

회전 트로웰의 원판형 가정을 통한 콘크리트 미장로봇의 전방향 운동 모델링

Omni-Directional Motion Modeling of Concrete Finishing Trowel Robot with Circular Trowels

신 동 현, 김 호 중

(Dong Hun Shin, and Ho Joong Kim)

Abstract : A concrete floor trowel machine, developed in the U.S in 1990's, consists of only two rotary trowels, and doesn't need any other mechanism for motion such as wheels. When the machine flattens a concrete floor with its rotary trowels, the machine can move in any direction by utilizing the unbalanced frictional forces occurring between the rotary trowels and the floor when the trowels are tilted in appropriate directions. In order to automate the trowel machine, this paper proposes the self-propulsive concrete finishing trowel robot which has twin trowels. For the control of the robot, this paper discusses the following. Firstly, the dynamics model of the driving frictional force applied on each trowel from the floor is derived. Secondly, the relationship between the driving force for the robot and the control variable of the robot is derived. Finally, the basic motions of the robot are realized by using the obtained relationship. This paper figures out how the concrete floor finishing robot with two trowels moves and will contribute to realizing it.

Keywords : rotary trowel, unbalanced friction force, self-propulsive force, omni-directional motion.

I. 서론

현재 건설현장에서는 열악한 작업환경과 숙련된 노동력 부족 등으로 인하여, 건설용 기계의 자동화가 시급한 현실이다. 이러한 건설용 기계의 자동화에 대한 연구는 현재 선진국에서 부분적으로 진행되고 있으며, 여러 건설용 기계 중 특히 자동화가 시급하게 요구되는 것은 미장기계이다[1]. 미장작업이란 건물의 바닥공사로서 콘크리트 타설에서 표면 레벨 잡기와 고르기, 양생을 거쳐, 반고형화 된 바닥면을 최종적으로 매끈하게 미장 가공하는 트로웰(trowel) 작업으로 끝내게 된다. 종래, 이 미장 작업은 미장 숙련공 중에서도 바닥면 미장만을 전문으로 하는 기능공에 의해 작업되었다. 미장작업은 콘크리트가 굳기 전 단시간 내에 마쳐야 하고, 대부분 심야에 작업자가 계속 허리를 굽히고 작업해야 하는 등 대단히 가혹한 육체적 노동을 요구한다. 또한, 대형 바닥면을 사람이 미장할 때는 표면의 평활도가 일정치 않다는 점 등 많은 문제점으로 말미암아 미장 작업의 자동화의 필요성이 일찍부터 대두되어 왔다.

이러한 필요성으로 인하여, 미장 기계의 자동화는 1980년대 중반부터 일본 등의 선진국에서 적극적으로 연구 개발되어왔다. 미장 기계는 바닥을 미장하는 트로웰부분과 기계의 이동을 담당하는 구동부로 구성된다. 트로웰은 보통 3-4개의 회전 흡손으로 구성되며, 이동을 위한 구동부는 바퀴 혹은 무한케드 등으로 구성된다. 따라서, 이러한 기계의 운동 제어는 일반적으로 그다지 어렵지는

않다[1].

1990년 미국에서 개발된 반자동 자기추진 미장기계는 보다 효율적인 미장기능을 갖는다[2][3]. 이것은 작업자가 그 위에 앉아서 조종하는 것으로, 2개의 회전 트로웰만으로 구성되며 이동을 위한 별도의 구동 메커니즘이 필요 없다. 이는 바닥을 미장하는데 사용되는 2개의 회전 트로웰의 자세를 조종함으로써 트로웰과 바닥 사이의 마찰력으로부터 필요한 구동력을 얻을 수 있기 때문이다. 이 구동력을 이용하면 미장기계는 임의 방향으로의 운동과 제자리 회전 운동이 가능하다. 그러나, 이 반자동 미장기계는 엔진과 트로웰의 진동이 심하여 미장기계를 조종하는 작업자의 환경이 매우 열악하므로, 이러한 미장기계의 완전 자동화, 즉, 미장로봇의 개발이 요구된다. 그런데, 이러한 2개의 트로웰만으로 구성된 미장로봇은 바닥을 미장하는 회전 트로웰이 미장기계의 이동을 위한 구동부의 역할을 동시에 하게 되므로 이동제어가 어려우며, 이에 대한 연구는 아직 보고된 바 없다.

그림 1은 이러한 미장기계의 자동화를 목적으로 본 연구진이 개발중인 2-트로웰 방식의 자기추진 미장로봇을 나타낸다. 이 미장로봇의 구동력을 얻는 방법은 다음과 같다.

일반적으로 사람이 그림 2의 수동형 트로웰로 바닥을 미장하면서 이동시킬 때는 이를 직접 밀거나 끌지 않고, 대신 조작 막대를 상하좌우로 기울임으로써 트로웰과 바닥 사이에 발생하는 비대칭 마찰력을 이용하여 미장기계를 전후좌우로 쉽게 이동할 수 있다. 예를 들어, 그림 3에서처럼, 회전하는 수동형 트로웰을 Y축을 중심으로 θ 라디안 기울이면 이 트로웰은 Y축의 양의 방향으로 발생하는 마찰력 ($f_1 - f_2$)에 의하여 움직이게 된다.

접수일자 : 1998. 9. 18., 수정완료 : 1999. 4. 6.

신동현, 김호중: 서울시립대학교 정밀기계공학과

* 본 논문은 생산기술연구원과 서울시립대학교에서 지원하여 연구하였습니다.

