

# 교차곱항에 제어입력의 포화를 고려한 LQR 설계 및 자동차 능동 현가장치 제어에의 응용

서영봉\*, 최재원\*\*

## LQR Design Considering Control Input Saturation in Cross-Product Term and Its Application to an Automotive Active Suspension Control

Young Bong Seo\*, and Jae Weon Choi\*\*

### ABSTRACT

In this paper, the CLQR(Constrained LQR) controller, which considers the actuator saturation in a cross-product term of a given performance index for an automotive active suspension control has been proposed. The effects of actuator saturations have been reflected directly in the states by using the linear relation between the control input and states. The method proposed here is more effective and intuitive compared with the conventional schemes. The CLQR has been applied to designing an automotive active suspension control system to verify its effectiveness and practical aspects.

**Key Words** : CLQR(Constrained LQR), Saturation(포화), A quarter car model(1/4 자동차 모델)

### 1. 서론

실제 시스템의 제어 환경에는 제어기에 포화(saturation), 지연(delay), 불감대(dead-zone) 등이 내재되어 있으며, 그 중에서도 제어입력의 포화현상은 가장 흔히 발견되는 요소이다. 예를 들어, 자동차의 승차감을 향상시키기 위하여 자동차 능동 현가장치 시스템을 제어하는 경우, 차체의 수직가속도를 줄이기 위하여 능동 제어력을 구동기(actuator)를 이용하여 발생시켜야 한다. 그러나, 구동기 자체가 낼 수 있는 힘에는 한계가 존재하므로 제어입력의 포화현상이 생기게 된다.<sup>(1)</sup> 이러한 구동기의

포화현상은 현가장치 시스템의 성능을 나빠지게 할 뿐만 아니라, 그런 현상이 일어났을 때에는 피드백 루프(feedback loop)가 끊어지는 상태가 되기 때문에 전체 시스템의 안정도를 해치게 될 수 있다. 따라서, 제어기 설계 과정에서 제어 한계(control bound)를 고려하여 제한된 제어 입력 신호 하에서 제어기를 설계하는 방법이 필요하다.

제어 입력의 포화 현상을 다루는 데에는 크게 두 가지 접근 방법이 있다. 하나는, 제어기 설계과정에서부터 제어한계를 고려하여 결코 제어기의 출력이 제한된 값을 넘지 못하도록 하는 방법<sup>(2)(3)</sup>이며, 다른 방법으로는 제어기 설계의 첫 단계에서는

\* 부산대학교 기계공학부 대학원

\*\* 종신회원, 부산대학교 기계공학부

포화현상을 고려하지 않고 설계한 다음 포화현상으로 인한 부정적인 영향(side effect)을 보상하기 위하여 적절한 보상 구조를 채택하는 방법이 있다.<sup>(4)(5)</sup> 후자의 방법은 실제적으로 많이 적용되고 있으나 기술자의 경험에 의존하거나 많은 양의 시뮬레이션을 통한 시행착오 방법을 통하여 특정한 시스템에 적합한 특정한 보상구조를 설계하여야 한다.

제한된 제어입력 신호 아래에서 최적제어 문제를 푸는 것은 전자의 대표적인 접근 방법으로 기존의 연구에서는 복잡한 스위칭 평면이 관계되는 뱅뱅(bang-bang) 형태의 피드백 제어를 갖게 되는데, 이것은 유도하거나 실현하기에 상당한 어려움이 따른다.<sup>(2)(3)</sup> 또한, LQR 제어기법은 제어 환경을 고려하여 제어기를 구성하는 방법으로 그 응용성이 매우 높지만, 상태가중행렬  $Q$ 와 제어가중행렬  $R$ 을 사용하여 주어진 성능지수를 최소화하는 제어입력을 시행착오적인 방법으로 구하게 된다.<sup>(6)-(9)</sup> Choi와 Seo<sup>(10)(11)</sup>는 LQR의 성능지수를 최소화 할 뿐만 아니라 시스템의 응답형태와 응답속도를 결정하는 고유구조(eigenstructure)까지 지정가능한 새로운 제어방법을 제안하였지만, 제어입력의 포화현상에 대해서는 다루지 않았다.

