

(논문) – 비파괴검사학회지  
*Journal of the Korean Society  
 for Nondestructive Testing*  
 Vol. 19, No. 2 (1999. 4)

## 음향 비선형 파라미터의 추정을 위한 바이스펙트럼 해석법의 적용 Application of Bispectral Analysis to Estimate Nonlinear Acoustic Parameter

김경조\*, 장경영\*\*  
 K. C. Kim\* and K. Y. Jhang\*\*

**초 록** 비선형 음향효과를 계측함에 의해서 재료열화를 평가하는 연구는 오래 전부터 있어 왔다. 여기서, 비선형 음향효과를 계측하는 가장 일반적인 방법은 전파된 수신 신호에서 기본주파수 성분과 2차 고조파 성분의 절대적인 크기를 계측하는 것이다. 이 목적을 위해서 일반적으로 파워스펙트럼 해석법이 널리 사용되어 왔다. 그러나, 파워스펙트럼은 신호처리 후에도 주파수 영역에서 가우스 잡음이 존재한다는 단점이 있다. 게다가, 비선형 효과에 의해서 발생되는 2차 고조파 성분의 크기는 너무 작아서 잡음에 묻혀버릴 수도 있다. 본 논문에서는, 이 문제를 해결하기 위해서 주파수 영역에서 가우스 잡음을 제거할 수 있는 바이스펙트럼 해석법을 제안하였다. 시뮬레이션을 통하여 잡음이 크게 혼재된 신호에서도 참 값에 가까운 비선형 파라미터를 구할 수 있음을 밝혔다. 또한, 실제 경우에 이 방법의 유용함을 확인하기 위하여 피로 하중에 의해서 고의로 열화시킨 여러 시편에 대하여 파워스펙트럼과 바이스펙트럼을 구하여 비교하였다.

**Abstract** The fact that material degradation can be evaluated by measuring nonlinear acoustic effect has been proposed by previous studies. The most conventional method to measure nonlinear acoustic effect is to measure the absolute magnitude of fundamental and 2<sup>nd</sup> order harmonic frequency component in the propagated ultrasonic wave. For this aim, power spectral analysis technique has been used widely. However, the power spectral analysis has fatal disadvantage that the gaussian additive noise superimposed in the wave signal remains in the power spectrum domain. Moreover, the magnitude of 2<sup>nd</sup> order harmonic frequency component generated by nonlinear effect is so small that it may be suppressed by the noise remained in the power spectrum. In order to overcome this problem, this paper proposes an alternative method using bispectrum analysis, which can reduce the effect of addictive gaussian noise and, the nonlinear parameter can be obtained more stably. Simulations showed that the proposed method can obtain the value of nonlinear parameter near to the true value in the case of low SNR signal. Also, in order to confirm the usefulness of our method in actual case, we compared the nonlinear parameter obtained by using both of power spectral and bispectral analysis for several specimens intentionally degraded by fatigue load.

### 1. 서 론

최근 초음파의 전파과정에서 발생하는 비선형 음향효과가 재료의 미소한 변질에 민감하다는 성질이 이론과 실험적으로 밝혀지면서 이를 재료열화의 비파괴 평가에 응용하고자 하는 노력이 시도되어 왔다[1-6]. 이러한

비선형 음향효과는 음파가 전파함에 따라서 기본 주파수 성분 외에 2차나 그 이상의 고조파 성분이 발생하는 결과를 가져오게 되고, 따라서 비선형 음향효과의 발생 정도를 정량적으로 나타내기 위하여 2차 이상의 고조파 성분의 발생량을 추정하여 이용한다. 이 때, 대부분의 연구에 있어서 파워스펙트럼 해석을 이용하고 있다[7-

(접수 : 1998. 12. 28) \* 한양대학교 대학원 정밀기계공학과, \*\* 한양대학교 기계공학부(School of Mechanical Engineering, Hanyang Univ., Seoul, 133-791)

9). 그러나, 파워스펙트럼에는 정규성 잡음이 그대로 잔류하기 때문에 주파수 성분의 미소한 변화를 정확하게 알아낼 수 없다는 본질적인 한계가 있다. 특히, 비선형 음향효과에 의해 발생하는 고조파 성분의 크기는 기본 주파수 성분에 비하여 매우 미소하기 때문에 원래 신호에 혼입된 잡음의 영향을 크게 받을 수 있게 된다.

본 연구에서는 이러한 파워스펙트럼의 단점을 보완할 수 있는 신호처리 기법인 바이스펙트럼 해석법의 적용을 시도하였다. 바이스펙트럼은 3차 자기상관함수의 2차원 퓨리에 변환으로 정의되며, 정규성 잡음을 소거할 수 있을 뿐만 아니라, 특정한 위상관계를 유지하는 두 주파수 성분을 검출할 수 있다는 특징을 갖는다[2, 10-12]. 이와 같은 특징으로부터 바이스펙트럼은 기본 주파수 성분과 일정한 위상을 유지하는 순수 고조파 성분만을 추출해야 하는 비선형 파라미터의 측정에 매우 효과적인 방법으로 여겨진다.

