

# 차량 현가시스템 성능 향상을 위한 현가장치 모델링 및 고유구조 지정 제어기 설계 연구

김주호\*, 서영봉\*, 최재원\*\*, 유완석\*\*

## A Study on the Suspension System Modeling and Left Eigenstructure Assignment Control Design for Performance Improvement of an Automotive Suspension System

Joo Ho Kim\*, Young Bong Seo\*, Jae Weon Choi\*\*, and Wan-Suk Yoo\*\*

### ABSTRACT

A conventional quarter-car suspension system is a single input system with one actuator. Thus, the performance enhancement for ride quality could be limited. In this paper, we propose a novel automotive suspension system for a quarter-car with two independent actuators to improve the control performance. The left eigenstructure assignment method for multi-variable systems has been applied to the proposed novel quarter-car model.

**Key Words** : Automotive suspension(자동차 현가장치), Multi-input system(다입력 시스템), Left eigenstructure assignment(좌-고유구조 지정법)

### 1. 서론

자동차는 주행시 불규칙한 노면 상태 등으로 인하여 외부로부터 진동을 받게 된다. 이러한 진동들은 탑승자에게 시각, 청각, 촉각 등의 감각으로 직접 전달되어 승차감에 큰 영향을 끼친다. 그러므로, 진동을 억제하여 승차감을 높이는 것은 자동차의 품질을 좌우하는데 있어서 매우 중요한 설계요건이 되고 있다. 이러한 진동을 억제하기 위하여 사용되는 기계 장치가 현가장치이다. 현가장치는 크게 고정된 차축과 독립 현가장치로 나눌 수 있는데, 독립 현가장치는 작동 원리에 따라 수동 현가장치(passive suspension system), 반능동 현가장치

(semi-active suspension), 능동 현가장치(active suspension)로 다시 나눌 수 있다.<sup>(1,2)</sup>

일반적으로 자동차 현가장치의 제어기를 설계하기 위하여 Fig. 1과 같은 1/4 자동차 현가장치 모델을 많이 사용한다.<sup>(3,4)</sup> Fig. 1에서 나타나는 것처럼 1/4 자동차 현가장치 모델은 하나의 구동기( $f_0$ )를 가지는 단입력 시스템이다. 그러나, 단입력 시스템은 제어기를 설계하여도 시스템의 고유치만 조절이 가능하기 때문에 시스템의 응답 속도만 고려할 수 있을 뿐 다른 효과적인 제어에는 제약이 따른다. 만약, 시스템에 다입력이 허용된다면 고유구조 지정법<sup>(5-13)</sup>과 같은 다변수 제어가 가능하게 되므로, 제어기를 설계할 때 고유치뿐만 아니라 고유벡터의

\* 부산대학교 기계공학부

\*\* 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소

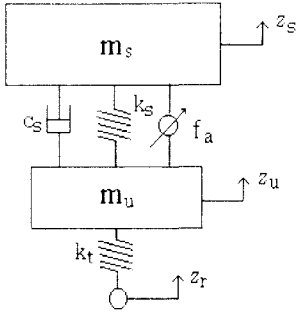


Fig. 1 A conventional 1/4 car model

영향도 고려할 수 있으므로 시스템의 응답 속도뿐만 아니라 고유벡터를 이용한 다른 제어 목적도 고려할 수 있으므로 단일력 시스템보다 효과적인 제어가 가능하다.

따라서, 본 논문에서는 시스템의 효과적인 제어의 관점에서 단일력을 가지는 기존의 1/4 자동차 현가장치 모델을 수정하여, 두 개의 독립적인 구동기를 가지는 다입력의 1/4 자동차 현가장치 모델을 제안한다. 또한, 기존의 모델에 대하여 극점배치기법과 LQR을 이용하여 제어를 설계했을 때의 결과와 제안한 모델에 대하여 좌-고유구조 지정법을 이용한 제어를 설계했을 때의 결과를 비교하고, 그 향상된 성능을 고찰한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 1장 서론에 이어, 2장에서는 기존 1/4 자동차 현가장치 모델의 특성과 한계를 기술하고, 새로운 1/4 자동차 현가장치 모델을 제안한다. 3장에서는 제안한 모델에 대하여 좌-고유구조 지정법을 이용한 제어를 설계하고, 4장에서는 시뮬레이션을 통하여 제안한 모델과 기존의 모델과의 성능 평가를 수행한다. 마지막으로 5장에서 본 논문의 결론을 맺는다.

