

μ -합성법을 이용한 탐색기 주사루프의 강인 제어

이호평*

Robust Control of a Seeker Scan Loop System Using μ -Synthesis

Ho-Pyeong Lee*

ABSTRACT

μ -synthesis is applied to design a robust controller for a seeker scan loop system which has model uncertainty and is subject to a external disturbance due to abrupt missile maneuver. The issue of modelling a real-valued parametric uncertainty of a physical seeker scan loop system is discussed. The two-degree-of-freedom control structure is employed to obtain better performance. It is shown that μ -synthesis provides a superior framework for the robust control design of a seeker scan loop system which exhibits robust performance. The proposed robust control system satisfies design requirements, and especially shows good scanning performances for conical and rosette scan patterns despite parametric uncertainty in real system model.

Key Words : μ -synthesis (μ -합성법), Seeker scan loop system (탐색기 주사루프), Robust stability (강인안정도), Robust performance (강인성능), H_∞ Optimization problem (H_∞ 최적화문제)

1. 서론

자전안정화형 광학자이로를 장착한 탐색기를 이용하는 유도탄은 일반적으로 사수에 의하여 표적을 포착한 후에 발사되기 때문에 사거리가 비교적 짧은 단점이 있다. 따라서 사거리 연장을 위하여 유도탄 발사후 비행 중 탐색기가 표적을 주사 및 포착한 후 추적하는 복합유도기법이 널리 이용되고 있다. 이때 표적을 탐색하기 위하여 구동되는 것이

바로 탐색기 주사루프이며, 이 루프는 전형적인 2입력 2출력계로서 유도탄의 비행중 표적 포착 확률과 밀접한 연관이 있다. 특히 탐색기 주사루프는 표적을 추적하기 위하여 광학자이로의 김발각을 크게 함에 따라서 동특성이 달라지며, 시스템의 동작환경에 따라서 기계적인 특성도 변하게 된다. 이러한 이유로 탐색기 주사루프는 정확히 수학적으로 모델링하기가 어렵고, 플랜트의 시스템 매개변수가 불확실하기 때문에 설계단계에서 고려할 수

* 국방과학연구소

없는 상당한 불확실성이 있다고 볼 수 있다. 따라서 탐색기 주사루프는 이러한 여러 가지 모델 불확실성에 대하여 강인한 제어를 필요로 한다⁽¹⁾.

1980년도 초에 Doyle과 Stein⁽²⁾에 의해 만들어진 특이치(Singular value)를 이용한 제어기의 설계 및 해석방법은 고전제어기법에서의 보드선도(Bode plot)에 의하여 행해지던 루프형성기법(Loop shaping)을 다입력 다출력 시스템에 동일하게 적용할 수 있게 하였으며, LQG/LTR방법과 같은 좀더 체계적인 다변수 제어기 설계방법으로 발전되었다. 그러나 LQG/LTR방법과 같은 특이치를 이용한 제어기 설계방법은 비구조화된 불확실성(Unstructured uncertainty)만을 다룰 수 있으며, 시스템 매개변수의 불확실성과 같은 구조화된 불확실성(Structured uncertainty)를 설계단계에서 다룰 수는 없었다. 그 후 불확실성의 구조를 고려하기 위하여 구조화 특이치 (Structured singular value, μ)⁽³⁾개념이 소개되었으며, 기존의 H_{∞} 제어기의 설계방법과 혼합하여 μ -합성법 (μ -synthesis)이 제안되었다. 이 방법은 플랜트의 구조화된 불확실성과 비구조화된 불확실성을 체계적으로 다룰 수 있는 매우 혁신적인 제어기 설계방법으로 1990년대에 들어서 많은 성공적인 적용 사례⁽⁴⁾가 발표되고 있다. 본 논문에서는 탐색기 주사루프가 시스템 매개변수에 상당한 모델 불확실성이 있다는 점에 착안하여 이러한 시스템 매개변수의 모델 불확실성을 포함한 탐색기 주사루프의 동력학을 상태공간식으로 모델링하고, 최근에 상당한 관심을 모으고 있는 강인제어기법인 μ -합성법을 이용하여 강인제어기를 설계하고자 한다. 또한 설계된 강인제어기의 성능 및 안정도 강인성을 기존의 H_{∞} 제어기와 비교 검토함으로써 제안한 강인제어기가 탐색기 주사루프에 매우 효과적임을 보인다.

2. 탐색기 주사루프의 모델링

2.1 탐색기 주사루프의 동력학

탐색기의 주사루프는 탐색기가 시계(Field of view)내에 나타나는 표적을 쉽게 감지하도록 유도탄의 유도 장치에서 제공되는 표적의 예상 위치에 시계의 중심축을 일치시키는 2-입력 2-출력의 각도 지향 서보 루프다. 표적의 위치정보는 유도탄에 대한 탐색기의 수평 방향과 수직 방향의 각도로 주사

