

# 사이클로이드 기어 설계 및 가공에 관한 연구

김성철\*, 정원지\*\*, 조승래\*\*\*, 이춘만\*\*

## A Study on the Design and Manufacturing of Cycloid Gear

Sung-Chul Kim\*, Won-Jee Chung\*\*, Seung-Rae Cho\*\*\*, Choon-Man Lee\*\*

### ABSTRACT

In this paper, a practical method for design and machining of cycloid gear was investigated. Based on the proposed method, a systematic program was developed for automatically designing the tooth profiles of epicycloid and hypocycloid gears for the case of one difference between the number of teeth of cycloid gear and the number of pins. In addition, this program produces NC-code for cycloid gear by Biarc curve fitting using position coordinates of tooth profiles and pressure angles. The error analysis between cycloid curve and Biarc curve was performed to show the effective method of equidistant partitioning of cycloid curve so that efficient method of Biarc curve fitting was also proposed for the partitioned curve.

**Key Words** : Cycloid curve (사이클로이드 곡선), Cycloid gear design (사이클로이드 기어설계), NC-code generation (NC 코드생성)

### 1. 서론

사이클로이드(Cycloid) 치형은 피치원 위를 원이 구를 때 그 원의 한 점에 의하여 만들어진다. 사이클로이드 기어에서는 인벌류트(Involute) 기어에서와 같이 간섭이 일어나지 않으며 이것이 가장 큰 이점이다. 사이클로이드 기어는 감속비를 크게 하기 위하여 피니언의 치수를 적게 하여도 이로 인한 간섭문제가 없어서 기어이를 약화시키는 일이 없기 때문에 시계류 또는 특수한 계측기 등에 폭넓게 사용될 수 있다. 더욱이 사이클로이드 치는 인벌류트치보다 미끄럼이 적기 때문에 마멸(磨滅)을 줄일 수 있다.<sup>(1)</sup> 또한, 본 논문에서 다루는 사이클로이드 기어는 다른 한쪽의 기어 치형이 원으로 되

어 있어서 인벌류트 기어에 비해 기어가 차지하는 공간을 절약하며 감속비를 높일 수 있는 장점이 있다. 사이클로이드 기어가 지금까지 잘 사용되지 않았던 이유는 인벌류트 기어에 비해 기어 치형의 설계 및 가공이 어렵고, 그들이 이론적으로 정확한 중심거리로 맞물려 있을 때만 일정한 각속도비를 전달할 수 있기 때문이었다.

기어설계에 대한 연구는 지금까지 많이 진행되어 왔으나 대부분이 일반적인 기어형상에 대한 연구가 주를 이루어 왔으며<sup>(2)</sup> 특히, 사이클로이드 기어 감속기로서 산업체에서 응용 가능한 모델에 대한 연구는 빈약하였다. 본 논문에서는 편심차동방식감속기<sup>(3)</sup>에 들어가는 사이클로이드 기어에 대한 형상 설계와 NC 가공에 대한 연구를 수행하였다.

\* 창원대학교 공작기계기술연구센터

\*\* 창원대학교 기계설계공학과

\*\*\* 창원대학교 기계설계공학과 대학원

편심자동방식감속기는 2단계 감속을 한다. 제1 감속부는 평지차 감속기구로서 입력축의 회전이 스퍼기어(Spur gear)에 전달되면 이수 비율만큼의 감속이 이루어진다. 그리고 제2감속부는 차동치차 감속기구(Fig.1)로서 사이클로이드 치형을 갖는 기어가 크랭크축(Crank shaft)의 편심부에 있는 베어링(Bearing)을 통해 부착되어있다. 또한 케이스(Case) 내측에는 사이클로이드 기어의 이수보다 1개 많은 핀(Pin)이 등간격으로 배열되어있다. 케이스를 고정하고 스퍼기어가 회전하면 크랭크축의 편심부와 기기에 부착되어있는 사이클로이드 기어는 편심운동을 한다. 이때 크랭크축이 1회전하면 사이클로이드 기어는 크랭크축과 반대방향으로 기어의 1피치(Pitch)만큼만 회전한다. 이 회전을 샤프트(Shaft)에 전달하는 것이 제2감속부이며, 이 때의 감속비는 기어이수와 같다.

