

전방향 자기추진 바닥닦기 로봇의 운동해석

신동현*, 김호중*

Motion Analysis of Omni-directional Self-propulsive Polishing Robot

Dong Hun Shin*, Ho Joong Kim*

ABSTRACT

A self-propulsive polishing robot is proposed as a method which automates a floor polisher. The proposed robot with two rotary brushes does not require any mechanism such as wheels to obtain driving forces. When the robot polishes a floor with its two brushes rotating, friction forces occur between the two brushes and the floor. These friction forces are used to move the robot. Thus, the robot can move in any direction by controlling the two rotary brushes properly. In this paper, firstly a dynamics model of a brush is presented. It computes the friction force between the brush and the floor. Secondly, the dynamics of the proposed robot is presented by using the brush dynamics. Finally, the inverse dynamics is solved for the basic motions, such as the forward, backward, leftward, rightward motions and the pure rotation. This paper will contribute to realize a self-propulsive polishing robot as proposed above. In addition, this paper will give basic ideas to automate the concrete floor finishing trowel, because its basic idea for motion is similar to that of the proposed robot.

Key Words : Polisher (폴리셔), Friction force (마찰력), Self-propulsive (자기추진), Omni-directional motion (전방향 운동)

1. 서론

현재 많이 사용되는 바닥 닦기 회전형 폴리셔 (polisher)는 사람이 직접 운전하는 것으로서 Fig.1에 나타난 것과 같은 구조를 갖는다. 이러한 폴리셔는 밀의 브러쉬(brush)가 회전함으로써 바닥을 닦게 된다. 이때 회전하는 브러쉬와 바닥 사이에는 마찰력이 발생하게 되는데, 사람이 조작막대를 잡지 않으면 폴리셔는 회전마찰에 의해 회전하게 되므로, 사람이 조작막대를 잡고 조작하게 되어 있다.

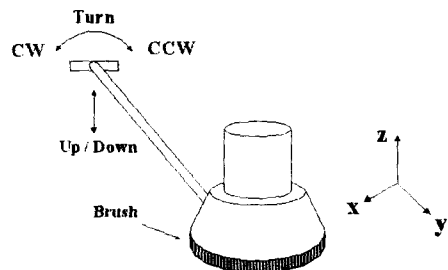


Fig. 1 Current floor polisher.

* 서울시립대학교 정밀기계공학과

주목할 것은 이러한 폴리셔를 이동시킬 때 사람이 직접 조작막대를 밀거나 끌지 않아도 되며, 사람이 조작막대를 상하좌우로 기울임으로써 회전 브러쉬와 바닥 사이에서 발생하는 마찰력에 의해서 폴리셔가 이동할 수 있다. 그 원리는 간단히 다음과 같다.

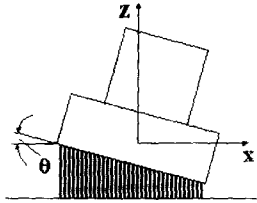


Fig. 2(a) Front view of the Polisher tilted by θ .

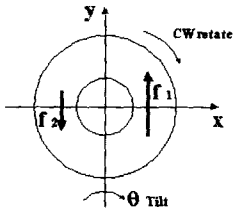


Fig. 2(b) Top view of the brush and floor contact area.

운전자가 폴리셔를 위에서 보았을 때 회전 브러쉬가 시계방향으로 일정한 각속도로 회전하고 있는 경우, 브러쉬와 바닥 사이에는 마찰력이 발생한다. 이때, 운전자가 폴리셔의 조작막대를 기울임으로써 폴리셔를 Fig. 2(a)와 같이 어느 한 방향으로 기울일 때, Fig. 2(b)와 같이 폴리셔를 기울인 쪽의 브러쉬 반쪽과 바닥과의 마찰력을 f_1 , 그 반대 쪽의 반쪽의 마찰력을 f_2 라고 하면, f_1 이 f_2 보다 더 크게 발생하게 된다. 따라서, 폴리셔를 움직일 수 있는 구동력은 $f_1 - f_2$ 만큼의 크기로 마찰력이 큰 방향으로 발생하게 되어 그 방향으로 폴리셔는 이동한다. 즉, 운전자가 조작막대를 오른쪽으로 기울이면 폴리셔는 앞으로(Y방향), 왼쪽으로 기울이면 뒤로(-Y방향) 움직이게 된다. 마찬가지로 조작막대를 위로 올리거나 아래로 내리는 것에 의하여 폴리셔는 좌우(X방향 또는 -X방향)로 움직이게 된다.