## 2. 새로운 1/4 자동차 현가장치 모델

### 2.1 기존의 1/4 자동차 현가장치 모델

1/4 자동차 현가장치 모델은 자동차의 전체 바퀴를 각 바퀴에 대하여 네 개로 나누었을 때, 한 개의 바퀴에 대한 모델이다. Fig. 1에 도시한 기존의 1/4 자동차 현가장치 모델에 대한 운동방정식을 구

하면 다음과 같다.<sup>(14)</sup>

$$\begin{aligned} m_s \ddot{z}_s + c_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) + k_s(z_s - z_u) &= f_u \\ m_u \ddot{z}_u + c_s(\dot{z}_u - \dot{z}_s) + k_s(z_u - z_s) & \\ - k_t(z_u - z_r) &= -f_u \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, 각각의 파라미터들은 다음과 같다.

- $m_s$  : 스프링 윗질량 (sprung mass)
- $m_u$  : 스프링 아랫질량 (unsprung mass)
- $c_s$  : 감쇠계수 (damping coefficient)
- $k_s$  : 코일 스프링 상수 (coil spring constant)
- $k_t$  : 타이어 스프링 상수 (tire spring constant)
- $f_u$  : 제어력 (control force)

식 (1)의 운동방정식을 상태방정식으로 표시하기 위하여 다음과 같은 상태변수를 정의한다.

$$\begin{aligned} x_1 &= z_s - z_u, & x_2 &= \dot{z}_s \\ x_3 &= z_u - z_r, & x_4 &= \dot{z}_u \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $x_1$ 은 현가장치의 변위(suspension displacement),  $x_2$ 는 윗질량의 절대속도(absolute velocity of sprung mass),  $x_3$ 는 타이어 변형(tire deflection),  $x_4$ 는 아랫질량의 절대속도(absolute velocity of unsprung mass)를 각각 나타낸다.

식 (2)에서 정의한 상태변수를 이용하여 식 (1)의 운동방정식을 상태방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bf_u(t) + E\dot{z}_r(t) \quad (3)$$

여기서, 각 행렬들은 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{c_s}{m_s} & 0 & \frac{c_s}{m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m_u} & \frac{c_s}{m_u} & -\frac{k_t}{m_u} & -\frac{c_s}{m_u} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{m_s} & 0 & -\frac{1}{m_u} \end{bmatrix}^T, \quad E = [0 \ 0 \ -1 \ 0]^T$$

위 식에서  $E$ 는 외란의 영향을 나타내는 행렬로서, 노면 굴곡의 변화율( $\dot{z}_r$ )이 외란으로 들어가는 것을 알 수 있다. 그리고, 제어 입력 행렬  $B$ 는  $(4 \times 1)$ 차원이므로, 시스템은 제어 입력이  $f_u$  하나만 존재하는 단일력 시스템이 되는 것을 알 수 있다.

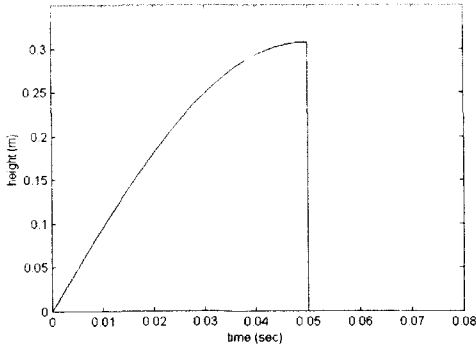


Fig. 2 Time history of road condition(  $z_r$  )

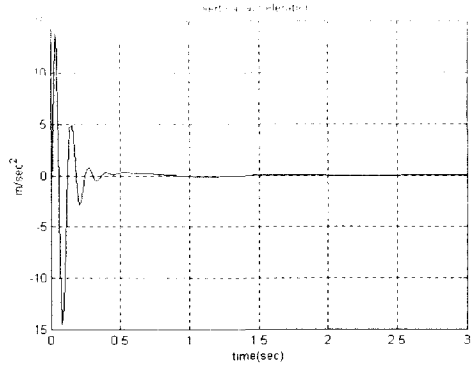


Fig. 3 Open-loop response of the conventional 1/4 car model

식 (3)과 같은 모델에 자동차가 10 m/sec의 속력으로 주기가 1 sec이고, 진폭이 1 m인 Fig. 2와 같은 정현파 모양의 둔덕을 0.05초 동안 통과한다고 가정하고, 제어기가 없을 때와 극점배치기법을 적용했을 때, 그리고 LQR을 적용했을 때로 나누어 각각 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션에 사용된 파라미터 값은 Table 1에 나타내었다. 일반적으로 승차감에 직접 영향을 미치는 성분은 윗질량의 수직 가속도 성분이므로 시뮬레이션의 결과로서 윗질량의 수직 가속도 성분을 Fig. 3 ~ Fig. 5에 도시하였다. Fig. 3은 제어기가 없는 개루프 응답을 나타낸다. Fig. 3의 결과를 살펴보면 윗질량의 수직 가속도가 15m/sec<sup>2</sup>까지 치솟아 충격력이 매우 커지는 것을 볼 수 있다. Fig. 4는 윗질량의 수직 가속도를 줄이기 위하여 극점배치기법을 적용했을 때의 결과를 나타낸다. 이때, 사용된 페루프 시스템의 고유치와 제어이득  $K$ 는 다음과 같다.