루프에 입력되고, 이 루프는 탐색기의 시계 중심이 매 순간마다 입력되는 표적 좌표를 중심으로 움직이면서 탐색기가 표적을 쉽게 포착하도록 도와준다. 탐색기가 표적을 포착하는 과정에서 시계가 좁을 경우에는 표적 포착확률이 저하되므로 표적의 예상위치를 중심으로 지정된 모양의 주사파형을 구성하면서 일정한 크기의 총 주사시계(Scan FOV)를 형성하여 탐색기의 유효시계를 넓힐 수 있다. 포착된 표적을 탐색기가 잘 추적하기 위하여 탐색기 시계가 유도탄의 움직임에 의한 영향을 받지 않도록 안정화 플랫폼을 구성하는 것이 필수적이다. 자전 안정화 플랫폼은, 피치(Pitch) 및 요(Yaw)방향의 김발 위에 플랫폼을 이루는 영구자석 회전체가 장미꽃 배열의 자전 구동용 코일 4 개 속에 놓여 있어 일정한 회전수로 자전한다. 4 개의 자전 코일 바깥쪽에는 플랫폼의 면과 수직방향으로 슬레노이드 모양의 코일이 위치하고, 코일에 흐르는 전류에서 유기되는 전자기적인 구동 토크를 이용하여 광학자이로의 자전축을 슬레노이드의 중심축과 나란하게 정렬하거나 임의의 방향으로 선회 운동하도록 한다. Fig. 1은 탐색기 주사루프의 수학적 모델을 위한 간략한 개루프 구성을 보이고 있으며, 크게 자이로/김발계와 구동을 위한 신호처리부로 구분할 수 있으며 신호처리부는 다시 변조기, 대역여과기, 선회증폭기, 복조기, 위치검출기, 자이로/김발계 등으로 이루어져 있음을 알 수 있다.

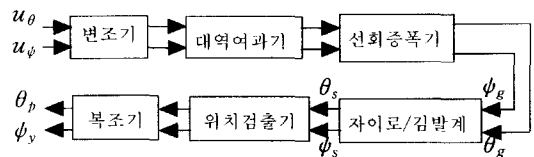


Fig.1 Open-loop configuration of the seeker scan loop system

참고문헌[1]에서의 모델링 과정을 이용하고, 시스템의 물리적인 변수를 유지하여 탐색기 주사루프의 상태공간 모델식을 유도하면 다음과 같다.

$$\dot{x}(t) = A_p x(t) + B_p u(t) \quad (1)$$

$$y(t) = C_p x(t) \quad (2)$$

여기서 시스템행렬, 상태변수, 입력 및 출력변수는 다음과 같다.

$$A_p = \begin{bmatrix} -a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{D_b}{I_v} & 0 & 0 & -\frac{T_b}{I_v} & 0 & \frac{H}{I_v} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 a_2 & 0 & -a_1 a_2 & -(a_1 + a_2) & 0 & 0 & a_1 a_2 K_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{T_b}{I_v} & 0 & -\frac{H}{I_v} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{D_b}{I_v} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -a_1 a_2 K_c & 0 & 0 & 0 & a_1 a_2 & 0 & -a_1 a_2 & -(a_1 + a_2) \end{bmatrix}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} a_1 g_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & a_1 g_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$x(t) = [\theta_r \ \theta_s \ \dot{\theta}_s \ \theta_p \ \dot{\theta}_p \ \phi_g \ \psi_s \ \dot{\psi}_s \ \psi_y \ \dot{\psi}_y]^T$$

$$u(t) = [u_\theta \ u_\psi]^T, \quad y(t) = [\theta_p \ \psi_y]^T \quad (3)$$

여기서 상태변수 $x(t)$ 는 각각 피치방향의 선회토크에 비례하는 전류량(A), 광학자이로의 피치방향의 각(deg), 광학자이로의 피치방향 각속도(V/s), 복조기의 피치방향 출력(V), 복조기의 피치방향 출력의 미분값(V/s), 요방향의 선회토크에 비례하는 전류량(A), 광학자이로의 요방향의 각(deg), 광학자이로의 요방향 각속도(V/s), 복조기의 요방향 출력(V), 복조기의 요방향 출력의 미분값 (V/s)이다. 제어입력 $u(t)$ 은 광학자이로의 목표 위치에 해당하는 기준 전압과 실제의 광학자이로의 위치를 나타내는 복조기의 출력전압과의 차이 (V)가 되며 출력 $y(t)$ 은 복조기의 출력전압 (V)을 나타낸다. 시스템 행렬에 나타난 매개변수들의 물리적인 의미를 간략히 설명하면 다음과 같다. g_1 은 변조기의 직류이득, a_1 은 대역여과기의 극점, T_b 는 선회증폭기에 의하여 결정되는 선회토크계수, I_v 는 광학자이로의 피치/요축에 대한 관성모멘트, D_b 는 베어링의 감쇠계수, K_c 는 위치검출기의 상호연성계수, H 는 광학자이로의 롤축에 대한 각운동량 그리고 a_2 과 a_3 는 복조기의 극점을 나타낸다.

성능 요구규격은 저주파수에서의 외란제거성능과 우수한 명령추종성능이다. 외란제거성능 규격은 1 rad/sec이하에서의 외란입력에 대하여 -20dB이하로 감쇠되어야 하는 것으로 표현할 수 있으며, 저주파수에서의 우수한 명령 추종 성능과 주사 정밀도 규

격을 고려하여 시스템 대역폭이 15 rad/sec 이상 되어야 한다. 주사 정밀도는 원형 및 장미꽃형 주사시 정상상태오차로 규정하며 10 % 이내가 되어야 한다. 또한 출력간에 상호 커플링이 적어야 하며 적당한 시스템 감쇠비를 가져야 한다.