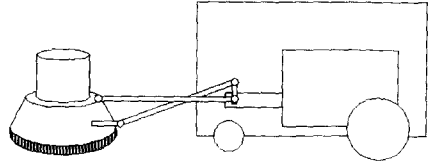


Fig. 3 Furiya and kiyohiro's polishing robot.

1995년 일본의 Furiya와 Kiyohiro는 이러한 폴리셔의 동역학적 모델을 처음으로 제시하고, 마찰력에 의한 직선구동력을 계산하였다⁽¹⁾. 한편, 이러한 원리를 이용하는 폴리싱 로봇(polishing robot)을 제안하였는데, 이 로봇은 Fig. 3과 같이 하나의 폴리셔에 캐스터휠을 갖는 제어박스가 연결되어 있는 구조로서, 운전자가 폴리셔를 기울이듯이 제어박스가 폴리셔를 기울여서 회전 브러쉬의 비대칭적 마찰력을 구동력으로 하여 움직이는데, 이러한 경우 트레일러 트럭과 같은 구조이므로 전방향 운동은 불가능하며 자동차와 같은 운동만을 할 수 있다⁽²⁾.

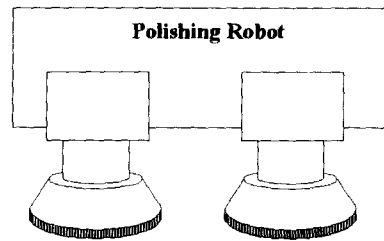


Fig. 4 Proposed polishing robot.

전방향 운동이 불가능할 경우 로봇의 장애물 회피 문제 등 원활한 작업을 하는데 어려움이 따른다. 따라서, 이러한 Furiya의 로봇과 같이 하나의 회전 폴리셔만 갖고서는 자유로운 전방향 운동을 구현하기 위해서는 어려움이 있으므로, 우리는 Fig. 4와 같이 2개의 폴리셔를 갖으며, 이 2개의 폴리셔의 회전하는 브러쉬의 자세를 각각 제어함으로써 브러쉬와 바닥 사이에서 발생하는 마찰력의 합력을 우리가 원하는 방향의 구동력으로 이용하여, 전후좌우로 움직이고 회전도 하면서 바닥을 닦는 전방향 자기추진 폴리싱 로봇을 제안한다. 이 폴리싱 로봇은 바퀴와 같은 별도의 구동 메커니즘이 없으므로 로봇의 구조가 간단하여지며, 또한 별도의 구

동력을 만들어낼 때 사용되는 에너지 또한 절약할 수 있는 장점이 있는 반면 운동의 제어가 좀 더 어려워질 것이다.

본 논문에서는 이와 같이 2개의 회전 폴리셔로 이루어진 폴리싱 로봇을 제안하고 바퀴와 같은 구동 메커니즘도 없이 움직이는 이 로봇의 운동의 해석을 목적으로 다음과 같은 내용들을 연구하였다. 첫째, 한 개의 폴리셔에 대해서, θ 만큼 기울일 때, 브러쉬와 바닥 사이에 발생하는 마찰력에 대하여 기존의 Furiya의 모델의 오류를 수정한 모델을 제시하고, 폴리셔를 움직이는 직선구동력뿐만 아니라 회전 모우멘트를 구하고, 둘째, 이 결과를 이용하여 우리가 제안하는 2개의 폴리셔로 이루어진 폴리싱 로봇의 동역학 모델(dynamics model)을 제시하고, 셋째, 이 로봇의 전방향운동의 제어가능성을 보여주는 역동역학 해를 구하였다. 즉, 전후좌우 방향으로의 진행 및 회전 등과 같은 기본 운동 및 임의의 운동을 구현하는데 필요한 로봇의 제어변수의 값을 구함으로써 제안된 로봇의 전방향운동성을 보였다.

이미 우리가 제안한 폴리싱 로봇과 비슷한 원리는 콘크리트 바닥 미장용 로봇에 사용되고 있다^(3,4). 이 미장용 로봇은 4개의 흡손이 1 셋으로 되어 회전하는 트로웰(trowel)이 2개가 부착되어있는데, 이 트로웰들을 적당히 기울이면서 트로웰과 콘크리트 바닥 사이에서 발생하는 마찰력을 구동력으로 하여 기계를 전후좌우 등으로 움직이며 동시에 미장 작업을 할 수 있다⁽⁵⁾. Shin등은 이와 같은 로봇의 동역학적 모델을 제시하였다⁽⁶⁾.