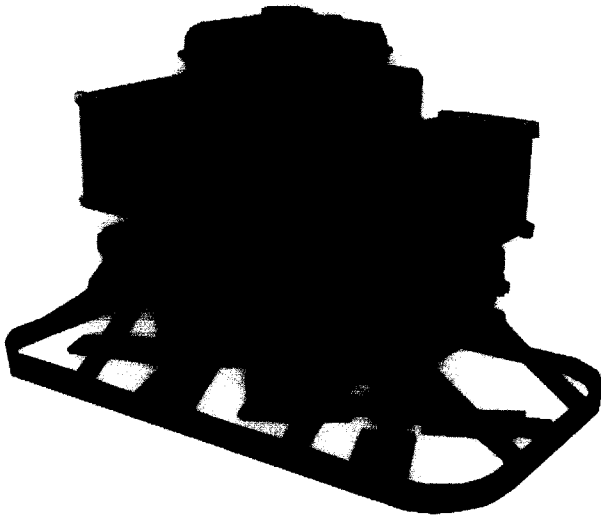


그림 1. 콘크리트 바닥 미장로봇.
Fig. 1. Concrete floor finishing robot.

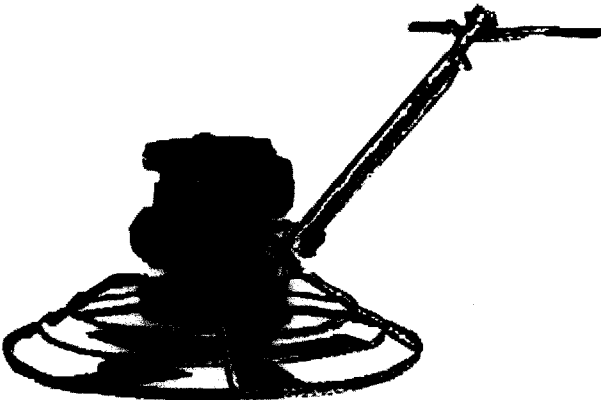
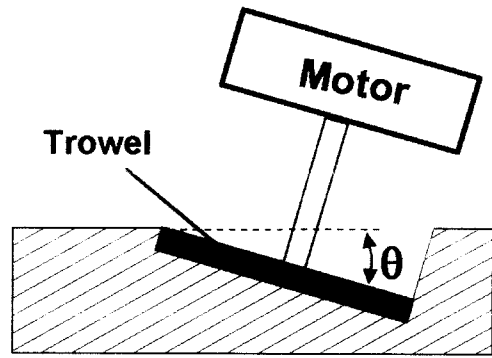


그림 2. 수동형 미장용 트로웰.
Fig. 2. Conventional trowel machine.

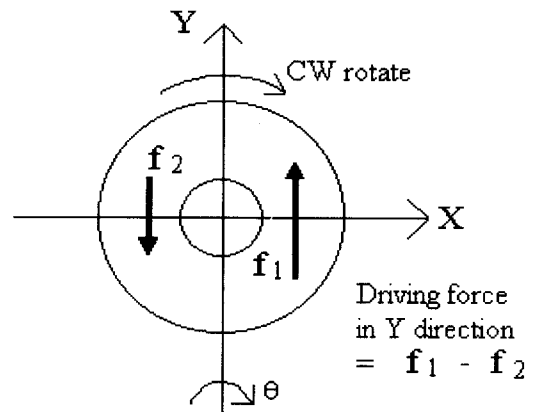
그림 1의 자기추진 미장로봇은 이와 같은 원리로 작동하는 두 개의 각 트로웰을 적당한 방향으로 기울임으로써 원하는 방향으로의 구동력을 얻을 수 있으며, 두 트로웰은 회전모멘트를 상쇄하기 위하여 서로 반대 방향으로 회전한다.

흙손 대신에 Brush를 회전시켜 청소 등을 하는, 비슷한 형태의 기계인 폴리셔의 경우에 1995년 일본의 Furiya와 Kiyohiro[4]는 한 개의 브러쉬에 대한 반발력을 선형의 spring force로 모델링하여 마찰력을 계산하였다. 그 후, Shin과 Kim[5]은 두 개의 브러쉬로 구성되며, 이 브러쉬들의 마찰력을 이용하여 이동하는 폴리싱 로봇의 모델링과 그 기본 운동에 관한 연구를 발표하였다. 하지만, 미장기계의 트로웰과 바닥 사이의 반력에는 폴리싱 로봇의 경우와 같이 선형 스프링 모델을 그대로 적용할 수 없다.

본 논문에서는 회전 트로웰만으로 구성된 미장기계의 자동화를 목적으로, 전방향 자기추진 콘크리트 미장로봇에 대한 연구를 수행하였으며, 다음과 같은 사항에 관해서 기술한다.



(a)



(b)

그림 3. θ 라디안 기울인 트로웰. (a) 정면에서 본 트로웰, (b) 위에서 본 회전 트로웰과 바닥과의 접촉면.

Fig. 3. Trowel tilted by θ radian. (a) Front view of the trowel, (b) Bottom of the trowel seen from upside.

첫째, 한 개의 회전 트로웰을 θ 만큼 기울일 때 트로웰과 콘크리트 바닥 사이에 발생하는 마찰력을 수학적으로 모델링하여, 트로웰에 가해지는 이동추진력을 구하고, 둘째, 2개의 회전 트로웰로 구성된 미장로봇의 동역학적 해석을 통해 로봇에 작용하는 구동력과 이를 제어하는 변수사이의 관계식을 구하고, 마지막으로 이 식을 이용하여 전후좌우 방향으로의 진행 및 제자리 회전 운동 등과 같은 미장로봇의 기본 주행을 구현한다.

II. 트로웰의 마찰력 모델링

하나의 회전 트로웰에 작용하는 마찰력의 모델을 간단히 하기 위하여, 다음과 같은 가정을 한다.