본 연구는 이러한 바이스펙트럼 해석 기법을 초음파 비선형 파라미터의 추정에 적용한 것으로, 먼저 바이스펙트럼으로부터 비선형 파라미터를 구하는 방법을 파워스펙트럼의 경우와 비교하여 제안하며, 정규성 잡음이 포함된 신호에 대해서 파워스펙트럼보다 강인함을 이론적으로 제시한다. 그리고, 그 성능을 평가하기 위하여 비선형 비감쇠 파동방정식의 해를 이용한 모의 신호에 대해 적용하였으며, 그 결과 바이스펙트럼 기법이 파워스펙트럼 기법보다 더 안정적이고 참 값에 가까운 비선형 파라미터를 추정할 수 있음을 확인하였다. 또한, 실제 실험 신호에서도 적용 가능한지를 검증하기 위하여 피로시험을 통해 인공적인 열화를 가한 SS41 시편에서 얻어진 초음파 투파파형에 적용하여 보았으며, 기존의 파워스펙트럼에 의한 비선형 파라미터의 추정결과와 비교하였다.

## 2. 음향 비선형 파라미터

음향 비선형성이 발생한 정도를 정량적으로 나타내기 위해 사용되는 비선형 파라미터  $\beta$ 는 일반적으로 다음과 같은 형태로 정의된다[1, 4, 13].

$$\beta = 8 \frac{A_2}{A_1^2 k^2 x} \quad (1)$$

여기서,  $A_1$ 은 기본 주파수 성분의 진폭,  $A_2$ 는 2차 조화 성분의 진폭,  $k$ 는 파수,  $x$ 는 전파거리이다. 즉, 전파

거리  $x$ , 파수  $k$ 가 일정할 경우  $\beta$ 는 기본 주파수 성분의 진폭의 파워에 대한 2차 조화 성분의 진폭의 비를 나타낸다. 따라서, 본 논문에서는  $\beta$ 의 값을 직접 구하지 않고, 다음과 같은 정규화된  $\beta$ 에 대해 고려한다.

$$\beta' = \frac{\beta k^2 x}{8} = \frac{A_2}{A_1^2} \quad (2)$$

## 3. 파워스펙트럼 해석법

### 3.1. 파워스펙트럼의 정의

일반적으로, 주파수 성분의 크기를 평가하기 위해서는 다음과 같이 2차 자기상관함수의 퓨리에 변환으로 정의되는 파워스펙트럼을 이용한다[7, 14].

$$P(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{j(\omega\tau)} d\tau = X(\omega)X^*(\omega) = |X(\omega)|^2 \quad (3)$$

여기서,  $R_{xx}(\tau)$ 는 2차의 자기상관함수이고  $X(\omega)$ 는  $x(t)$ 의 퓨리에 변환이다. 파워스펙트럼은 주파수 성분의 파워 분포를 표시한 것이므로, 시계열 신호에 어떤 주파수가 얼마만큼 포함되었나를 검토할 때 일반적으로 많이 사용되어 왔다[8, 9].

### 3.2. 파워스펙트럼을 이용한 $\beta$ 의 추정

일반적으로 고체 재료에서의 비선형 파동 전파 시스템에서 단일 주파수  $\omega_1$ 의 조화함수 시계열 신호  $x(t) = A \sin(\omega_1 t)$ 를 입력함수로 하였을 때 출력신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다[15].

$$x(t) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \sin(i \omega_1 t), A_i = (-1)^{i+1} \frac{2}{z} \frac{z^i}{2^i \Gamma(i+1)} \quad (4)$$

여기서,  $z$ 는 특성거리에 대한 전파거리의 비율로서 비선형성의 크기를 나타내게 되며,  $z=0$ 은 완전선형,  $z=1$ 은 비선형성 최대를 의미하고, 일반적으로는  $0 < z < 1$ 의 값을 갖는다.  $A_i$ 는  $i$  차 고조파의 진폭을 나타내며 후술하는 시뮬레이션에서 활용된다. 이 시스템의 수신 신호를 2차 고조파 성분까지 고려할 경우 수신 신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x(t) = A_1 \sin(\omega_1 t) + A_2 \sin(2\omega_1 t) \quad \dots \quad (5)$$