2. 폴리셔(polisher)의 마찰력 모델링

폴리셔의 모델을 단순화하기 위해서, 다음과 같은 가정을 한다.

- 폴리셔의 브러쉬는 무수히 많은 동일한 선형스프링의 집합이다.
- 바닥면과 브러쉬의 모든 면이 접한다. 이를 위하여 폴리셔를 기울이는 경사각도는 상당히 미소하다. ($1^\circ \sim 3^\circ$)

이제, Fig. 5와 같이 폴리셔를 y축을 중심으로 θ 기울일 때에 발생하는 마찰 구동력을 구하자. Fig. 5는 폴리셔의 윗 방향에서 투영하여 보아서 브러쉬와 바닥면과의 접촉상태를 나타낸 그림이다.

회전 브러쉬의 중앙은 반경 r_1 까지 비어 있다. Fig. 5에서 운전자로부터 폴리셔를 볼 때 전진하는 방향을 y축으로, 오른쪽 방향을 x축으로 하는 xy좌표를 설정한다. 그리고 폴리셔를 기울이는 경사각 θ 는, 조작자로부터 볼 때 오른쪽으로 기울인 경우를 경사각 θ 의 양의 방향으로 한다. 다시 말하면 오른손 법칙을 쓸 때, θ 의 양의 회전방향은 y축을 회전축으로 했을 때의 양의 회전방향이다.

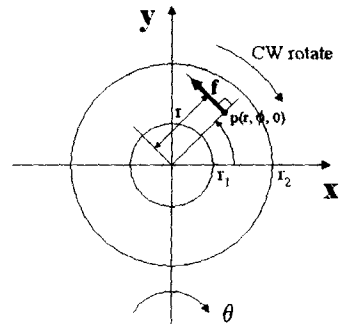


Fig. 5 The bottom surface of the brush seen from upside

우선, Fig.5에서 브러쉬의 바닥과의 접촉면내의 임의의 점 $p(r, \phi, 0)$ 에서 발생하는 마찰력 f 를 구하자. Fig.4에서처럼 폴리셔의 자중에 의한 정적 평형(static equilibrium) 상태의 브러쉬의 정적처짐(static deflection) Δ 를 구하면 식(1)과 같이 표현된다.

$$\Delta = \frac{Mg}{kS} \tag{1}$$

M : 폴리셔의 질량

g : 중력가속도

k : 브러쉬의 단위면적당의 스프링상수

S : 바닥면과의 접촉면적

폴리셔를 θ 라디안만큼 기울일 때의 스프링(brush)의 변형량을 z 라고 하면, 브러쉬에 의해서 바닥면에 작용하는 수직항력(normal force) N 은 (2)와 같다.

$$N = k(\Delta + z) \tag{2}$$

스프링의 변위 z 는 다음과 같은데

$$z = r \cos \Phi \tan \theta$$

경사각 θ 는 미소하므로 $\tan \theta \cong \theta$ 로 가정하면, (2)는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$N = k(\Delta + r\theta \cos \Phi) \quad (3)$$

따라서, Fig.5에서의 브러시의 접촉면내의 임의의 점에서 발생하는 마찰력 f 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f = \mu N = \mu k(\Delta + r\theta \cos \Phi) \quad (4)$$

여기서 μ 는 브러쉬와 바닥사이의 마찰계수이다. 이제, 식(4)로 표현되는 브러쉬의 접촉면내의 임의의 점에서의 마찰력 f 를, x 축 방향과 y 축 방향성분으로 나누어 브러쉬의 바닥과의 접촉면적에 대하여 적분하면, 다음 식(5),(6)과 같이 브러쉬 전체에서 발생하는 구동력을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} F_x &= \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} (f \sin \Phi) r d\Phi dr \\ &= \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} [\mu k(\Delta + r\theta \cos \Phi) \sin \Phi] r d\Phi dr \\ &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} F_y &= \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} (f \cos \Phi) r d\Phi dr \\ &= \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} [\mu k(\Delta + r\theta \cos \Phi) \cos \Phi] r d\Phi dr \\ &= \frac{\pi \mu k}{3} (r_2^3 - r_1^3) \theta \end{aligned} \quad (6)$$

위의 (5),(6)을 살펴보면, x 축 방향에는 구동력이 발생하지 않고, y 축 방향에는 (5)와 같이 폴리셔의 경사각 θ 에 선형적으로 비례하는 함수로 구동력이 발생한다는 것을 알 수 있다. 요컨대, 폴리셔는 경사각 θ 의 회전축 방향(Fig. 5에서는 y 축 방향)으로 구동력이 발생하며, 그 구동력은 (6)과 같이 기울인 경사각 θ 에 비례하는 함수로 구하여진다. 또한, Furiya의 모델에서와는 달리 폴리셔의 반경의 3제곱에 비례하는 것을 볼 수 있다.