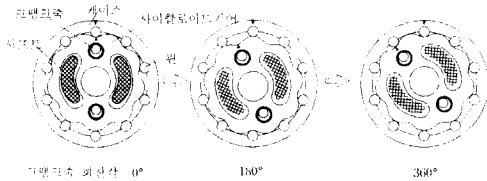


Fig. 1 Differential gears

## 2. 사이클로이드 기어의 설계

### 2.1 사이클로이드 곡선식

사이클로이드 곡선(Cycloid curve)은 다른 원위를 구르는 원 위의 한 점에 의해서 생성된다.

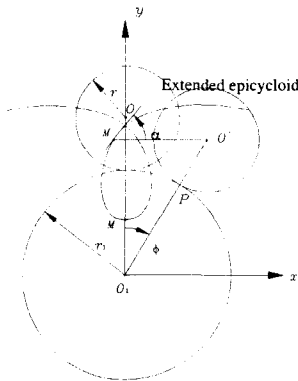


Fig. 2 Extended epicycloid curve

Fig. 2는 반경이  $r$ 인 구르는 원에 연결되어 있던 점  $M$ 의 궤도(Trajectory)에 의해 확장 사이클로이드(Extended cycloid)가 생성되는 것을 보여준다.

순수한 구름(Rolling)이라고 가정했을 때 Faydor L. Litvin<sup>(4)</sup>은 확장 외사이클로이드(Extended epicycloid)와 확장 내사이클로이드(Extended hypocycloid) 곡선식을 각각 다음과 같이 정의하였다.

$$\begin{aligned} x &= (r_1 + r) \sin \phi - a \sin \left[ \phi \left( 1 + \frac{r_1}{r} \right) \right] \\ y &= (r_1 + r) \cos \phi - a \cos \left[ \phi \left( 1 + \frac{r_1}{r} \right) \right] \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} x &= (r_1 - r) \sin \phi - a \sin \left[ \phi \left( \frac{r_1}{r} - 1 \right) \right] \\ y &= (r_1 - r) \cos \phi + a \cos \left[ \phi \left( \frac{r_1}{r} - 1 \right) \right] \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $a = |OM|$ .

$a$  : 접선각

$\phi$  :  $0 \sim 2\pi$ ,  $r, r_1$  : 두 원의 반경

$P$  : 두 원의 접점이며 회전의 순간중심

### 2.2 Overcentre 사이클로이드 기어장치

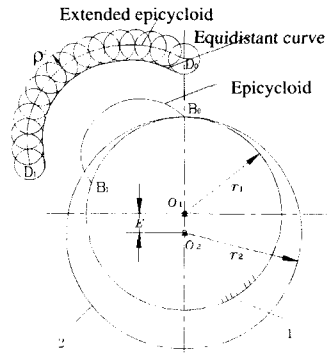


Fig. 3 Overcentre cycloid gearing

Fig. 3의 Overcentre 기어장치<sup>(4)</sup>는 두 개의 기어 중심이  $E$ 만큼 떨어진 상태에 있는 피니언(Pinion)과 기어의 차가 한 개인 유성기어열의 응용에서 나타난다. 여기서 사이클로이드 기어의 치형은 확장 외사이클로이드 곡선에서 핀 반경  $\rho_2$

만큼 떨어진 등거리 곡선(Equidistant curve)이며 또 하나의 기어 치형은 반경  $\rho_2$ 를 갖는 원이다.

$N_1$ 을 기어이수 그리고  $N_2$ 를 편수라고 하면 다음 관계가 만족한다.

$$r_1 = EN_1 \quad (3)$$

$$r_2 = EN_2 = E(N_1 + 1) \quad (4)$$

### 2.3 기어설계를 위한 프로그램

사이클로이드 기어 설계를 위한 알고리즘 (Algorithm)은 Fig. 4와 같으며 각 과정의 내용은 다음과 같다.