첫째, 회전 트로웰은 보통 3-4개의 흙손으로 구성되어 있거나, 또는 중앙부분이 비어 있는 원판으로서, 고속으로 회전하여 미장일을 하게 된다. 따라서, 회전 트로웰을 중앙부분이 빈 하나의 원판이 회전하는 것으로 가정한다.

둘째, 회전 트로웰의 흙손은 강한 Steel 재질로 되어 있어, 회전 트로웰 자체에서 일어나는 굽힘이나 변형은 무시할 수 있을 정도로 작은 양이다. 따라서 회전트로웰

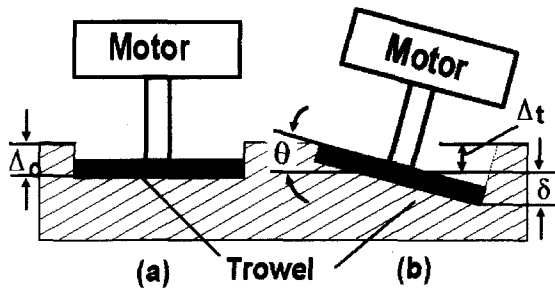


그림 4. 트로웰의 자세와 바닥의 변형.
Fig. 4. Posture of trowel and the deformation of the concrete floor.

을 기울일 때 트로웰에 작용하는 반력은 콘크리트 바닥의 변형에 의한 것으로만 가정한다.

셋째, 콘크리트 바닥면은 압축강도가 균일하고, bump가 존재하지 않는다.

넷째, 트로웰의 원판디스크는 인체나 바닥면과 전면접촉하며, 바닥면의 변형이 미소하여 미끄럼운동이 지배적이다.

다섯째, 미장용 콘크리트 바닥의 변형량 δ 와 반력 N 은 다음과 같은 관계를 갖는다 :

$$N = C\delta^2 \tag{1}$$

여기서, C 는 비례상수이다. 미장작업에 알맞은 바닥 콘크리트는 압축강도가 0.08 - 0.4MPa으로서, 사람이 밟을 때 발자국이 날 정도의 유동성이 있다. 이것은 토질의 성질과 유사한 성질이다. 그런데, 이와 같이 굳지 않은 콘크리트의 하중과 변형 사이의 관계에 대한 자료는 거의 없으므로, 실제 이러한 굳지 않은 콘크리트 바닥의 모델을 찾기는 쉽지 않다. 따라서, 흙과 굳지 않은 콘크리트는 서로 차이점이 있을 것으로 예상되지만, 참고자료[6]의 토질의 하중과 변형사이의 모델을 미장작업의 대상에 알맞은 콘크리트 바닥의 모델로 사용한다. 참고자료[6]에 의하면, 여러 가지 천연 모래에 대한 고압의 일차원 압축시험을 한 결과, 작은 응력상태(15MPa이하)일 때는 응력이 변형률의 제곱에 비례하는 것으로 근사할 수 있다. 따라서, 미장작업에 알맞은 콘크리트의 반력 N 과 변형량 δ 와의 관계는 (1)과 같이 이상화할 수 있다.

이제, 위에서 한 가정들을 토대로, 하나의 회전 트로웰을 θ 라디안 기울일 때, 바닥으로부터 트로웰에 가해지는 마찰 구동력을 구하여 보기로 하자.

그림 4(a)는 트로웰을 기울이지 않았을 때, 바닥을 미장하고 있는 트로웰을 나타낸 것이다. 트로웰의 질량으로 인하여 바닥은 Δ_0 의 변형이 발생한다. Δ_0 을 (1)로부터 구하면,

$$\Delta_0 = \sqrt{\frac{Mg}{AC}} \quad , \quad A = \pi(R_2^2 - R_1^2) \tag{2}$$

와 같다. 여기서, A 트로웰과 바닥이 접촉하는 면적이며, M 은 트로웰의 질량, g 는 중력가속도이다. 이런 트로

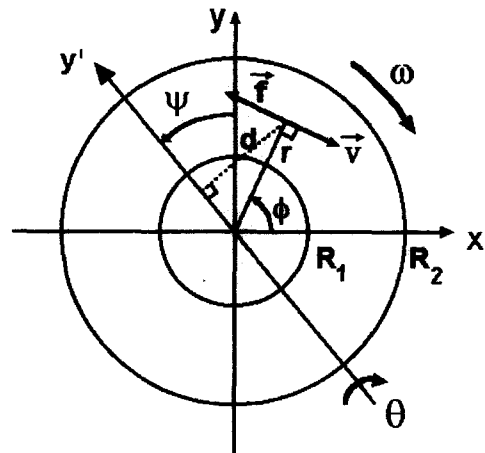


그림 5. 트로웰의 한 점에 작용하는 마찰력.
Fig. 5. Frictional force acting on a point on the trowel.

웰을 그림 4(b)와 같이 θ 라디안 기울이면 편중된 마찰력에 의하여 이동할 수 있는 추진력을 얻는다. 여기서 Δ_i 는 트로웰의 중심점에 해당하는 바닥의 변형량이다. 바닥의 하중-변형 관계식은 (1)과 같이 선형관계가 아니므로, Δ_i 는 Δ_0 와는 다른 값이다

그림 5는 그림 4(b)의 트로웰을 위에서 바라본 것으로, y' 을 기준으로 오른나사의 방향을 양의 값으로 θ 만큼 기울어진 회전 트로웰을 나타낸다. 이 경우 y' 축은 y 축으로부터 시계방향으로 ϕ 만큼 회전한 상태이다. 이때, (r, ϕ) 점에서의 바닥의 변형량은 δ 이며, 반력 N 은

$$N = C(\Delta_i + \delta)^2 \tag{3}$$

이다. 경사의 중심축인 y' 축에서 (r, ϕ) 점까지의 수평거리 d 는

$$d = r \cos(\phi - \theta) \tag{4}$$

이다. 그리고, 경사각 θ 는 매우 작으므로, 콘크리트 바닥의 변형량 δ 는

$$\delta = d \cdot \theta = r\theta \cos(\phi - \theta) \tag{5}$$

이며, (3)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$N = C(\Delta_i + r\theta \cos(\phi - \theta))^2 \tag{6}$$

