

## 로버스트 설계에서 기대함수를 이용한 다특성 동시 최적화 방안\*

권용만 · 박병전

조선대학교 전산통계학과

### Simultaneous Optimization of Multiple Quality Characteristics to Robust Design using Desirability Function

Kwon Yong-Man · Park Byung-Jun

Dept. of Computer Science and Statistics, Chosun University

#### Abstract

Robust design is an approach to reducing performance variation of quality characteristic values in quality engineering. Taguchi has an idea that mean and variation are handled simultaneously to reduce the expected loss in products and processes. Taguchi parameter design has a great deal of advantages but it also has some disadvantages. The various research efforts aimed at developing alternative methods. In the Taguchi parameter design, the product-array approach using orthogonal arrays is mainly used. However, it often requires an excessive number of experiments. An alternative approach, which is called the combined-array approach, was suggested by Welch et. al. (1990) and studied by others. In these studies, only single quality characteristic was considered.

In this paper we propose how to simultaneously optimize multiple quality characteristics using desirability function when we used the combined-array approach to assign control and noise factors. An example is illustrated to show the difference between the Taguchi's product-array approach and the combined-array approach.

\* 본 논문은 1998년도 조선대학교 학술연구비의 지원을 받아 연구되었음.

## 1. 서론

다구찌 품질공학(Taguchi [1986, 1987])은 제품의 설계단계에서부터 품질관리의 전 분야에 걸쳐서 품질을 개선하는데 있어서 큰 기여를 하였다. 이전의 실험계획법에서는 단지 품질특성치의 평균을 개선하는데 초점을 두고 최적조건을 찾는 경향이 있었으나 다구찌 품질공학에서는 품질특성의 평균뿐만 아니라 변동(분산 혹은 표준편차)을 가능한 줄이는 것을 목적으로 한다는 점에서 차이가 있다. 다구찌 파라미터 설계에서 직교배열표를 이용한 교차배열(product array)은 제어인자와 잡음인자의 모든 교호작용을 고려한 실험배치를 하여 자료분석을 하였다. 교차배열에서 잡음인자는 품질특성치의 품질변동을 유발시키는 역할을 함으로써 변동에 둔감하면서 동시에 품질특성치의 평균을 목표치에 접근하는 제어인자의 최적조건을 찾을 수 있는 로버스트 설계를 가능하게 한다.

파라미터 설계에서 교차배열은 제어인자와 잡음인자의 모든 교호작용을 고려함으로써 실험수가 지나치게 많을 뿐 아니라 축차실험을 고려하지 않는 등 많은 단점을 가지고 있다. 따라서 실험수를 줄일 수 있을 뿐 아니라 기존의 잘 정립된 실험계획법 이론을 이용한 대체방안이 연구되고 있다. 그 중에서 통합배열접근법(combined array approach)이 Welch, Yu, Kang,와 Sacks(1990)에 의해 처음으로 제안되었다. 그 이후로 Vining와 Myers(1990), Box와 Jones(1992) 그리고 Kwon(1994)등에 의하여 연구되었다. 통합배열이란 잡음인자를 제어인자와 같이 하나의 실험배열에 배치하는 실험방법을 말한다.

대부분의 실험계획에서는 품질특성(반응변수 혹은 종속변수)이 한 개인 경우 설계인자(설계변수 혹은 독립변수)들의 최적조건을 찾고 있으나 실제 실무에서는 어떤 경우의 실험계획에 관한 문제이든 동시에 고려하여야 할 품질특성이 여러 개인 경우 즉, 다특성(multiple quality characteristics)인 경우가 대부분이다. 다특성(혹은 다중반응)에서 설계인자의 최적조건을 찾는 방안은 Derringer와 Suich(1980), Khuri와 Conlon(1981)등에 의하여 이루어졌다. Derringer와 Suich(1980)는 기대함수를 이용한 다특성 동시 최적화 방안을 그리고 Khuri와 Conlon(1981)은 거리함수(distance function)을 이용한 다특성 동시 최적화 방안을 제시하였다. 그러나 앞서 제시된 방안들은 품질변동을 고려하지 않은 동시 최적화 방안이다. 또한 다구찌 파라미터 설계에서 다특성에 관한 연구는 거의 되어있지 않는 실정이다.

본 논문의 목적은 Derringer와 Suich(1980)가 제시한 기대함수를 이용하여 통합배열에 의한 실험배치에서 로버스트 설계를 위한 다특성 동시 최적화 방안을 제안하고 다구찌 방법론과 비교하여 새로이 제안한 방법이 보다 효율적임을 보이는데 있다. 2절에서는 새로운 다특성 동시 최적화 방안  $P_d$ 를 제안하고 3절에서는 본 논문에서 제안한 최적화 방안과 다구찌 방법론과 예제를 들어 비교연구를 하였고 4절에서는 본 논문의 이점을 제시하였다.

## 2. 로버스트 설계를 위한 다특성 동시 최적화

### 2.1 다변량선형모형에서 추정된 평균모형과 분산모형

품질특성  $y$ 는 제어인자들( $x$ )과 잡음인자들( $z$ )에 의해 값이 정해진다고 가정하자. 제어인자들과 잡음인자들을 각각  $x = (x_1, x_2, \dots, x_l)'$ 와  $z = (z_1, z_2, \dots, z_m)'$ 로 나타내기로 하자. 실험수는  $N$ 이고 종속변수들의 개수를  $r$  이라고 하면  $i$  번째 품질특성의 이차회귀모형은 다음과 같다.

$$y_i(x, z) = \beta_0 + x' \beta_i + x' B_i x + z' R_i z + z' \gamma_i + z' D_i x + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad (2.1)$$

여기서  $\beta_i$ 는  $l \times 1$ ,  $\gamma_i$ 는  $m \times 1$ ,  $B_i' = B_i$ 는  $l \times l$ ,  $R_i' = R_i$ 는  $m \times m$ ,  $D_i$ 는  $m \times l$ 인 모집단의 회귀계수들의 벡터 혹은 행렬이고  $\varepsilon_i$ 는  $i$  번째 품질특성에서의 실험오차이다. 식(2.1)을 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$y_i = X \theta_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad (2.2)$$