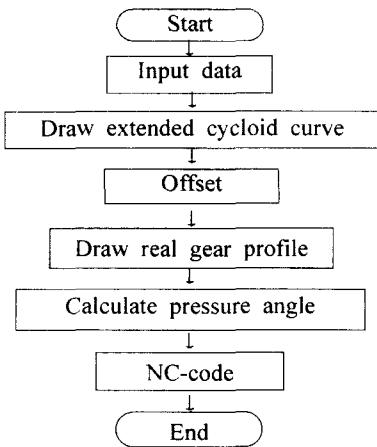


Fig. 4 Flowchart for cycloid gear design

첫 번째는 기어이수  $N_1$ 와 편수  $N_2$  그리고 기어 중심간의 거리(Clearance)  $E$ 를 입력데이터로 받는다. 두 번째는 외사이클로이드 기어와 내사이클로이드 기어 중에서 해당하는 확장 사이클로이드 곡선을 그린다. 세 번째는 확장 사이클로이드 곡선상의 임의의 점  $M$ 에서 순간중심점  $P$ 의 방향으로 원의 반경  $\rho_2$ 만큼 안쪽으로 오프셋(Offset)시킨다. 네 번째는 세 번째에서 오프셋한 후의 점이 사이클로이드 기어의 실제 치형 좌표( $x, y$ )가 되며, 이 점들을 연결하여 사이클로이드 기어를 그린다. 다섯 번째는 사이클로이드 기어의 압력각을 구한다. 여섯 번째는 네 번째, 다섯 번째에서 얻은 사이클

로이드 기어 치형의 위치좌표와 압력각을 사용하여 사이클로이드 기어 치형에 대한 NC-code를 얻는다.

Table 1 Parameters of epicycloid gear

항 목	사용되는 식	단위 mm
기어이수, $N_1$		10개
편수, $N_2$		11개
기어중심간의 거리, $E$		1.4
원 반경, $\rho_2$	$2 \times E$	2.8
기어 반경, $R_1$	$r_1 + r_2$	29.4
링(Ring)기어 반경, $R_2$	$2 \times r_2$	30.8

본 연구에 대한 예제를 Table 1에 나타냈는데, 이는 외사이클로이드 기어에 대한 경우로, 기어이수 10개, 편수 11개로 편수가 기어이수보다 한 개 더 많게 된다. 이렇게 하면 감속비 10을 얻을 수 있다. 그러나 내사이클로이드 기어의 경우에는 외사이클로이드와는 반대로 기어이수 11개, 편수 10개로 기어이수가 편수보다 한 개 더 많아야 한다.

Fig.5는 외사이클로이드 기어형상을 설계한 결과이다.

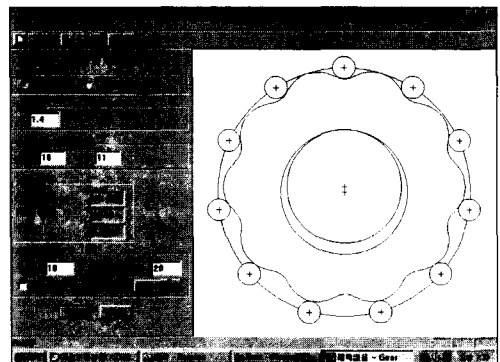


Fig. 5 Epicycloid gear

Fig.6은 내사이클로이드 기어의 기어형상을 설계한 결과이다.

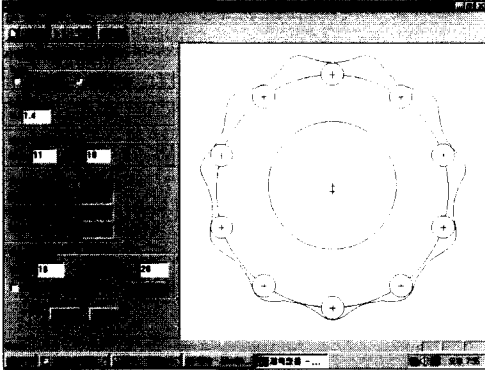


Fig. 6 Hypocycloid gear

### 3. 사이클로이드 기어의 가공

#### 3.1 Biarc curve fitting 법

사이클로이드 기어의 곡선을 분할하여 구한 각 점 구간에서 서로 접하는 두 개의 원호를 끼워 넣어 Biarc 곡선을 얻기 위해서는 우선 사이클로이드 기어의 곡선상의 점들을 구하고, 이 점을 지나는 원호를 Biarc curve fitting 법<sup>(5)</sup>에 의해 계산한다. 이 과정에서 필요한 접선각은 사이클로이드 기어의 곡선상의 점에서의 압력각을 접선각으로 사용하였다. 여기에 사용된 Biarc curve fitting법에 관한 이론은 Bolton<sup>(6)</sup>이 제시한 것을 사용하였다. 이 이론은 변곡(Inflection) 및 비변곡(Non-inflection) 구간 모두에 대해 전개되어 있다. 본 연구의 사이클로이드 기어의 곡선은 변곡, 비변곡 구간이 모두 존재하므로 전 곡선에 대하여 위 이론을 적용하였다.