트로웰에 작용하는 반력 전체의 합 N_{total} 은 한 점에서의 반력 N 을 전체 면적 A 에 대하여 적분하여 구한다 :

$$N_{total} = C \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} N r d\phi dr \tag{7}$$

$$= \pi(R_2^2 - R_1^2) C \Delta_i^2 + \frac{\pi C}{4} (R_2^4 - R_1^4) \theta^2$$

그런데, 트로웰의 질량은 변함이 없으므로, N_{total} 은 상수이며, 트로웰의 무게와 같다 :

$$\pi(R_2^2 - R_1^2)C\Delta_i^2 + \frac{\pi C}{4}(R_2^2 - R_1^2)\theta^2 = \pi(R_2^2 - R_1^2)C\Delta_0^2 \quad (8)$$

따라서, (8)로부터 Δ_i 를 다음과 같은 θ 의 함수로 구할 수 있다 :

$$\Delta_i = \sqrt{\Delta_0^2 - \frac{(R_2^2 + R_1^2)}{4}\theta^2} \quad (9)$$

그림 5에서 트로웰은 시계방향으로 ω 의 각속도로 회전하므로, (r, ϕ) 점에서의 마찰력 f 는

$$f = \mu N(-\sin \phi \mathbf{i} + \cos \phi \mathbf{j}) = \mu C(\Delta_i + r\theta \cos(\phi - \psi))^2(-\sin \phi \mathbf{i} + \cos \phi \mathbf{j}) \quad (10)$$

와 같이 계산할 수 있다. 여기서, μ 는 트로웰과 콘크리트 바닥 사이의 마찰계수이다.

트로웰 전체에 작용하는 마찰구동력 F 의 x, y 방향 성분은

$$F_x = \mu C \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} [\Delta_i + r\theta \cos(\phi - \psi)]^2 (-\sin \phi) r d\phi dr = -\frac{2}{3} \pi \mu C \Delta_i (R_2^3 - R_1^3) \theta \sin \psi \quad (11)$$

$$F_y = \mu C \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} [\Delta_i + r\theta \cos(\phi - \psi)]^2 \cos \phi r d\phi dr = \frac{2}{3} \pi \mu C \Delta_i (R_2^3 - R_1^3) \theta \cos \psi \quad (12)$$

와 같이 계산된다. (9)를 (11), (12)에 대입하면, 마찰구동력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{F} = K_1 \theta \sqrt{\Delta_0^2 - K_2 \theta^2} (-\sin \psi \mathbf{i} + \cos \psi \mathbf{j}) \quad (13)$$

여기서, $K_1 = \frac{2}{3} \pi \mu C (R_2^3 - R_1^3)$, $K_2 = \frac{R_2^2 + R_1^2}{4}$

(13)으로부터, 시계방향으로 회전하는 트로웰을 θ 라디안 기울일 때, 트로웰에 작용하는 마찰구동력은 θ 의 회전 중심 y' 축 방향으로 발생하며, 크기는 근사적으로 θ^2 에 비례한다는 것을 알 수 있다.

다음으로, (9), (10)과 그림 5로부터, 회전 트로웰을 θ 라디안 기울일 때 트로웰의 회전중심에 관한 회전 모멘트 T 는 다음과 같이 구할 수 있다 :

$$T = \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} (f \cdot r) r d\phi dr = \mu C \left[\frac{2\pi}{3} \Delta_i^2 (R_2^3 - R_1^3) + \frac{\pi}{5} (R_2^5 - R_1^5) \theta^2 \right] = K_1 \Delta_0^2 + K_3 \theta^2 \quad (14)$$

여기서,

$$K_3 = \mu C \left[\frac{\pi}{5} (R_2^5 - R_1^5) - \frac{\pi}{6} (R_2^2 + R_1^2) (R_2^3 - R_1^3) \right]$$

(14)로부터, 회전모멘트 T 는 θ^2 에 비례한다는 것을 알 수 있다. 그림 6은 y' 축에 대하여 θ 라디안 기울어진 회

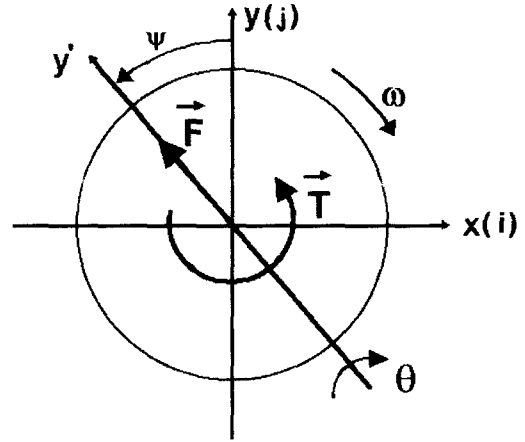
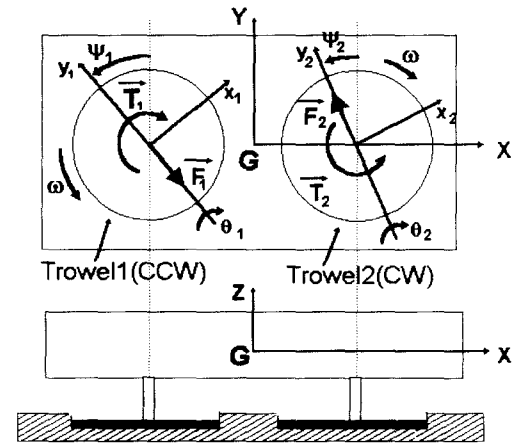
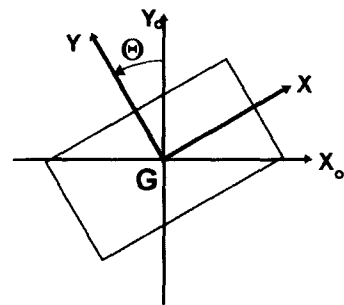


그림 6. 트로웰에 작용하는 마찰력과 모멘트.
Fig. 6. Force and moment acting on a trowel.



