0.5195	0.4595	0.3770
0.75	0.4416	0.3681	0.2565
1.0	0.3714	0.2898	0.1702
1.25	0.3117	0.2245	0.0995
1.5	0.2571	0.1645	0.0471
1.75	0.2104	0.1175	
2.0	0.1688	0.0757	
2.25	0.1325	0.0366	
2.5	0.1013	0.0131	
2.75	0.0701		
3.0	0.0442		
3.25	0.0156		

수에 해당하는 거리(y)는 A점으로부터 측정하였으며, 측정된 거리는 A-B사이의 폭(h)으로 무차원화하였다. Table 1의 데이터를 그래프로 나타내면 Fig. 6과 같다. 곡선보의 시험면에 하중을 변화시켰을 때, Fig. 6에서 보인 바와 같이 어느 경우에서나 프린지차수는 $y/h=0.68$ 정도에서 0으로 나타났다.

3. 이론해석

Fig. 1과 같은 곡선보의 A-B선상에서 x -축방향 응력성분(19)은 다음의 식 (7)에 의하여 계산했다.

$$\sigma_x = \frac{P}{A} + \frac{M_z (\rho - R)}{\rho y A} \dots\dots\dots (7)$$

위의 식 (7)에서 P 는 하중, A 는 단면적, M_z 는 모멘트, ρ 는 곡률 중심으로부터 곡선보 임의 위치까지의 거리를 의미한다. 또한, $\bar{y} = R_c - R$ 이며, R_c 는 곡률 중심으로부터 곡선부의 도심(centroid)까지 거리를 나타내고, R 은 다음과 같은 식으로 계산한다.

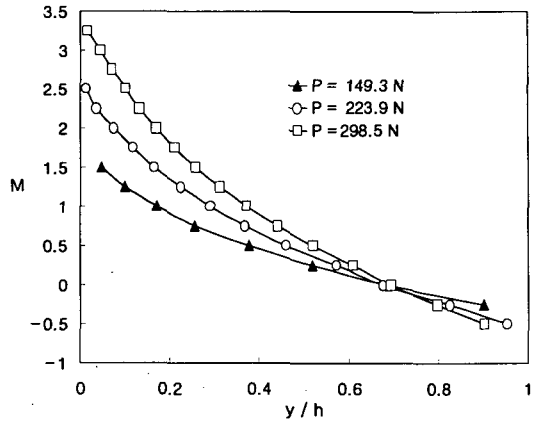


Fig. 6 Fringe orders (M) versus normalized distance (y/h) along A-B of Fig. 1

Table 2 Theoretically normalized axial stress along the line A-B of Fig. 1

Distance (y/h)	σ_x/σ_0
0.00	3.699
0.05	3.327
0.10	2.978
0.15	2.650
0.20	2.341
0.25	2.050
0.30	1.775
0.35	1.515
0.40	1.268
0.45	1.035
0.50	0.813
0.55	0.601
0.60	0.400
0.65	0.208
0.70	0.025
0.75	-0.150
0.80	-0.317
0.85	-0.477
0.90	-0.631
0.95	-0.778
1.00	-0.920

$$R = \frac{h}{\ln(R_o/R_i)} \dots\dots\dots (8)$$

식 (8)에서 h 는 Fig. 1의 A-B사이의 폭이고, R_i 와 R_o 는 곡률 중심으로부터 곡선보의 내측반경과 외측반경이다. 식 (7)에 의하여 계산된 축방향응력(σ_x)을 평균응력($\sigma_o = A/P$)으로 무차원화시킨 값은 Table 2와 같다.

Table 1과 같이 광탄성 실험으로부터 측정된 값은 식 (1)에 의하여 축방향 응력성분을 계산하였으며, 이론적으로 계산된 값과 비교하기 위하여 측정된 응력을 평균응력으로 무차원화 하였다. Fig. 7에서는 광탄성 실험값과 이론값을 비교하여 나타냈다. Fig. 7에서 보인 바와 같이 광탄성 실험에 의한 축방향응력 성분은 서로 다른 하중을 가하였을 경우에도 균일한 분포를 나타냈으며, 약 8퍼센트 미만으로 이론값에 일치하였다.

4. 결론 및 고찰

광탄성 실험법에서 편광기를 암시야 배열 또는 명시야 배열로 정렬시켰을 때, 육안에 의한 프린지 차수는 0, 1/2, 1, 3/2, 2, ...등의 반차수마다 측정이 가능하다. 그러나, 광탄성 프린지의 광강도가 서로 다른 임의의 폭으로 형성되어, 육안에 의한 측정시 광강도가 최대 또는 최소인 지점을 측정해야 하므로 측정오차를 배제할 수 없다. 또한, 광탄성 등색선 프린지가 적게 나타날 경우, 측정할 수 있는 데이터가 적어 해석이 곤란하

므로 프린지 데이터를 더 많이 얻을 수 있도록 프린지 증식이 필요하다. 디지털 영상처리기법에 의하여 프린지를 2배로 증식시킬 경우, 프린지 차수는 0, 1/4, 2/4, 3/4, 1, 5/4, ...등으로 1/4차수마다 측정이 가능하며, 세선처리를 할 경우 광강도가 최대 또는 최소인 프린지 데이터를 정밀하게 측정할 수 있다.