Jezequel과 Roberti<sup>(1)</sup>는 입력에 대한 제약조건을 에너지의 방산(dissipation) 형태로 가정하고, 이를 LQR의 해밀토니안(Hamiltonian)에 고려하여 최적제어기를 구성하여 1/4 자동차 현가장치 모델에 적용하였다. 이 방법은 기존의 연구에 비해 해석적이기는 하나 입력을 측정해야 하므로 시간지연이 발생하는 문제가 있으며, 복잡한 라그랑지 곱수(Lagrange multiplier)를 결정해야 하는 어려움이 있었다. 본 논문에서는 이 문제를 해결하기 위하여 입력에 대한 제약조건을 LQR의 해밀토니안에 고려하는 대신에 LQR의 성능지수에 먼저 고려하는 방법을 제안하였다. 시스템의 각 상태변수를 출력으로 하면 구동기의 출력이 시스템의 입력이 되므로, 구동기의 출력과 상태변수와의 상관관계는 LQR의 교차곱항(cross-product term)에 고려할 수 있게 된다. 교차곱항은 상태변수와 입력사이의 상관관계를 나타내는 설계 파라미터이며, 상태변수에 가중치를 두는 대신에 시스템의 출력에 가중치를 두게 되면 나타나는 항으로서 일반적인 LQR 문제에서는 고려하지 않았던 항이다.

따라서, 본 논문에서는 기존에 사용하던 LQR의 성능지수(performance index)의 출력에 가중치를 두

고, 새로이 고려되는 교차곱항에 입력의 한계에 대한 제약조건을 고려하는 방법을 제안하고, 이를 CLQR(Constrained LQR)이라 칭하기로 한다.

본 논문의 2장에서는 참고문헌 [1]에서 제안된 제약조건을 해밀토니안에 고려한 최적제어기에 대하여 다루어야 될 문제를 설정하고, 이를 해결하기 위하여 3장에서는 교차곱항이 있는 LQR 제어기를 설계하고, 제한된 입력을 가지는 경우에 대한 새로운 CLQR 제어방법을 기술한다. 4장에서는 제안한 제어기법을 1/4 자동차 능동 현가장치 시스템에 적용하여 타당성과 유용성을 검증하고, 마지막으로 5장에서 본 논문의 결론을 맺는다.

## 2. 문제설정

다음과 같이 주어지는 선형 시불변 다변수 가제어(linear time-invariant multivariable controllable) 시스템을 고려하자.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

여기서,  $x(t)$ ,  $u(t)$ 는 각각  $N$ ,  $m$ 차원의 상태변수 및 제어입력 벡터이며  $A$ ,  $B$ 는 각각 시스템 행렬과 제어입력 행렬이다. 이러한 시스템에 대하여 최적제어기는 다음과 같은 목적함수를 최소로 하는 제어기를 설계하는 것으로 정의된다.

$$J(x, u) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{x(t)^T Qx(t) + u(t)^T Ru(t)\} dt \quad (2)$$

여기서,  $Q$ 는 양의 반한정(positive semidefinite) 행렬이고,  $R$ 은 양의 한정(positive definite) 행렬이다. 또한, 제어입력  $u(t)$ 는 다음과 같은 제약조건을 가진다고 가정하자.<sup>(1)</sup>

$$0 \leq u \leq u_{\max}$$

또는

$$-u \leq 0 \quad \text{그리고} \quad u - u_{\max} \leq 0 \quad (3)$$

제어입력은 에너지를 방산(放散)하는 요소로 구성되어 반능동 현가장치에 맞게 능동적으로 조정(modulation)되는 것으로 고려한다면 위의 가정은 타당하다.