$$\lambda_1 = -60, \lambda_2 = -5, \lambda_{3,4} = -8 \pm 50i \quad (4)$$

$$K = 10^5 \times [1.1688 \quad 0.2804 \quad 0.6233 \quad 0.0090]$$

그리고, Fig. 5는 윗질량의 수직 가속도를 줄이기 위하여 LQR를 적용했을 때의 결과를 나타낸다. 이때, 사용된 상태가중행렬  $Q$ 와 입력가중행렬  $R$ , 그리고 제어이득  $K$ 는 다음과 같다.

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R = 1 \quad (5)$$

$$K = 10^4 \times [0 \quad 2.9818 \quad -6.1762 \quad 0.0730]$$

여기서, 상태가중행렬  $Q$ 는 윗질량의 가속도에 직접 영향을 미치는 상태변수  $x_2$ 에 큰 가중치를 두어 선정하였다.

Fig. 4와 Fig. 5에서 살펴보면 극점배치기법이나 LQR을 사용하여 제어를 설계하여도 윗질량의 수직 가속도는 10m/sec<sup>2</sup>까지 올라가서 개루프 응답보다 크게 향상되지 않은 것을 알 수 있다.

일반적으로 단입력 시스템에 대한 고전적인 제어기 설계의 대표적인 목적은 극점배치기법 등을 이용하여 시스템의 요구성능 및 안정성을 확보하도록 고유치를 조절하는 것이다. 그러나, 시스템의 응답은 고유치뿐만 아니라 고유벡터에도 영향을 받기 때문에, 고유치를 조절하는 것만으로는 Fig. 4와 Fig. 5의 결과에서 알 수 있듯이 시스템의 제어 성능을 향상시키는 데에는 한계가 있다. 만약 시스템에 다입력이 허용되면 고유구조 지정법과 같은 다변수 제어기법을 이용하여 시스템의 고유치뿐만 아니라 고유벡터의 영향도 고려할 수 있으므로, 시스

Table 1 Parameters for simulations

$m_s$	$m_u$	$k_t$	$k_s$	$c_s$
453 kg	71 kg	183887 N/m	17658 N/m	1950 N·sec/m

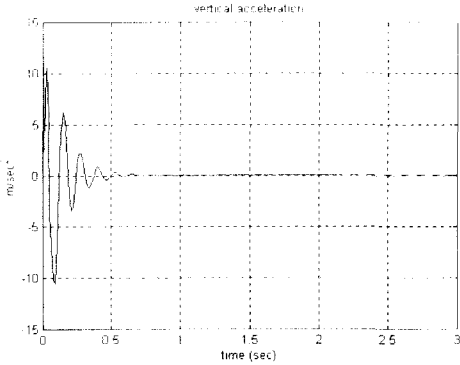


Fig. 4 Closed-loop response of the conventional 1/4 car model using pole placement

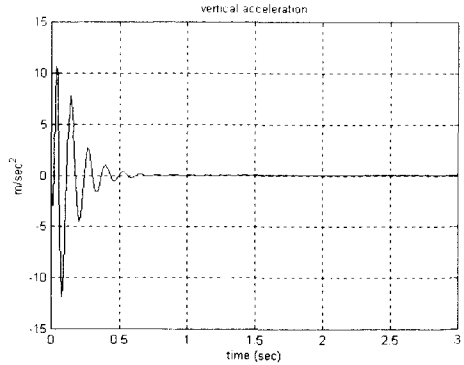


Fig. 5 Closed-loop response of the conventional 1/4 car model using LQR

템을 안정화시킬 뿐만 아니라 출력의 방향을 제어하는 등의 효과적인 제어가 가능하다. 따라서, 다음 절에서 두 개의 구동기를 가지는 새로운 다입력 1/4 자동차 현가장치 모델을 제안하고, 고유구조 지정법을 이용한 제어기를 설계하여 시스템의 향상된 성능을 확인한다.

