

초전도 자기베어링-플라이휠 시스템의 회전체 해석 및 실험

김종수*, 이수훈**

Rotordynamic Analysis and Experiment of Superconducting Magnetic Bearings-Flywheel System

Jong-Soo Kim*, Soo-Hun Lee**

ABSTRACT

The flywheel energy storage system using superconducting magnetic bearings is a device to store electrical energy as rotational kinetic energy by motor and to convert it to electrical energy by generator when it is necessary. The rotordynamic analysis should be performed with an adequate analytical model and equations of motion to identify the stable driving condition and the dynamic behavior.

The critical speed and the unbalance response of superconducting magnetic bearings-flywheel system are studied in this paper. The analytical results show that the system has one forward whirling mode and two backward whirling modes below 500rpm. The maximum displacement 0.75mm is detected at the first forward mode (385rpm) through unbalance response analysis. The analytical results are compared with the experimental result by the spin-down test. The experimental result shows that the maximum displacement is 0.7mm at 370rpm.

Key Words: Superconducting Magnetic Bearings(초전도 자기 베어링), Flywheel Energy Storage System(플라이휠 에너지 저장 장치), Rotordynamics(회전체역학), Critical Speed(위험속도), Unbalance Response(불평형 응답)

1. 서론

플라이휠 에너지 저장장치는 전기 에너지를 회전 운동에너지로 저장한 후 필요시 다시 전기에너지로 변환하여 사용하는 장치로, 무정전 전원장치로 이용하거나 발전소에서 잉여전력 저장의 용도로 사용할 수 있다⁽¹⁾. 효율적인 에너지 저장을 위해서는 에너지 손실을 최소화 해야 하므로 플라이휠을 지지하기 위해 자기베어링 등을 이용한 무

접촉식 베어링이 사용되어지고 있다⁽²⁾. 이 논문에서 다루는 플라이휠-베어링 시스템은 플라이휠의 지지를 위해, 액체질소를 이용한 80°K 정도의 임계온도에서 초전도 현상이 발생하는 원리를 이용한 초전도 자기베어링을 사용한다. 초전도 자기베어링은 임계온도 이하로 냉각된 초전도체와 초전도체 위에 부상된 영구자석으로 구성된다. 부상된 영구자석과 초전도체 부근에는 피닝 중심(Pinning center)이라는 비초전도 영역이 형성되는데 영구자

* 아주대학교 대학원 기계공학과
** 아주대학교 기계 및 산업공학부

석의 자속이 초전도체를 통과하고 회전 중심이 있는 곳에 고정되어서 영구자석은 모든 방향에 대해서 안정화 반발력을 받게 된다. 또한 초전도 자기베어링의 자성은 인력(Attractive force)과 척력(Repulsive force)을 동시에 지닌다. 이러한 성질들은 초전도 자기베어링이 기존의 전자석 자기베어링 시스템과는 달리 별도의 자세 제어 시스템을 갖지 않고도 고속에서 안정성을 유지할 수 있는 이유가 된다⁽¹⁾. Fig. 1에 시스템의 개념도를 나타냈다. 플라이휠이 위치하는 공간은 진공 상태로 하여 공기 저항에 의한 에너지 손실을 최소화한다. 그림에 나타난 시스템은 20,000rpm의 회전속도에서 50Wh의 에너지 저장용량을 지닌다.

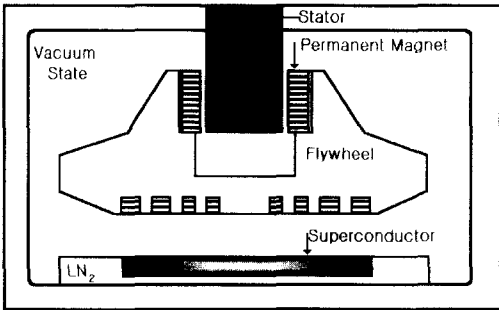


Fig. 1 Schematic diagram of SMB-FESS system

모터/발전기의 고정자는 플라이휠 상단에 부착된 회전자와 일정 간극을 갖는 무접촉 상태이다. 회전체 시스템은 임의의 회전속도에서 큰 진폭을 나타내는 위험속도를 지니는데 작동 영역 내에서 위험속도의 영향을 받아 회전자와 고정자가 충돌하게 되면 고속 회전하에서는 심각한 문제를 야기한다. 따라서 시스템의 안정성을 위해 플라이휠-베어링 시스템의 회전시 거동을 예측하는 위험속도 해석과 불평형 응답 해석은 필수적이다. 본 논문에서는 초전도 자기베어링-플라이휠 시스템에 대한 운동방정식을 유도하고 회전체 해석을 통해 시스템의 동특성을 해석하였고 실험을 통해 그 결과를 비교하였다.