2.2 탐색기 주사루프의 모델 불확실성

탐색기 주사루프를 수학적으로 모델링할 때 특히 어려운 점은 시스템 매개변수의 변화를 정확히 반영할 수 없다는 것이다. 이것은 탐색기가 전자기적 및 기계적인 특성이 복합되어 있고 김발각의 변화를 이용하여 표적을 추적할 때 광학자이로가 유도탄 중심으로 향하고자 하는 특성 때문에 발생하는 오차요인 등 모델링시 정확히 고려하기 어려운 불확실성을 많이 내포하고 있기 때문이다. 본 논문에서는 탐색기 주사루프의 물리적인 시스템 매개변수 중에서 정확히 예측하기 어려운 변수 또는 동작 시간에 따라 특성값의 변화가 크게 발생할 수 있는 3가지의 시스템 매개변수로 대역여과기의 극점 a_1 , 광학자이로의 베어링에 의한 감쇠계수 D_b , 그리고 광학자이로를 표적을 향하도록 선회시키기 위하여 가해지는 토크의 양을 좌우하는 선회토크계수 T_b 를 선정한다. 탐색기의 김발각은 일반적으로 0도가 아니며, 표적을 추적하기 위하여 김발각을 증가시키에 따라서 광학자이로의 자전속도는 증가하거나 심지어는 감소할 수 있다. 이러한 이유로 인하여 광학자이로의 일정한 자전속도와 동기되어 있다고 가정하여 설계된 신호처리부의 직류모델에서의 캐리어 (Carrier) 주파수는 실제의 설계된 주파수에서 이동하게 된다. 대역여과기의 대역폭은 주사루프의 동특성과 잡음제거특성에 영향을 주며, 대역여과기의 극점은 주사루프의 극점 중에서 시스템의 안정도에 가장 영향을 많이 준다는 점을 고려하면 대역여과기의 극점 a_1 의 변화에 의한 불확실성을 주사루프의 모델에 포함시키는 것이 타당하다. 광학자이로에 사용되어지는 베어링은 동작시간 및 운용도에 따라서 마찰토크가 상당히 다르다. 특히 유도탄이 표적을 추적하기 위하여 급격하게 기동할 때는 베어링에 가해지는 마찰토크는 매우 커지게 된다. 즉, 베어링에 의한 마찰토크는 일정하지 않고 유도탄의 운용환경에 따라서 매우 심하게 변하기 때문에 이로 인해 발생하는 모델 불확실성은 자이로 동력학에서 수학적으로 일정하다고 가정하는 베

어링 감쇠계수 D_b 를 불확실한 시스템 매개변수로 모델링함으로써 반영하여야 한다. 탐색기가 표적을 계속적으로 추적하기 위하여 광학자이로에 선회토크를 가하게 되는데 김발각이 20도이상이 되면 선회토크가 충분히 광학자이로에 가해지지 못하게 된다. 이것은 선회토크를 발생시키는 선회코일이 유도탄 중심축에 고정되어 있기 때문에 발생하는 현상이며, 정확하고 지속적인 표적 추적을 위하여 선회토크의 크기를 증가시킬 필요가 있다. 즉 일정한 선회토크계수를 사용하여 선회토크를 발생시킨다 하여도 실제로는 더 작은 선회토크만이 광학자이로에 가해져서 결국 선회토크계수는 일정하지 않음에도 불구하고 기존의 자이로 동력학에서는 일정하다고 가정하였다. 즉 선회토크계수 T_b 는 불확실성이 존재하는 시스템 매개변수로 모델링하는 것이 타당하다. 본 논문에서는 이상의 관점에서 3개의 시스템 매개변수 a_1, D_b 및 T_b 에 대한 모델 불확실성이 존재하는 탐색기 주사루프의 상태 공간 모델을 유도한다.

2.3 모델 불확실성을 포함한 탐색기 주사루프의 상태공간 모델

모델 불확실성이 포함된 탐색기 주사루프의 상태 공간 모델은 Steinbuch⁽⁵⁾ 등에 의하여 제안된 파라미터 모델링기법을 이용하여 유도된다. 파라미터 모델링기법 (Parametric modelling technique)을 이용하여 탐색기 주사루프의 모델을 시스템 매개변수의 공칭값에 의한 상태 공간모델 부분과 시스템 변수의 불확실성을 반영한 상태공간 모델부분으로 나눌 수 있다. 이것은 바로 Fig. 2에 나타난 선형분수변환(Linear fractional transformation)으로 표현할 수 있으며 자세한 모델링 과정은 생략하기로 한다.

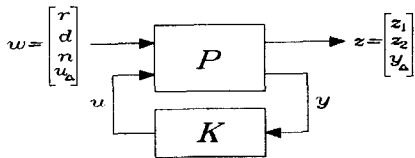


Fig. 2 Linear fractional transformation

전술한 바와 같이 탐색기 주사루프의 모델 불확실성이 3개의 시스템 변수의 불확실성에 기인한다고 가정하고 그 섭동량을 각각 $\Delta_{a_1}, \Delta_{D_b}$ 및