여기서  $y_i$ 는  $i$  번째 품질특성에서의 측정치의  $N \times 1$  벡터이고,  $X$ 는  $N \times p$  행렬인 계획행렬(design matrix)이고 계수는  $p$ ,  $i$  번째 품질특성에서의  $\theta_i$ 는  $p \times 1$ 인 모집단의 회귀계수들의 벡터이고  $\varepsilon_i$ 는 실험오차의 벡터이다. 식 (2.2)와 관련된 가정으로

$$E(\varepsilon_i) = 0, \quad \text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma_{ii} I_N, \quad \text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = \sigma_{ij} I_N \quad i, j = 1, 2, \dots, r, \quad i \neq j \quad (2.3)$$

이 성립된다고 하자. 다변량선형회귀모형식 (2.2)로부터 식(2.3)의 가정이 성립되는 경우에는 보통최소제곱(ordinary least squares(OLS))추정과 일반최소제곱(generalized least squares(GLS))추정과 동일하다(Huang (1970, p. 188)을 보시오). 따라서 최소제곱법에 의하여 회귀계수를 추정하면 적합한 2차회귀모형은 다음과 같다.

$$\hat{y}_i(x, z) = b_0 + x' \underline{b}_i + x' \hat{B}_i x + z' \hat{R}_i z + z' \hat{\gamma}_i + z' \hat{D}_i x, \quad i = 1, 2, \dots, r. \quad (2.4)$$

식(2.4)에 대하여 Box와 Jones(1992)는 통합배열접근법에서 제어인자와 잡음인자의 함수로 되어있는 하나의 품질특성에서 평균모형과 분산모형을 분리하였다. 그러나 본 논문에서는 품질특성이 여러 개인 경우에 추정된 평균모형과 분산모형을 정의하기로 한다. 잡음인자들  $z$ 는 실험할 때는 제어할 수 있으나 실제로는 제어할 수 없는 확률

변수들이다.  $\underline{z}$ 에 관한 다른 지식이 없는 경우 흥미영역  $R_z$ 에서 일양분포를 한다고 가정하자. 우리는 잡음인자  $\underline{z}$ 의 범위에서의 어떤  $\underline{x}$ 에서 평균을  $\widehat{m}_i(\underline{x})$ 로 나타내기로 하고 이를 “ $i$ 번째 추정된 평균모형”이라 하면 다음과 같다.

$$\widehat{m}_i(\underline{x}) = \int_{R_z} \widehat{y}_i(\underline{x}, \underline{z}) p(\underline{z}) d\underline{z}, \quad i = 1, 2, \dots, r,$$

여기서  $p(\underline{z})$ 는  $\underline{z}$ 의 확률밀도함수이며  $\underline{z}$ 는  $R_z(-1 \leq z \leq 1)$ 에서 일양분포를 한다. Box와 Jones(1992)는 평균모형식은 다음과 같다고 하였다.

$$\widehat{m}_i(\underline{x}) = b_0 + \underline{x}' \underline{b}_i + \underline{x}' \widehat{B}_i \underline{x} + (tr \widehat{R}_i)/3, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad (2.5)$$

여기서  $tr(\widehat{R}_i)$ 는 행렬  $\widehat{R}_i$ 의 대각선 원소들의 합이다. 한편, 우리는  $i$ 번째 품질특성의 추정된 평균모형에 대한 평균제곱변동(mean square variation)을  $\widehat{v}_i(\underline{x})$ 라 하면 다음과 같다.

$$\widehat{v}_i(\underline{x}) = \int_{R_z} (\widehat{y}_i(\underline{x}, \underline{z}) - \widehat{m}_i(\underline{x}))^2 p(\underline{z}) d\underline{z}, \quad i = 1, 2, \dots, r.$$

Box와 Jones(1992)는 평균제곱변동은 다음과 같다고 하였다.

$$\widehat{v}_i(\underline{x}) = (\underline{x}'_i + \widehat{D}_i \underline{x})' (\underline{x}'_i + \widehat{D}_i \underline{x})/3 + \widehat{A}_i, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad (2.6)$$

여기서  $\widehat{A}_i = [4 \sum_{j=1}^m (\gamma_{ij}^i)^2 + 5 \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{k=j+1}^m (\gamma_{jk}^i)^2]/45$ 이고  $\gamma_{jk}^i$ 는  $\widehat{R}_i$ 의  $j$ 번째 행과  $k$ 번째 열의 원소이다. 우리는  $\widehat{v}_i(\underline{x})$ 를 “ $i$ 번째 추정된 분산모형”이라고 하자.

## 2.2 품질평균에 대한 최적화 방안

2.1절에서는 통합배열에 의한 실험배치에서 품질의 평균을 품질특성의 개수만큼 추정할 수 있었다. 우리는 Derringer와 Suich(1980)가 제시한 기대함수를 이용하여 품질의 평균을 망목특성, 망소특성 그리고 망대특성으로 변환하여 새로운 최적화 방안을 제안하고자 한다.

추정된 평균모형  $\widehat{m}_i(\underline{x})$ 를 기대함수  $d_i(\underline{x})$  ( $0 \leq d_i(\underline{x}) \leq 1$ )로 변형시킨 다음  $r$ 개

의 평균모형들에 대한 총기대함수를 기하평균을 사용하여 나타내면 다음과 같다.

$$D_m(\mathbf{x}) = (d_1(\mathbf{x}) \times d_2(\mathbf{x}) \times \dots \times d_r(\mathbf{x}))^{1/r} \quad (2.7)$$

따라서  $r$ 개의 평균모형 대한 최적화 방안을 다음과 같이 제안한다.

$$\max_{\mathbf{x} \in R_x} D_m(\mathbf{x}) = \max_{\mathbf{x} \in R_x} (d_1(\mathbf{x}) \times d_2(\mathbf{x}) \times \dots \times d_r(\mathbf{x}))^{1/r}. \quad (2.8)$$

여기서  $R_x$ 는 제어인자들  $\mathbf{x}$ 의 흥미영역을 나타낸다. 우리는 식(2.8)로부터 품질평균만을 고려하였을 때 제어인자들의 집합  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_r)'$ 에 대한 최적점을 구할 수 있게 된다.