본 연구에서는 곡선보의 중간위치에서 축방향 응력을 광탄성 실험법으로 정밀하게 측정하기 위하여 디지털화상처리 기법을 이용, 등색선 프린지를 2배로 증식시키고, 세선처리하였다. 세선처리된 프린지선으로부터 측정된 실험값은 하중을 달리하였을 경우에도 균일한 분포를 나타냈으며, 응력분포는 이론값과 8퍼센트 미만의 차이를 나타냈다. 이러한 이유는 실험시 하중축이 Fig. 1의 A-B에 직교하지 않았거나, 프린지 데이터의 측정오차가 포함된 것으로 추정된다. 그러나, 시험편을 정밀하게 가공하여 측정할 경우 이론적인 응력분포에 더욱 근접할 것으로 예측된다. 이 실험으로부터 프린지 증식 및 세선처리기법을 광탄성법에 적용하면 정밀한 응력측정이 가능할 것으로 예측된다.

참고문헌

- (1) A. Kuske and G. Robertson, Photoelastic Stress Analysis, John Wiley & Sons, Inc., New York, (1974)
- (2) C. P. Burger, "Chapter 5. Photoelasticity", in Handbook on Experimental Mechanics, 2nd Ed., Edited by A. S. Kobayashi, VCH Publishers, Inc., New York, pp. 165-266, (1993)
- (3) T. H. Baek, J. C. Lee and D. H. Kim, "Accurate measurement of residual stress in glass rod by photoelastic experiment", Proceedings of the 1996 VII International Congress on Experimental Mechanics, Society for Experimental Mechanics, pp. 26-33, (1996)
- (4) 황재석, 김병일, 서재국, 이광호, 최선호, "횡등방성체용 광탄성 재료 개발에 관한 연구", 대한기계학회 논문집, 제 19권, 제 8호, pp. 1876-1888, (1995)
- (5) 이효재, 황재석, 신동철, "반사형 광탄성 실험법 개선에 관한 연구", 대한기계학회 논문집 A권, 제

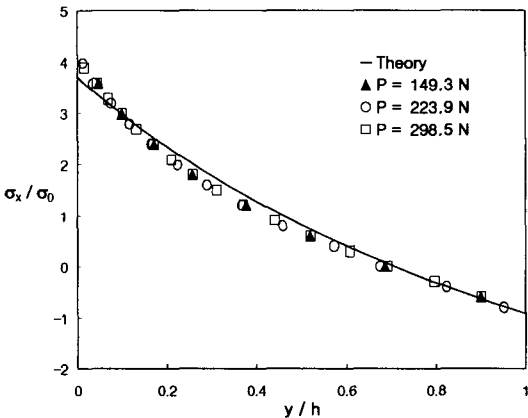


Fig. 7 Normalized axial stress distribution along the line of A-B of Fig. 1 obtained from photoelastic experiment and theory

- 22권, 제 8호, pp. 1840-1849, (1998)
- [6] 이억섭, 황시원, 나경찬, "동적광탄성 실험에 의한 응력이완 노치부근에서의 접촉특이 응력해석", 한국자동차공학회 논문집, 제 4권, 제 1호, pp. 55-62, (1996)
- [7] 이억섭, 전현진, 변귀환, "노치선단(균열주위)의 기하학적 형상이 동적 응력집중계수(동적균열전파)에 미치는 영향", 대한조선학회 논문집, 제 35권, 제 4호, pp. 46-54, (1998)
- [8] O. S. Lee, "Theoretical photoelastic stresses in three dimensional body with elastic contact", KSME International Journal, Vo. 13, No. 4, pp. 321-331, (1999)
- [9] 백태현, "광탄성 프린지 해석을 위한 영상처리방법 개발", 대한기계학회 논문집, 제 18권, 제 18호, pp. 2577-2584, (1994)
- [10] J. W. Dally and W. F. Riley, *Experimental Stress Analysis*, 2nd Ed., McGraw-Hill Company (1978)
- [11] D. Post, "Isochromatic fringe sharpening and fringe multiplication in photoelasticity", *Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis*, Vol. XII, No. 2, pp. 143-156, (1955)
- [12] J. W. Dally and F. J. Ahimaz, "Photographic method to sharpen and double isochromatic fringes", *Experimental Mechanics*, Vol. 2, No. 6, pp. 170-175, (1962)
- [13] N. K. Das Talkuder and P. Ghosh, "On fringe multiplication by super-imposition of negatives", *Experimental Mechanics*, Vol. 15, No. 6, pp. 237-239, (1975)
- [14] B. Han and L. Wang, "Isochromatic fringe sharpening and multiplication", *Proceedings of the 1993 SEM 50th Anniversary Spring Conference on Experimental Mechanics*, Society for Experimental Mechanics, pp. 1206-1209, (1993)
- [15] R. C. Gonzalez and P. Wintz, *Digital Image Processing*, Addison-Wesley Publishing Company, pp. 176-179, (1987)
- [16] T. H. Baek and M. S. Kim, "The study of accuracy improvement technique for stress analysis in photoelasticity through digital image processing", *Proceedings of the 1993 SEM 50th Anniversary Spring Conference on Experimental Mechanics*, Society for Experimental Mechanics, pp. 674-681, (1993)
- [17] Photoelastic Division, Measurement Group, Inc., Raleigh, NC. 27611, USA
- [18] DT3851 Image Frame Grabber, Data Translation Inc., Malboro, MA. 01752, USA
- [19] A. P. Boresi, R. J. Schmidt and O. M. Sidebottom, *Advanced Mechanics of Materials*, 5th Ed., John Wiley & Sons, pp. 362-373, (1993)