

# RVEGA SMC를 이용한 Ball-Beam 시스템의 안정화

論 文

48A - 1- 21

## Stabilization of Ball-Beam System using RVEGA SMC

金 泰 佑\* · 李 浩 栎\*\*  
(Tae-Woo Kim · Joon-Tark Lee)

**Abstract** – The stabilization control of ball-beam system is difficult because of its nonlinearity and structural instability. Furthermore, a series of classical methods such as the PID and the full state feedback controller(FSFC) based on the local linearizations have narrow stabilizable regions. At the same time, the fine tunings of their gain parameters are also troublesome. Therefore, in this paper, three improved design techniques of stabilization controller for a ball-beam system were proposed. These parameter tuning methods in the double PID controller(DPIDC), the FSFC and the a sliding mode controller(SMC) were dependent upon the Real Value Elitist Genetic Algorithm (RVEGA). Finally, by applying the DPIDC, the FSFC and the Real Variable Elitist Genetic Algorithm based Sliding Mode Control(RVEGA SMC) to the stabilizations of a ball-beam system, the performances of the RVEGA SMC technique were showed to be superior to those of two other type controllers.

**Key Words** : Double PID Controller(DPIDC), Full State Feedback Controller(FSFC), Real Variable Elitist Genetic Algorithm based Sliding Mode Control(RVEGA SMC)

### 1. 서 론

Ball-Beam 시스템은 불안정하고 비선형이 강한 시스템으로서 그 안정화 제어문제는 제어 공학자들에 의해 오래 전부터 연구되어 왔었다[1-9]. 그러나, 비선형성 시스템에 있어서는 다양한 동작 모드에 대응하는 정확한 수학적 모델을 얻기 어렵고, 얻어진다 하더라도 주어진 비선형 모델에 대한 제어기의 설계는 만족스럽지 못한 경우가 많다. 일반적으로, 동작점 근방에서의 피이드백 선형화를 통해 PID, LQ 제어[6],[10] 등의 고전 제어기법이나 무모델 제어가 가능한 Fuzzy 및 신경회로망, GA 등에 의한 다양한 지능제어 기법들도 제안되고 있다.

이들 대부분의 경우, 제어기의 설계 파라미터의 동정이 어렵고, 내,외부 외란이나 동작 모드들에 따른 제어기 파라미터들의 적용성이 저하되어 동작영역이 상이해지면 안정화 가능 영역이 협소해지고 시스템이 불안정하게 된다.

한편, 슬라이딩 모드(Sliding Mode)를 갖는 가변구조 시스템(Variable Structure System, VSS)은 스위칭 평면(Switching Surface)을 이용하여 슬라이딩 모션(Sliding Motion)이라는 독특한 스위칭 특성이 발생되는 일종의 비선형 제어기로서, 파라미터의 변동이나 외란에 거의

둔감한 특징을 갖고 있지만, 매 순간 변화되어지는 시스템의 상태에 따른 최적의 스위칭 평면 설정 및 상태 가중치의 결정이 곤란하다[9-11].

따라서, 본 논문에서는 Ball-Beam 시스템의 넓은 범위의 동작 모드에 대응하여 적용성이 높고, 비교적 파라미터의 변동과 외란에 강인한 실현수 유전 알고리즘(Real Variable Elitist Genetic Algorithm based Sliding Mode Controller, RVEGA SMC)을 제안한다. 종래의 GA에서 지적되는 2진 표현에 의한 염색체 길이의 장대화 및 우수 염색체 퇴조에 따른 국부적 최적치 도달 가능성 등의 문제점은 RVEGA에 의해 극복될 수 있다. 즉, Ball의 위치 및 Beam의 경사각을 신속 정확하게 목표치에 추종할 수 있도록 완전상태 피이드백(Full State Feedback, FSF) SMC의 파라미터가 RVEGA에 의해 최적화된다.

또한, 종래의 PID 제어기와는 달리, 목표 위치 및 경사각 오차를 동시에 반영한 이중 PID 제어기(Double PID Controller, DPIDC)와 FSFC 제어 결과를 RVEGA SMC에 의한 시뮬레이션 결과와 상호 비교하여, 본 논문에서 제안한 제어기의 견실성 및 그 우수성을 입증하고자 한다.