이번에는 폴리셔를 θ 만큼 기울였을 경우에 발생하는 마찰력에 의한 폴리셔의 회전중심에 관한 모멘트를 구해보자. Fig. 5로부터, 마찰력에 의한 회전중심에 관한 모멘트 T 는 다음과 같이 구하여진다.

$$\begin{aligned} T &= \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} (r \cdot f) r d\Phi dr \\ &= \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \mu k(\Delta + r\theta \cos \Phi) r^2 d\Phi dr \quad (7) \\ &= \frac{2\pi \mu \Delta k (r_2^3 - r_1^3)}{3} \end{aligned}$$

여기서, 주목할 점은 모멘트 T 는 폴리셔를 기울인 경사각 θ 에는 무관한 상수라는 점이다. 그 이유는 폴리셔를 기울여도 기울인 방향 쪽의 면에서는 마찰력이 커지지만, 그와 반대 방향 쪽에서는 기울인 방향에서 커진 만큼 작아지기 때문에, 늘어난 양과 줄어든 양이 서로 상쇄되어 폴리셔의 회전중심에 관한 모멘트의 크기는 경사각 θ 와는 무관하게 되는 것이다. Fig.6은 위에서 결과적으로 얻어지는 구동력과 모멘트를 보여준다.

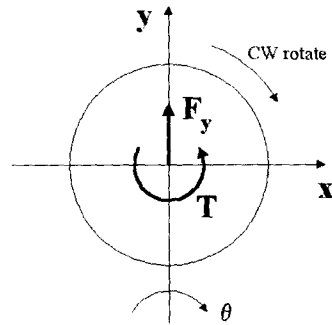


Fig. 6 The driving force and the moment by tilting the brush by θ .

3. 제안된 바닥 닦기 로봇의 동역학 모델

Fig.7은 자유로운 전방향 운동을 구현하기 위해서 본 연구진에 의하여 제안된 Fig. 4와 같은 2개의 폴리셔로 이루어진 로봇을 위에서 투영하여 본 모습이다. Fig. 7에서는 두 개의 폴리셔가 상하로 배치되어 있는데 그 중 상단에 있는 brush1은 시계 방향으로, 하단에 있는 brush2는 반시계 방향으로 두 개가 서로 동일하고 일정한 각속도로 회전한다. 두

개의 폴리셔가 서로 반대 방향으로 회전하는 것은 폴리셔의 회전에 의한 모멘트를 서로 반대방향으로 발생하도록 하여 전체적으로 모멘트의 효과를 상쇄시키기 위함이다. 여기서 로봇의 좌표계는 Fig. 7에서와 같이 로봇의 중심점 G를 원점으로 X, Y, Ω 를 잡아 평면의 직진 및 회전운동을 표현할 수 있도록 한다.

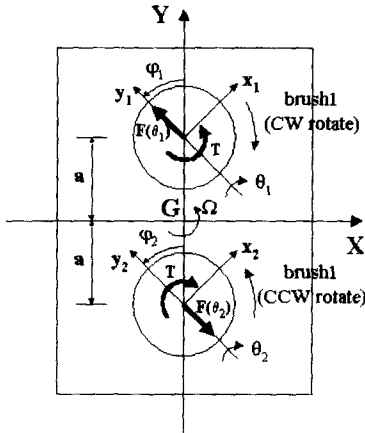


Fig. 7 Model of the polishing robot.

Fig. 7과 같이, brush1을 z_1 축을 중심으로 φ_1 만큼 회전한 y_1 축에 대하여 θ_1 만큼 기울이면, (6)에 의하여 $F(\theta_1)$ 의 마찰구동력을 y_1 방향으로 얻을 수 있다. 마찬가지로, brush2를 z_2 축을 중심으로 φ_2 만큼 회전한 y_2 축에 대하여 θ_2 만큼 기울이면, (6)에 의하여 $F(\theta_2)$ 의 마찰구동력을 y_2 의 음의 방향으로 얻을 수 있다. 한편, brush1과 brush2에 발생하는 토크는 각각 시계반대방향과 시계방향으로의 T 인데 그 값은 (7)과 같이 되는데, 이 경우 (7)에서의 Δ (Static deflection)는 로봇의 전체의 질량을 M_{total} 로 하고, 폴리셔 두 개가 이 질량을 똑같이 배분하여 지지한다고 하면 (8)과 같이 된다.