여기서,  $A_1$ 과  $A_2$ 는 각각 기본 주파수 성분과 2차 조화 성분의 진폭을 나타낸다. 이러한 신호에서, 파워스펙트럼 해석법으로 비선형 파라미터를 추정하기 위해서  $\omega = \omega_1$ 인 경우와  $\omega = \omega_2 (= 2\omega_1)$ 인 경우의 각각의 파워스펙트럼 값  $P(\omega_1)$ ,  $P(\omega_2)$ 를 구하면,

$$P(\omega_1) = |X(\omega_1)|^2 = A_1^2 \quad \dots \quad (6)$$

$$P(\omega_2) = |X(\omega_2)|^2 = A_2^2 \quad \dots \quad (7)$$

따라서,  $\beta$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\beta = \frac{A_2}{A_1^2} = \frac{\sqrt{P(\omega_2)}}{P(\omega_1)} = \beta'_{PS} \quad \dots \quad (8)$$

이렇게 파워스펙트럼 해석을 이용해서 구한 비선형 파라미터를  $\beta'_{PS}$ 로 부르기로 한다.

#### 4. 바이스펙트럼 해석법

##### 4. 1. 바이스펙트럼의 정의

일반적으로, 주파수 성분의 크기를 평가하기 위해서는 전 절에서 설명한 것처럼 파워스펙트럼 해석이 이용된다. 그러나 만약, 관측하고자 하는 주파수 성분의 파워가 미약한 때에는 파워스펙트럼 해석만으로는 원하는 정보를 얻기 어렵다. 더욱이 파워스펙트럼에는 정규성 잡음의 파워도 그대로 존재하기 때문에 미약한 신호의 경우 잡음과 혼재되어 신호성분만의 파워를 정확히 알 수 없게 된다. 이와 같은 경우에 효과적인 신호처리 방법으로서 바이스펙트럼을 이용하는 방법이 있다.

바이스펙트럼은 다음식과 같이 3차 자기상관함수의 2차원 퓨리에 변환으로 정의된다.

$$B(\omega_m, \omega_n) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau_1, \tau_2) e^{j(\omega_m \tau_1 + \omega_n \tau_2)} d\tau_1 d\tau_2 \\ = X(\omega_m) X(\omega_n) X^*(\omega_m + \omega_n) \quad \dots \quad (9)$$

여기서,  $R_{xx}(\tau_1, \tau_2)$ 는 3차 자기상관함수이다. 이와 같은 바이스펙트럼은  $\omega_m, \omega_n, \omega_k (= \omega_m + \omega_n)$ 의 세 주파수 성분 사이의 관계를 나타내는 3차의 통계량이며, 정규

성 잡음에 대해서는  $R_{xx}$ 가 0이 되므로 바이스펙트럼에서는 이 잡음을 완전 배제할 수 있다는 특징을 갖는다. 이러한 바이스펙트럼은, 또한  $\omega_m, \omega_n, \omega_k$ 가 모두 특정한 위상 관계를 유지하는 경우에만 유효하므로, 비선형 음향효과에서와 같이 전파하는 기본 주파수 성분에 동시에 발생하는 미소한 고조파 성분을 찾아내는데 특히 유리하다고 할 수 있다.

##### 4. 2. 바이스펙트럼을 이용한 $\beta$ 의 추정

파워스펙트럼의 계산에서와 마찬가지로, 비선형 파동 전파 시스템에서 출력이 식 (5)와 같은 경우, 이 신호에 대해  $\omega_m = \omega_1, \omega_n = \omega_1$ 인 경우의 바이스펙트럼  $B(\omega_1, \omega_1)$ 의 크기를 구하면 다음과 같이 된다.

$$|B(\omega_1, \omega_1)| = |X(\omega_1) X(\omega_1) X^*(\omega_1 + \omega_1)| \\ = A_1^2 A_2 \quad \dots \quad (10)$$

따라서, 식 (6)과 식 (10)을 이용하면 비선형 파라미터  $\beta$ 가 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$\beta = \frac{A_2}{A_1^2} = \frac{|B(\omega_1, \omega_1)|}{P(\omega_1)^2} = \beta'_{BS} \quad \dots \quad (11)$$

이렇게 구한 비선형 파라미터를 파워스펙트럼과 구별하기 위해서  $\beta'_{BS}$ 로 부르기로 한다.

#### 5. 잡음이 혼재된 신호에 있어서 $\beta$ 의 추정

3장과 4장에서 파워스펙트럼과 바이스펙트럼에 의해 비선형 파라미터  $\beta$ 를 구할 수 있음을 보였다. 그러나, 이것은 잡음이 없는 신호의 경우이며 본 장에서는 잡음이 혼재된 신호의 경우에 대해 살펴본다.