2. 위험속도 해석

2.1 일반좌표계 운동방정식 유도

Fig. 1에 나타난 다중 링 영구자석에 의해 형

성된 초전도 자기베어링은 Fig. 2와 같이 강성과 감쇠, 작용점 위치로 모델링 할 수 있다.

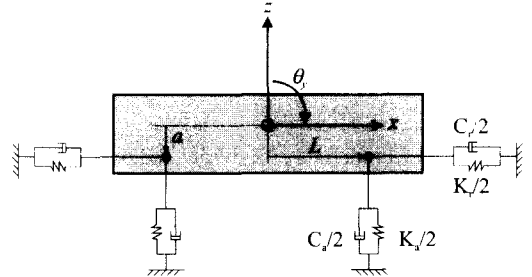


Fig. 2 Modeling of bearing-flywheel system

Fig. 2에서 K_r, C_r 은 반경방향 강성과 감쇠계수, K_a, C_a 는 축방향 강성과 감쇠계수이다. L 은 질량중심에서 수직 베어링 작용점까지의 수평거리, a 는 질량중심에서 수평 베어링 작용점까지의 수직거리이다.

라그랑지 식을 이용하여 운동방정식을 유도한 결과는 다음과 같다⁽²⁾.

$$M\ddot{q} + (G + C)\dot{q} + Kq = Q \tag{1}$$

여기서,

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_r \end{bmatrix}, \quad G = \Omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_p \\ 0 & 0 & -J_p & 0 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} K_r & 0 & 0 & -aK_r \\ 0 & K_r & aK_r & 0 \\ 0 & aK_r & L^2K_a + a^2K_r & 0 \\ -aK_r & 0 & 0 & L^2K_a + a^2K_r \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} C_r & 0 & 0 & -aC_r \\ 0 & C_r & aC_r & 0 \\ 0 & aC_r & L^2C_a + a^2C_r & 0 \\ -aC_r & 0 & 0 & L^2C_a + a^2C_r \end{bmatrix}$$

$$q = \{x, y, \theta_x, \theta_y\}^T$$

강성과 감쇠값, 작용점 위치와 같은 베어링 파

파라미터는 모달 실험(Modal testing)을 통해 얻은 모달 파라미터와 운동방정식을 이용해 구한 해석적 모달 파라미터를 일치시키도록 하는 베어링 파라미터를 탐색하는 방법을 이용하여 추출하였다⁽⁴⁾. 해석에 사용된 플라이휠의 불평형치와 베어링 파라미터의 값을 Table 1에 나타냈다.

Table 1 Properties of flywheel and bearings

| Properties | Values |
|------------|--------------------------|
| m | 13.52 Kg |
| J_t | 0.0657 Kg-m ² |
| J_p | 0.1072 Kg-m ² |
| K_a | 87449.3 N/m |
| C_a | 45.23 N-s/m |
| K_r | 24877.0 N/m |
| C_r | 50.52 N-s/m |
| L | 0.0553 m |
| a | 0.0341 m |

2.2 위험속도 해석

자이로스코픽 항에 의한 속도증속성으로 인해 회전체의 고유진동수는 회전속도의 함수가 된다. 불평형 가진에 대한 회전체의 응답을 고려할 때 가진주파수는 회전속도가 된다. 따라서 회전속도와 그 때의 고유진동수가 일치한다면 공진이 발생하게 되며 해당 회전속도를 위험속도라고 한다⁽⁴⁾⁽⁵⁾. 위험속도 해석을 하기 위해서는 감쇠행렬과 일반 힘 벡터를 제외한 운동방정식으로 회전속도에 따른 고유치 해석을 수행하여야 한다. 식 (1)을 상태 벡터 식 (2)로 표현하면 식 (3)과 같이 표현할 수 있다⁽⁶⁾.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = [\dot{\mathbf{q}}(t)^T \mid \mathbf{q}(t)^T]^T \quad (2)$$

$$\mathbf{M}^* \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{G}^* \mathbf{x}(t) = \mathbf{0} \quad (3)$$

여기서,

$$\mathbf{M}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \mathbf{K} \\ -\mathbf{K} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

식 (3)의 해를 식 (4)와 같이 가정한다.

$$\mathbf{x}(t) = e^{st} \mathbf{x} \quad (4)$$

s 는 복소수가 되며 \mathbf{x} 는 $2 \times n$ 자원의 복소벡터가 된다. 식 (4)를 식 (3)에 대입하여 고유치 문제를 풀게 된다. 고유치는 n 개의 공액 허수(Pure imaginary complex conjugate) $s_r = \pm i\omega_r$ 가 되며 그에 해당하는 n 개의 공액 복소수 벡터를 갖는다.