$$\Delta = \frac{M_{total}g}{2kS} \quad (8)$$

즉, brush1에 의한 X방향과 Y방향의 구동력 F_{1X} ,

F_{1Y} 를 구하면 식(6)으로부터 다음과 같으며

$$F_{1X} = -C\theta_1 \sin \varphi_1 \quad (9)$$

$$F_{1Y} = C\theta_1 \cos \varphi_1 \quad (10)$$

여기서, $C = \frac{\mu k \pi (r_2^3 - r_1^3)}{3}$ 이다.

한편, brush1에 의한 로봇의 무게중심 G에 대한 모멘트 T_{1G} 는 다음과 같다.

$$T_{1G} = T + aC\theta_1 \sin \varphi_1 \quad (11)$$

마찬가지로, brush2에 의한 X방향과 Y방향의 구동력 F_{2X} , F_{2Y} 를 구하면 다음과 같으며

$$F_{2X} = C\theta_2 \sin \varphi_2 \quad (12)$$

$$F_{1Y} = -C\theta_2 \cos \varphi_2 \quad (13)$$

brush2에 의한 로봇의 무게중심 G에 관한 모멘트 T_{2G} 는 다음과 같다.

$$T_{2G} = -T + aC\theta_2 \sin \varphi_2 \quad (14)$$

(11), (12), (13), (14)으로부터 로봇 전체에 부하되는 구동력과 모멘트를 표현하면 다음과 같으므로

$$F_X = -C\theta_1 \sin \varphi_1 + C\theta_2 \sin \varphi_2$$

$$F_Y = C\theta_1 \cos \varphi_1 - C\theta_2 \cos \varphi_2$$

$$T_G = aC\theta_1 \sin \varphi_1 + aC\theta_2 \sin \varphi_2$$

이러한 구동력과 모멘트를 로봇에 표시하면 Fig. 8과 같으며, 2차원 평면상에서의 로봇의 운동방정식은 다음과 같다.

$$M_{total} \ddot{X} = C[-\theta_1 \sin \varphi_1 + \theta_2 \sin \varphi_2] \quad (15)$$

$$M_{total} \ddot{Y} = C[\theta_1 \cos \varphi_1 - \theta_2 \cos \varphi_2] \quad (16)$$

$$I_G \ddot{\Omega} = aC[\theta_1 \sin \varphi_1 + \theta_2 \sin \varphi_2] \quad (17)$$

여기서, I_G 는 mass moment of inertia이다. 위의 식을 보면, 로봇의 구동력과 모멘트는 φ_1 , φ_2 , θ_1 , θ_2 의 함수로서, θ_1 , θ_2 는 구동력과 모멘트의 크기와 관련된 변수이고, φ_1 , φ_2 는 단지 구동력과

모멘트의 방향에만 관련있는 변수임을 알 수 있다. 따라서 우리는 제어변수 $\varphi_1, \varphi_2, \theta_1, \theta_2$ 의 값을 조종하므로써 로봇을 임의의 방향으로 구동시킬 수 있다.

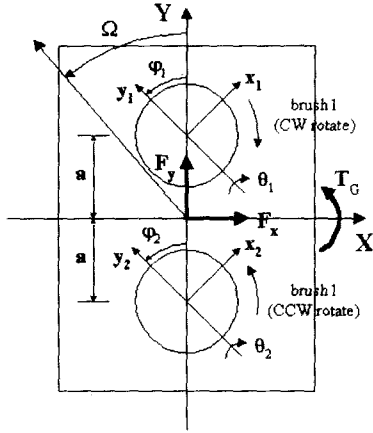


Fig. 8 Driving force and moment on the robot.

4. 로봇의 역동역학적 해

이 장에서는 3장에서 구하여진 폴리싱 로봇의 운동방정식로부터 로봇의 전진 방향 직진, 측면 방향 직진, 제자리 회전, 사선 방향 직진 등의 기본 운동을 이루기 위한 제어변수의 값을 계산한다. 그리고 최종적으로 임의의 $\dot{X}, \dot{Y}, \dot{\Omega}$ 의 값에 대응하는 제어변수 $\varphi_1, \varphi_2, \theta_1, \theta_2$ 의 값을 계산한다. 여기서 주목할 점은 2차원 평면상에서의 전방향 운동은 3자유도가 필요한데 우리의 로봇은 4개의 제어변수가 있으므로 다수의 해가 존재한다는 것이다.