모든 품질특성은 크게 망목특성, 망소특성 그리고 망대특성과 같이 세 가지 종류로 분류되고 추정된 평균모형도 역시 세 가지 종류로 분류할 수 있다. 따라서 우리는 평균모형에 대한 세 가지 종류의 기대함수  $d_i(\mathbf{x})$ 를 다음과 같이 제안하고자 한다.

### 2.2.1 망대특성의 기대함수

품질특성이 망대특성인 경우 추정된 회귀모형식을 식(2.4)과 같이 정의한다면  $i$ 번째 품질특성의 추정된 평균모형  $\widehat{m}_i(\mathbf{x})$ 의 값도 또한 클 수록 좋은 망대특성이 된다. 따라서 평균모형  $\widehat{m}_i(\mathbf{x})$ 가 클 수록 기대함수  $d_i(\mathbf{x})$ 값도 커진다.  $\widehat{m}_i(\mathbf{x})$ 를 최대로 하여야 할 경우에는  $d_i(\mathbf{x})$ 를 다음과 같이 단측변환 할 수 있다.

$$d_i(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0 & \widehat{m}_i(\mathbf{x}) \leq m_{i*} \\ \left[ \frac{\widehat{m}_i(\mathbf{x}) - m_{i*}}{m_i^* - m_{i*}} \right]^q & m_{i*} \leq \widehat{m}_i(\mathbf{x}) < m_i^* \\ 1 & m_i^* \leq \widehat{m}_i(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (2.9)$$

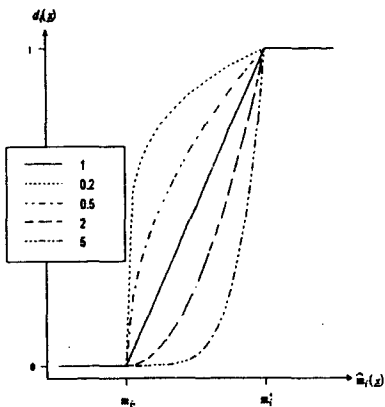
여기서  $m_{i*}$ 는  $\min_{\mathbf{x} \in R_i} \widehat{m}_i(\mathbf{x})$ ,  $m_i^*$ 는  $\max_{\mathbf{x} \in R_i} \widehat{m}_i(\mathbf{x})$  그리고  $q$ 는 임의의 실수 값을 나타낸다. 망대특성에서  $m_i^*$ 는  $\widehat{m}_i(\mathbf{x})$ 의 목표치가 된다. 따라서  $\widehat{m}_i(\mathbf{x})$ 가  $m_i^*$ 일 때  $d_i(\mathbf{x})$ 값이 1로 최대로 바람직한 상태가 된다. 목표치  $\widehat{m}_i(\mathbf{x})$ 가  $m_{i*}$ 에서 급속하게 증가하는 것이 바람직하다면  $q$ 에 큰 가중치를 주고 그렇지 않으면  $q$ 에 작은 가중치를 준다. 식(2.9)를 그래프로 나타내면 <그림 1>이 된다.

2.2.2 망소특성의 기대합수

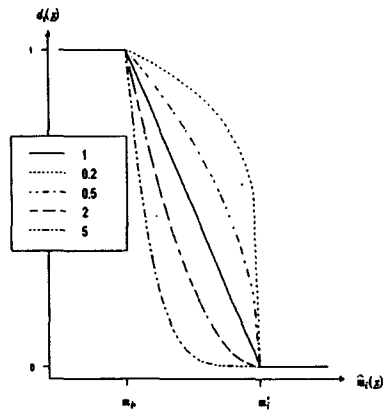
품질특성이 망소특성인 경우 품질특성의 추정된 평균모형의 값도 또한 작을 수록 좋은 망소특성이 된다.  $\widehat{m}_i(x)$ 의 값이 작을 수록  $d_i$ 가 커질 경우, 즉  $\widehat{m}_i(x)$ 을 최소로 하여야 할 경우에는  $d_i(x)$ 를 다음과 같이 단측변환 한다.

$$d_i(x) = \begin{cases} 0 & m_i^* \leq \widehat{m}_i(x) \\ \left[ \frac{m_i^* - \widehat{m}_i(x)}{m_i^* - m_{i*}} \right]^p & m_{i*} \leq \widehat{m}_i(x) \leq m_i^* \\ 1 & \widehat{m}_i(x) \leq m_{i*} \end{cases} \quad (2.10)$$

여기서  $p$ 는 임의의 실수값을 나타낸다. 망소특성에서  $m_{i*}$ 는  $\widehat{m}_i(x)$ 의 목표치가 된다. 따라서  $\widehat{m}_i(x)$ 가  $m_{i*}$ 일 때  $d_i(x)$ 값이 1로 최대로 바람직한 상태가 된다.  $\widehat{m}_i(x)$ 가 목표치  $m_{i*}$ 에서 급속하게 증가하는 것이 바람직하다면  $p$ 에 큰 가중치를 주고 그렇지 않으면  $p$ 에 작은 가중치를 부여하면 된다. 식(2.10)을 그래프로 나타내면 <그림 2>가 된다.