##### 5. 1. 파워스펙트럼법

식 (5)에서 잡음을 고려한 다음과 같은 수신 신호를 생각한다.

$$x(t) = A_1 \sin(\omega_1 t) + A_2 \sin(2\omega_1 t) + \alpha n(t) \quad \dots \quad (12)$$

여기서,  $n(t)$ 는 ±1사이의 가법성 정규분포 잡음이

고,  $\alpha$ 는 그 크기를 변화시키기 위한 계수이다. 이러한 신호에서,  $\omega = \omega_1$ ,  $\omega = \omega_2(2\omega_1)$ 인 경우의 파워스펙트럼  $P(\omega_1)$ ,  $P(\omega_2)$ 는 다음과 같이 된다.

$$P(\omega_1) = A_1^2 + N_{PS} \quad \dots \dots \dots (13)$$

$$P(\omega_2) = A_2^2 + N_{PS} \quad \dots \dots \dots (14)$$

여기서,  $N_{PS}$ 는 잡음 성분  $\alpha n(t)$ 의 파워스펙트럼인데,  $n(t)$ 가 정규성 잡음이고 신호 길이가 충분히 큰 경우,  $N_{PS}$ 는 상수가 되어서 파워스펙트럼의 값에는 단순 가산된 형태가 된다. 따라서, 식 (8)과 같은 방법으로 비선형 파라미터  $\beta'_{PS,N}$ 를 구하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \beta'_{PS,N} &= \frac{\sqrt{P(\omega_2)}}{P(\omega_1)} = \frac{\sqrt{A_2^2 + N_{PS}}}{A_1^2 + N_{PS}} \\ &\approx \frac{\sqrt{A_2^2 + N_{PS}}}{A_1^2} \neq \beta'_{PS} \quad \dots \dots \dots (15) \end{aligned}$$

단, 식 (15)의 분모에서  $A_1^2$ 은 통상  $N_{PS}$ 에 비해 매우 크고, 따라서 기본 주파수 성분의 파워스펙트럼 값  $P(\omega_1)$ 은 잡음의 파워스펙트럼인  $N_{PS}$ 에 크게 영향을 받지 않는다고 할 수 있으므로  $N_{PS}$ 를 무시하였다. 반면, 분자는 기본 주파수 성분에 동반되어 나타나는 2차 고조파 성분의 크기가 아주 미약하므로 잡음  $N_{PS}$ 의 영향을 쉽게 받게 된다. 따라서, 식 (15)는 실제로 구하고자 하는 값과는 다르고, 잡음이 커짐에 따라서 참 값과 멀어지게 됨을 의미한다. 즉, 잡음이 혼재된 신호의 경우 파워스펙트럼 해석으로는 비선형 파라미터를 정확하게 구할 수 없음을 나타낸다.

## 5.2. 바이스펙트럼법

식 (12)의 신호에 대하여  $\omega_m = \omega_1$ ,  $\omega_n = \omega_1$ 인 경우의 식 (14)의 바이스펙트럼  $B(\omega_1, \omega_1)$ 은 다음과 같이 된다.

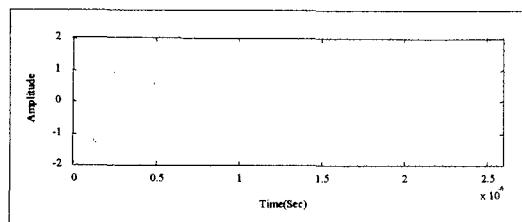
$$B(\omega_1, \omega_1) = jA_1^2 A_2 + N_{BS} = jA_1^2 A_2 \quad \dots \dots \dots (16)$$

여기서,  $N_{BS}$ 는  $\alpha n(t)$ 의 바이스펙트럼인데,  $n(t)$ 가 가법성 잡음의 경우 0으로 되고, 결국 바이스펙트럼 영

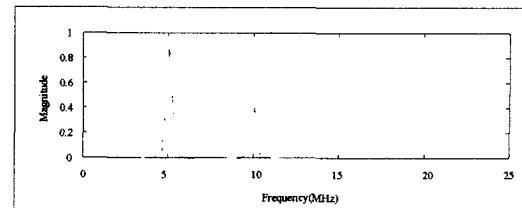
역에서는 가법성 정규분포 잡음은 잔류하지 않게 된다 [10, 17]. 따라서, 식 (11)과 같이 바이스펙트럼 해석에 의해서 구해진 비선형 파라미터  $\beta'_{BS,N}$ 는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \beta'_{BS,N} &= \frac{|B(\omega_1, \omega_1)|}{P(\omega_1)^2} = \frac{A_1^2 A_2}{(A_1^2 + N_{PS})^2} \\ &\approx \frac{A_1^2 A_2}{(A_1^2)^2} = \beta'_{BS} \quad \dots \dots \dots (17) \end{aligned}$$