$u^*$ 가 최적제어기법에 의해  $u^*(x, t)$ 로 주어진다 면 다음과 같은 해밀토니안 식이 만들어진다.

$$H(x, u, p, \lambda_1, \lambda_2, t) = \frac{1}{2} (x(t)^T Qx(t) + u(t)^T Ru(t)) + p^T (Ax(t) + Bu(t)) - \lambda_1 u(t) + \lambda_2 (u(t) - u_{\max}) \quad (4)$$

여기서,  $p(t)$ 는 구속조건 (1)에 관계된 라그랑지 곱수이고,  $\lambda_1$ 과  $\lambda_2$ 는 부등식(3)에 관계된 라그랑지 곱수이다. 최적해  $u^*$ 는 Kuhn 과 Tucker의 정리<sup>(12)</sup>에 의해 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial H}{\partial p}(x^*, u^*, p^*, \lambda_1, \lambda_2, t) = \dot{x}^*(t) \quad (5)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x}(x^*, u^*, p^*, \lambda_1, \lambda_2, t) = -\dot{p}^*(t) \quad (6)$$

$$\frac{\partial H}{\partial u}(x^*, u^*, p^*, \lambda_1, \lambda_2, t) = 0 \quad (7)$$

$$\lambda_1 \geq 0 \text{ 그리고 } \lambda_1 u^* = 0 \quad (8)$$

$$\lambda_2 \geq 0 \text{ 그리고 } \lambda_2 (u_{\max} - u^*) = 0 \quad (9)$$

식 (4)를 식 (7)에 대입하여 정리하면, 다음의 식 (10)과 같이 쓸 수 있다.

$$Ru(t) + B^T p^*(t) - \lambda_1(t) + \lambda_2(t) = 0 \quad (10)$$

이제  $\lambda_1$ 와  $\lambda_2$ 에 대해서  $H$ 의 미분치를 구한다. 식 (8)과 (9)에서  $\lambda_1 > 0$ 이면  $\lambda_2 = 0$ 이고,  $\lambda_2 > 0$ 이면  $\lambda_1 = 0$ 이기 때문에  $\lambda_1$ 과  $\lambda_2$ 를 다음 세 가지 경우로 나누어 나타낼 수 있다.

경우 1:  $\lambda_1 > 0$  그리고,  $\lambda_2 = 0$  ( $u^* = 0$ )

경우 2:  $\lambda_1 = 0$  그리고,  $\lambda_2 = 0$  ( $0 < u^* < u_{\max}$ )

경우 3:  $\lambda_1 = 0$  그리고,  $\lambda_2 > 0$  ( $u^* = u_{\max}$ )

위의 세 가지 경우에 주어진 각기 다른  $\lambda$ 를 식 (10)에 대입하면 라그랑지 곱수  $\lambda_1$ 과  $\lambda_2$ 를 구할 수 있고, 이렇게 구한 라그랑지 곱수로부터 세 경우에 관한 해를 각각 구하게 된다. 따라서, 해밀토니안에 제약조건을 고려하는 것은 기존의 연구에 비해 해석적이기는 하나 각각의 경우에 따른 세 가지 제어 기법을 모두 계산해야 하고, 입력을 측정하여 라그랑지 곱수를 결정해야 하는 어려움이 있다.<sup>(1)</sup>

### 3. 제약조건을 교차곱항에 고려한 제어기

본 장에서는 LQR의 성능지수의 교차곱항에 제약조건을 고려한 최적 제어를 설계하는 방법에 대하여 자세히 기술한다.

#### 3.1 교차곱항이 있는 LQR 제어기 설계

다음과 같은 선형시스템을 고려하자.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (11)$$

이 때, 성능지수  $J$ 를 출력벡터에 대하여 다음과 같

이 정의한다.

$$J = \int_0^{\infty} (y^T Q^* y + u^T R^* u) dt \quad (12)$$

여기서,  $Q^*$ 는 출력이중행렬로서 대칭이며 양의 반한정이다.  $R^*$ 은 제어가중행렬로서 역시 대칭이며 양의 한정행렬이다. 식 (12)의 성능지수를 상태벡터  $x$ 로 바꾸어 표시하면 다음과 같다.

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + 2x^T S u + u^T R u) dt \quad (13)$$

여기서,  $Q = C^T Q^* C$ ,  $S = C^T Q^* D$ ,  $R = D^T Q^* D + R^*$ . 따라서, 식 (12)를 최소화시키는 제어입력은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$x^T Q x + 2x^T S u + u^T R u = x^T Q_{eq} x + u_{eq}^T R u_{eq} \quad (14)$$

여기서,  $Q_{eq} = Q - SR^{-1}S^T$ ,  $u_{eq} = u + R^{-1}S^T x$ . 따라서, 원래 시스템(식 (11))은 다음과 같이 된다.

$$\dot{x} = A_{eq} x + B u_{eq}$$

여기서,  $A_{eq} = A - BR^{-1}S^T$ .