<그림 1> 망대특성의 기대합수



<그림 2> 망소특성의 기대합수

2.2.3 망목특성의 기대합수

품질특성이 망목특성인 경우 품질특성의 추정된 평균모형  $\widehat{m}_i$ 의 값도 또한 특정한 값 즉, 목표치  $\tau_i$ 가 좋은 망목특성이 된다.  $\widehat{m}_i$ 는 목표치  $\tau_i$ 에서  $d_i$ 가 커질 경우 다음과 같이  $d_i(x)$ 를 양측변환 한다.

$$d_i(x) = \begin{cases} \left[ \frac{\widehat{m}_i(x) - m_i^*}{\tau_i - m_i^*} \right]^s & m_i^* \leq \widehat{m}_i(x) \leq \tau_i \\ \left[ \frac{\widehat{m}_i(x) - m_i^*}{\tau_i - m_i^*} \right]^t & \tau_i \leq \widehat{m}_i(x) \leq m_i^* \\ 0 & \widehat{m}_i(x) \leq m_i^* \text{ 또는 } \widehat{m}_i(x) \geq \tau_i \end{cases} \quad (2.11)$$

여기서  $s$ 와  $t$ 는 임의의 실수이다. 망목특성에서  $s$ 는 망대특성에서의  $q$ 와 망목특성에서  $t$ 는 망소특성에서  $p$ 의 값과 같은 성질을 가지고 있다, <그림 3>은 식(2.11)을 그래프로 나타낸 것이다. <그림 3>에서 보는 바와 같이  $\widehat{m}_i(x)$ 의 값이  $\tau_i$ 에서 아주 가까워야 좋을 경우에는  $s$ 와  $t$ 에 큰 가중치를 주고 그렇지 않아도 좋을 경우에는  $s$ 와  $t$ 를 작은 가중치를 준다. 특별한 요구가 없을 경우에는  $s = t = 1$ 로 하여 분석하는 것이 좋을 것이다. <그림 3>은 목표치를 기준으로 목표치보다 작을 때는 망대특성을 적용하는 형태이며 목표치보다 클 때에는 망소특성의 그림임을 알 수 있다.

### 2.3 품질변동에 대한 최적화 방안

모든 품질특성의 품질변동은 작으면 작을 수록 좋기 때문에 망소특성의 성질을 가지고 있다고 할 수 있다. 따라서 반응함수의  $i$ 번째 추정된 분산모형의 값도 또한 작을 수록 좋은 망소특성이 된다. 우리는 품질변동의 망소특성을 이용하여 품질변동에 대한 새로운 최적화 방안을 제안하고자 한다. 먼저  $i$ 번째 추정된 분산모형  $\widehat{v}_i(x)$ 를  $i$ 번째 기대함수  $d_i^*(x)$  ( $0 \leq d_i^*(x) \leq 1$ )로 단측변환을 한 다음  $r$ 개의 분산모형에 대한 총 기대함수를 기하평균을 사용하여 나타내면 다음과 같다.

$$D_v(x) = (d_1^*(x) \times d_2^*(x) \times \dots \times d_r^*(x))^{1/r} \quad (2.12)$$

따라서 식(2.12)에서  $r$ 개의 분산모형에 대한 최적화 방안을 다음과 같이 제안한다.

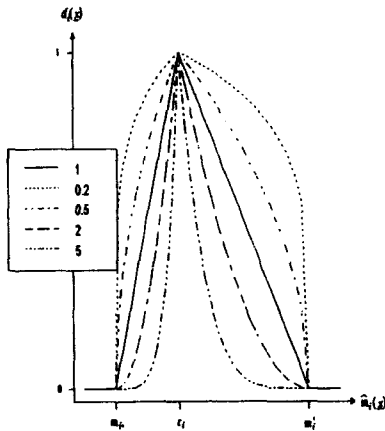
$$\max_{x \in R_x} D_v(x) = \max_{x \in R_x} (d_1^*(x) \times d_2^*(x) \times \dots \times d_r^*(x))^{1/r} \quad (2.13)$$

식(2.13)으로부터 품질변동만을 고려할 때 제어인자에 대한 최적점을 구할 수 있게 된다.

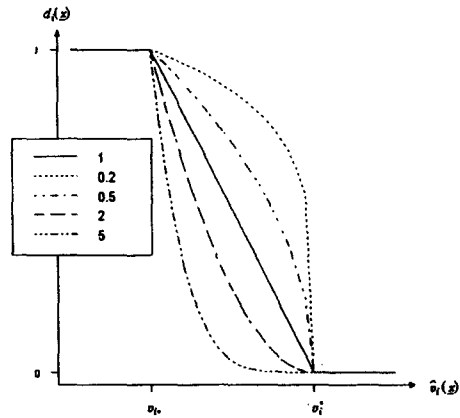
한편, 품질변동은 망소특성이므로  $\widehat{v}_i(x)$ 의 값이 작을수록  $d_i^*(x)$ 의 값이 커질 경우, 즉  $\widehat{v}_i(x)$ 를 최소로 하여야 할 경우에는 다음과 같이 단측변환 한다.

$$d_i^*(x) = \begin{cases} 0 & v_i^* \leq \widehat{v}_i(x) \\ \left[ \frac{v_i^* - \widehat{v}_i(x)}{v_i^* - v_{i*}} \right]^w & v_{i*} \leq \widehat{v}_i(x) \leq v_i^* \\ 1 & \widehat{v}_i(x) \leq v_{i*} \end{cases} \quad (2.14)$$

여기서  $v_{i*}$ 는  $\min_{x \in R_x} \widehat{v}_i(x)$ ,  $v_i^*$ 는  $\max_{x \in R_x} \widehat{v}_i(x)$  그리고  $w$ 는 임의의 실수값을 나타낸다. 우리는 제어인자  $x$ 의 값들이 주어질 때  $\widehat{v}_i$ 는  $\widehat{v}_i(x)$ 의 값을 나타내고  $d_i^*$ 는  $d_i^*(x)$ 의 값을 나타내기로 하자. 식(2.14)를 그래프로 나타내면 <그림 4>와 같이 된다.



<그림 3> 망목특성의 기대함수



<그림 4> 품질변동의 기대함수

### 2.4 동시최적화 방안과 최적화 수법

품질특성이 여러 개인 경우 로버스트 설계를 하기 위한 동시최적화 방안으로 앞서 우리가 제안한 품질평균에 대한 총기대함수  $D_m(x)$ 과 품질변동에 대한 총기대함수  $Dv(x)$ 를 동시에 고려한 동시최적화 방안을 생각해 볼 수 있을 것이다. 로버스트 설계를 위한 다특성 동시최적화 방안을 다음과 같이 제안하고자 한다.

$$P_d = \max_{x \in R_x} P_d(x) = \max_{x \in R_x} [\lambda D_m(x) + (1 - \lambda) D_v(x)] \quad (2.15)$$

여기서  $\lambda$ 는 0과 1사이의 실수이다.  $\lambda$ 는 품질평균에 대한 총 기대함수  $D_m(x)$ 과 품



질변동에 대한 총기대함수  $D_v(x)$ 에 대한 가중치이다.  $\lambda$ 가 클수록 품질평균에 대한 중요성이 커지는 것이며  $\lambda$ 가 작을수록 품질변동에 대한 중요성이 커지는 것이다.