(a)



(b)

그림 7. 자기추진 미장로봇의 좌표계.
Fig. 7. Self-propulsive trowelling robot.

전 트로웰에 작용하는 마찰구동력과 회전모멘트를 나타낸다.

III. 미장로봇의 동역학적 해석

그림 7은 2 trowel 방식의 전방향 자기추진 미장로봇을 나타낸다. 이 로봇은 ω 의 같은 각속도로 서로 반대 방향으로 회전하는 2개의 동일한 회전트로웰로 구성되는데, 이것은 각 트로웰의 회전에 의한 회전마찰력을 서로 상쇄시키기 위함이다.

미장로봇의 좌표계는 그림 7(a)와 같이 정의되며, 로봇좌표계 XY의 중심인 G는 미장로봇의 질량중심에 위치한다. $x_1y_1z_1$ 과 $x_2y_2z_2$ 는 각각 트로웰1과 트로웰2의 중심에 붙어 있는 트로웰 좌표계이다. 고정 좌표계 $X_0 Y_0$ 는 그림 7(b)와 같이 정의한다.

그림 7(a)에서, 트로웰1은 z_1 을 중심으로 ϕ_1 라디안만큼 회전한 y_1 축에 대하여 θ_1 라디안 기울어진 상태이며, 마찬가지로 트로웰2는 z_2 를 중심으로 ϕ_2 라디안만큼 회전한 y_2 축에 대하여 θ_2 라디안 기울어져 있다. 그러면, 마찰구동력 F_1 은 y_1 축의 음의 방향으로, 마찰구동력 F_2 는 y_2 축의 양의 방향으로 각각 트로웰1과 트로웰2에 작용한다. 그리고, 회전모멘트 T_1 과 T_2 가 그림 7(a)와 같이 각 트로웰에 작용한다.

따라서, 미장로봇에 작용하는 전체 구동력은 각각의 트로웰에 작용하는 마찰구동력과 회전 모멘트인 F_1, F_2, T_1, T_2 를 더해서 구할 수 있다. 제 II절에서 설명하였듯이, 마찰구동력 F_1, F_2 의 크기는 각각 θ_1, θ_2 의 함수이며 F_1, F_2 의 방향은 각각 ϕ_1, ϕ_2 에 의존한다. 따라서, ϕ_1, ϕ_2 를 조정함으로써 각 트로웰에 작용하는 마찰구동력의 방향을 조절하고, θ_1, θ_2 를 조정함으로써 각 마찰구동력의 크기를 변화시킬 수 있다.

미장로봇의 운동 제어 변수인 $\theta_1, \theta_2, \phi_1, \phi_2$ 와 로봇에 작용하는 마찰구동력과 회전 모멘트의 관계를 구하면 다음과 같다.

마찰구동력 F_1 과 F_2 은 (13)으로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다 :

$$\begin{aligned} F_1 &= K_1 \theta_1 \sqrt{\Delta_0^2 - K_2 \theta_1^2} (\sin \phi_1 \mathbf{i} - \cos \phi_1 \mathbf{j}) \\ &= K_1 \Gamma(\theta_1) (\sin \phi_1 \mathbf{i} - \cos \phi_1 \mathbf{j}) \\ F_2 &= K_1 \theta_2 \sqrt{\Delta_0^2 - K_2 \theta_2^2} (-\sin \phi_2 \mathbf{i} + \cos \phi_2 \mathbf{j}) \\ &= K_1 \Gamma(\theta_2) (-\sin \phi_2 \mathbf{i} + \cos \phi_2 \mathbf{j}) \end{aligned} \tag{15}$$

여기서,

$$\begin{aligned} \Delta_0 &= \sqrt{\frac{M_{total} g}{2AC}}, \quad A = \pi(R_2^2 - R_1^2) \\ \Gamma(\theta) &= \sqrt{\Delta_0^2 - K_2 \theta^2} \end{aligned} \tag{16}$$

여기서, M_{total} 은 미장로봇의 전체 질량이며, 각 트로웰이 $(M_{total} g)/2$ 만큼씩 똑같은 양의 하중을 받는다고 가정할 때, $\theta=0$ 일 때의 바닥 변형량 Δ_0 은 위와 같이 계산할 수 있다. (15)의 F_1 과 F_2 를 더하여, 로봇 전체에 작용하는 마찰구동력을 X축 방향과 Y축 방향으로 나누어 구하면

$$\begin{aligned} F_{robot X} &= K_1 (\Gamma(\theta_1) \sin \phi_1 - \Gamma(\theta_2) \sin \phi_2) \\ F_{robot Y} &= K_1 (-\Gamma(\theta_1) \cos \phi_1 + \Gamma(\theta_2) \cos \phi_2) \end{aligned} \tag{17}$$

와 같다.