#### 3.2 사이클로이드 기어의 곡선분할과 접선각의 계산

Biarc curve fitting의 첫 번째 단계는 사이클로이드 기어 치형 위의 점을 구하는 것이다. 이 때 사이클로이드 기어의 곡선을 몇 개의 구간수(No. of span)로 나누고, 구간길이(Length of span)를 어떻게 하느냐가 중요하다. 이 점들은 Biarc curve fitting에서의 기준점이 되기 때문이다. 본 연구에서는 사이클로이드 기어의 이 끝에서 치저원 사이의 거리를 등간격으로 나누어 점의 위치를 구하였다.

기어 치형의 위치 좌표를 얻기 위해서는 먼저 확장 사이클로이드 곡선상의 점  $M(M_x, M_y)$ 에서

순간중심점  $P(P_x, P_y)$  방향으로 원의 반경  $\rho_2$ 만큼 안쪽으로 오프셋 시켜야 실제의 사이클로이드 기어의 치형 좌표  $(x, y)$ 를 얻을 수 있게 된다.

$$\begin{aligned} x &= P_x - ((f - \rho_2)/f) \times (P_x - M_x) \\ y &= P_y + ((f - \rho_2)/f) \times (M_y - P_y) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서,  $f$  :  $\overline{MP}$  의 거리

사이클로이드 곡선상의 한 점에서의 접선각  $\alpha$  은 Fig. 2에 정의되어 있으며 그 점에 대한 압력각을 계산하여 접선각으로 하였다. 기어 치형이 갖는 임의의 점에서의 접선각  $\alpha$ 는 확장 사이클로이드 곡선 위의 점  $M(M_x, M_y)$ 와 실제의 사이클로이드 곡선 위의 점  $(x, y)$ 을 잇는 직선이  $x$ 축과 이루는 각을 계산하여 얻을 수 있다.

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{M_y - y}{M_x - x} \right) \times \frac{180}{\pi} - 90.0 \quad (6)$$

만일,  $\alpha$ 가 (-)값이면  $360^\circ$  를 더해 주어야 한다.

#### 3.3 사이클로이드 곡선과 Biarc 곡선의 오차

원호의 연속에 의해 사이클로이드 곡선을 묘사하므로 두 곡선사이에는 피할 수 없는 오차(Error)가 발생한다. 그러므로 본 연구에서 사용한 Biarc 곡선과 사이클로이드 곡선의 오차가 어느 정도인지를 알기 위하여 다음과 같이 오차를 구하여 분석하였다.

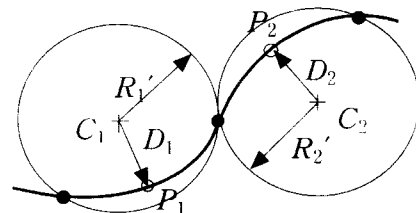


Fig. 7 Error between biarc curve and cycloid curve

Fig. 7은 사이클로이드 곡선 전체를 1개의 구간으로

하였을 때, 즉 반지름이  $R_1'$ ,  $R_2'$ 인 2개의 원호에 의해 Curve fitting한 개략도이다. 사이클로이드 곡선 상의 한 점  $P_1$ 과 한 원호의 중심  $C_1$ 점까지의 거리를  $D_1$ ,  $P_2$ 점과 다른 원호의 중심  $C_2$ 점까지의 거리를  $D_2$ 라고 하면 사이클로이드 곡선과 Biarc 곡선의 오차  $e$ 는 식(7)과 같다.

$$e = D_1 - R_1' \quad \text{또는} \quad e = D_2 - R_2' \quad (7)$$

오차는 사이클로이드 곡선을 기준으로 하므로 ( $\pm$ )값을 가질 수 있다. 부호가 (+)인 경우는 Biarc 곡선이 사이클로이드 곡선보다 더 작게 묘사하는 경우이며, 부호가 (-)인 경우는 Biarc 곡선이 사이클로이드 곡선보다 더 크게 묘사하는 경우를 나타낸다.

본 연구에서는 사이클로이드 곡선의 시작각도에서 끝나는 각도를 여러 개의 미소 각도로 분할하여 두 곡선 사이의 오차를 계산하였다. 이 경우 위치에 따라 원호  $R_1'$ ,  $R_2'$ 가 바뀌게 되므로 구간에 따라 원호를 바꿔 가면서 오차를 계산하여야 한다. 이렇게 사이클로이드 곡선을 여러 각도로 분할하여 구한 오차중 가장 큰 오차의 절대값을 최대 오차(Maximum error)  $e_{max}$ 라 하였다. 이 최대오차는 구간수를 증가시키면 감소하지만 NC-code의 길이가 길어지므로 어느 정도의 허용오차 범위 내에 드는 구간수가 몇 개 정도인지를 고찰하였다.