식(2.15)에서  $P_d(x)$ 는 복잡한 함수 형태를 하고 있어서 수리적으로 최적해를 구하는데 어려움이 많다. 따라서 본 논문에서는 제안한 최적화 공식에 의한 제어인자들의 최적해를 찾는 방법으로 제어인자들의 흥미영역의 범위 내에서 격자탐색(grid search)을 한다. 예를 들면 제어인자의 흥미영역이 -1에서 1사이일 때, 제어인자의 개수가 세 개이고 격자간격이 0.01인 경우 격자점은  $201^3$ 개 발생하고 제어인자의 개수가 두 개이고 격자간격이 0.10인 경우 격자점은  $21^3$ 개 발생한다. 격자탐색 방법을 이용하여 최적화하는 경우 모든 계산은 모든 격자점에서만 이루어진다. 즉, 제어인자의 최적해는 모든 격자점 중에서 선택된다. 다양한 제한조건에서 최대값 혹은 최소값을 구할 때 프로그래밍화가 쉬운 장점이 있으나 제어인자의 수가 많아지고 격자간격이 좁은 경우 격자점이 많아져서 계산횟수가 많아지는 단점이 있다. 그러나 대부분의 실험계획에서 제어인자의 흥미영역은 그다지 넓지 않으며 제어인자의 수가 많아지더라도 격자간격을 크게 하여 관찰한 다음 특정지역에서 격자간격을 줄여가면서 최적해를 관찰하는 방법을 사용한다면 어떠한 환경에서도 이용이 가능할 것이다. 자세한 최적화 과정은 다음 장에서 살펴보도록 하자.

### 3. 비교 연구

로버스트 설계를 위한 다특성 동시 최적화 방안에서 다구찌가 제안한 교차배열접근법에 의한 최적화 방안과 우리가 2절에서 제안한 통합배열접근법에 의한 최적화 방안을 예제를 통하여 비교 연구하고자 한다.

#### 3.1 교차배열접근법

교차배열에서 내측배열(inner array)에는 3수준의 제어인자  $A, B, C$ 를 직교배열  $L_{18}(2^1 \times 3^7)$ 에 배치하고 외측배열(outer array)에 3수준( $N_{-1}$ : 좋은 조건,  $N_0$ : 정상 조건,  $N_1$ : 나쁜 조건)의 잡음인자  $N$ 을 배치하였다. 직교배열  $L_{18}(2^1 \times 3^7)$ 에서 교호작용은 1열과 2열에서 추정 가능하나 다른 열에서는 고르게 교락되어 있어 주효과만을 고려한 실험배치에 효과적이다. <표 1>에서는 제어인자에 관하여 나타나 있으며 <표 2>는 교차배열에 의한 실험배치이며 강도 자료  $y_1$ , 마모 자료  $y_2$ 와 치수 자료  $y_3$ 에 대한 가상적인 자료가 있다.

< 표 1 > 요인과 수준

제 어 인 자	-1 수준	0 수준	1 수준
A : 시간(min)	120	125	130
B : 온도(°C)	60	70	80
C : 밝기(lux)	300	350	400

< 표 2 > 교차배열에 의한 실험자료

Source	e	A	B	C	e	e	e	e	e	e	$y_1$				$y_2$				$y_3$			
Col Run #	1	2	3	4	5	6	7	8			$N_{-1}$	$N_0$	$N_1$	SN	$N_{-1}$	$N_0$	$N_1$	SN	$N_{-1}$	$N_0$	$N_1$	SN
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1			222	240	203	-0.15	32	31	32	-2.01	174	163	131	-0.67
2	-1	-1	0	0	0	0	0	0			261	181	165	-1.36	19	25	20	1.35	181	170	127	-2.99
3	-1	-1	1	1	1	1	1	1			318	261	262	1.85	30	33	28	-1.66	161	164	164	2.67
4	-1	0	-1	-1	0	0	1	1			196	187	209	-1.12	31	31	25	-1.29	112	88	111	-8.56
5	-1	0	0	0	1	1	-1	-1			111	190	222	-3.34	22	17	22	1.78	96	101	103	-8.99
6	-1	0	1	1	-1	-1	0	0			303	248	265	1.60	28	31	33	-1.75	92	98	120	-8.66
7	-1	1	-1	0	-1	1	0	1			194	172	211	-1.41	14	20	16	3.47	212	210	206	-10.47
8	-1	1	0	1	0	-1	1	-1			190	178	184	-1.71	27	30	31	-1.36	185	199	171	-6.32
9	-1	1	1	-1	1	0	-1	0			262	290	310	2.11	29	21	26	-0.15	195	169	207	-7.74
10	1	-1	-1	1	1	0	0	-1			209	195	186	-1.16	31	30	31	-1.73	135	126	157	0.48
11	1	-1	0	-1	-1	1	1	0			166	167	212	-1.98	28	31	30	-1.45	152	171	139	2.24
12	1	-1	1	0	0	-1	-1	1			296	314	330	2.89	19	18	15	3.18	142	154	147	10.28
13	1	0	-1	0	1	-1	1	0			193	179	190	-1.56	19	21	15	2.66	115	101	91	-8.75
14	1	0	0	1	-1	0	-1	1			218	168	212	-1.19	31	31	33	-2.02	85	83	95	-10.93
15	1	0	1	-1	0	1	0	-1			320	283	312	2.65	30	30	27	-1.26	95	79	112	-10.01
16	1	1	-1	1	0	1	-1	0			198	190	210	-1.03	22	31	35	-1.49	187	211	181	-8.05
17	1	1	0	-1	1	-1	0	1			165	208	203	-1.48	29	32	29	-1.55	202	190	197	-8.37
18	1	1	1	0	-1	0	1	-1			298	317	312	2.79	20	26	14	1.73	191	228	189	-9.91
											SUM			-3.6				-3.55				-94.75