식 (13)의 성능지수는 다음과 같은 형태의 성능지수로 바뀐다.

$$J = \int_0^{\infty} (u_{eq}^T R u_{eq} + x^T Q_{eq} x) dt$$

제어입력  $u_{eq}$ 는 다음과 같이 된다.

$$u_{eq} = -R^{-1} B^T K x(t)$$

여기서,  $K$ 는 다음의 대수 리카티 방정식(algebraic Riccati equation)으로부터 구한다.

$$K A_{eq} + A_{eq}^T K - K B R^{-1} B^T K + Q_{eq} = 0 \quad (15)$$

따라서, 최종제어입력  $u$ 는 다음과 같이 된다.

$$u = -R^{-1} (B^T K + S^T) x \quad (16)$$

주어진 시스템의 경우 가중치를 출력 측에 둬므로써 성능지수에 교차곱항이 생긴다. 따라서, 최종 제어입력에도 교차곱항이 영향을 미치게 된다. 성능지수에 포함된 교차곱항이 견실성에 미치는 영향에 대한 연구는 부분적으로 이루어져 있다.<sup>(13)</sup>

#### 3.2 제약조건을 교차곱항에 고려한

##### 제어기(CLQR) 설계

제약조건을 해밀토니안에 고려한 최적제어기<sup>(1)</sup>의 해밀토니안 식과 제어입력은 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} H(x, u, p, \lambda_1, \lambda_2) = & \frac{1}{2} x^T Q x + \frac{1}{2} u^T R u \\ & + p^T (Ax + Bu) \\ & - \lambda_1 u + \lambda_2 (u - u_{\max}) \end{aligned}$$

$$u = -R^{-1}(B^T K - \lambda_1 + \lambda_2)x$$

반면, 제약조건을 교차곱항에 고려한 LQR의 해밀 토니안 식과 제어입력은 각각 다음과 같이 된다.

$$H(x, u, P) = \frac{1}{2} x^T Q x + \frac{1}{2} u^T R u + P^T (Ax + Bu) + \frac{1}{2} (x^T S u + u^T S^T x)$$

$$u = -R^{-1}(B^T K + S^T)x$$

여기서,  $K$ 는 리카티 행렬식의 해이다.

두 관점에서 구한 제어입력을 등가시켜 놓으면 다음 관계가 성립한다.

- i)  $\lambda_2 = 0, u = 0 \Rightarrow \lambda_1 = B^T K > 0 \Rightarrow S^T = -B^T K$
- ii)  $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 0, 0 < u < u_{max} \Rightarrow S^T = 0$
- iii)  $\lambda_1 = 0, u = u_{max} \Rightarrow \lambda_2 = -(R u_{max} + B^T K) > 0 \Rightarrow S^T = \nu(x_{max})$

여기서,  $\nu(\cdot)$ 은  $(\cdot)$ 의 영공간(null space)을 나타낸다.

이전의 입력을 측정하여 이후의 입력을 결정하는 대신, 선형 시불변 시스템에 대한 상태변수  $x$ 와 입력  $u$ 사이의  $u = -Gx$ 의 선형 관계를 이용하여, 상태변수를 측정하여 교차곱항을 결정하도록 한다. 전상태 피드백의 경우 모든 상태변수를 알고 있다는 가정 하에서 제어하므로 이상적이기는 하지만 현실적으로 실현 불가능한 경우가 많다. 그러므로, 측정 불가능한 상태변수는 관측기로 관측하여 측정 가능한 상태변수와 함께 모든 상태변수를 피드백하여야 한다. 상태변수의 최소값과 최대값은 상태변수 벡터의 프로베니우스 놈(Frobenius norm),  $\|u\|_F$ , 으로 표시하여 상태변수의 한계값으로 사용한다.