Δ_{T_b} 로 나타낸다. 주사루프의 매개변수 불확실성은 $\Delta = \text{diag}(\Delta_{a_1}, \Delta_{D_b}, \Delta_{T_b})$ 이 되며, 우선 새로운 입력벡터 u_Δ 와 출력벡터 y_Δ 를 도입한다. 전술한 바와 같이 탐색기 주사루프의 모델 불확실성이 3개의 시스템 변수의 불확실성에 기인한다고 가정하고 그 섭동량을 각각 $\Delta_{a_1}, \Delta_{D_b}$ 및 Δ_{T_b} 로 나타낸다. 출력벡터 y_Δ 는 변수 불확실성 $\Delta = \text{diag}(\Delta_{a_1}, \Delta_{D_b}, \Delta_{T_b})$ 를 거쳐서 입력벡터 u_Δ 를 발생시킨다. 변수 불확실성을 반영하기 위하여 정의되는 새로운 상수 행렬 B_Δ 와 C_Δ 는 변수 불확실성이 시스템에 어떻게 영향을 주는 가를 나타낸다. 파라미터 모델링기법을 이용하면 모델 불확실성이 포함된 탐색기 주사루프의 상태 공간식은 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_p & B_p \\ C_p & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix} + B_\Delta u_\Delta \tag{4}$$

$$y_\Delta = C_\Delta \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix} \tag{5}$$

$$u_\Delta = \Delta(\delta) y_\Delta \tag{6}$$

$$B_\Delta = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{I_a} & -\frac{1}{I_a} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{I_a} & -\frac{1}{I_a} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$C_\Delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -g_1 & -g_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{8}$$

여기서 $\Delta(\delta) = \text{diag}(\delta_1 I_{2 \times 2}, \delta_2 I_{2 \times 2}, \delta_3 I_{2 \times 2})$, $|\delta_i| < 1$ 은 시스템 매개변수의 불확실성과 관련이 있으며 최대크기가 1로서 정규화되었다. 또한 A_p, B_p 및 C_p 는 모델 불확실성이 없는 공칭 플랜트의 시스템 행렬이다.

3. μ -합성법을 이용한 강인제어기 설계

μ -합성법을 이용한 강인제어기 설계 문제는 다

음과 같은 식을 만족하며 페루프 시스템을 안정화시키는 제어기 K 를 구하는 문제로 귀착이 된다.

$$\min_{D, K} \|DF(P, K)D^{-1}\|_{\infty} \quad (9)$$

여기서 $F(P, K)$ 는 선형분수변환된 페루프시스템 행렬을 나타낸다. 식(9)의 해는 직접 구할 수 없으며 현재 일명 $D-K$ 반복법이라고 불리는 방법에 의해서만이 풀린다. $D-K$ 반복법의 첫 번째 단계는 페루프시스템 행렬이 $F(P, K)$ 인 H_{∞} 최적화 문제를 만족하는 제어기를 찾는 문제이다. 이 문제는 식(9)에서 $D=I$ 로 고정시킨 후에 $\|F(P, K)\|_{\infty}$ 을 최소화시키는 제어기 K 를 찾는 문제와 동일하다. $D-K$ 반복법의 두 번째 단계는 첫 번째 단계에서 구한 H_{∞} 제어기 K 가 포함된 페루프시스템의 주과수응답특성을 이용하여 스케일링행렬 D 를 계산하고 이것을 이용하여 다시 μ -합성법을 구성한 후 K 를 찾는다. 이러한 과정이 계속됨에 따라서 스케일링행렬 D 의 차수로 인하여 구해지는 제어기의 차수가 증가하는 단점이 있으나 페루프시스템의 강인성능은 더욱 더 향상된다. 여기서 스케일링행렬 D 는 구조화 특이치 알고리즘을 이용하여 각 주과수별로 계산하며, 안정한 최소위상 전달함수로 커브피팅(Curve fitting)함으로서 구해진다. 일반적으로 식(9)의 해의 수렴성이 항상 보장되지는 않지만 공학적인 측면에서는 매우 만족스럽게 적용할 만한 해를 제공한다고 알려져 있다. 본 논문에서 고려되어지는 강인제어문제의 최적화해는 상용의 소프트웨어인 Matlab의 μ -Analysis and Synthesis Toolbox⁽⁶⁾를 이용하여 구하였다. 탐색기 주사루프에 μ -합성법을 적용하기 위한 H_{∞} 최적화 문제는 Fig. 3에 나타나 있다. Fig. 3에서 G 는 식(4)-(8)로 나타내어지는 매개변수 불확실성을 포함한 탐색기 주사루프 모델이고, K_1 과 K_2 는 구하고자 하는 2자유도 강인제어기를 나타낸다. 주사루프의 매개변수 불확실성은 $\Delta = \text{diag}(\Delta_{a_i}, \Delta_{D_k}, \Delta_{T_r})$ 이 되며, 우선 새로운 입력벡터 u_{Δ} 와 출력벡터 y_{Δ} 를 도입한다. 외부입력 r, d, n 은 각각 기준입력, 외란, 센서잡음을 나타내며, $z_i (i=1, 2)$ 는 최소화하기를 원하는 출력변수이다. T_m 은 바람직한 페루프모델을 나타내며 시간영역에서의 규격 즉 상

승시간, 정착시간 및 오버슈트 등을 고려하여 선정한다.