2.3 위험속도 해석 결과

위험속도 해석 결과는 Fig. 3 과 같다. 회전속도에 대한 고유진동수 그래프와 동기선도(1X 선도) 그래프가 교차하는 회전속도가 위험속도가 된다.

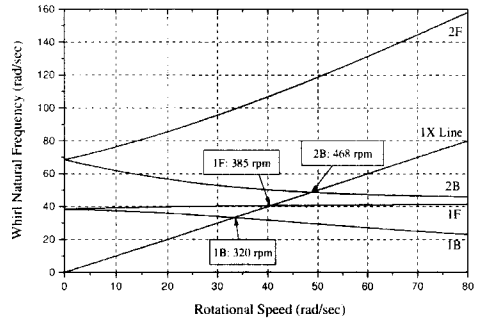


Fig. 3 Critical speed map

작동영역 내에서 1 개의 전방모드와 2 개의 후방모드가 나타나고 있다. 모두 500rpm 이하의 저속에서 나타나고 있으며 주 작동영역에서는 위험속도의 영향을 받지 않는다. 위험속도 해석 결과를 정리하면 Table 2 와 같다.

Table 2 Critical speeds and whirling modes

| Critical speed | Whirling mode |
|----------------|---------------|
| 320 rpm | 1st backward |
| 385 rpm | 1st forward |
| 468 rpm | 2nd backward |

3. 불평형 응답 해석

실제 제작되는 회전체는 제작오차와 재료의 불균일로 인해 불평형을 지니게 되며 이는 회전상태에서 원심력에 의한 가진원이 된다. 불평형 응

답 해석을 통하여 불평형을 갖는 회전체 시스템의 회전속도에 따른 제1, 2회전속도에서의 진폭과 같은 거동특성을 예측 할 수 있다.

3.1 복소좌표계 운동방정식 유도

불평형 해석을 위해서는 운동방정식을 일반좌표계보다 복소좌표계로 표현하는 것이 유리하다. 식 (1)에서의 4 개의 일반좌표계를 병진과 회전좌표계로 묶어 복소좌표계로 표현하면 해석에 소요되는 행렬은 절반으로 줄어들고 전방, 후방 가진을 분리하여 가진할 수 있으며 전방, 후방 응답을 분리하여 계산해 낼 수 있다⁽⁷⁾. 좌표계와 가진력을 복소벡터인 식 (5)로 정의한다. 하첨자 f 는 전방응답, b 는 후방응답을 의미한다.

$$\mathbf{p} = \begin{Bmatrix} x+iy \\ \theta_x+i\theta_y \end{Bmatrix} = \mathbf{p}_f e^{j\Omega t} + \mathbf{p}_b e^{-j\Omega t} \quad (5)$$

$$\mathbf{f} = \begin{Bmatrix} Q_x+jQ_y \\ Q_\theta_x+Q_\theta_y \end{Bmatrix} = \mathbf{f}_f e^{j\Omega t} + \mathbf{f}_b e^{-j\Omega t}$$

비등방성(Anisotropic) 베어링을 가진 플라이휠 시스템의 운동방정식을 유도하면 식 (6)과 같다.

$$\mathbf{M}_c \ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{K}_f \mathbf{p} + \mathbf{K}_b \bar{\mathbf{p}} + \mathbf{C}_f \dot{\mathbf{p}} + \mathbf{C}_b \dot{\bar{\mathbf{p}}} - j\Omega \mathbf{G} \dot{\mathbf{p}} = \mathbf{f}_f e^{j\Omega t} + \mathbf{f}_b e^{-j\Omega t} \quad (6)$$

여기서,

$$\mathbf{M}_c = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J_t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & J_p \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_f = \begin{bmatrix} K_r & jaK_r \\ -jaK_r & L^2 K_a + a^2 K_r \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_b = \begin{bmatrix} \Delta_r & -ja\Delta_r \\ -ja\Delta_r & -a^2 \Delta_r \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_f = \begin{bmatrix} C_r & jaC_r \\ -jaC_r & L^2 C_a + a^2 C_r \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \nabla_r & -ja\nabla_r \\ -ja\nabla_r & -a^2 \nabla_r \end{bmatrix}$$

$$K_r = \frac{K_x + K_y}{2}, \quad \Delta_r = \frac{K_x - K_y}{2}$$

$$C_r = \frac{C_x + C_y}{2}, \quad \nabla_r = \frac{C_x - C_y}{2}$$

이다. ‘ $\bar{\cdot}$ ’는 공액 복소수(Complex conjugate)를 의미한다.