강도 자료  $y_1$ 은 망대특성, 마모 자료  $y_2$ 는 망소특성이며 치수 자료  $y_3$ 는 망목특성이며 목표치는 150으로 설정되었다. 우리는 <표 2>의 실험자료로부터 다음과 같이 SN비(signal-to-noise ratio)를 계산할 수 있다.

$$(1) \text{ 망대특성의 경우에 } SN_i = -10 \log_{10} [1/3 \sum_{j=1}^3 y_{ij}^{-2}] - 47$$

$$(2) \text{ 망소특성의 경우에 } SN_i = -10 \log_{10} [1/3 \sum_{j=1}^3 y_{ij}^2] + 28$$

$$(3) \text{ 망목특성의 경우에 } SN_i = -10 \log_{10} [1/3 \sum_{j=1}^3 (y_i - 150)^2] + 25$$

분산분석결과 <표 3>, <표 4> 그리고 <표 5>로부터  $y_1$ 에서는 B인자,  $y_2$ 에서는 C인자가 유의하고  $y_3$ 에서는 A인자가 유의하다. <표 6>으로부터 동시 최적화 조건은  $A_{-1}B_1C_0$ (120 min, 80°C, 350 lux)이 됨을 알 수 있다.

< 표 3 >  $y_1$ 의 분산분석표

요인	제공합	자유도	평균제공합	분산비
A	0.834	2	0.417	1.016
B	58.696	2	29.348	71.559**
C	0.388	2	0.194	0.473
e	4.511	11	0.410	
T	64.430	17		

< 표 4 >  $y_2$ 의 분산분석표

요인	제공합	자유도	평균제공합	분산비
A	0.852	2	0.426	1.175
B	1.084	2	0.542	1.495
C	59.351	2	29.676	81.885**
e	3.986	11	0.362	
T	65.273	17		

< 표 5 >  $y_3$ 의 분산분석표

요인	제공합	자유도	평균제공합	분산비
A	477.098	2	238.549	25.767**
B	16.897	2	8.449	0.913
C	0.576	2	0.288	0.031
e	101.836	11	9.258	
T	596.407	17		

< 표 6 > 요인 효과의 요약표

요인	수준	강도에 대한 SN비의 합	마모에 대한 SN비의 합	치수에 대한 SN비의 합	최적수준
A (시간)	-1 120min	0.096	-2.324	12.008	O
	0 125min	-2.963	-1.883	-55.895	
	1 130min	-0.736	0.638	-50.854	
B (온도)	-1 60 °C	-6.428	-0.408	-36.015	O
	0 70 °C	-11.062	-3.251	-35.358	
	1 80 °C	13.886	0.091	-23.368	
C (밝기)	-1 300lux	0.029	-7.712	-33.098	O
	0 350lux	-1.991	14.161	-30.837	
	1 400lux	-1.641	-10.017	-30.806	

< 표 7 > 통합배열에 의한 실험자료

Source	e A B C e e e Z	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>	y <sub>3</sub>
1	-1 -1 -1 -1 -1 -1 -1	222	32	174
2	-1 -1 0 0 0 0 0	181	25	170
3	-1 -1 1 1 1 1 1	262	28	164
4	-1 0 -1 -1 0 0 1 1	187	31	88
5	-1 0 0 0 1 1 -1 -1	222	22	103
6	-1 0 1 1 -1 -1 0 0	303	28	92
7	-1 1 -1 0 -1 1 0 1	211	16	206
8	-1 1 0 1 0 -1 1 -1	190	27	185
9	-1 1 1 -1 1 0 -1 0	290	21	169
10	1 -1 -1 1 1 0 0 -1	195	30	126
11	1 -1 0 -1 -1 1 1 0	212	30	139
12	1 -1 1 0 0 -1 -1 1	296	19	142
13	1 0 -1 0 1 -1 1 0	193	19	115
14	1 0 0 1 -1 0 -1 1	168	31	83
15	1 0 1 -1 0 1 0 -1	312	27	112
16	1 1 -1 1 0 1 -1 0	210	35	181
17	1 1 0 -1 1 -1 0 1	165	29	202
18	1 1 1 0 -1 0 1 -1	317	26	228
	SUM	4136	476	2679

### 3.2 통합배열접근법

통합배열에는 제어인자  $x_1$  (혹은 A),  $x_2$  (혹은 B) 그리고  $x_3$  (혹은 C)와 잡음인자  $z$  (혹은 N)를 하나의 직교배열  $L_{18}(2^1 \times 3^7)$ 에 실험배치 한다. 직교배열  $L_{18}(2^1 \times 3^7)$ 에서 교호작용은 1열과 2열에서 추정 가능하나 다른 열에서는 고르게 교락되어 있어 주효과만을 고려한 실험배치이므로 잡음인자는 5열부터 8열까지 어디에 배치해도 문제가 없으므로 일단 여기에서는 8열에 배치하기로 하자. <표 7>은 통합배열에 의한 실험자료인데 앞서 교차배열(<표 2>를 보시오.)에 의한 실험자료에서 1/3만의 자료를 사용하였다. 교차배열과 통합배열을 공정한 조건에서 비교하기 위하여 <표 7>에서 3개의 제어인자와 1개의 잡음인자의 수준이 일치하는 조건에서 <표 2>로부터 실험자료를 가져다 쓰기로 하자.