### 2. Ball-Beam의 수학적 모델링

Beam이 각도  $\theta$  만큼 기울어져 있는 상태에서 Ball을 원하는 위치  $x^*$ 로 제어하는 Ball-Beam 제어 시스템의 모형을 그림 1에 나타내었다.

\* 正會員 : 東亞大 電氣工學科 博士課程 修了

\*\* 正會員 : 東亞大 電氣工學科 副教授 · 工博

接受日字 : 1999年 7月 14日

最終完了 : 1999年 8月 28日

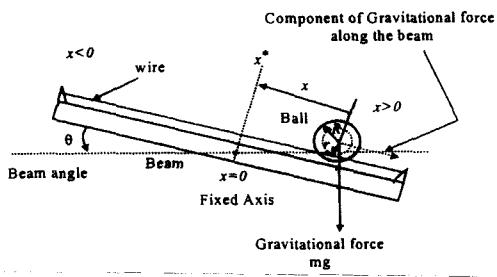


그림 1 Ball-Beam 시스템

Fig. 1 Ball-Beam system

그림 1로부터 Lagrange Method에 의해 Ball-Beam 시스템의 Lagrangian  $L$ 은 다음과 같이 정의된다[1].

$$L = \frac{m}{2} [\dot{x}^2 + (\dot{x}\theta)^2] + \frac{I}{2} \left( \frac{\dot{x}}{r} + \dot{\theta} \right)^2 \quad (2.1)$$

여기서,  $m$ 은 Ball의 질량,  $I$ 는 관성모멘트,  $\dot{x}$ 는 Ball의 속도,  $\dot{\theta}$ 는 Ball의 각속도를 나타낸다. 또한, Ball의 관성모멘트는 식 (2.2)와 같이 주어진다.

$$I = \frac{2}{5} mR^2 \quad (2.2)$$

여기서,  $R$ 는 Ball의 반경을 나타내며, Beam의 양단에 걸쳐진 와이어 상에 위치하는 Ball의 회전반경  $r$ 보다 크다. 따라서, Euler-Lagrange 방정식

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = mg \sin \theta \quad (2.3)$$

으로부터, 다음을 얻을 수 있다.

$$(1 + \frac{2R^2}{5r^2}) \ddot{x} + \frac{2R^2}{5r^2} \ddot{\theta} - x(\dot{\theta})^2 = g \sin \theta \quad (2.4)$$

여기서,  $m$ 은 Ball의 무게,  $g$ 는 중력가속도를 나타낸다. 또한, Ball-Beam 시스템의 상태방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다[2].

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{1}{A} (x_1 x_4^2 + g \sin x_3) \\ x_4 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{A} \frac{2R^2}{5r^2} G_m \\ 0 \\ G_m \end{bmatrix} u \quad (2.5)$$

여기서,  $A \equiv (1 + \frac{2R^2}{5r^2})$ ,  $[x_1 x_2 x_3 x_4] \equiv [x \dot{x} \theta \dot{\theta}]$  이

며, 또한, Beam의 경사각을 변화시키는 캠 축의 속도와 모터 입력전압  $u$ 에 대한 관계는 식 (2.6)과 같다.

$$\frac{d\dot{\theta}}{dt} = G_m \cdot u \quad (2.6)$$

### 3. DPIDC

Ball-Beam 시스템에서 Ball의 위치 오차만을 이용한 단일 PID 제어기로서는 안정한 제어 입력  $u$ 를 얻을 수 없었고, 내부의 작은 파라미터 변동에도 Ball의 Beam 밖으로 튀어나가 버리는 불안정함을 보였다. 따라서, 본 논문에서는 종래의 PID 제어기와는 달리, 목표 위치 및 경사각 오차를 동시에 반영하는 DPIDC 구조를 제안하였다. 이의 형태는 식 (3.1)과 같다.

$$u = a \times (K_{Px} \cdot e_x + K_{Ix} \int_0^{t_i} e_x \cdot dt + K_{Dx} \cdot \dot{e}_x) + (1-a) \times (K_{P\theta} \cdot e_\theta + K_{I\theta} \int_0^{t_i} e_\theta \cdot dt + K_{D\theta} \cdot \dot{e}_\theta) \quad (3.1)$$