**2.2 새로운 1/4 자동차 현가장치 모델**

Fig. 1에서와 같이 일반적으로 많이 사용되고 있는 기존의 1/4 자동차 현가장치 모델은 실제 자동차를 4개의 바퀴로 나누어서 각각에 대하여 근사화한 모델이다. 이 모델을 가지고 제어기를 설계하고 실제 자동차에 적용하면 어느 정도 만족할만한 결과는 나오지만, Fig. 4와 Fig. 5에서 나타난 것처럼 제어 성능에는 한계가 생긴다. 따라서, 본 논문에서는 제어 성능을 향상시키기 위하여, Fig. 1과 같은 기존의 1/4 자동차 현가장치 모델을 더욱 세

분화하여 다음의 Fig. 6과 같이 두 개의 구동기 ( $f_a, f_b$ )를 가지는 1/4 자동차 현가장치의 새로운 모델을 제시한다.

기존의 1/4 자동차 현가장치 모델과 비교하면 Fig. 6에서는  $m_x, f_b, c_b, k_b$ 가 첨가되었다. 이때, 새로운 질량  $m_x$ 를 중심으로 나머지 구동기, 스프링, 감쇠기의 위치를 조금 바꾸어 주면 Fig. 6의 (a), (b)와 같은 형태로 고려할 수 있다. 그러나, (b)와 같은 형태는  $f_a$ 와  $f_b$ 가 직렬로 연결되어 있기 때문에, 각각 독립적인 구동기로 작용하기 힘들다. 따라서, 본 논문에서는 Fig. 6의 (a) 모델에 대하여 다룬다. 여기서 새로운 질량  $m_x$ 에 대한 정당성이 중요한 문제로 부각되는데, 실제 자동차의 구조를 세부적으로 분석하면  $m_x$ 는 윗질량  $m_s$ 의 일부 혹은 아랫질량  $m_u$ 의 일부가 될 수도 있고, 새로 추가되는 현가장치의 질량으로 고려할 수도 있다. 본 논문에서는  $m_x$ 를 새로운 현가장치 질량이라고 가정하고 시스템의 효율적인 제어의 관점에서 고찰하기로 한다. 그 외의 나머지 파라미터  $c_b$ 와  $k_b$ 는 현가장치 질량  $m_x$ 에 관계된 감쇠계수와 스프링 상수이며,  $f_b$ 는  $m_x$ 와  $m_s$ 사이에서 들어가는 새로운 구동기의 제어력이다. 일반적인 1/4 자동차 현가장치 모델을 Fig. 6과 같이 재구성하면 시스템은 다입력 시스템으로 바뀐다.

Fig. 6의 (a)모델에 대한 운동방정식은 다음과 같이 유도된다.

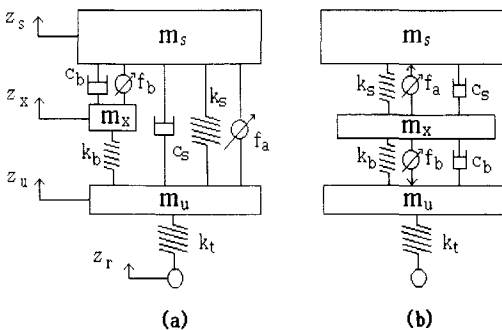


Fig. 6 Novel 1/4 car models

$$\begin{aligned}
 m_s \ddot{z}_s + k_s(z_s - z_u) + c_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) + c_b(\dot{z}_s - \dot{z}_x) &= f_a + f_b \\
 m_u \ddot{z}_u + k_s(z_u - z_s) + c_s(\dot{z}_u - \dot{z}_s) + k_b(z_u - z_x) + k_f(z_u - z_r) &= -f_a \\
 m_x \ddot{z}_x + k_b(z_x - z_u) + c_b(\dot{z}_x - \dot{z}_s) &= -f_b
 \end{aligned} \tag{6}$$

여기서,  $m_x$ ,  $f_b$ ,  $c_b$ ,  $k_b$  이외의 파라미터는 식 (1)과 같다.