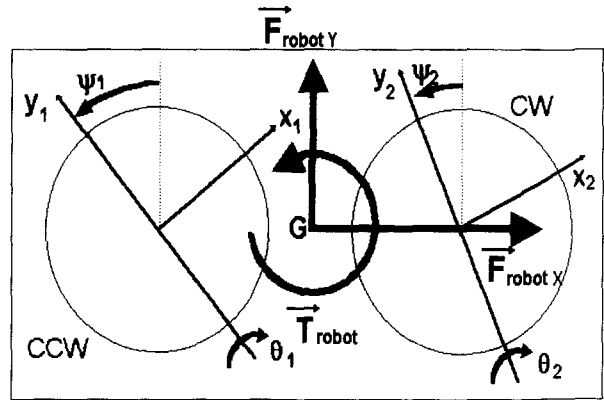


그림 8. 로봇에 작용하는 구동력 및 모멘트.
Fig. 8. Driving force and moment.

다음으로, F_1 과 F_2 의 Y방향 성분을 각각 F_1, F_2 라 할 때 미장로봇의 중심 G에 관한 전체 회전모멘트 T_{robot} 는 다음과 같이 나타낼 수 있다 :

$$T_{robot} = T_1 + T_2 + (sF_{1Y} + sF_{2Y}) \tag{18}$$

여기서, s 는 그림 7(a)의 G점에서부터 각 트로웰의 중심까지의 거리이다. (14)로부터 각 트로웰의 회전 모멘트 T_1, T_2 는

$$T_1 = -(K_1 \Delta_0^2 + K_3 \theta_1^2), \quad T_2 = (K_1 \Delta_0^2 + K_3 \theta_2^2) \tag{19}$$

와 같이 나타낼 수 있으며, (15), (18), (19)로부터 미장로봇의 질량중심 G에 관한 회전 모멘트 T_{robot} 는

$$\begin{aligned} T_{robot} &= [K_3 (-\theta_1^2 + \theta_2^2) \\ &\quad + sK_1 (\Gamma(\theta_1) \cos \phi_1 + \Gamma(\theta_2) \cos \phi_2)] \end{aligned} \tag{20}$$

와 같이 구할 수 있다.

미장로봇에 작용하는 전체 구동력과 회전 모멘트를 그림 8에 표시하였으며, 미장로봇의 2차원 평면 운동 방정식은 다음과 같다 :

$$M_{total} \ddot{X} = K_1 (\Gamma(\theta_1) \sin \phi_1 - \Gamma(\theta_2) \sin \phi_2) \tag{21-1}$$

$$M_{total} \ddot{Y} = K_1 (-\Gamma(\theta_1) \cos \phi_1 + \Gamma(\theta_2) \cos \phi_2) \tag{21-2}$$

$$\begin{aligned} I_G \ddot{\theta} &= [K_3 (-\theta_1^2 + \theta_2^2) \\ &\quad + sK_1 (\Gamma(\theta_1) \cos \phi_1 + \Gamma(\theta_2) \cos \phi_2)] \end{aligned} \tag{21-3}$$

여기서, I_G 는 로봇의 질량중심에 관한 mass moment of inertia이다.

요컨대, 미장로봇의 구동력과 회전 모멘트는 제어변수 $\theta_1, \theta_2, \phi_1, \phi_2$ 의 함수이며, 이러한 제어 변수들을 조정함으로써 미장로봇을 임의의 방향으로 움직일 수 있다. 따라서, 제안된 2-트로웰 방식의 전방향 자기추진 미장로봇은 바퀴와 같은 별도의 구동부가 필요하지 않다.

IV. 미장로봇의 기본운동

여기서는 미장로봇의 운동방정식 (21)을 이용하여, 로봇이 순수직진 및 제자리 회전 등의 기본 운동을 행하기 위한 제어변수값을 계산한다. 그리고, 임의 방향으로의 가속도가 주어질 때, 그 가속도에 대응하는 제어변수를 가속도의 함수로 구한다. 즉, \ddot{X} , \ddot{Y} , $\ddot{\theta}$ 이 주어질 때, 운동방정식 (23)을 통해 ψ_1 , ψ_2 , θ_1 , θ_2 의 값을 구함으로써 미장로봇의 전방향 운동이 가능함을 보이려 한다.

미장로봇은 x, y방향의 직진과 회전을 포함하여 모두 3자유도 운동을 한다. 그리고, 우리에게 주어진 미장로봇의 운동방정식 (21)도 3개이다. 그런데, 미장로봇의 제어변수는 각 트로웰에 2개씩 모두 4개이므로, 운동방정식 (21)을 풀기 위해서는 하나의 조건이 더 필요하다. 따라서, 우리는 그 조건으로 다음을 제안한다.

$$-\theta_1 = \theta_2 = \theta \tag{22}$$

이 조건은 두 트로웰을 다른 방향으로 같은 각도만큼 회전하는 것을 의미한다. 따라서, (22)는 미장로봇의 운동 제어를 보다 간단하게 할 수 있으며, 두 트로웰의 경사의 대칭을 유지함으로써 로봇의 운동을 보다 안정하게 할 수 있다.

(22)를 (21)에 대입하여 다음과 같은 보다 간결한 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} M_{total}\ddot{X} &= -K_1\Gamma(\theta)[\sin\psi_1 + \sin\psi_2] \\ M_{total}\ddot{Y} &= K_1\Gamma(\theta)[\cos\psi_1 + \cos\psi_2] \\ I_G\ddot{\theta} &= -sK_1\Gamma(\theta)[\cos\psi_1 - \cos\psi_2] \end{aligned} \tag{23}$$

이제 (23)을 이용하여, 미장로봇의 기본 운동에 대응하는 각 제어변수의 값을 다음과 같이 구한다.