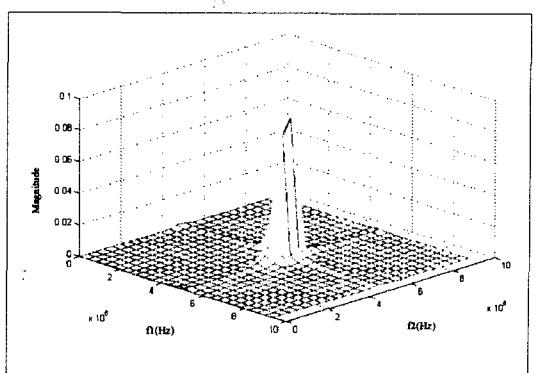
여기서 분모의 경우 식 (15)의 설명에서와 마찬가지로 가법성 잡음의 파워  $N_{PS}$ 가 무시될 수 있으므로 결과



(a) The Original Signal



(b) Amplitude Spectrum of Signal (a)  $\sqrt{P(\omega)}$



(c) Bispectrum of signal (a)  $|B(f_1, f_2)|$

Fig. 1 Example of (a) original signal, and (b) its amplitude spectrum and (c) bispectrum

적으로 식 (17)은 잡음의 영향을 거의 받지 않고 비선형 파라미터를 추정할 수 있음을 의미하게 된다.

## 6. 계산기 시뮬레이션

### 6. 1. 잡음이 흔재된 모의 신호를 이용한 시뮬레이션

바이스펙트럼의 잡음에 대한 강인성을 검증하기 위해 다음과 같은 시뮬레이션을 행하였다. 먼저, 식 (12)에서 가법성 잡음의 상대적 크기를 나타내는 계수  $\alpha$ 를 변화시키면서 신호를 발생시키고 이로 부터 비선형 파라미터를 각각 파워스펙트럼과 바이스펙트럼 해석에 의해 구하였다. Fig. 1은 잡음이 없는 경우의 원 신호와 이 신호에 대한 파워스펙트럼 및 바이스펙트럼을 구한 예를 나타낸다.

단, 여기서  $z$ 의 값은 편의상 1.0으로 하였으며, 이 경우  $A_1=1$ ,  $A_2=0.5$ 가 된다. 따라서 이론적인  $\beta'$ 의 값은 0.5로 되어야 한다. 또한 이 경우 진폭스펙트럼의 크기는 식 (6, 7)로부터 5MHz에서 1.0, 10MHz에서 0.

5가 되어야 하고, 바이스펙트럼의 크기는 식 (10)으로부터 (5MHz, 5MHz)에서 0.5가 되어야 한다. 그러나 그림에서는 이 보다 작은 값을 나타내는데, 이는 고속 푸리에 변환을 이용할 경우 특정 주파수의 신호가 주파수 영역으로 변환될 때 인접 주파수로 에너지가 흘어지기 때문이다[17]. 이를 보상하기 위해 여기서는 인접 주파수 성분의 크기까지 합하여 파워스펙트럼과 바이스펙트럼의 크기를 계산하였다. 이 때 인접 주파수는 주파수 분해능을  $\Delta f$  라 할 때, 파워스펙트럼은  $\pm \Delta f$ , 바이스펙트럼은  $\pm 2\Delta f$ 의 범위로 하였다. 이렇게 하면 앞의 그림의 경우 파워스펙트럼의 크기와 바이스펙트럼의 크기는 이론값에 거의 일치하게 된다. 하지만 비선형 파라미터의 상대적 크기 변화에 관심을 갖는 경우, 반드시 스펙트럼의 추정값을 이론값에 일치시키지 않아도 무방하며, 신호처리 과정의 일관성만 유지하면 된다.

Table. 1은 고의로 혼합한 잡음의 크기를 변화시켜 갈 때, 즉 신호의 SNR값이 변화할 때,  $\beta'$ 를 파워스펙트럼과 바이스펙트럼을 이용하여 50회 계측한 다음 이의 평균과 표준편차를 구하여 나타낸 것이다.

Table 1 Nonlinear parameter estimated by power spectrum analysis and bispectrum analysis

SNR	0.7877	1.3402	2.4531	3.1509	4.1949	$\infty$
$\beta'_{the}$	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
$\beta'_{PS}$	Mean	0.46683	0.46732	0.46896	0.46942	0.47032
	Standard Deviation	0.03524	0.02738	0.0171	0.01335	0.0123
$\beta'_{BS}$	Mean	0.47177	0.47598	0.48109	0.4827	0.48502
	Standard Deviation	0.01476	0.01135	0.01025	0.01017	0.00993