4.1 전진 방향(Y방향) 직진 가속

전진방향 직진 가속을 위한 조건은 $\ddot{\Omega} = 0, \ddot{X} = 0$ 이므로, 운동방정식 (15), (16), (17)로부터 얻을 수 있는 여러 가지 해 중 가장 간단한 하나의 해는 다음과 같다.

$$\varphi_1 = \varphi_2 = 0 \tag{18}$$

이 때의 가속도는 (16)로부터 다음과 같다.

$$\dot{Y} = \frac{C}{M_{total}} (\theta_1 - \theta_2) \tag{19}$$

(19)을 볼 때, 앞으로 전진 가속하는 경우는 $\theta_1 > 0, \theta_2 < 0$ 인 것이 두 개의 폴리셔의 구동력을 서로 상쇄하지 않으므로 바람직스럽다. 다음 Fig. 9(a)에 이 경우를 나타내었다.

4.2 측면 방향(X방향) 직진 가속

측면 방향 직진 가속을 위한 조건은 $\ddot{\Omega} = 0, \dot{Y} = 0$ 이므로, 운동방정식으로부터 얻을 수 있는 여러 가지 해 중 간단한 해는 다음과 같다.

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{3\pi}{2} \tag{20}$$

$$|\theta_1| = |\theta_2|, \theta_1 \times \theta_2 < 0$$

그러므로 오른쪽으로 가속하는 경우, (15)로부터

$$\ddot{X} = C/M_{total} (\theta_1 - \theta_2) \tag{21}$$

$$\theta_1 > 0, \theta_2 < 0$$

과 같이 된다. 이 경우를 Fig. 9(b)에 나타내었다.

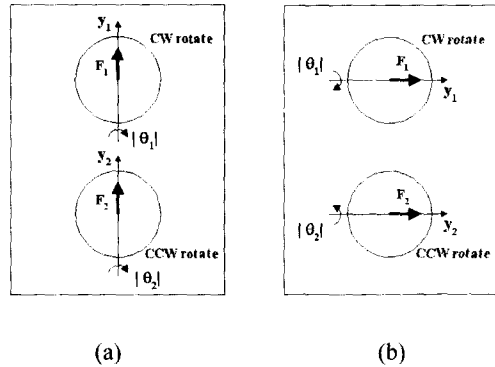


Fig. 9 (a) Forward motion. (b) Backward motion.

4.3 제자리 회전 가속

이 경우의 조건은 $\ddot{\Omega} \neq 0, \dot{X} = \dot{Y} = 0$ 이다. 그러므로 운동방정식으로부터 얻을 수 있는 여러 가

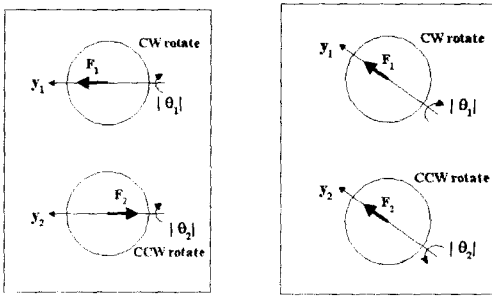
지 해 중 간단한 하나의 해는 다음과 같다.

$$\varphi_1 = \varphi_2 \neq 0 \text{ or } \pi, \quad \theta_1 = \theta_2, \quad (22)$$

이 때의 각가속도는 (17)으로부터 다음과 같다.

$$\ddot{Q} = \frac{2aC}{I_G} \theta_1 \sin \varphi_1 \quad (23)$$

이와 같은 경우를 Fig. 10(a)에 나타내었다. 여기서 φ 의 값에 따라 같은 기울기 θ 에서도 회전 가속도는 다르다.



(a)

(b)

Fig. 10 (a) Pure rotation. (b) Oblique motion.

4.4 사선방향 직진 가속

Fig. 8에서와 같이 Y축에서부터 Z축을 중심으로 Ω 라디안 방향만큼 기울어진 방향으로 평행이동하는 경우의 조건은 $\ddot{Q} = 0, \dot{X}/\dot{Y} = -\tan \Omega$ 이다. 이 조건을 운동방정식에 적용하여 풀면, 여러가지 해 중의 간단한 하나의 해는 다음과 같으며

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \Omega \quad (24)$$

$$|\theta_1| = |\theta_2|, \quad \theta_1 > 0, \quad \theta_2 < 0$$

이 때의 가속도는 다음과 같다.

$$\dot{X} = -\frac{2C\theta_1 \sin \Omega}{M_{total}} \quad (25)$$

$$\dot{Y} = \frac{2C\theta_1 \cos \Omega}{M_{total}} \quad (26)$$

이러한 경우를 Fig.10(b)에 나타내었다.