1. 순수 직진

미장로봇이 정지상태에서 임의의 방향으로 가속을 받아 직진운동을 하는 경우, 다음과 같은 조건을 필요로 한다. 즉, 미장로봇이 그림 9와 같이 Y축으로부터 η 만큼 회전한 방향으로 직진 가속 운동을 할 경우, X축 방향과 Y축 방향의 가속도 사이에 다음과 같은 조건이 필요하다 :

$$\ddot{\theta} = 0, \quad \frac{\ddot{X}}{\ddot{Y}} = -\tan\eta$$

이 조건을 (23)에 적용하여 풀면, 여러 가지 해가 나올 수 있다. 그중 하나를 아래에 표시하였으며, 그 해에 대응하여 미장로봇의 트로웰 1, 2에 작용하는 F_1 , F_2 를 나타내었다.

$$\psi_1 = \psi_2 = \eta, \theta_1 = -\theta, \theta_2 = \theta > 0$$

$$F_1 = F_2 = K_1\Gamma(\theta)[- \sin\eta \mathbf{i} + \cos\eta \mathbf{j}]$$

이 경우를 그림 9에 나타내었다. 즉, 똑같은 방향(η)으로 회전된 y_1 , y_2 축을 중심으로 트로웰 1은 $-\theta$ 라디

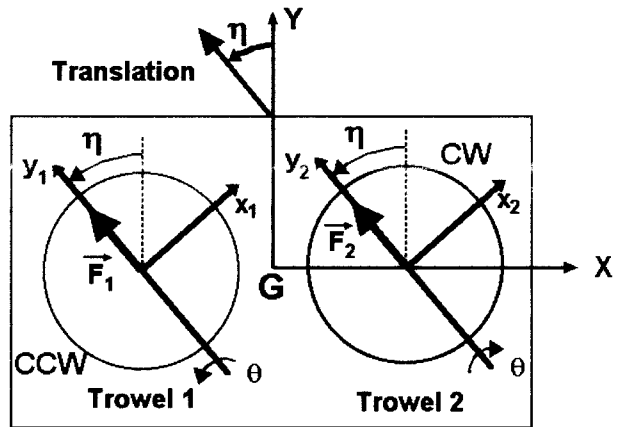


그림 9. 순수직진.
Fig. 9. Pure translation.

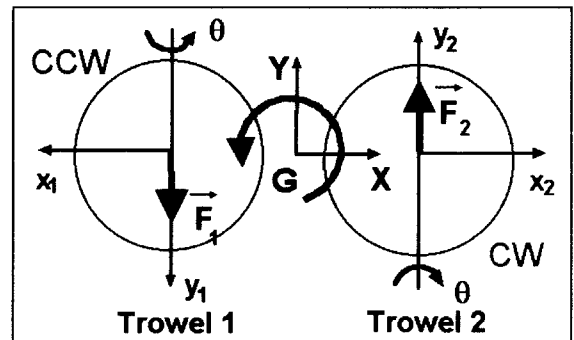


그림 10. 순수 회전.
Fig. 10. Pure rotation.

안, 트로웰 2는 θ 라디안 회전하면, 트로웰 1과 트로웰 2는 각각 η 방향의 같은 크기의 힘 F_1 , F_2 를 받아서, η 방향으로 직진 운동을 하게 된다. 이 경우는 미장로봇의 전진 및 측면 방향 직진 가속운동의 경우를 포함하는 것으로서, 전진의 경우 $\eta=0$, 왼쪽 직진운동의 경우 $\eta=\frac{\pi}{2}$ 이다.

2. 제자리 회전 운동

이 경우 필요한 조건은 X축 방향과 Y축 방향의 가속도는 0이어야 하고, 각가속도는 0이 아니어야 한다. 즉,

$$\ddot{\theta} \neq 0, \quad \ddot{X} = \ddot{Y} = 0$$

이다. 이 조건을 (23)에 적용하여 구한 여러 가지 해 중의 하나와 이에 대응하는 회전모멘트 T_{robot} 는 다음과 같다.

CCW 회전의 경우 :

$$\begin{aligned} \psi_1 = \pi, \psi_2 = 0, \theta_1 = -\theta, \theta_2 = \theta > 0 \\ T_{robot} = 2sK_1\Gamma(\theta) \end{aligned}$$

CW 회전의 경우 :

$$\begin{aligned} \psi_1 = 0, \psi_2 = \pi, \theta_1 = -\theta, \theta_2 = \theta > 0 \\ T_{robot} = -2sK_1\Gamma(\theta) \end{aligned}$$

이 중 CCW 회전의 경우를 그림 10에 표시하였다. 즉,

각 트로웰에 같은 크기의 힘 F_1, F_2 가 서로 반대방향으로 작용하여 미장로봇을 무게중심을 중심으로 제자리에 회전하게끔 가속한다.

3. Backward Solution

여기서는 각 방향의 가속도 $\ddot{X}, \ddot{Y}, \ddot{\theta}$ 의 값이 임의로 주어질 때, (23)를 풀어서 이들에 대응하는 $\phi_1, \phi_2, \theta_1, \theta_2$ 의 일반해를 구한다.

(23)을 삼각함수의 성질을 이용하여 변형시키면 다음의 (24)와 같다.

$$\ddot{X} = -\frac{2K_1}{M_{total}} \Gamma(\theta) \sin\left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right) \quad (24-1)$$

$$\ddot{Y} = \frac{2K_1}{M_{total}} \Gamma(\theta) \cos\left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right) \quad (24-2)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{2sK_1}{I_G} \Gamma(\theta) \sin\left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right) \quad (24-3)$$

이제 (24-1)을 (24-2)로 나누고, (24-3)을 (24-1)로 나누면, (25)와 같이 θ 를 소거할 수 있다.

$$\frac{\ddot{X}}{\ddot{Y}} = -\tan\left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right) \quad (25)$$

$$\frac{I_G \ddot{\theta}}{sM_{total} \ddot{X}} = -\tan\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right)$$

다음으로, (25)로부터 다음과 같이 해 ϕ_1, ϕ_2 를 구할 수 있다.