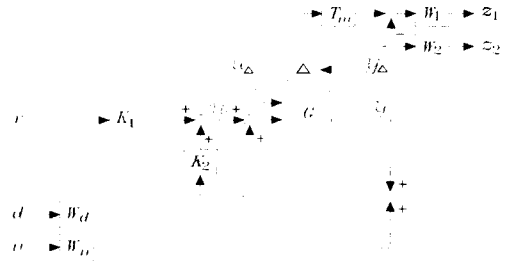


Fig. 3 H_{∞} design problem for μ -synthesis

$W_i (i=1, 2)$ 는 출력변수 $z_i (i=1, 2)$ 들에 대한 가중함수들이며, 이들 가중함수들사이에는 서로 상호보완 (Trade-off)의 관계가 있다. W_1 은 모델매칭에 대한 가중함수이며, 주로 저주과수에서의 명령추종성능과 요구되는 시스템 대역폭을 고려하여 선정하며 저주과 통과 필터형태의 동력학을 갖는다. 반면에 W_2 는 제어입력에 대한 가중함수로서 구동기의 입력제한을 고려하여 선정하며 보통 고주과 통과필터형태나 상수값으로 선정하는데 제어기 차수를 고려하여 보통 상수값으로 선정한다. 가중함수들은 모두 대각행렬로 선정하며, 또한 모든 가중함수는 제어기의 차수를 결정하므로 가능하면 저차의 최소위상인 전달함수로 선택하는 것이 좋다. Fig. 3에서 y_{Δ} 는 가상입력 u_{Δ} 가 불확실성 Δ 를 통과함으로서 나타나는 가상출력이다. 불확실성 Δ 는 최대 크기가 1이 되도록 정규화된 양이며, 강인안정도는 γ 로부터 y_{Δ} 까지의 전달함수의 구조화 특이치 (μ)가 1보다 작으면 만족한다. 반면에 μ -합성법에 의한 강인제어문제는 Fig. 3에 나타난 모든 입력 (r, d, n, u_{Δ})로부터 모든 출력 (z_1, z_2, y_{Δ})까지의 전달함수행렬을 $F(P, K)$ 라고 한다면 $\|F(P, K)\|_{\infty} < \gamma$ 를 만족하는 안정화 제어기 $K=[K_1 K_2]$ 를 찾는 강인 성능 문제이며, $\gamma > \gamma_{\min} = \min_{\text{stabilizing } K} \|F(P, K)\|_{\infty}$ 를 나타낸다. 만약에 $\gamma_{\min} < 1$ 를 만족한다면 주어진 시스템은 가정한 모델 불확실성에 대하여 강인성능을 만족한다고 말한다. 탐색기 주사루프의 설계규격을 고려하여 다음과 같은 가중함수를 선택한다.

$$W_1 = \frac{1.2(s+25)}{(s+0.1)} I_{2 \times 2} \quad (10)$$

$$W_2 = 0.05 I_{2 \times 2} \quad (11)$$

$$W_d = 0.001 I_{2 \times 2} \quad (12)$$

$$W_n = 0.0001 I_{2 \times 2} \quad (13)$$

또한 바람직한 페루프모델은 오버슈트 및 정착시간 등 시간영역에서의 설계규격을 고려하여 $\omega = 16$ rad/sec, $\zeta = 0.8$ 를 선택하면 다음과 같은 2차모델로 선정할 수 있다.

$$T_m = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} I_{2 \times 2} \\ = \frac{256}{s^2 + 25.6s + 256} I_{2 \times 2} \quad (14)$$

μ -합성법은 a_1, D_b 및 T_p 에 대한 불확실성이 공칭값으로부터 5%의 변화가 존재한다고 가정하여 수행하였다. 3개의 매개변수 불확실성을 포함한 탐색기 주사루프에 μ -합성법에 의한 강인제어 문제를 적용하기 위하여 먼저 μ -합성법의 첫 번째 단계로서 $D = I_{2 \times 2}$ 라고 가정하여 잘 알려진 H_∞ 최적화 문제를 DGKF 알고리즘⁽⁷⁾을 이용하여 푼 결과 $\gamma_{\min} = 1.1875$ 을 얻었다. 다음 두 번째 단계로서 스케일행렬 D 를 3차로 가정하여 안정한 최소위상 전달함수로 커브피팅(Curve fitting)하고 다시 μ -합성법을 수행한 결과 $\gamma = 0.8441$ 을 얻었다. 즉, 탐색기 주사루프는 공칭값으로부터 5%의 변화가 존재한다고 가정한 3개의 매개변수 불확실성에 대하여 강인성능이 만족되었다.

4. 성능 및 안정도 강인성 분석

아무리 정확한 모델이라 할지라도 실제의 시스템을 완벽하게 반영할 수 없으며 단지 근사화된 가상의 시스템에 불과하다. 따라서 수학적으로 만들어진 모델을 이용하여 설계된 제어시스템이 초기 설계시 반영되지 못하였던 불확실성에 대하여 얼마나 강인한가를 분석하는 것은 매우 중요하다. 본 논문에서는 탐색기 주사루프의 주요 불확실성이 변수 불확실성에 있다고 가정한 후 μ -합성법을 이용

하여 탐색기 주사루프를 위한 강인제어기(이하는 μ -제어기라고 표현)를 설계하였다. 즉, 구하여진 강인제어기는 변수 불확실성과 같은 구조화된 불확실성을 근거로 설계되었기 때문에 설계시 고려되지 않은 비구조화된 불확실성에 대한 강인성을 검토하는 것도 매우 의미 있는 일이다. 따라서 본 절에서는 설계된 탐색기 주사루프 시스템에 변수불확실성과 같은 구조화된 불확실성과 구동기 불확실성과 같은 비구조화된 불확실성에 대한 강인 안정도 및 강인 성능을 함께 다루고자 한다. Fig. 4는 변수 불확실성과 구동기 불확실성을 동시에 반영하여 강인 안정도와 강인성능 문제를 다루기 위한 해석모델을 나타낸다. 강인성 해석시 각각의 불확실성 블록을 개별적으로 반영하였으며 모든 섭동량은 복소수라고 가정하였다.