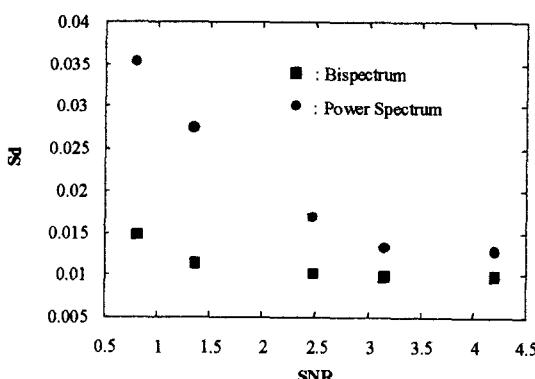


Fig. 2 Change of standard deviation of nonlinear parameters estimated by power and bispectrum as SNR increases

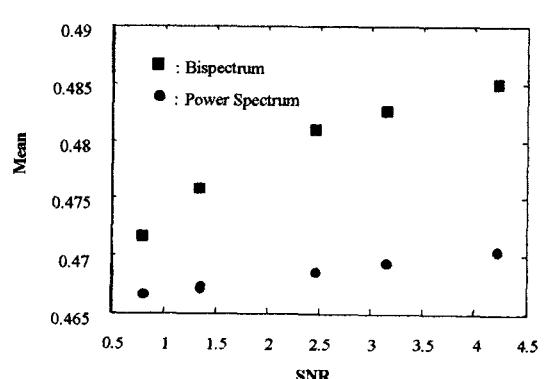


Fig. 3 Change of mean value of nonlinear parameters estimated by power and bispectrum as SNR increases

표에서,  $\beta'_{the}$  는 이론적인 값 0.5를 나타내고,  $\beta'_{PS}$  는 파워스펙트럼으로 추정한 결과를 나타내며,  $\beta'_{BS}$  는 바이스펙트럼으로 추정한 결과를 나타낸다. Fig. 2와 Fig. 3은 이 결과를 그림으로 나타낸 것이다.

당연한 결과지만 SNR이 높아짐에 따라  $\beta'_{PS}$ ,  $\beta'_{BS}$  모두 표준편차는 점점 줄어듬을 알 수 있다. 구체적으로는 SNR이 3.0 이상에서는  $\beta'_{PS}$  와  $\beta'_{BS}$  가 거의 동등한 결과를 나타내었다. 그러나, 잡음이 클수록 즉, SNR이 3.0 이하에서는  $\beta'_{PS}$  의 표준편차가 급격히 커짐을 나타내는데 반해  $\beta'_{BS}$  는 안정적으로 검출되고 있음을 알 수 있다. 한편 평균값은 SNR이 높아짐에 따라  $\beta'_{BS}$  가  $\beta'_{PS}$  보다 더 빠르게 이론 값에 접근함을 볼 수 있다. 단, 여기서 이론 값이란 0.5를 의미하는 것이 아니며,  $SNR = \infty$  인 경우의 추정값을 의미한다. 왜냐하면 파워스펙트럼과 바이스펙트럼을 구하는 계산과정에서의 차이가 존재하기 때문에  $SNR = \infty$  인 경우라 하더라도 추정값은 반드시 0.5로 되지는 않기 때문이다. 그럼에도 불구하고  $\beta'_{BS}$  의 평균값은 SNR의 증가와 더불어 급상승해 가는데 반해  $\beta'_{PS}$  의 평균은 매우 완만히 증가해 가고 있다. 이상의 결과로서, 바이스펙트럼 해석이 파워스펙트럼 해석보다 더 안정되고, 이론 값에 가까운 비선형 파라미터의 값을 구할 수 있음을 알 수 있다.

## 6.2. 실제 신호에 가까운 파형을 이용한 시뮬레이션

6.1에서는 간략화를 위해서 식 (12)를 이용해서 시뮬레이션을 행하였으나 실제로 비선형 파동 전파 시스템에서 출력신호는 식 (4)와 같이 무한한 고조파 성분의 합으로 구성되기 때문에, 여기서는 다음 식 (20)과 같이 보다 실제 신호에 가까운 6차까지의 고조파 성분을 고려한 파형을 이용하여 보았다. 각 고조파 성분의 진폭은 식 (4)에 의해 주어졌다.

$$\begin{aligned} x(t) = & \sin \omega t - \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{3}{8} \sin 3\omega t - \frac{1}{3} \sin 4\omega t \\ & + \frac{5^3}{2 \cdot 3} \sin 5\omega t - \frac{6^3}{2 \cdot 5} \sin 6\omega t + \alpha n \end{aligned} \quad (20)$$

6.1에서와 마찬가지로, 식 (20)에서 가법성 잡음의 크기의 계수  $\alpha$ 를 변화시키면서 신호를 발생시키고 이로부터 비선형 파라미터를 각각 파워스펙트럼과 바이스펙트럼 해석에 의해 구하였다. 단, 여기서도 이론적인  $\beta'_{the}$  의 값은 0.5이다. 다음 Table 2는 1과 같은 절차에 의해서 구한 결과를 나타낸다.