불평형 질량이 플라이휠의 질량중심 평면에 존재한다고 가정하면 불평형량 \mathbf{U} 에 의한 가진력은 회전 모멘트항은 존재하지 않고 다음의 x, y 가진력만이 회전속도의 함수로 표현된다.

$$\mathbf{f}_f = \begin{Bmatrix} \mathbf{U}\Omega^2(\cos\Omega t + j\sin\Omega t) \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{U}\Omega^2 e^{j\Omega t} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{f}_b = \mathbf{0}$$

응답 복소벡터인 식 (5)와 불평형 가진 복소벡터인 식 (7)을 운동방정식 (6)에 대입하여 정리하면 식 (8)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_{ff} & \mathbf{D}_{fb} \\ \mathbf{D}_{bf} & \mathbf{D}_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_f \\ \bar{\mathbf{p}}_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \Omega^2 \quad (8)$$

여기에서,

$$\mathbf{D}_{ff} = -\Omega^2 \mathbf{M} + \Omega^2 \mathbf{G} + j\Omega \mathbf{C}_f + \mathbf{K}_f$$

$$\mathbf{D}_{bb} = -\Omega^2 \mathbf{M} - \Omega^2 \mathbf{G} + j\Omega \bar{\mathbf{C}}_f + \bar{\mathbf{K}}_f$$

$$\mathbf{D}_{fb} = j\Omega \mathbf{C}_b + \mathbf{K}_b$$

$$\mathbf{D}_{bf} = j\Omega \bar{\mathbf{C}}_b + \bar{\mathbf{K}}_b$$

정리된 불평형 응답함수는 식 (9)로 표현된다.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_f \\ \bar{\mathbf{p}}_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{ff} & \mathbf{D}_{fb} \\ \mathbf{D}_{bf} & \mathbf{D}_{bb} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \Omega^2 \quad (9)$$

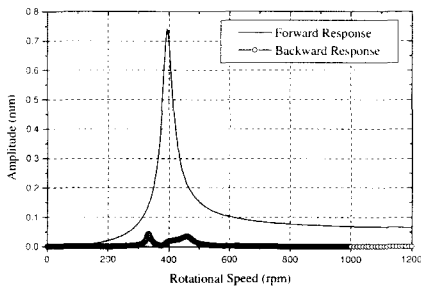
비등방성 베어링을 가진 시스템의 응답은 전방응답과 후방응답이 동시에 나타나게 되어 결과

적으로 타원형 궤적으로 응답하게 된다. 타원의 장반경과 단반경 그리고 장반경의 경사각은 식 (10)을 통하여 구하게 된다.

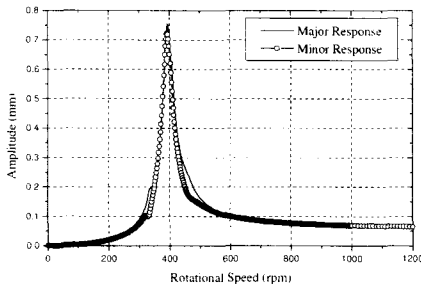
$$\begin{aligned}
 |p_{\text{major}}| &= |p_f| + |p_b| \\
 |p_{\text{minor}}| &= \left| |p_f| - |p_b| \right| \\
 2\phi &= \tan^{-1} \frac{\text{Im}(p_f)}{\text{Re}(p_f)} + \tan^{-1} \frac{\text{Im}(p_b)}{\text{Re}(p_b)}
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

3.2 불평형 응답해석 결과

초전도 자기베어링은 영구자석 조성의 불균일성 등에 의해 약간의 비등방성을 가질 수 있다. 따라서 본 논문에서는 5% 비등방성을 가진 베어링으로 가정하여 불평형 응답을 구하였다. 결과는 Fig. 4 와 같다.