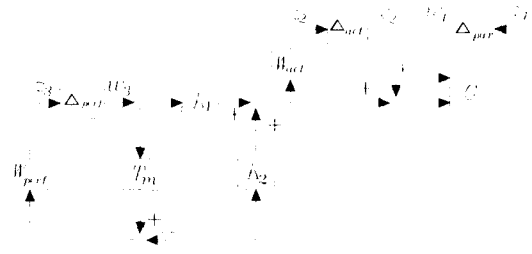


Fig. 4 Robustness analysis model

매개변수 불확실성은 실수로 다루는 것이 합당하나 계산시 불연속성이 나타남으로서 계산상에 어려움이 있기 때문에 편의상 복소수로 가정하였다. 탐색기 주사루프에 대한 강인성 해석 결과 강인안정도와 강인성능을 만족한다면 이로 인하여 발생하는 결과에 대한 보수성(Conservatism)은 큰 문제가 되지 않을 것으로 판단된다. 다음 절에서는 제한한 μ -제어기의 성능 및 안정도 강인성을 참고문헌[8]에서 설계한 기존의 H_∞ 제어기에 의한 결과와 비교 검토한다.

4.1 강인 안정도

Fig. 5는 μ -제어기와 기존의 H_∞ 제어기에 대하여 매개변수 불확실성으로 인한 강인안정도를 ω_1 으로부터 z_1 까지의 전달함수행렬의 구조화특이치를 이용하여 평가한 결과를 나타내고 있다. 전 절에서의 μ -합성법은 a_1, D_b 및 T_p 에 대한 불확

실성이 공칭값으로부터 5%의 변화가 존재한다고 가정하여 수행하였다.

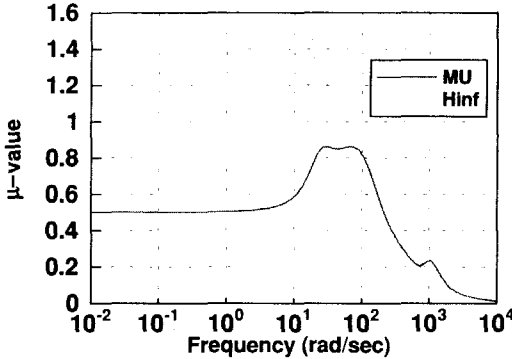


Fig. 5 Robust stability to parametric uncertainty

μ -합성법은 성능 블록을 포함한 강인성능 문제를 푼 것이므로 강인안정도만을 고려한다면 훨씬 더 큰 불확실성에 대하여 페루프 시스템은 안정하여야 할 것이다. 편의상 μ -합성법에서 사용한 불확실성의 5배에 대하여 강인안정도를 검토하기로 한다. Fig. 5에 의하면 μ -제어기에 대하여는 μ 값이 1보다 작기 때문에 a_1 , D_b 및 T_b 의 공칭값으로부터 모두 25%의 변화가 존재한다 하여도 페루프 시스템은 여전히 안정함을 나타내지만, 기존의 H_∞ 제어기는 강인안정도를 보장하지 못함을 알 수 있다.

단일 입출력 시스템에서 보편적으로 알려진 이득여유에 대한 규격은 6dB이다. 이 규격을 다입력 다출력 시스템에 확장한다면 각각의 제어 채널에 50%의 구동기 불확실성을 허용해야 한다고 해석할 수 있으며, 이것은 플랜트 입력 측에서 곱셈형으로 표현되는 모델 불확실성에 대한 강인안정도를 평가하는 문제로 변환된다. 즉 구동기에 대한 가중함수를 다음과 같이 가정함으로써 50%의 구동기 불확실성에 대한 강인안정도를 평가할 수 있다.

$$W_{act} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Fig. 6은 μ -제어기와 기존의 H_∞ 제어기의 구동기 불확실성에 대한 강인안정도를 w_2 로부터 z_2 까지의 전달함수행렬의 구조화특이치를 이용하여 평

가한 그림이며, μ -제어기는 각각의 제어채널에서 50%의 구동기 불확실성에 대하여 탐색기 주사루프의 강인안정도를 제공한 반면에, H_∞ 제어기는 그렇지 못함을 알 수 있다.

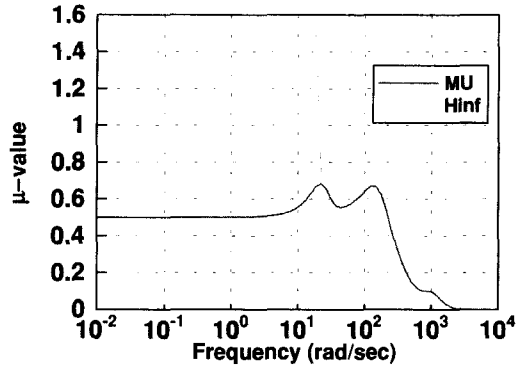


Fig. 6 Robust stability to actuator uncertainty

4.2 강인 성능

강인성능 해석 문제는 변수 불확실성과 구동기 불확실성이 존재할 때 바람직한 페루프 모델에 의한 출력과 실제의 응답이 유사하여야 한다는 것으로 설정할 수 있으며, 성능블록에 대한 가중함수를 다음과 같이 선정함으로써 평가할 수 있다.