여기서,  $u$ 는 Beam의 경사각 제어를 위한 전동기의 입력 전압[V]를 나타내며,  $e_x$  및  $e_\theta$  각각 Ball의 위치와 Beam의 각도에 대한 오차이다. 또한,  $K_{Px, \theta}$ ,  $K_{Ix, \theta}$ ,  $K_{Dx, \theta}$ 에서 아래 첨자  $x$ 일 경우는 Ball의 위치 오차  $e_x$  및 아래 첨자  $\theta$ 일 경우는 Beam의 경사각 오차  $e_\theta$ 에 대한 각각의 비례, 적분, 미분 이득을 나타낸다. 또한, 식 (3.1)의  $e_x$ 와  $e_\theta$ 에 대한 각각의 PID 파라미터는 RVEGA에 의해 구하였으며, Ball이 목표치 근방에 도달할 경우,  $\theta$ 의 변화를 즉, 제어입력  $u$ 의 변동이 커지게 되면, 오버슈트, 언더슈트 혹은 잔류편차를 존재하게하는 요인이 될 수 있다. 따라서, Beam의 경사각 변화율을 억제하기 위하여, 가중계수  $a$ 를 설정하였는데, 오차가 클 때는 0.5로 하며, 목표치의 90%에 근접하면 잔류편차를 제거하기 위해 0.9로 하였다. 그림 2는 DPIDC의 구조를 나타낸다.

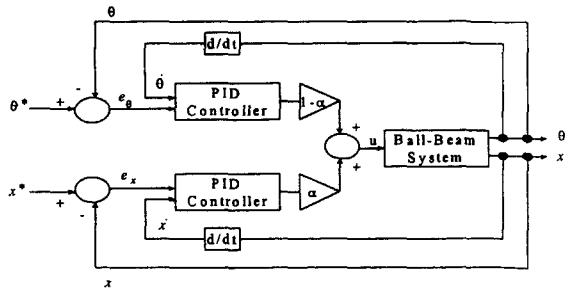


그림 2 DPIDC의 구조

Fig. 2 Architecture of DPIDC

#### 4. 슬라이딩 모드 제어

슬라이딩 모드는 설정된 스위칭 평면을 중심으로 스위칭 특성을 발생하는 비선형 제어기로서, 상태궤적이 스위칭 평면 근방을 추종할 수 있도록 제어기의 구조를 변화시키는 제어방식이다[9-11]. 먼저, 비선형 시스템을

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (4.1)$$

와 같이 정의한다. 여기서,  $\mathbf{x} \in R^n$  : 상태 벡터,  $\mathbf{u} \in R^m$  : 입력 벡터,  $n$  : 시스템의 차수,  $m$  : 입력 수를 각각 나타낸다. 이 때, 상태  $\mathbf{x}$ 의 요구궤적  $\mathbf{x}_d$ 에 대한 오차 벡터  $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d = [e_1, e_2, \dots, e_{n-1}]^T$ 로 두면, 발생되는 슬라이딩 평면  $s(\mathbf{e}, t)$ 은

$$s(\mathbf{e}, t) = \{ \mathbf{e} \mid s(\mathbf{e}, t) = \mathbf{G}_a^T \mathbf{e}(t) = 0 \} \quad (4.2)$$

로 정의될 수 있다. 여기서,  $\mathbf{G}_a \in R^n$ 은 슬라이딩 평면의 기울기 또는 계수 벡터를 나타낸다. 그런데, Ball-Beam 시스템의 경우, 한 개의 슬라이딩 평면으로 제어하는 것이 곤란하였으므로, Ball의 위치 및 Beam의 경사각에 대하여 각기 다른 두 개의 슬라이딩 평면을 이용하는 것이 바람직하다고 사료된다. 따라서, 식 (4.2)의 오차 벡터  $\mathbf{e}(t)$ 는 Ball의 위치  $\mathbf{x}(t)$ 의 요구궤적  $\mathbf{x}^*(t)$ 에 대한 오차 벡터  $\mathbf{e}_x$  및 Beam의 경사각  $\theta$ 에 대한 요구궤적  $\theta^*(t)$ 에 대한 오차 벡터  $\mathbf{e}_\theta$ 는 각각