1. 2차 성분 이외의 고조파 성분의 영향으로 약간의 차이는 있으나 대체적으로 Table 1의 결과와 유사한 경향을 갖는다. 이상의 시뮬레이션 결과로부터 바이스펙트럼 해석이 파워스펙트럼 해석보다 잡음에 강인하고, 안정적으로 비선형 파라미터를 추정할 수 있음을 확인할 수 있다.

## 6.3. 실험 파형을 이용한 $\beta$ 의 추정

다음은 바이스펙트럼 해석법이 실제 실험파형에 대해서도 적용될 수 있는지를 확인하기 위하여 기존의 연구 [4]에서 얻어진 실험파형에 대해 적용하여 보았다. 이 경우는 재료에 반복하중을 가함에 의해 열화시킨 6종류의 SS41시편에 대한 초음파 투과 과정에 대해  $\beta$ 를 추정한 것으로 기존에는 파워스펙트럼 해석에 의한 결과만을 구했었는데, 여기서는 새로이 바이스펙트럼 해석을 구하여 비교하였다. Fig. 4는 그 결과를 보여준다. 그림에서, ●은 파워스펙트럼 해석에 의한 결과이고 ■은 바이스펙트럼 해석에 의한 결과이다. 단, 이 경우의 신호는 SNR이 비교적 높은 신호로서  $\beta'_{PS}$  와  $\beta'_{BS}$  가 대등하게 검출되는지를 알아보고자 한 것이다.

초기 상태에서  $\beta'_{PS}$  와  $\beta'_{BS}$  가 유사한 값으로 추정되

Table 2 Nonlinear parameter estimated by power spectrum analysis and bispectrum analysis

SNR	0.7877	1.3402	2.4531	3.1509	4.1949	$\infty$
$\beta'_{the}$	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
$\beta'_{PS}$	Mean	0.4347	0.4683	0.47309	0.47378	0.47439
	Standard Deviation	0.0535	0.0308	0.01818	0.01756	0.01536
$\beta'_{BS}$	Mean	0.46243	0.47314	0.4784	0.483	0.4866
	Standard Deviation	0.03018	0.02757	0.01496	0.0141	0.01269

고,  $\beta'_{BS}$ 도 재료의 열화가 심화됨에 따라 증가하는 경향을 나타내는 것으로부터  $\beta'_{BS}$ 가 실제 상황에 적용될 수 있음을 확인할 수 있다.  $\beta'_{BS}$ 가  $\beta'_{PS}$  보다 약간 크게 나타나는 것은 시뮬레이션의 분석에서와 마찬가지로 계산상의 차이로 기인한 것이다.

서 얻은, SNR이 양호한 신호에 대해 적용한 결과  $\beta'_{BS}$ 가  $\beta'_{PS}$ 와 유사한 경향을 가지는 것으로 나타났으며, 이로써  $\beta'_{BS}$ 가 실제 경우에도 적용될 수 있음을 확인하였다.

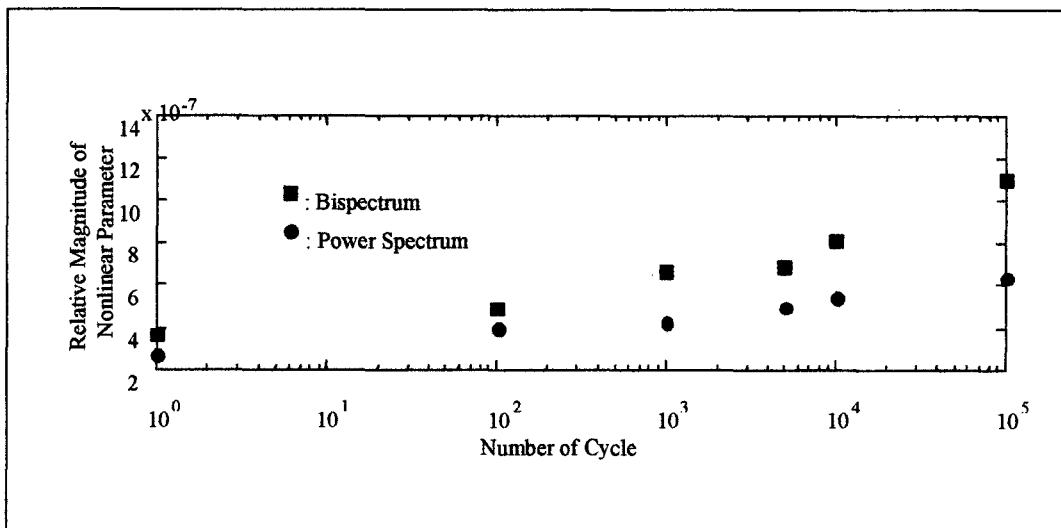


Fig. 4 Comparison of  $\beta'_{PS}$ ,  $\beta'_{BS}$  estimated for SS41 specimen fatigued by several cycles