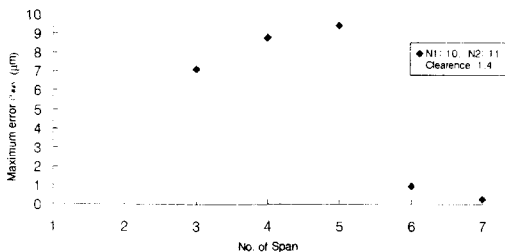


Fig. 8 Error between biarc curve and cycloid curve

Fig. 8은 기어이수( $N_1$ ) 10개, 핀수( $N_2$ ) 11개인 Epicycloid 기어에 대하여 구간수를 변화시켜가며 최대오차를 나타낸 것으로 구간수를 7개로 하면 최대

차는  $5\mu\text{m}$  이하가 된다. 또한 Fig. 8과 같은 조건에서 사이클로이드 기어중심간의 거리(Clearance)를 1.0에서 2.0까지 변화시켜보았다. 이 경우 기어중심간의 거리변화는 최대오차에 영향을 주지 않았다. 일반적인 사이클로이드 기어에 대하여 최대 오차범위가  $5\mu\text{m}$  이내에 들 수 있도록 하였는데, 그 이유는 Wire-cut 방전가공기에서 가공오차를  $10\mu\text{m}$  이내로 가공하기가 어려우므로 더 이상 설계오차를 줄여도 별의미가 없기 때문이다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 그 동안 연구가 미흡하였던 분야인 사이클로이드 기어의 설계 및 가공에 대한 연구를 수행하였다. 사이클로이드 기어이수와 핀수가 한 개 차이나는 경우에 있어서 외사이클로이드와 내사이클로이드 기어 치형을 자동으로 설계하고, 기어 치형에 대한 NC-code를 얻을 수 있는 프로그램을 개발하였다. 또한, 기어이수에 따른 Biarc 곡선과 사이클로이드 곡선의 오차에 대한 분석을 수행하였다. 기어의 사이클로이드 곡선을 등간격으로 분할 할 수 있는 방법을 제안하여, 분할된 구간에 대해 효과적으로 Biarc curve fitting 하는 방안을 제시하였다. 또한, 두 곡선 사이의 오차해석을 통해 설계오차가 일정 허용범위내에 들 수 있도록 하는 구간수를 구하였다.

1. 사이클로이드 기어 치형 좌표와 기어 치형의 접선각을 얻기 위해 사이클로이드 곡선에 대한 복잡한 미분 과정 없이 단지 두 점만을 사용하여 간단히 구하는 방법을 제시하였다.
2. Biarc curve fitting하여 생긴 최대오차는 구간수가 증가할수록 감소하는 경향을 보이며 기어중심간의 거리의 변화는 최대오차에 영향을 주지 않는다.
3. 기어이수가 9, 10, 11개이고 핀수가 기어이수보다 1개 많은 경우에 있어서 기어중심간의 거리(Clearance)를 1.4, 구간수를 7개 이상으로 하면 최대오차는  $5\mu\text{m}$ 이하가 된다.

#### 후 기

본 연구는 한국과학재단지정 창원대학교 공작 기계기술연구센터 및 삼익정공(주)의 지원에 의한

것입니다.

### 참고문헌

1. G. H. Martin 원저. 기구학 제2판. pp. 260-262, 1990.
2. 송중천, "기어 설계용 CAD 프로그램 개발에 관한 연구," 1996.
3. 松本和幸, 橋本正孝, "偏心差動方式減速機「RV減速機」," 機械設計, 第31卷 第8號, pp. 58-64, 1987.
4. Faydor L. Litvin, "Gear Geometry and Applied Theory," PTR Prentice-Hall. Vol. 13. pp. 382-406, 1994.
5. 이춘만, 이승훈, 조승래, "A Study on the Biarc Curve Fitting of Involute Curve." 한국정밀공학회지, 제13권, 제12호, pp. 78-85, 1996.
6. K. M. Bolton. "Biarc curves." Computer-Aided Design, Vol.7. No. 2. pp. 89-92, 1975.