$$\frac{\phi_1 + \phi_2}{2} = \arctan\left(-\frac{\ddot{X}}{\ddot{Y}}\right) \quad (26)$$

$$\frac{\phi_1 - \phi_2}{2} = \arctan\left(-\frac{I_G \ddot{\theta}}{sM_{total} \ddot{X}}\right)$$

$$\phi_1 = \arctan\left(-\frac{\ddot{X}}{\ddot{Y}}\right) + \arctan\left(-\frac{I_G \ddot{\theta}}{sM_{total} \ddot{X}}\right) \quad (27)$$

$$\phi_2 = \arctan\left(-\frac{\ddot{X}}{\ddot{Y}}\right) - \arctan\left(-\frac{I_G \ddot{\theta}}{sM_{total} \ddot{X}}\right)$$

다음으로, θ 는 (23)의 세 식중 하나에 (27)에서 구한 ϕ_1, ϕ_2 를 대입하여 $\Gamma(\theta)$ 의 값을 구한 후, (16)의 방정식을 풀면 구할 수 있다. 예를 들어서, (27)에서 구한 ϕ_1, ϕ_2 의 값들을 (23)의 두 번째 식에 대입하면 θ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\theta = \Gamma^{-1}\left(\frac{M_{total} \ddot{Y}}{K_1(\cos \phi_1 + \cos \phi_2)}\right) \quad (28)$$

여기서, $\Gamma^{-1}(x)$ 는 (16)로 표현되는 $\Gamma(\theta)$ 의 역함수를 의미한다.

V. 결론

본 논문에서는, 이동을 위한 별도의 구동부가 없고 미장작업용 회전 트로웰 2개만으로 구성되며, 트로웰과 콘

크리트 바닥 사이의 마찰력을 조정함으로써 임의의 방향으로의 직진과 제자리 회전이 가능한 전방향 자기추진 미장로봇을 제안하였다. 그리고, 전방향 자기추진 미장로봇의 운동 제어를 위하여, 다음과 같은 연구를 수행하였다.

첫째, 일정한 가속도로 회전하는 트로웰을 θ 라디안 기울일 때, 트로웰과 콘크리트 바닥 사이에서 발생하는 마찰 구동력을 구하였다. 그 결과, 마찰구동력의 크기는 근사적으로 경사각 θ 의 제곱에 비례하며, 그 방향은 경사의 중심축 방향과 같았다. 또한, 회전 트로웰의 중심에 관한 회전 모멘트를 구하였으며, 그 크기가 경사각 θ 의 제곱에 비례하였다.

둘째, 2개의 트로웰로 구성된 미장로봇의 구동력은 제어 변수 $\phi_1, \phi_2, \theta_1, \theta_2$ 를 조정함으로써 제어할 수 있음을 보였고, 제어 변수 θ_1, θ_2 는 구동력의 크기와 ϕ_1, ϕ_2 는 구동력의 방향과 관련이 있다는 것을 알았다.

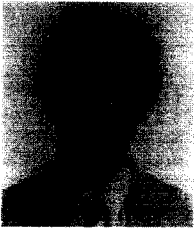
그리고, 이러한 제어 변수들과 미장로봇에 작용하는 구동력과의 관계식을 구하였다.

셋째, 위의 관계식을 이용하여, 순수 직진 및 제자리 회전 운동과 같은 미장로봇의 기본운동을 구현하기 위해 제어 변수값의 예를 구해봄으로써, 미장로봇의 전방향 운동에 대한 가능성을 보였다.

본 논문에서 다룬 연구는 실제 2-트로웰 방식의 전방향 자기추진 미장로봇의 운동 제어에 대한 기초적인 모델을 제시하였고, 미장로봇을 실제로 구현하는데 기초적인 자료가 될 것으로 생각한다. 하지만, 본 연구에서 행한 회전 트로웰과 콘크리트 바닥 사이의 마찰력에 대한 모델은 많은 이상화를 통해 구해진 것으로서 보다 나은 실용적인 모델을 구할 필요가 있으며, 이와 더불어 미장로봇의 운동제어에 필요한 제어 알고리즘의 연구도 추가적으로 진행되어야 할 것으로 생각한다.

참고문헌

- [1] 이호길, "건설자동화의 경향," 제어·자동화·시스템 공학회지, 제1권, 제2호, pp. 43-48, 1995.
- [2] M. E. Whiteman, Jr., *Twin Trowel Cement Finishing Machine*, U.S. Patent, no. 4312603, 1982.
- [3] D. Allen, *Riding Trowel for Concrete Finishing*, U.S. Patent, no. 5238323, 1993.
- [4] H. Furiya and N. Kiyohiro, "Floor polishing robot driven by self-propulsive force," JRSJ, vol. 13, no. 16, pp. 120-125, Sep., 1995.
- [5] D. H. Shin and H. J. Kim, "Self-propulsive floor polishing robot," *Proc. of IASTED Int. Conf. on Applied Modeling and Simulation*, pp. 284-290, July, 1997.
- [6] T. W. Lambe and R. V. Whitman, *Soil Mechanics*, John Wiley & Sons, Inc., pp. 122-125, 1969.



신 동 현

1956년 2월 24일생, 1979년 서울대 기계설계공학과 졸업. 한국과학기술원 석사(1981), Carnegie Mellon 대학 박사(1990). 1994년-현재 서울시립대학교 정밀기계공학과 교수. 관심분야는 로봇 동역학, 제어 및 응용.



김 호 중

1973년 5월 7일생, 1997년 서울시립대 정밀기계공학과 졸업. 1997년-현재 서울시립대학교 정밀기계공학과 대학원생. 현재 일본 요코하마대학교 파견연구생. 관심분야는 로보틱스 및 자동제어.