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_x &= \mathbf{x} - \mathbf{x}^* = [e_x, \dot{e}_x, \dots, e_x^{(n-1)}]^T \\ \mathbf{e}_\theta &= \theta - \theta^* = [e_\theta, \dot{e}_\theta, \dots, e_\theta^{(n-1)}]^T \end{aligned} \quad (4.3)$$

로 표현될 수 있다. 또한, 항상, 시변 슬라이딩 평면  $s(t)$ 는 식 (4.4)와 같이 상태공간  $R^n$ 에서 다음과 같은 스칼라 방정식에 의해 정의된다.

$$s(\mathbf{e}, t) = (\frac{d}{dt} + g_a)^{n-1} \cdot \mathbf{e} = 0 \quad (4.4)$$

여기서,  $g_a$ 는 슬라이딩 평면의 기울기로 해석될 수 있는 양의 상수이며, Ball의 위치와 Beam의 경사각 제어 문제로 분리 가능한 Ball-Beam 시스템에 적용되면, 식 (4.4)로부터  $n$ 차 상태 궤적의 문제는 다음의 Lyapunov 함수  $V$ 에 의해

$$\begin{aligned} V_{x,\theta} &= \frac{1}{2} \cdot s_{x,\theta}^2 > 0 \\ \dot{V}_{x,\theta} &= s_{x,\theta} \cdot \dot{s}_{x,\theta} \leq 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

$s_{x,\theta} \rightarrow 0$ 이 되는 2차 안정화 문제로 간주될 수 있다. 즉, 슬라이딩 평면은  $s_{x,\theta} = g_a \cdot e_{x,\theta} + \dot{e}_{x,\theta}$ 과 같이 정의될 수

있다. 여기서,  $s$ 의 아래 첨자  $x$  및  $\theta$ 는 Ball의 위치 및 Beam의 경사각에 대한 각각의 슬라이딩 평면을 나타낸다. 이 경우 안정상태에 대한 강인성은 식 (4.5)의 Lyapunov 함수  $V$ 로부터 다음과 같이 유도되어지므로, 수렴조건은 식 (4.6)과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$s_{x,\theta} \cdot \dot{s}_{x,\theta} \leq -\lambda_{x,\theta} |s_{x,\theta}| \quad (4.6)$$

여기서,  $\lambda_{x,\theta}$ 는 양의 상수이며,  $s_{x,\theta} \cdot \dot{s}_{x,\theta}$ 의 최대값 즉,  $\beta_{x,\theta}$ 를 구하기 위해 스위칭 평면  $s_{x,\theta}$ 를 식 (4.7)과 같이 슬라이딩 영역으로 변환하면

$$|s_{x,\theta}| \geq \frac{\beta_{x,\theta}}{\lambda_{x,\theta}} = \delta_{x,\theta} \quad (4.7)$$

로 된다. Ball의 위치를 요구 궤적  $\mathbf{x}^*$ 에 추종시키려면, Beam의 경사각에 대한 슬라이딩 평면보다 Ball의 위치에 대한 슬라이딩 평면을 중심으로 제어를 행할 필요가 있으므로,  $k$ 는  $s_x$ 에 대해서만 스위칭되고, Ball의 위치에 대한 제어 입력  $u_{xsmc}$  및 Beam의 경사각에 대한 제어 입력  $u_{\theta smc}$ 로 나누어 식 (4.8)과 같이 표현할 수 있다.

$$u = -k \cdot \text{sgn}(s_x \cdot \dot{s}_x) + u_{xsmc} + u_{\theta smc} \quad (4.8)$$

$$\text{여기서, } \text{sgn}(s_x \cdot \dot{s}_x) = \begin{cases} +1, & s_x \cdot \dot{s}_x > 0 \\ 0, & s_x \cdot \dot{s}_x = 0 \\ -1, & s_x \cdot \dot{s}_x < 0 \end{cases}$$

이다. 식 (4.8)의  $u_{smc} = u_{xsmc} + u_{\theta smc}$ 는 식 (4.9)와 같이 FSFC의 등가 제어 입력  $u_{eq}$ 로 변환된다.