4.5 일반해

이제 각 방향의 가속도 $\ddot{X}, \ddot{Y}, \ddot{Q}$ 의 값이 주어질 때 제어변수들 $\varphi_1, \varphi_2, \theta_1, \theta_2$ 을 구해보자. (15), (16), (17)를 변형시켜서 다시 나타내면 각각 (27), (28), (29)와 같다.

$$\ddot{X} = \frac{C}{M_{total}} [-\theta_1 \sin \varphi_1 + \theta_2 \sin \varphi_2] \quad (27)$$

$$\ddot{Y} = \frac{C}{M_{total}} [\theta_1 \cos \varphi_1 - \theta_2 \cos \varphi_2] \quad (28)$$

$$\ddot{Q} = \frac{aC}{I_G} [\theta_1 \sin \varphi_1 + \theta_2 \sin \varphi_2] \quad (29)$$

위와 같이 우리에게 주어진 식은 3개 뿐이며, 미지의 제어변수는 4개인 경우, 실제로 구할 수 있는 해는 많이 있다. 따라서 우리는 위의 연립 방정식을 풀기 위해서 한 개의 식을 더 필요로 한다. 나머지만 한 개의 식으로서 다음 조건을 제시한다.

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta \quad (30)$$

(30)은 2개의 각 폴리셔를 같은 크기 만큼 기울인다는 것을 의미하므로 이 조건은 로봇의 제어를 간단히 하는데 도움이 된다. 그리고 θ_1, θ_2 는 가속도들의 크기에만 영향을 주는 변수이므로, θ_1 과 θ_2 가 서로 같아도 임의의 방향으로의 구동력을 얻는데 전혀 문제가 없다. 따라서 식(30)은 충분히 타당한 조건으로 생각할 수 있다. 이제 (27), (28), (29), (30)의 4개로 이루어진 연립방정식을 풀어보자. (30)을 (27), (28), (30)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\ddot{X} = \frac{C}{M_{total}} \theta [-\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2] \quad (31)$$

$$\ddot{Y} = \frac{C}{M_{total}} \theta [\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2] \quad (32)$$

$$\ddot{Q} = \frac{aC}{I_G} \theta [\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2] \quad (33)$$

윗식들을 다시 삼각함수의 성질을 이용하여 변형시키면 다음과 같이 되는데

$$\ddot{X} = \frac{-2C}{M_{total}} \theta \cos\left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \quad (34)$$

$$\ddot{Y} = \frac{-2C}{M_{total}} \theta \sin\left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \quad (35)$$

$$\ddot{\Omega} = \frac{2aC}{I_G} \theta \sin\left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \quad (36)$$

윗식에서 θ 를 소거하기 위하여 (35)를 (34)로 나누고, (35)를 (36)으로 나누면 다음과 같이 θ 가 소거된 간단한 식을 구할 수 있다.

$$\frac{\ddot{Y}}{\ddot{X}} = \tan\left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) \quad (37)$$

$$\frac{\ddot{Y}}{\ddot{\Omega}} = -\frac{I_G}{aM_{total}} \tan\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \quad (38)$$

(37), (38)은 다음과 같이 변환되는데,

$$\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \arctan\left(\frac{\ddot{Y}}{\ddot{X}}\right) \quad (39)$$

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = \arctan\left(-\frac{aM_{total}\ddot{Y}}{I_G\ddot{\Omega}}\right) \quad (40)$$

이러한 소거과정시 문제가 되는 $\ddot{\Omega} = 0$ 경우는 4.4절의 사선방향직진가속의 경우로 (24)의 해가 구하여져있으며, $\ddot{X} = 0$ 의 경우에는 (34),(35)로부터 $\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = 0$ 의 경우는 $\ddot{Y} = 0$ 로서 4.3절의 제자리 회전가속의 경우로 (22)의 해가 구하여져있으며, $\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \pm \frac{\pi}{2}$ 의 경우는 (39)에 포함된다. 한편, (39),(40)에서 φ_1, φ_2 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\varphi_1 = \arctan\left(\frac{\ddot{Y}}{\ddot{X}}\right) + \arctan\left(-\frac{aM_{total}\ddot{Y}}{I_G\ddot{\Omega}}\right) \quad (41)$$

$$\varphi_2 = \arctan\left(\frac{\ddot{Y}}{\ddot{X}}\right) - \arctan\left(-\frac{aM_{total}\ddot{Y}}{I_G\ddot{\Omega}}\right) \quad (42)$$