**정리 1** : 제약조건(식 (3))을 LQR의 성능지수의 교차곱항에 고려하여 제어기를 설계하는 경우, 관측기를 사용하여 전상태 피드백으로 구해지는 제어 입력은 다음과 같다.

$$u^* = -R^{-1}(B^T K + S^T)x$$

여기서,

$$\begin{cases} \|u\|_F \leq x_{min}, & S^T = -B^T K \\ x_{min} < \|u\|_F < x_{max}, & S^T = 0 \\ \|u\|_F \geq x_{max}, & S^T = \nu(x_{max}) \end{cases}$$

**증명** : 교차곱항을 고려하여 각각의 제어입력을 구해 보면 다음과 같다.

$$\|u\|_F \leq x_{min}, \quad u^* = -R^{-1}(B^T K - B^T K)x_{min} = 0$$

$$x_{min} < \|u\|_F < x_{max}, \quad u^* = -R^{-1}(B^T K)x$$

$$\|u\|_F \geq x_{max}, \quad u^* = -R^{-1}(B^T K + \nu(x_{max}))x_{max} = -R^{-1}(B^T K)x_{max} = u_{max}$$

Butsuen과 Hedrick<sup>(14)</sup>은 특정 모델(1/4 자동차 모델)을 피드백 제어함에 있어서 관측기를 사용하여 피드백 제어한 경우와 측정할 수 있는 상태변수 하나만을 피드백하여 제어한 경우 제어결과가 거의 같음을 제시하였다. 측정할 수 있는 상태변수만을 피드백하는 경우 피드백 루프구성이 간단해지므로 실제 적용하기가 더 용이해진다. 이와 같은 경우에는 정리 1로부터 다음의 보조정리 1이 성립한다.

**보조정리 1** : 제약조건(식 (3))을 LQR의 성능지수의 교차곱항에 고려하여 제어기를 설계하는 경우, 측정할 수 있는 상태변수만을 피드백하여 구해지는 제어입력은 다음과 같다.

$$u^* = -R^{-1}(B^T K + S^T)x$$

$$\text{여기서, } \begin{cases} x \leq x_{min}, & S^T = -B^T K \\ x_{min} < x < x_{max}, & S^T = 0 \\ x \geq x_{max}, & S^T = \nu(x_{max}) \end{cases}$$

증명은 정리 1의 증명과 유사하므로 생략한다.

만약에 입력의 제약조건이 식 (3)과 달리  $u_{min} \leq u \leq u_{max}$ 의 형태로 주어지고, 측정할 수 있는 상태변수만을 피드백하여 간단한 루프를 구성한다면, 정리 1과 보조정리 1로부터 다음의 보조 정리 2가 성립한다.

**보조정리 2** : 제약조건( $u_{min} \leq u \leq u_{max}$ )을 LQR의 성능지수의 교차곱항에 고려하여 제어기를 설계하는 경우, 측정할 수 있는 상태변수만을 피드백하여 구해지는 제어입력은 다음과 같다.

$$u^* = -R^{-1}(B^T K + S^T)x$$

$$\text{여기서, } \begin{cases} x \leq x_{min} & S^T = \nu(x_{min}) \\ x_{min} < x < x_{max} & S^T = 0 \\ x \geq x_{max} & S^T = \nu(x_{max}) \end{cases}$$

증명은 간단하므로, 생략한다.

#### 4. 1/4 자동차 모델에의 적용

본 장에서는 제시된 CLQR 제어기법을 1/4 자동

차 모델에 적용하여 그 타당성을 고찰해 보고, 기존의 LQR과 똑같은 조건을 두어 시뮬레이션을 수행한 결과를 각각 비교하여 유용성을 검증한다.

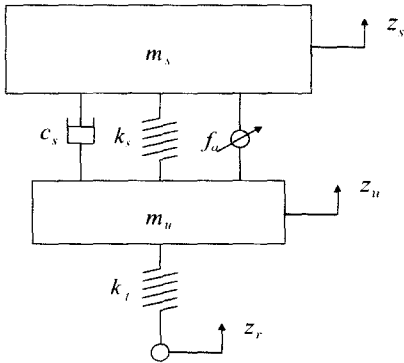


Fig. 1 A quarter car model

Fig. 1은 1/4 자동차에 대한 현가장치의 선형모델<sup>(15)</sup>을 도시한 것이며, 1/4 자동차 모델의 상태방정식은 다음과 같다

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bf_u(t) + Ez_r(t) \\ y(t) = Cx(t) + Df_u(t) \end{cases}$$

또한, 윗질량에 가속도 센서를 부착하여 윗질량의 절대속도는 측정가능하고, 다른 상태변수는 측정 불가능하다고 가정하여 시뮬레이션을 수행하였다.