$$W_{perf} = \frac{1.5(s+25)}{(s+0.1)} I_{2 \times 2} \quad (16)$$

식(16)은 μ -합성법에서 사용한 모델매칭을 위한 가중함수와 동일한 동력학을 가지고 있지만, 좀더 우수한 명령추종성능을 고려하기 위하여 직류값을 15%만큼 큰 값으로 선정하였다. 강인 성능 해석에서의 불확실성의 크기는 강인안정도에서 사용한 불확실성의 크기보다 훨씬 작아도 될 것이다. 왜냐하면 강인안정도는 허용할 수 있는 최대의 불확실성을 근거로 판단하기 때문에 동일한 크기의 불확실성을 강인성능 해석 문제에 적용할 필요는 없다. Fig. 7은 a_1 , D_b 및 T_b 의 공칭값으로부터 10%의 변화에 대하여 μ -제어기와 기존의 H_∞ 제어기의 매개변수 불확실성에 대한 강인성능을 $[w_1 \ w_3]^T$ 로부터 $[z_1 \ z_3]^T$ 까지의 전달함수행렬의 구조화특이치를 이용하여 평가한 그림이며 μ -제어기는 강

인성능을 제공하고 있지만 H_∞ 제어기는 그렇지 못하다.

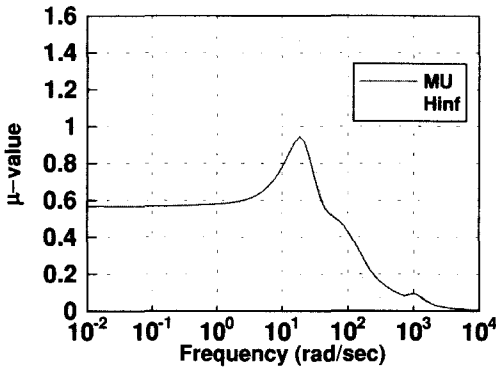


Fig. 7 Robust performance to parametric uncertainty

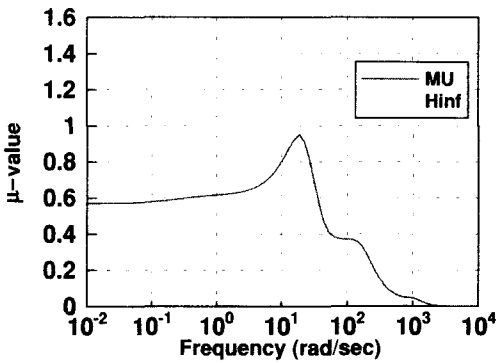


Fig. 8 Robust performance to actuator uncertainty

Fig. 8은 20%의 구동기 불확실성이 존재할 때 μ -제어기와 기존의 H_∞ 제어기의 구동기 불확실성에 대한 강인성능을 $[w_2 \ w_3]^T$ 로부터 $[z_2 \ z_3]^T$ 까지의 전달함수행렬의 구조화특이치를 이용하여 평가한 그림이며 μ -제어기는 강인성능을 만족하고 있으나, H_∞ 제어기는 그렇지 못하다.

4.3 주사 성능

탐색기가 표적을 탐색하는 동안 표적포착확률을 높이기 위하여 원형 및 장미꽃형 주사파형을 발생시키며, 주사파형을 설계할 때는 탐색기의 순간 시계와 총 주사영역을 고려하여 설계하여야 한다. 원형 및 장미꽃형 주사파형을 위한 기준 명령은 다

음과 같은 식으로 표현된다.

원형 주사파형

$$R_x(t) = f \cos \theta(t) \quad (17)$$

$$R_y(t) = -f \sin \theta(t) \quad (18)$$

장미꽃형 주사파형

$$R_x(t) = 2 f \cos 3\theta(t) - f \cos \theta(t) \quad (19)$$

$$R_y(t) = -2 f \sin 3\theta(t) - f \sin \theta(t) \quad (20)$$

본 논문에서는 $f = 1.3 \text{ deg.}$, 주사속도는 20 deg/sec , 총 주사영역은 5 deg 로 가정하여 주사 성능을 검토한다. 먼저 시스템 변수의 변화에 대하여 설계된 μ -제어기에 의한 주사성능에 미치는 영향을 파악하기 위하여 a_1 , D_b 및 T_b 의 값을 각각 독립적으로 변화시켜 보았다. 그 결과 $\Delta_{a_1} = -82\%$, $\Delta_{D_b} = -100\%$, $\Delta_{T_b} = -78\%$ 일 때 원형 주사파형에 의한 응답의 정상상태오차가 10%를 초과하였다. 반면에 H_∞ 제어기에 대해서는 $\Delta_{a_1} = -53\%$, $\Delta_{D_b} = -100\%$, $\Delta_{T_b} = -22\%$ 일 때 원형 주사파형에 의한 응답의 정상상태오차가 10%를 초과함으로써 μ -제어기가 H_∞ 제어기보다 시스템 매개변수의 불확실성에 대하여 더 강인한 주사성능을 제공하고 있음을 알 수 있다. Fig. 9는 μ -제어기와 H_∞ 제어기를 이용한 원형 주사파형에 대한 응답특성을 비교한 그림이며 정상상태오차는 각각 3.1%와 6.5%이다. Fig. 10은 μ -제어기와 H_∞ 제어기를 이용한 장미꽃형 주사파형에 대한 응답특성을 비교한 그림이며 정상상태오차는 각각 1.2%와 3.4%이다. Fig. 9-10으로부터 μ -제어기는 H_∞ 제어기보다 모든 주사파형에서 매우 우수한 주사정밀도를 제공하고 있으며, μ -제어기는 시스템 매개변수의 불확실성을 고려하여 설계되었기 때문에 공칭 플랜트뿐만 아니라 섭동 플랜트에 대하여도 동일하게 우수한 주사성능을 보여 줄 것이다. 따라서 μ -제어기는 모델 불확실성이 존재할 때도 역시 기존의 H_∞ 제어기보다 더 좋은 표적 포착확률을 제공할 것으로 예측된다.