$$\begin{aligned} u_{eq} &= -K \cdot \mathbf{x}(t) = u_{xsmc} + u_{\theta smc} \\ &= -(k_1 \cdot x_1 + k_2 \cdot x_2 + k_3 \cdot x_3 + k_4 \cdot x_4) \end{aligned} \quad (4.9)$$

여기서, 일반화된 스위칭 동작을 행하는 제어 입력 파라미터는 Ball의 위치  $x_1$  및 Beam 경사각  $x_3$ 와 이들 각각의 도함수  $x_2$  및  $x_4$ 에 대하여

$$\begin{aligned} k_1 &= \begin{cases} k_{11}, x_1 \cdot s_x < 0 \\ k_{12}, x_1 \cdot s_x > 0 \end{cases}, & k_2 &= \begin{cases} k_{21}, x_2 \cdot \dot{s}_x < 0 \\ k_{22}, x_2 \cdot \dot{s}_x > 0 \end{cases} \\ k_3 &= \begin{cases} k_{31}, x_3 \cdot s_\theta < 0 \\ k_{32}, x_3 \cdot s_\theta > 0 \end{cases}, & k_4 &= \begin{cases} k_{41}, x_4 \cdot \dot{s}_\theta < 0 \\ k_{42}, x_4 \cdot \dot{s}_\theta > 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (4.10)$$

로 정의한다. 모든 스위칭 조건에 상태 변수가 곱해 진 것은 실제 시스템의 상태를 요구궤적에 빠르게 추종시키기 위한 것이며, 특히, 스위칭 파라미터  $k_2$  및  $k_4$ 에 스위칭 조건

으로  $s$ 를 사용한 경우 보다  $\dot{s}$ 를 사용하게 되면 상태에 따라 구조의 변화가 더욱 빨라지게 되므로 고속의 양호한 응답특성이 기대될 수 있다. 따라서, 슬라이딩 모드 제어시스템의 설계는 식 (4.10)에 기술된 8개의 스위칭 파라미터들의 선택과  $G_a^T = [g_a \ 1 \ g_a \ 1]$ 에 의해 결정된 식 (4.2)의 슬라이딩 평면에 의해 식 (4.11)의 파라미터 벡터를 찾는 문제로 용약된다. 여기서, 문제를 간단히 하기 위해 위치 및 경사각에 대한 두 개의 슬라이딩 평면  $S_x$  및  $S_\theta$ 의 기울기  $g_a$ 를 동일하게 두었다.

$$P_i = [g_a, k_{11}, k_{12}, k_{21}, k_{22}, k_{31}, k_{32}, k_{41}, k_{42}]^T \quad (4.11)$$

즉, 해 공간에서

$$P = \{P_i \mid \|P_i\|_{L_2} < \infty, \forall i \in \mathbb{R}^9 \} \quad (4.12)$$

이여, 여기서,  $\mathbb{R}^9$ 는 식 (4.11)의 슬라이딩 모드의 실수 스위칭 파라미터 집합을 의미하며, 탐색하고자하는 실수의 파라미터 수가 9임을 나타낸다. 또한,  $P_i$ 의  $L_2$ norm은 참고문현 [12]에서 정의된 Kakutani의 거리 등가정리[Metric Equivalence Theory]로부터 계산된다. 이 시스템에 대한 슬라이딩 평면과 동작 패턴은 그림 3과 같이 표현될 수 있다.

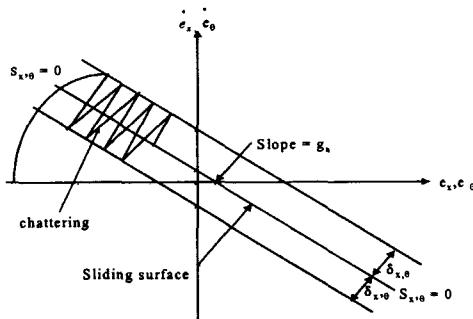


그림 3 슬라이딩 동작의 형태

Fig. 3 Pattern of sliding motion

## 5. RVEGA SMC의 설계

대표적인 비선형 프로세스의 하나인 Ball-Beam 시스템 제어기를 설계하기 위해 GA를 이용한 식 (4.10)의 제어 파라미터의 최적화에 의해, Ball의 위치 및 Beam의 경사각을 신속, 정확하게 추종할 수 있고 비교적 파라미터의 변동과 외란에 강한 RVEGA SMC를 설계하고자 한다.