1/4자동차의 능동 현가장치 제어를 설계하고자 할 때, 승차감을 향상시키기 위해서는 승차감에 관련된 상태변수를 알아야 한다. 상태변수에서 승차감과 관련이 있는 변수는 윗질량의 절대속도를 나타내는 변수  $x_2(= \dot{z}_s)$ 와 서스펜션의 변위를 나타내는 변수  $x_1(= z_s - z_u)$ 이다. 그러므로 가중행렬을 선정할 때, 이 두 변수에 가중치를 높여야 한다. 그리고 타이어의 변형을 나타내는 변수  $x_3(= z_u - z_r)$ 와 아랫질량의 절대속도를 나타내는 변수인  $x_4(= \dot{z}_u)$ 는 앞의 두 변수에 비해서 승차감에 큰 영향을 미치지 못하므로 가중치는 작게 하여야 한다. 그리고 제어가중행렬의 선정에서 제어력에 비중을 많이 두려면  $R$ 의 값이 커야 하고, 제어력에 비중을 작게 두려면  $R$ 의 값을 작게 하여야 한다. 이러한 목적을 달성하기 위하여 LQR을 이용한 제어기의 설계에 있어서 상태가중행렬  $Q$ 와 제어가중행렬  $R$ 은 다음과 같이 설정하였다.

$$Q = \begin{bmatrix} 10^5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}, \quad R = 10^{-2}$$

1/4 자동차의 경우, 차체에 센서를 하나만 부착하여 피드백시킨 경우<sup>(14)</sup>, 즉 윗질량의 절대속도  $\dot{z}_s$ 만 피드백하여도 출력이 윗질량의 가속도  $\ddot{z}_s$ 이기 때문에 효과적인 제어가 가능하므로 보조정리 1의 제어입력을 구하도록 한다. 측정가능한 상태변수  $x_2$ 의 최소값은 0, 최대값은 제어입력과 선형관계에 따라 제어입력의 최대값을 150 N/m으로 제한하는 값인 0.0179로 두었다. 노면으로부터의 외란은 시뮬레이션을 위하여 0.05초 동안 높이 0.1m의 램프입력으로 주었으며, 외란이 속도항으로 들어가기 때문에 램프입력을 시간에 대해 미분한 항으로 들어가게 만들었다.

제약조건을 LQR의 성능지수의 교차곱항에 고려한 제어기의 설계 방법에 따라 교차곱항과 제어이득  $G$ 를 구하게 되면 각각 다음과 같다.

$$S_1 = \begin{bmatrix} -2.8092 \\ -83.6872 \\ 273.6932 \\ -1.7937 \end{bmatrix}, \quad S_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad S_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$G = 10^4 \times [0.0281, 0.8369, -2.7369, 0.0179]$$

여기서,  $S_1$ 은  $x \leq x_{\min}$ ,  $S_2$ 는  $x_{\min} < x < x_{\max}$ ,  $S_3$ 은  $x \geq x_{\max}$  일 때의 교차곱항이다. 가속도 센서를 사용하여 윗질량의 가속도를 측정하므로 두 번째 상태변수만을 피드백시키면 제어이득은  $x_{\min} < x < x_{\max}$  일 때 다음과 같이 구해진다.

$$G = 10^4 \times [0, 0.8369, 0, 0]$$

Fig. 2는 CLQR 제어방법을 1/4 자동차 모델에 적용한 시뮬레이션 결과와 기존의 LQR 설계방법을 적용한 결과를 비교해 놓은 것이다. 제어입력이 한계를 넘지 않는 것을 확인해 볼 수 있다.