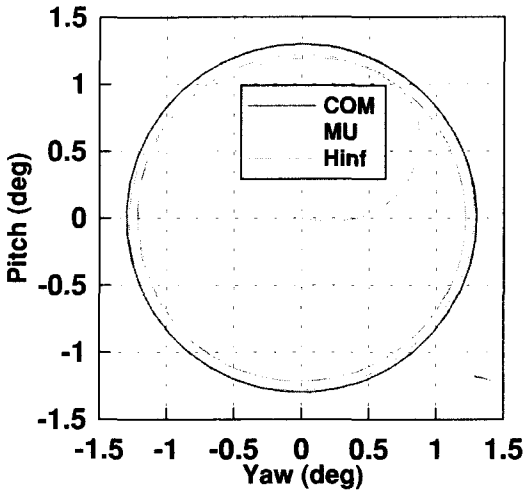


Fig. 9 Conical scanning performance

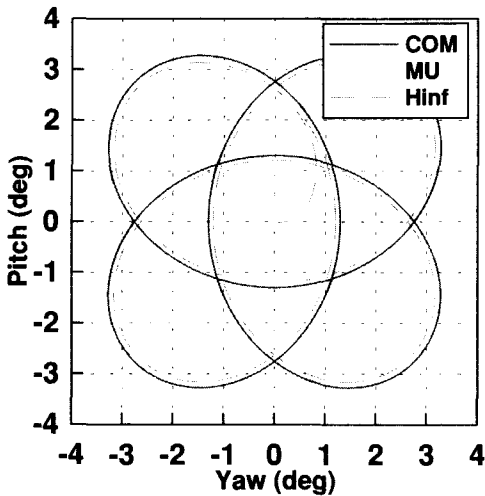


Fig. 10 Rosette scanning performance

5. 결론

시스템 매개변수의 불확실성을 포함하여 유도된 탐색기 주사루프의 모델에 대하여 μ -합성법을 이용함으로써 강인제어기를 설계하고 성능 및 안정도 강인성을 분석하였다. 제안한 강인제어기는 기존의 H_∞ 제어기와 비교하여 불확실한 시스템 매개변수에 의한 구조화된 불확실성 뿐만 아니라 비구조화된 불확실성에 대하여도 더 양호한 강인 안정도

및 강인 성능을 제공한다. 설계된 탐색기 주사루프 시스템은 설계 규격을 만족하며, 특히 모델 불확실성에도 불구하고 우수한 주사성능을 나타냄으로서 기존의 H_∞ 제어기보다 더 높은 표적포착확률을 나타낼 것이다. 다른 H_∞ 제어기와 마찬가지로 설계된 강인제어기의 차수는 매우 높지만, 모델 차수의 축소에 대한 많은 유용한 연구 결과가 보고되고 있어서 큰 문제가 없을 것으로 판단된다.

참고문헌

1. 황홍연, 이호평, "탐색기의 주사루프 모델링과 LQG/LTR보상기 설계," 대한기계학회논문집, 제17권, 제11호, pp. 2730-2741, 1993.
2. Doyle, J. C., and Stein, G., "Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical/ Modern Synthesis," IEEE Trans. on Automatic Control, AC-26, No. 1, pp.4-16, 1981.
3. Doyle, J. C. and Packard A., "The Complex Structured Singular Value, Automatica," Vol. 29, NO. 1, pp.71-109, 1993.
4. Doyle, J. C., Lenz, K., and Packard, A., "Design Example Using μ -Synthesis: Space Shuttle Lateral Axis FCS During Reentry," The 25th Conference on Decision and Control, Piscataway, NJ, 1986.
5. Steinbuch M, Terlouw J. C., Bosgra O. H., and Smit S. G., "Uncertainty Modelling and Structured Singular-Value Computation Applied to an Electromechanical System," IEE Proceedings-D, Vol. 139, No. 3, pp. 301-307, 1992.
6. Balas, G. J., Doyle, J. D., Glover, K., Packard, A. K., and Smith, R., μ -Analysis and Synthesis Toolbox, MUSYN Inc., 1991.
7. Doyle, J. C., Glover, K., Khargonekar, P. P. and Francis, B. A., "State-Space Solutions to Standard H_2 and H_∞ Control Problems," IEEE Transaction on AC, Vol. 34, No. 8, pp. 831-847, 1989.
8. 이호평, 송창섭, "탐색기 주사루프의 2자유도 강인제어기 설계," 한국정밀공학회지, 제12권, 제10호, pp. 157-165, 1995.