### 5.1 GA

일반적인 유전 알고리즘에서 변수들을 2진 스트링 표현법에 의하여 표현하는 경우, 높은 정밀도가 요구되어 질수록 스트링의 길이는 매우 길어지게 된다. 또한, GA는 다른 알

고리즘과는 달리 많은 연산을 필요로 하기 때문에, 스트링의 길이가 길어 질수록 많은 계산 시간과 기억 용량을 요구하게 되며, 수렴 속도 또한 늦어지게 된다. 따라서, 많은 파라미터의 최적화를 필요로 하는 SMC의 경우, 이진 스트링으로 표현하는 데 한계가 따른다.

그리고, 유한 길이의 이진 스트링으로 표현된 각각의 염색체는 목적 함수에 의해 적합도(fitness)를 산출하기 위해 실제 변수들의 값으로 변환하는 것이 요구되며, 정도가 저하될 수 있다. 또한, 평가, 복제, 교배 과정에서 계속적으로 생성되어지는 염색체들은 세대가 지남에 따라 더 이상 우수한 새로운 염색체를 생성하지 못하거나, 퇴조시키는 국부적 최적값에 빠질 가능성이 높다.

## 5.2 RVEGA

이상에서 지적한 바와 같이 일반적인 GA는 그 구조의 단순성으로 인해 조기수렴의 문제가 발생할 수 있으며, 가장 좋은 염색체가 roulette wheel 선택 과정에 의해 파괴되어 질 수도 있다. 이로 인해 이것은 세대가 지나도 해가 목적 함수의 최적한 값에 수렴하지 못하고 진동을 초래하는 원인이 되기도 한다.

따라서, 본 논문에서는 이를 해결하기 위해 RVEGA를 도입하였다. 이것은 복제, 교배, 돌연변이에 의해 생성된 새로운 염색체들의 적합도를 이전 세대의 가장 우수인 염색체의 적합도와 비교하여 그 값보다 크면 새로운 염색체로서 선택하고, 그렇지 않으면 버리는 것이다. RVEGA는 각각의 염색체를 변수의 상·하한치 내에서 랜덤하게 발생시켜, 탐색할 각각의 변수를 실수치 자체로 구성한다. 또한, 프로그램으로 코딩하는 과정에서 이진 스트링 표현보다 빠른 속도와 작은 기억용량을 필요로 하기 때문에, 파라미터 각 개체의 특성들은 관련 스트링들을 하나로 통합한 유전 염색체로 나타낼 수 있다는 장점을 가지고 있다. 그림 4에 RVEGA의 흐름도를 나타내었다.

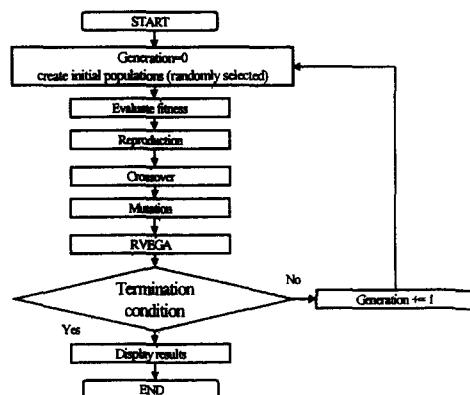


그림 4 RVEGA의 흐름도

Fig. 4 Flowchart for RVEGA

이상에서 언급된 바와 같이, 탐색할 각 파라미터 변수들을 실수치 자체로 표현된 염색체를 사용한다. 즉, 한 개의 파라미터는 하나의 셀 단위로 구성된다. 본 논문에서 실행한 RVEGA의 구체적인 과정을 요약하면 다음과 같다.

먼저, 염색체 패턴을 정의하고 초기 개체를 설정한다. 즉, 구하고자 하는 파라미터들을 나타내는 식 (4.11)을 실수 형태로 배열하고, 초기 개체는 사전 정의된 개체수  $N$  만큼 각 파라미터들의 변동 범위 내에서 랜덤하게 설정한다. 파라미터 변수들을 실수치 자체로 표현된 염색체를 사용한다.