한편, θ 의 값은 (41)와 (42)에서 구해진 φ_1, φ_2 를 이용하여 구할 수 있는데 만약 $\varphi_1 = 0$ 와 $\varphi_2 = 0$ 를 모두 만족하는 경우에는 4.1절의 직진가속의 경우로 (19)의 해가 존재하며, 그렇지 않을 경우에는 (31), (33)에 대입하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\text{if } \varphi_2 \neq 0, \quad \theta = \frac{aM_{total}\ddot{X} + I_G\ddot{\Omega}}{2aC\sin\varphi_2} \quad (43)$$

$$\text{if } \varphi_1 \neq 0, \quad \theta = -\frac{M_{total}\ddot{X}}{C\sin\varphi_1} \quad (44)$$

5. 결론

본 논문에서는 기존의 폴리싱 로봇이 폴리셔와 이동을 위한 부분으로 구성되어 있는 것과는 달리 한 쌍의 폴리셔만으로 이동까지 할 수 있는 새로운 로봇을 제안하고 이러한 로봇이 어떻게 이동까지 가능한가를 밝히며, 또 그 운동성은 전방향성임이 가능함을 역동역학적 해를 통하여 보였으며 이를 위하여 다음과 같은 사항들을 연구하였다.

첫째, 하나의 폴리셔의 동역학적 모델을 제시하였다. 이것은 Furiya등이 제시한 모델의 오류를 수정한 것인데 폴리셔를 기울일 때 발생하는 마찰력의 크기는, 브러쉬를 무수히 많은 선형 스프링의 집합체로 이상화했을 때, 경사각도에 비례하며, 그 방향은 폴리셔를 기울인 방향에 수직하다는 것을 알아내었다. 또한 마찰력에 의한 브러쉬의 회전중심에 관한 모멘트는 기울이는 경사각 θ 에는 무관한 상수라는 것을 알아내었다.

둘째, 이러한 폴리셔를 2개 부착한 폴리싱 로봇의 동역학적 모델을 제시하였는데 로봇의 구동력은 각각의 폴리셔를 기울이는 경사각의 크기(θ_1, θ_2)와 기울이는 방향(φ_1, φ_2)의 네 가지 변수를 조정함으로써 제어가 가능하다는 것을 알았으며, 구동력 및 로봇의 무게 중심에 관한 모멘트와 그 네 가지의 변수와의 관계식을 구해내었다.

셋째, 위의 동역학적 모델을 이용하여 로봇의 제어에 필요한 역동역학적 해를 구하였다. 폴리싱 로봇의 전진, 측면 및 임의의 방향의 직선 운동과 회전운동과 같은 기본적인 운동을 구현하기 위한 제어변수의 값은 물론, 일반적인 경우의 제어변수값을 구하였다.

본 논문은 이러한 폴리싱 로봇을 제안하면서, 로봇의 구동력을 제어 변수들의 식으로 구현함으로써, 실제 임의의 방향으로의 운동이 가능하다는 것을 보여 주었다. 따라서 이는 본 논문에서 제안한 폴리싱 로봇을 실제로 구현함에 있어서 기초적인 자료가 될 수 있다고 생각되어 지며, 본 논문에서 다룬 마찰력의 원리와 비슷한 원리를 이용하여 작동되는 미장용 기계를 무인 자동화하는 연구에도 기초가 될 수 있다고 생각된다

참고문헌

1. Hiroshi F., Noriaki K., "Floor Polishing Robot Driven by Self Propulsive Force," JRSJ Vol.13 No.6, pp.854-859, 1995.
2. Muir P. F., Neuman C. P., "Kinematic Modeling of Wheeled Mobile Robots," Journal of Robotic Systems, Vol.4 No.2, pp281-340, 1987.
3. Whiteman M. E. Jr., "Twin Trowel Cement Finishing Machine," U.S. Patent No.4312603, 1982.
4. Allen J. D., "Riding Trowel For Concrete Finishing," U.S. Patent No.5238323, 1993.
5. <http://www.tokimec.co.jp/English/Tecno/index.htm>.
6. Shin D. H., Kim H. J., "Omni-directional Self-propulsive Trowelling Robot," Proceedings of 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1998, pp2689-2696, 1998.