식(2.4)을 이용하여, <표 7>로부터 추정된 2차 회귀모형은 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{y}_1(x) = & 194.42 - 0.30x_1 + 59.18x_2 + 2.18x_3 - 2.28x_1^2 + 65.63x_2^2 \\ & - 12.73x_3^2 - 3.33x_1x_2 + 18.68x_1x_3 - 1.32x_2x_3 - 10.75z \\ & + 13.76x_1z - 0.85x_2z - 3.18x_3z + 23.33z^2 \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \hat{y}_2(x) = & 20.61 - 1.55x_1 - 1.45x_2 + 1.33x_3 + 1.35x_1^2 - 1.21x_2^2 \\ & + 8.28x_3^2 + 1.24x_1x_2 + 1.02x_1x_3 + 0.42x_2x_3 - 0.06z \\ & - 0.81x_1z - 1.90x_2z + 0.52x_3z + 0.32z^2 \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \hat{y}_3(x) = & 102.36 + 24.45x_1 - 5.54x_2 - 4.55x_3 + 86.84x_1^2 - 3.54x_2^2 \\ & - 13.26x_3^2 - 7.90x_1x_2 - 11.77x_1x_3 + 16.53x_2x_3 - 14.61z \\ & - 1.33x_1z - 8.72x_2z + 13.38x_3z - 0.32z^2 \end{aligned} \quad (3.3)$$

식(3.1), 식(3.2) 그리고 식(3.3)으로부터 식(2.5)와 식(2.6)를 이용하면, 다음과 같은 추정된 평균모형식과 분산모형식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \hat{m}_1(x) = & -0.30x_1 + 59.18x_2 + 2.18x_3 - 2.28x_1^2 + 65.63x_2^2 \\ & - 12.73x_3^2 - 3.33x_1x_2 + 18.68x_1x_3 - 1.32x_2x_3 + 195.23 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widehat{m}_2(\boldsymbol{x}) &= -1.55x_1 - 1.45x_2 + 1.33x_3 + 1.35x_1^2 - 1.21x_2^2 \\ &\quad + 8.28x_3^2 + 1.24x_1x_2 + 1.02x_1x_3 + 0.42x_2x_3 + 20.72\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widehat{m}_3(\boldsymbol{x}) &= 24.45x_1 - 5.54x_2 - 4.55x_3 + 86.84x_1^2 - 3.54x_2^2 \\ &\quad - 13.26x_3^2 - 7.90x_1x_2 - 11.77x_1x_3 + 16.53x_2x_3 + 102.25\end{aligned}$$

$$\widehat{v}_1(\boldsymbol{x}) = (2.67x_1 - 10.79x_2 - 0.55x_3 + 11.22)^2/3 + 48.36$$

$$\widehat{v}_2(\boldsymbol{x}) = (-0.81x_1 - 1.90x_2 + 0.52x_3 - 0.06)^2/3 + 0.01$$

$$\widehat{v}_3(\boldsymbol{x}) = (-1.33x_1 - 8.72x_2 + 13.38x_3 - 14.61)^2/3 + 0.01$$

흥미영역  $R_x$ 는  $-1 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 1$ 의 범위에서 움직이며,  $R_x$  상에서 평균모형에 대해서 최대값과 최소값을 구해보면 다음과 같은 결과가 나온다.  $\widehat{m}_1(\boldsymbol{x})$ 는  $m_{1*} = 145.393$ 에서 최소값을 가지며,  $m_1^* = 331.042$ 에서 최대값을 갖게 됨을 알 수 있다.  $\widehat{m}_2(\boldsymbol{x})$ 와  $\widehat{m}_3(\boldsymbol{x})$ 에 대해서도 마찬가지로 최소값과 최대값을 구하면 다음과 같다.

$$m_{1*} = 145.393 \leq \widehat{m}_1(\boldsymbol{x}) \leq m_1^* = 331.042$$

$$m_{2*} = 17.943 \leq \widehat{m}_2(\boldsymbol{x}) \leq m_2^* = 33.490$$

$$m_{3*} = 70.131 \leq \widehat{m}_3(\boldsymbol{x}) \leq m_3^* = 223.781$$

또한 분산모형에 대해서도 같은 방법으로 구해보면  $\widehat{v}_1(\boldsymbol{x})$ 에서  $v_{1*} = 0.519$ 는 최소값이며  $v_1^* = 271.965$ 는 최대값이다.  $\widehat{v}_2(\boldsymbol{x})$ 와  $\widehat{v}_3(\boldsymbol{x})$ 에 대해서도 마찬가지로 최대값과 최소값을 구하면 다음과 같다.

$$v_{1*} = 0.519 \leq \widehat{v}_1(\boldsymbol{x}) \leq v_1^* = 271.965$$

$$v_{2*} = 0.009 \leq \widehat{v}_2(\boldsymbol{x}) \leq v_2^* = 3.612$$

$$v_{3*} = 2.741 \leq \widehat{v}_3(\boldsymbol{x}) \leq v_3^* = 207.585$$

한편 강도 자료  $y_1$ 은 망대특성, 마모 자료  $y_2$ 는 망소특성이며 치수 자료  $y_3$ 는 망목 특성이며 목표치  $r$ 는 150으로 설정되었으므로 평균모형에 관한 기대함수는  $y_1$ 은 식(2.9),  $y_2$ 는 식(2.10) 그리고  $y_3$ 는 식(2.11)을 적용하며 분산모형에 관한 기대함수는 식(2.14)를 적용한다. <표 8>은 우리가 제안한 동시 최적화 방안  $P_d$ 에서 품질평균과 품질변동에 대한 기대함수 식(2.9), 식(2.10), 식(2.11) 그리고 식(2.14)에서 지수  $q$ ,  $s$ ,  $t$ , 그리고  $w$ 는 각각 1을 사용하여 즉, 선형변환 하여 제어인자의 최적조건을 찾은 결과이다. <표 8>에서  $\lambda$ 가 0.3 일 때는 품질변동의 가중치는 0.7이며 이 때 제어인자의 최적조건은  $x_1=-1.00$ ,  $x_2=1.00$ ,  $x_3=-0.37$ ,  $P_d$ 값은 0.62, 평균모형의 기대함수 값은  $y_1$ 에서 0.98,  $y_2$ 에서 0.83,  $y_3$ 에서 0.98 이고 분산모형의 기대함수 값은  $y_1$ 에서 0.72,  $y_2$ 에서 0.17 그리고  $y_3$ 에서 1.00이다.