식 (6)의 운동방정식을 상태방정식으로 바꾸기 위하여 상태변수를 다음과 같이 정의하자.

$$\begin{aligned}
 x_1 &= z_s - z_u, & x_2 &= \dot{z}_s, & x_3 &= z_u - z_r \\
 x_4 &= \dot{z}_u, & x_5 &= \dot{z}_x, & x_6 &= z_x - z_u
 \end{aligned} \tag{7}$$

여기서,  $x_1 \sim x_4$ 의 물리적 의미는 식 (2)에서와 같고,  $x_5$ 는 현가장치 질량의 절대속도(absolute velocity of suspension mass)이고,  $x_6$ 은 현가장치 질량의 변위(displacement of suspension mass)를 나타낸다. 식 (7)에서 정의한 상태변수를 이용하여 식 (6)의 운동방정식을 상태방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ez_r(t) \tag{8}$$

여기서,  $A$ ,  $B$ ,  $E$  행렬은 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{c_s + c_b}{m_s} & 0 & \frac{c_s}{m_s} & \frac{c_b}{m_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_s}{m_u} & \frac{c_s}{m_u} & -\frac{k_b}{m_u} & -\frac{c_s}{m_u} & 0 & \frac{k_b}{m_u} \\ 0 & \frac{c_b}{m_x} & 0 & 0 & -\frac{c_b}{m_x} & -\frac{k_b}{m_x} \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{m_s} & \frac{1}{m_s} \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{m_u} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{m_x} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad E = [0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

Fig. 1과 같은 기존의 1/4 자동차 현가장치 모델을 Fig. 6과 같이 두 개의 구동기를 가지는 1/4 자동차 현가장치 모델로 나타내면, 위의 시스템 행렬들에서 알 수 있듯이 두 개의 입력을 가지는 다입력

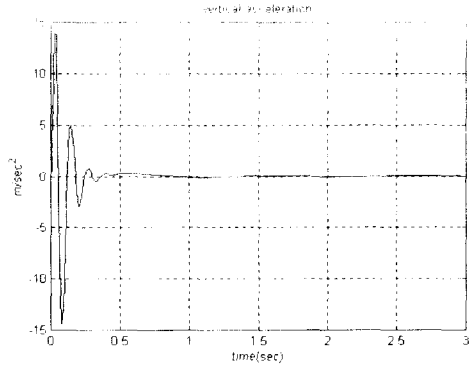


Fig. 7 Open-loop response of a novel 1/4 car model

시스템으로 바뀌게 된다. 여기서, 시스템의 입력은  $f_a$ 와  $f_b$ 가 된다. Fig. 6의 (a)에서 보면, 입력  $f_a$ 와  $f_b$ 가 서로 중속되어 있어서  $f_a + f_b$ 와 같이 하나의 구동기를 가지는 효과를 나타내는 것처럼 보이지만, 입력 행렬  $B$ 의 모양을 살펴보면 rank가 2이므로,  $f_a$ 와  $f_b$ 는 서로 독립적으로 작동하는 것을 알 수 있다.

본 논문에서 새롭게 제안한 1/4 자동차 현가장치 모델의 각 파라미터를 결정하기 위하여, 시스템의 개루프 응답 특성이 Fig. 3에서 나타난 기존의 1/4 자동차 현가장치 모델의 개루프 응답 특성과 비슷하게 되도록  $m_x$ ,  $c_b$ ,  $k_b$ 의 값을 선정하였다. 선정된 각 파라미터의 값은 Table 2에 나타내었다. 여기에서 제시한 파라미터 값을 이용했을 때의 새롭게 제안한 1/4 자동차 현가장치 모델의 개루프 시스템의 특성, 즉  $f_a$ 와  $f_b$ 가 없는 수동 현가장치의 특성은 Fig. 7과 같다. 시뮬레이션 조건으로는 Fig. 3에서와 마찬가지로 자동차가 10 m/sec의 속력으로 주기가 1 sec이고, 진폭이 0.1 m인 Fig. 2와 같은 정현파 모양의 둔덕을 0.05초 동안 통과한다고 가정하였다. Fig. 7의 윗질량의 수직 가속도 특성을 살펴보면 똑같은 조건에서 시뮬레이션을 수행한 Fig. 3의 결과와 거의 유사한 것을 볼 수 있다.

Table 2 New parameters for simulations

$m_x$	$k_b$	$c_b$
20 kg	2250 N/m	300 N·sec/m

따라서, 본 논문에서 제시한 1/4 자동차 현가장치 모델이 실제의 1/4 자동차 현가장치 모델과 유사한 현가장치의 특성을 잘 나타낸다고 할 수 있다. 따라서, 다음 장에서는 새롭게 제안한 1/4 자동차 현가장치 모델을 대상으로 고유구조 지정법을 이용하여 제어기를 설계하고, 기존 모델에 대하여 극점배치기법(Fig. 4)과 LQR(Fig. 5)을 이용하여 설계한 제어기의 성능을 비교한다.