## 7. 결 론

- 기존의 파워스펙트럼 해석법보다 잡음에 강인하고 안정적으로 비선형 파라미터를 추정할 수 있는 바이스펙트럼 해석법을 제안하였다.
- 잡음이 있는 경우와 없는 경우에 대해, 파워스펙트럼 해석과 바이스펙트럼 해석에 의해서 비선형 파라미터  $\beta'_{PS}$ 와  $\beta'_{BS}$ 를 구할 때,  $\beta'_{PS}$ 는 잡음에 크게 영향을 받지만  $\beta'_{BS}$ 는 비교적 잡음의 영향을 받지 않음을 분석적으로 설명하였다.
- 시뮬레이션에서, 파워스펙트럼 해석과 바이스펙트럼 해석을 이용하여 비선형 파라미터를 구한 결과 SNR이 3.0 이상일 때는 동등한 결과를 나타냈으나, 3.0 이하의 SNR에서는 바이스펙트럼 해석법이 더욱더 안정적으로 비선형 파라미터를 구할 수 있는 것으로 나타났다.
- 바이스펙트럼에 의한 비선형 파라미터의 추정이 실제의 경우에도 적용될 수 있음을 검증하기 위하여 피로하중에 의해 인공적으로 열화시킨 SS41시편에

## 후 기

이 연구는 과학재단(KOSEF)의 핵심지원연구 971-1004-021-2에 의해서 수행되었음.

## 참고문헌

- [1] G. E. Dace, R. B. Thompson, and O. Buck, "Measurement of the acoustic harmonic generation for materials characterization using contact transducers", Review of Progress in QNE 11, pp. 2069-2076, (1992)
- [2] I. Y. Demin, et. al., "Nonlinear characteristics of propagation of low frequency vibration in soft tissues and its measurement using bispectral analysis", Proceeding of 13th ISNA, pp. 344-349, (1993)

- [3] A. Sutin, "Nonlinear acoustic non-destructive testing of cracks", Proceedings of 14th ISNA, pp. 328-333, (1996)
- [4] K. Y. Jhang and K. C. Kim, "Evaluation of material degradation using nonlinear acoustic effect", Ultrasonics, Vol. 37, No. 4, pp. 39-41, (1999)
- [5] K. C. Kim and K. Y. Jhang, "Basic research on the nondestructive measurement of nonlinear elastic modulus by using ultrasonic wave", Proceedings of APCFS'96, pp. 923-928, Ulsan, Korea, (1996)
- [6] J. M. Barsom, et. al., "Fracture and fatigue contro in structures", Prentice-Hall, pp. 278-319, (1987)
- [7] D. E. Newland, "An introduction to random vibration and spectral analysis", Longman, (1984)
- [8] J. H. Cantrell, et. al., "Acoustical harmonic generation from fatigue-induced dislocation dipoles", Philosophical Magazine A, Vol. 69, No. 2, pp. 315-326, (1994)
- [9] W. Keck and R. T. Beyer, "Frequency spectrum of finite amplitude ultrasonic waves in liquids", The Physics of Fluids, Vol. 3, No. 3, pp. 346-352, (1964)
- [10] 佐藤拓宋, 佐佐木公男, "バイスペクトル解析とその應用 (1), (2)", 機械の研究, Vol. 31, pp. 721, (1979)
- [11] M. R. Raghuveer, G. Soundaramoorthy and S.A. Dianat, "Bispectral reconstruction of signals in noise", IEEE Trans. ASSP, Vol. 38, No.7, pp. 1297~1306, (1990)
- [12] 장경영, 김경조, "바이스펙트럼해석을 이용한 혈관의 비선형 백동전파특성 계측에 대한 모의 실험", 대한의용생체공학회지, 제 16권 제 4호, pp. 525-531, (1995)
- [13] A. Hikata, B. B. Chick, and C. Elbaum, "Effect of dislocations on finite amplitude ultrasonic waves in aluminum", Applied Physics Letters, Vol. 3, No. 11, pp. 195-197, (1963)
- [14] W. K. Law, L. A. Frizzell and F. Dunn, "Ultrasonic determination of the nonlinearity parameter B/A for biological media", JASA, Vol. 69, No. 4, (1981)
- [15] 能本乙彦, "有限振幅の音波の傳播", 日本音響學會誌, Vol. 20, No.1, pp. 29~33, (1964)
- [16] R. Truell, et. al., "Ultrasonic methods in solid state physics", New York Academic Press, pp. 38-52, (1969)
- [17] 日野幹雄, "スペクトル解析", 株式會社朝倉書店, pp. 109-118, 172-175, (1977)