< 표 8 > 동시 최적화 방안  $P_d$

						평균			분산		
$\lambda$	$1-\lambda$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$P_d$	$d_1$	$d_2$	$d_2$	$d_1^*$	$d_2^*$	$d_2^*$
0.0	1.0	-1.00	1.00	-0.37	0.49	0.98	0.83	0.98	0.72	0.17	1.00
0.1	0.9	-1.00	1.00	-0.37	0.54	0.98	0.83	0.98	0.72	0.17	1.00
0.2	0.8	-1.00	1.00	-0.37	0.58	0.98	0.83	0.98	0.72	0.17	1.00
0.3	0.7	-1.00	1.00	-0.37	0.62	0.98	0.83	0.98	0.72	0.17	1.00
0.4	0.6	-1.00	1.00	-0.36	0.67	0.98	0.83	0.99	0.72	0.17	0.99
0.5	0.5	-1.00	1.00	-0.36	0.71	0.98	0.83	0.99	0.72	0.17	0.99
0.6	0.4	-1.00	1.00	-0.33	0.76	0.98	0.84	1.00	0.73	0.16	0.96
0.7	0.3	-1.00	1.00	-0.33	0.80	0.98	0.84	1.00	0.73	0.16	0.96
0.8	0.2	-0.98	1.00	-0.23	0.85	0.97	0.87	1.00	0.73	0.15	0.87
0.9	0.1	-0.96	1.00	-0.12	0.90	0.96	0.89	1.00	0.73	0.14	0.77
1.0	0.0	-1.00	-1.00	1.00	0.72	0.56	1.00	0.68	0.01	0.01	0.00

### 3.3 결과 비교

3.1절과 3.2절로부터 기존의 다구찌 방법론 즉, SN비를 사용한 교차배열접근법과 우리가 새로이 제안한 통합배열접근법에서의 동시 최적화 방안  $P_d$ 을 비교할 수 있을 것이다.

교차배열의 결과 <표 6>으로부터 동시 최적화 조건은  $A_{-1}B_1C_0$ ( $x_1=-1.00$ ,  $x_2=1.00$ ,  $x_3=0.00$ ) 즉, 120 min, 80°C 그리고 350 lux가 되었고 통합배열의 결과 <표

8>으로부터 동시최적화 조건은  $\lambda$ 가 0.5 일 때  $x_1 = -1.00$ ,  $x_2 = 1.00$ ,  $x_3 = -0.36$  즉, 120 min, 80°C 그리고 332 lux가 되는 것을 알 수 있었다. 우리가 제안한 통합배열에서 동시최적화 방안  $P_d$ 는 가중치  $\lambda$ 가 변함에 따라 즉, 품질평균과 품질변동의 비중에 따라서 제어인자의 최적조건은 변화하지만 지나치게 한 쪽에 편중되지 않는다면 실험수를 1/3로 줄이면서도 기존의 교차배열접근법과 비슷한 결과를 얻을 수 있었다.

#### 4. 결론

본 논문에서는 기대함수를 이용하여, 품질평균에 대해서 망대, 망소특성의 단측변환과 망목특성의 양측변환을 새로이 정의하고 또한 품질변동을 망소특성으로 제안하고 분석하였다. 평균모형에 대한 최적화 방안인  $D_m$ 과 분산모형의 최적화 방안인  $D_v$ 와 두 모형에 대한 최적화 방안을 이용하여 품질변동과 품질평균을 동시에 고려한 다특성 동시 최적화 방안  $P_d$ 를 각각 제안하였다. 3장에서 우리는 새로이 제안한 다특성 동시 최적화 방안  $P_d$ 를 사용하여 실험수를 크게 줄이면서도 기존의 교차배열접근법과 비슷한 결과를 얻을 수 있었다. 또한 다구찌의 동시 최적화 방안은 제어인자의 수준만을 택하여야 하기 때문에 하나의 제어인자가 서로 다른 수준에서 두 개 이상의 품질특성치에서 동시에 유의한 경우 타협조건을 찾을 수 없었으나 우리가 제안한 방법은 흥미영역 내에서 최적조건을 찾기 때문에 타협조건 찾기가 용이한 장점이 있다. 로버스트 설계에서 실험배치 방법은 크게 교차배열과 통합배열이 있는데 새로이 제안한 최적화 방안은 통합배열을 이용함으로써 기존의 잘 정립된 실험계획법 이론을 활용할 수 있어 다구찌 파라미터 설계에서 단점으로 지적된 제반 문제점을 해결할 수 있는 대체방안이 될 수 있을 것이다. 아울러 제안한 최적화 방안은 격자탐색 방법을 통하여 제어인자의 최적해를 구하였는데 격자탐색 방법은 사용자의 용도에 맞게 프로그램화하기가 용이하므로 누구나 쉽게 이용할 수 있을 것이다.

#### 참고문헌

- [1] Box, G. E. P. and Jones, S. P.(1992). "Designing Products That Are Robust to the Environment," *Total Quality Management*. Vol. 3, pp. 265-282
- [2] Derringer, G. and Suich, R.(1980). "Simultaneous Optimization of Several Response Variables," *Journal of Quality Technology*, Vol. 12, pp. 214-219.
- [3] Huang, D. S.(1970). *Regression and Econometrics Methods*, John Wiley & Sons. New York.



- [4] Khuri, A. I. and Conlon, M.(1981). "Simultaneous Optimization of Multiple Responses Represented by Polynomial Functions," *Technometrics*. Vol. 23, pp. 363-375.
- [5] Kwon, Y. M.(1994). "Simultaneous Optimization of Multiple Responses for Robust Design," Ph. D. dissertation, Seoul National University.
- [6] Taguchi, G.(1986). *Introduction to Quality Engineering: Designing Quality Into Products and Process*, UNIPUB/Kraus International, White Plains, NY.
- [7] Taguchi, G.(1987). *System of Experimental Designs: Engineering Methods to Optimize Quality and Minimize Cost*, UNIPUB/Kraus International, White Plains, NY.
- [8] Vining, G. G. and Myers, R. H.(1990). "Combining Taguchi and Response Surface Philosophies: A Dual Response Approach," *Journal of Quality Technology*, Vol. 22, pp. 38-45.
- [9] Welch, W. J., Yu, T .K. Kang, S. M. and Sacks, J.(1990). "Computer Experiments for Quality Control by Parameter Design," *Journal of Quality Technology*, Vol. 22, pp. 15-22.