### 3. 좌-고유구조 지정법을 이용한 제어기 설계

#### 3.1 모드 확장 정리(modal expansion theorem)

다음과 같은 선형 시불변(linear time-invariant) 시스템을 고려해 보자.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (9)$$

여기서,  $x \in R^n$ ,  $u \in R^m$ 이고,  $A$ 와  $B$ 는 상수 행렬이다. 이와 같은 시스템의 해를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x(t) &= \Phi \exp(\Omega t) \Phi^{-1} x_0 \\ &= \sum_{i=1}^n \Phi^{-1} x_0 \exp(\lambda_i t) \phi_i \end{aligned} \quad (10)$$

여기서,  $\Phi$ 은 우-고유벡터  $\phi_i$ 로 구성된 우-모드 행렬(right modal matrix)이고,  $\Omega$ 는 고유치로 구성된 대각행렬이며,  $x_0$ 는 상태변수의 초기값이다. 즉, 식 (10)에서 시스템의 응답은 시스템의 고유치뿐만 아니라 고유벡터에도 관계되는 것을 알 수 있다. 고유구조 지정법은 그 특성상 고유치뿐만 아니라 고유벡터의 전부 혹은 일부까지도 임의로 지정할 수 있으므로, 시스템 설계자가 시스템의 고유치와 고유벡터를 조절하여 시스템의 응답을 원하는 대로 조절할 수 있는 효과적인 제어 기법이다.

고유구조 지정법에는 우-고유구조 지정법과 좌-고유구조 지정법<sup>(8,11)</sup>이 있는데, 우-고유구조는 모드 또는 외란의 분리성을 지배하고, 좌-고유구조는 제어의 효율성과 외란 억제성을 지배한다. 본 논문에서는 노면의 입력을 외란으로 간주하여 좌-고유구조 지정법을 이용하여 노면의 변화가 시스템에 미치는 영향을 최대한 억제되도록 제어기를 설계한다.

#### 3.2 좌-고유구조 지정기법

앞 절에서 언급한 바와 같이 시스템의 좌-고유구조는 제어력의 전달 능력과 외란의 억제 능력을 지배한다. 본 절에서는 좌 및 우-모드행렬 사이의 상호 수직조건을 활용한 좌-고유구조 지정 알고리즘<sup>(10,11)</sup>에 대하여 기술한다. 본 기법은 요구되는 좌-고유벡터들이 획득 가능한 부분공간에 속하게 되는 경우에는 요구되는 좌-고유구조를 정확히 획득할 수 있도록 보장하며, 요구되는 좌-고유벡터들이 획득 가능한 부분공간에 속하지 않게 되는 경우에는 요구되는 고유치들은 정확히 성취할 수 있게 하고 좌-고유벡터들은 최소자승의 관점에서 최적인 값들을 가지도록 보장한다. 즉, 선형 조합 계수벡터  $p_i$ 를 다음과 같이 정의되는 성능지표 함수를 최소화하도록 선택하게 되면 요구되는 좌-고유구조를 최적으로 성취하게 된다.

$$J = \|(\Psi^d)^T \Phi^{aug} P - I_n\| \quad (11)$$

식 (11)과 같이 주어지는 성능지표 함수의 최소화 문제는 결국 좌 및 우-모드행렬 사이의 상호 수직조건  $\Psi^d = (\Phi^a)^{-T}$ 를 만족하게 하는 계수벡터를 해석적으로 구하는 문제가 된다. 식 (11)에서  $(mn \times n)$ 차원의 계수행렬  $P$ 와  $(n \times mn)$ 차원의 확장된 획득 가능한 우-모드행렬  $\Phi^{aug}$ 는 다음과 같이 구성된다.

$$P = \text{block diag} [p_1, p_2, \dots, p_n] \quad (12)$$

$$\Phi^{aug} = [N_{\lambda_1}, N_{\lambda_2}, \dots, N_{\lambda_n}] \quad (13)$$

여기서,  $N_{\lambda_i}$ 는  $(\lambda_i I_n - A)$ 의 영공간(null space)이고,  $p_i$ 는  $N_{\lambda_i}$ 를 조합하여 획득 가능한 우-고유벡터  $\Phi^u$ 를 생성시켜 주는 선형 조합 계수이다.