### 5. 결론

대부분의 실제 제어시스템에 있어서 제어력을 발생시키는 구동기 자체가 가지는 한계가 존재하므로 제어입력의 포화현상이 생기게 된다. 따라서, 제어기 설계 과정에서 제어 한계를 고려하여, 제한된

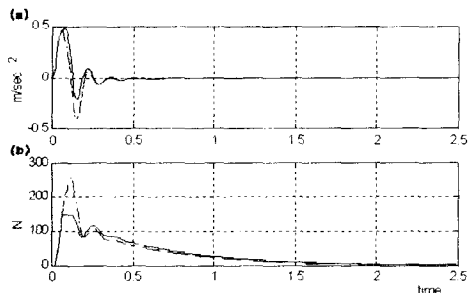


Fig. 2 Impulse responses of the suspension system (---LQR —CLQR)

- (a) vertical acceleration of unsprung mass,
- (b) control input

제어 입력 신호 아래에서 제어를 설계하는 방법이 필요하다.

CLQR에서는 상태변수와의 관계를 고려하여 입력의 한계(제약조건)를 넘지 않도록 교차공함을 구하는 것이 가능하다. 제약조건을 LQR의 성능지수에 고려하는 것은 LQR의 형태에 비추어 이상적이다. 입력과 상태변수와의 관계가 교차공함에 고려되기 때문에 상태변수에 따른 입력의 한계를 고려할 수 있었다. CLQR은 입력을 직접 측정하지 않아도 되고 라그랑지 곱수를 구하는 복잡한 계산도 필요없으며, 상태변수와의 관계가 고려된 입력의 설정된 한계를 성능지수 함수의 교차공함에 고려함으로써 직관적이며 간단한 제어법칙을 구성하였다.

성능지수의 교차공함에 직접 제약조건을 고려하여 상태변수를 측정하고, 그에 따른 입력의 한계를 고려한 제어를 설계하였고, 측정할 수 있는 상태변수만을 피드백하여 1/4 자동차 모델에 적용함으로써 실제 적용하기가 용이하고, 결과로부터 제어입력이 한계를 넘지 않음을 확인하였다.

### 참고문헌

1. Jezequel, L., and Roberti, V., "Optimal Preview Semiactive Suspension," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 118, pp. 99-105, March 1996.
2. Pachter, M., and Miler, R. B., "Manual Flight Control with Saturating Actuators," *IEEE Control Systems Magazine*, pp. 10-19, February 1998.
3. Lyshevski, S. E., "Aircraft Flight Control System

- Design Under State and Control Bounds," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 34, No. 1, pp. 257-263, January 1998.
4. Campo, P. J., and Morari, M., "Robust Control of Processes Subject to Saturation Nonlinearities," *Computers Chem. Engng.*, Vol. 14, No. 4/5, pp. 343-358, 1990.
5. Park, J. K., and Choi, C. H., "A Compensation Method for Improving the Performance of Multivariable Control Systems with Saturating Actuators," *Control - Theory and Advanced Technology (C-TAT)*, Vol. 9, No. 1, pp. 305-323, 1993.
6. Anderson, B. D. O., and Moore, J. B., *Optimal Control: Linear Quadratic Methods*, Prentice-Hall, Inc., 1989.
7. Dorato, P., Abdallah, C., and Cerone, V., *Linear Quadratic Control*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1995.
8. Siouris, G. M., *An Engineering Approach to Optimal Control and Estimation Theory*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1996.
9. Lewis, F. L., *Optimal Control*, John Wiley & Sons, Inc., 1986.
10. 최재원, 서영봉, 유완석, "LQR 특성을 갖는 고유구조 지정 제어기법 및 자동차 능동 현가장치 제어에의 응용," *한국정밀공학회 논문지*, 제 15권, 제11호, pp. 108-120, 1998년 11월.
11. Choi, J. W., and Seo, Y. B., "LQR Design with Eigenstructure Assignment Capability," to appear in the *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 35, No. 2, April 1999.
12. Avriel, M., *Nonlinear Programming: Analysis and Methods*, Prentice-Hall, Inc., 1976.
13. 강태삼, 이장규, 최재원, "교차공함이 있는 건설한 LQ제어기 설계," *한국항공우주학회 추계 학술대회 논문집*, pp. 300-305, 1993년 11월.
14. Yue, C., Butsuen, T., and Hedrick, J. K., "Alternative Control Laws for Automotive Active Suspensions," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 111, pp. 286-291, June 1989.
15. 이경수, 서명원, 오태일, "반능동 현가시스템의 Robust 제어법칙," *한국자동차공학회 논문집*, 제2권, 제6호, pp. 117-126, 1994년.