(a) Forward and backward response



(b) Major and minor response

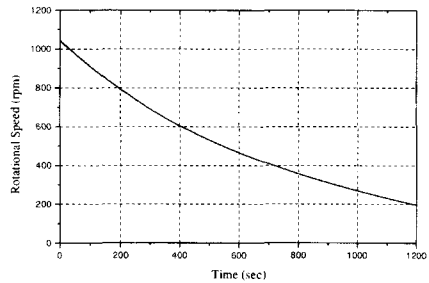
Fig. 4 Unbalance response analysis

비등방성을 가질 때 결과적으로 2 개의 후방 위험속도와 1 개의 전방위험속도에서 반응함을 알 수 있고 장반경과 단반경이 다른 타원 궤적으로

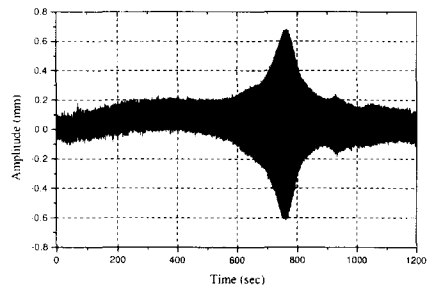
거동함을 확인할 수 있다. 그러나 전방응답이 주요하게 나타나며 1 차 전방 위험속도에서 뚜렷한 진폭을 가짐을 알 수 있다. 비등방성 베어링을 가진 회전체 시스템의 해석결과는 자장분포의 불균일로 자기베어링이 어느 정도의 비등방성을 가진다고 하더라도 1 차 전방 위험속도만을 고려하여도 충분함을 보여준다.

4. 실험

앞에서의 위험속도 해석과 불평형 응답해석의 결과를 검증하기 위해 회전 감속 실험(Spin-down test)을 수행하였다⁽⁸⁾. 진공펌프와 액체질소를 이용하여 초전도 자기 현상을 발생시킨 후 플라이휠을 초전도체 위에 부상시켰다. 모터를 이용하여 약 1,000rpm 정도까지 회전시킨 후 모터를 제거하여 자연스럽게 감속하도록 하였다. 회전속도계와 레이저 방식의 비접촉 변위센서를 이용하여 시간에 따른 회전속도와 플라이휠의 반경방향 변위를 측정하였다. 측정 결과는 Fig. 5 와 같다.



(a) Deceleration curve



(b) Radial displacement

Fig. 5 Spin-down test

Fig. 5 에서 변위가 최대일 때의 회전속도는 370rpm 이며 이는 위험속도 해석 결과 중 1 차 전방 위험속도인 385rpm 에 해당한다. 반경방향 변위는 실험결과와 불평형 응답 해석결과 모두 0.7mm 정도로 유사하였다.

5. 결론

초전도 자기베어링-플라이휠 시스템의 일반좌표계에 대한 운동방정식을 유도하여 위험속도 해석을 하고 복소좌표계 운동방정식으로 불평형 응답해석을 수행하였다. 해석 결과, 작동 영역 내에서 1 개의 전방 모드 위험속도와 2 개의 후방 모드 위험속도가 존재하는데 이 중 385rpm 의 1 차 전방 모드 위험속도가 가장 큰 영향을 끼치며 최대 약 0.75mm 의 반경방향 변위가 발생하였다. 회전감속 실험을 수행한 결과, 370rpm 에서 0.7mm 의 반경방향 변위가 검출되었다. 이는 해석 결과의 1 차 전방 모드 위험속도에 해당하는 것이다. 해석과 실험을 비교한 결과 해석의 타당성을 검증할 수 있었다. 위험속도에서 0.7mm 정도의 변위는 모터/발전기의 고정자와 회전자와의 간극에 비해 충분한 여유가 있으므로 이 시스템은 작동 중에 위험속도에서의 진동에 의한 고정자와 회전자와의 접촉은 발생하지 않을 것으로 생각된다.

후 기

이 논문은 1997 년도 한국학술진흥재단의 대학 교수 해외파견 연구지원에 의하여 연구되었음.

참고문헌

1. 김찬중, 김기백, 백해응, 홍계원, "초전도체를 이용한 에너지 저장장치," 한국원자력연구소, 1995.
2. 최상규, 김영철, 경진호, "플라이휠 에너지 저장장치 회전체계의 동력학적 설계 및 해석," 한국소음진동공학회 춘계학술대회논문집, 1997.
3. 김정근, "초전도 자기베어링의 효과적 모델법과 에너지 손실에 관한 연구," 공학석사 학위논문, 아주대학교, 1999.
4. John M. Vance, "Rotordynamics of Turbo-machinery," John Wiley and Sons, 1988.
5. Fredric F. Ehrich, "Handbook of Rotordynamics," Mcgraw-Hill, 1992.
6. Leonard Meirovitch, "Principles and Techniques of Vibrations," Prentice Hall, 1997.
7. Chong-Won Lee, "Vibration Analysis of Rotors," Kluwer Academic Publishers, 1993.
8. Takashi Hikiyara, "Levitation drift of flywheel and HTSC bearing system caused by mechanical resonance," PHYSICA C, 291, 1997.