그리고  $(n \times n)$ 차원의 요구되는 좌-고유벡터들로 구성된 요구 좌-모드행렬  $\Psi^d$ 는 참고문헌 [10,11]에 기술된 방법에 따라 가제어성 척도 및 외란 가역제성 척도를 제어 목적에 따라 적절하게 고려하여 설정할 수 있다. 따라서, 식 (11)에서  $\Psi^d$  및  $\Phi^{aug}$ 는 사전에 알 수 있는 값들이 되므로 이 값들을 이용하여  $\Psi^d$ 를 가장 최적으로 만족시키는 계수행렬  $P$ 를 구할 수 있게 된다. 따라서, 획득 가능한 좌-모드행렬  $\Psi^a$ 는 좌 및 우-모드행렬 사이의 상호 수직조건을 이용하여 위에서 구한 우-모드행

렬  $\Phi^a$ 로부터 다음과 같이 계산된다.

$$\Psi^a = (\Phi^a)^{-T} \quad (14)$$

마지막으로, 이러한  $\Psi^a$ 를 성취하기 위한 상태 되먹임 이득행렬  $K$ 는  $B$ 의 영공간  $M_{\lambda_i}$ 와 획득 가능한 우-모드행렬  $\Phi^a$ 와 실행 조합 계수  $p_i$ 를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$K = [M_{\lambda_1} p_1 \quad M_{\lambda_2} p_2 \quad \cdots \quad M_{\lambda_n} p_n] [\Phi^a]^{-1} \quad (15)$$

### 3.3 제어기 설계

2.2절에서 결정된 새로운 1/4 자동차 현가장치 모델에 좌-고유구조 지정법을 이용하여 외란 즉, 노면 상태의 변화율의 영향을 억제하고, 구동기의 효율을 높이는 관점에서 제어기를 설계하였다. 이 과정에서 일반적으로 제어의 효율성과 외란 억제성은 상반되기 때문에 적절한 가중치를 선정해야 한다. 고유구조 지정법을 적용할 때에는 요구되는 페루프 시스템의 고유치와 고유벡터를 먼저 결정해 주어야 한다. 따라서, 본 논문에서는 페루프 시스템의 고유치로는 식 (4)와 같이 극점배치기법을 이용하여 제어기를 설계할 때 사용된 고유치를 그대로 사용한다.

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -60, \lambda_2 = -5, \lambda_{3,4} = -8 \pm 50i, \\ \lambda_{5,6} &= -10 \pm 15i \end{aligned} \quad (16)$$

여기서,  $\lambda_1 \sim \lambda_4$ 는 식 (4)에서와 같고,  $\lambda_{5,6}$ 은 새로 첨가된 상태변수에 대한 고유치이다. 그리고, 페루프 시스템의 고유벡터는 Choi<sup>(9-11)</sup>가 제안한 좌-고유구조 지정법을 이용하여 제어의 효율성과 외란 억제성에 각각 적절한 가중치를 두어 지정하였다. 이때, 획득 가능한 우-고유벡터는 식 (17)과 같다. 그리고, 이때의 되먹임 이득행렬  $K$ 는 식 (18)과 같다.

$$\Phi^a = \begin{bmatrix} 0.0153 & -0.1708 & -0.0181 \mp 0.0054i & 0.0205 \mp 0.0084i \\ -0.1719 & 0.8033 & 0.0324 \pm 0.0125i & -0.3309 \pm 0.1956i \\ -0.0124 & 0.0101 & 0.0182 \pm 0.0048i & -0.0013 \pm 0.0176i \\ 0.7437 & -0.0505 & -0.3835 \pm 0.8727i & -0.2507 \mp 0.1961i \\ -0.6453 & 0.5552 & 0.2975 \pm 0.0221i & 0.5342 \pm 0.6786i \\ 0.0232 & -0.1211 & -0.0187 \mp 0.0106i & 0.0162 \mp 0.0631i \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$K = 10^4 \times \begin{bmatrix} 2.4376 & 1.5988 & -1.0668 & 0.1638 & 0.7254 & 7.4458 \\ 0.0572 & -0.2408 & 0.3339 & 0.0143 & -0.0933 & -1.7511 \end{bmatrix} \quad (18)$$

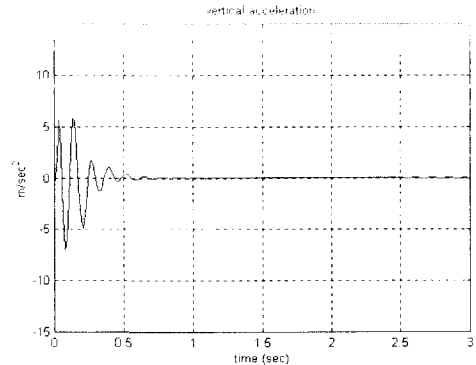


Fig. 8 Closed-loop response of a novel 1/4 car model using eigenstructure assignment

### 4. 시뮬레이션 결과 및 고찰

3장에서 노면의 입력을 외란으로 가정하여, 좌-고유구조 지정법을 이용하여 외란을 억제하고 제어기의 성능을 높이도록 제어기를 설계하였다. 본 장에서는 3장에서 구한 제어이득행렬  $K$ 를 이용하여, 2장에서와 동일하게 자동차가 10 m/sec의 속력으로 주기가 1 sec이고, 진폭이 1 m인 Fig. 2와 같은 정현파 모양의 둔덕을 0.05초 동안 통과한다고 가정하여 시뮬레이션을 수행하였다. Fig. 8은 시뮬레이션 결과를 도시한 것이다. Fig. 8의 결과를 살펴보면 둔덕을 통과할 때의 순간적인 충격이 Fig. 7의 개루프 응답보다 훨씬 감소된 것을 볼 수 있다. 또한, 기존의 단입력 모델에 대하여 제어기를 적용한 Fig. 4와 Fig. 5의 결과보다 훨씬 향상된 결과를 나타내는 것을 알 수 있다. 즉, 본 논문에서 제안한 새로운 1/4 자동차 현가장치 모델을 사용함으로써 기존의 1/4 자동차 현가장치 모델을 사용할 때보다 훨씬 효과적인 제어가 가능해졌다.

## 5. 결론

본 논문에서는 기존의 단입력 1/4 자동차 현가장치 모델의 제어 효과를 높이기 위하여, 두 개의 구동기를 가지는 다입력 1/4 자동차 현가장치 모델을 효율적인 제어를 위한 측면에서 새로이 제안하였다. 그리고 좌-고유구조 지정법을 이용하여 노면의 변화에 따른 시스템의 변화를 억제하고, 구동기의 효율을 높이도록 제어기를 설계하였다. 시발레이션을 통하여 기존의 단입력 모델에 극점배치기법이나 LQR을 적용했을 때보다 본 논문에서 제안한 다입력 모델에 좌-고유구조 지정법을 적용했을 때의 결과가 우수함을 입증하였다.

## 후기

본 연구는 1996년도 한국학술진흥재단의 대학부설연구소 연구비 지원에 의하여 연구되었습니다.

## 참고 문헌

1. 허승진, "자동차의 능동형 샤시시스템 개발동향," 제어 · 자동화 · 시스템공학회지, 제2권, 제2호, pp. 57-65, 1996.
2. 최문일, 최동우, 김치균, 자동차 새시, 동진, 1998.
3. 김호용, 자동차 현가장치, 에드텍, 1997.
4. K. J. Hedrick, R. Rajamani, and K. Yi, "Observer Design for Electronic Suspension applications," Vehicle System Dynamics, Vol. 23, pp. 413-440, 1994.
5. B. C. Moore, "On the Flexibility Offered by State Feedback in Multivariable Systems beyond Closed Loop Eigenvalue Assignment," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 21, pp. 689-692, 1976.
6. A. N. Andry, E. Y. Shapiro, and J. C. Chung, "Eigenstructure Assignment for Linear Systems," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 19, No. 5, pp. 711-729, 1983.
7. 최재원, 이장규, 김유단, 강태삼, "가제어성 및 외란 가역제성 척도를 고려하는 출력되먹임 좌-고유구조지정," 제어 · 자동화 · 시스템공학논문지, 제1권, 제2호, pp. 71-77, 1995.
8. 최재원, 이장규, 김유단, 강태삼, "상대되먹임에 의한 동시고유구조 지정 기법," 제어 · 자동화 · 시스템공학논문지, 제1권, 제1호, pp. 4-12, 1995.
9. J. W. Choi, J. G. Lee, Y. Kim, and T. Kang, "Design of an Effective Controller via Disturbance Accommodating Left Eigenstructure Assignment," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 18, No. 2, pp. 347-354, 1995.
10. J. W. Choi, "A Simultaneous Assignment Methodology of Right/Left Eigenstructures," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 34, No. 2, pp. 625-634, 1998.
11. J. W. Choi, "Left Eigenstructure Assignment via Sylvester Equation," KSME International Journal, Vol. 12, No. 6, pp. 1034-1040, 1998.
12. 최재원, 서영봉, "고유구조 지정 기능을 갖는 LQR 설계 및 비행제어 시스템에의 응용," 제어 · 자동화 · 시스템공학논문지, 제4권, 제3호, pp. 280-288, 1998.
13. J. W. Choi, and Y. B. Seo, "LQR Design with Eigenstructure Assignment Capability," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 35, No. 2, pp. 700-708, 1999.
14. 유완석, 홍금식, 최재원, Advanced 현가시스템의 설계 및 개발에 관한 연구, 대우정밀(주) 산학협동과제 최종보고서, 1997.