둘째, 엘리티스트(Elitist) 유전 알고리즘을 이용하여 선정된 각 개체들의 적합도를 식 (6.1)로 평가한다. 여기서, 적합도가 높은 우성의 염색체를 보존하고, 열성의 염색체는 제거시킨다. 그리고, 나머지 개체에 대하여는 Roulette Wheel에 의해 지정된 교배점에서 교배확률  $P_c$ 로 셀 단위의 교배를 행한다.

셋째, 돌연변이 확률  $P_m$ 에 의해 각 염색체의 전체 길이를  $L$  셀 이라 할 때,  $m = N \times L \times P_m$ 인 셀 수 만큼, 해당 셀의 실수치를 미리 정해진 상하한치 내에서 랜덤하게 발생시켜 돌연변이를 행하게 된다. 수렴 조건을 만족할 때까지 둘째 단계로 돌아가서 동일한 과정을 반복한다.

## 6. 시뮬레이션 결과 및 고찰

본 논문에서 사용된 Ball-Beam 시스템의 사양은 표 1과 같다.

표 1 Ball-Beam 시스템의 사양

Table 1 Specifications of ball-beam system

Parameter	Description	Value	Unit
$m$	Mass of the Ball	0.02818	kg
$g$	Gravitational constant	9.81	$m/s^2$
$\theta$	Beam angle	-	rad
$x$	Ball Position	-	m
R	Ball radius	0.0095	m
$r$	Radius of Rolling Ball	0.006833	m
I	Inertia Moment of Ball	$1.0172 \times 10^{-5}$	$kg \cdot m^2$
v	Velocity of Ball	-	%

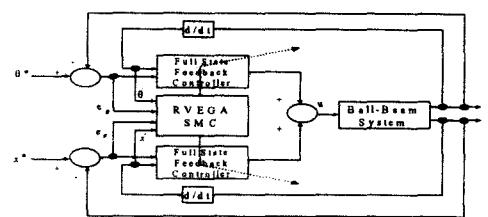


그림 5 RVEGA SMC의 구조

Fig. 5 Architecture of RVEGA SMC

그림 6은 시뮬레이션에 사용된 Ball-Beam 상호간의 동특성을 고려한 RVEGA SMC의 구성도를 나타내었다.

그림 5에서 Ball의 목표 위치  $x^*$ 와 현재 위치  $x$ 와의 위치오차  $e_x$ 와 속도  $\dot{x}$ , Beam의 목표 경사각  $\theta^*$ 와 현재 경사각  $\theta$ 와의 경사각 오차  $e_\theta$ , 그 각속도  $\dot{\theta}$ 로부터 RVEGA에 의해 FSFC의 최적 파라미터  $k_1, k_2, k_3, k_4$ 를 각각 결정한다. Ball-Beam 시스템의 직류 서보 모터에 인가되는 제어입력 전압  $u$ 는  $-10 \sim +10[V]$ 의 아날로그 전압으로 하며, Ball-Beam 시스템을 구동시키는 조작량이 된다. 먼저, 식 (4.9)의 슬라이딩 모드 제어기를 설계하기 위해 각 파라미터들을 식 (4.11)과 (4.12)와 같이 실수의 염색체 패턴으로 배열한 후 Two-point 교배를 시행하며, 돌연변이 확률을 적용하여 해 집단을 얻게 된다. 교배율, 돌연변이 확률, 개체 크기, 최대 세대수는 각각 0.8, 0.2, 20, 100이며, 두 염색체의 유전자들의 적합도  $F(P)$ 는 식 (6.1)과 같이  $t_i$  시간 동안에 취득한 Ball의 위치 오차  $e_x$ 와 Beam의 경사각 오차  $e_\theta$ 에 대한 각각의 제곱의 합에 대한 평균의 역수를 취하였다.

$$F(P) = \frac{1}{\frac{1}{N} \cdot \sum_{t=0}^{t_i} (e_x^2 + e_\theta^2)} \quad (6.1)$$

단, 여기서  $N$ 은 시간  $t_i$  동안 취득한 데이터의 수를 나타내며, 각 세대의 최대 적합도는 식 (6.1)에 의해 신속하게 수렴하여 최대치에 도달한다. 이에 따라서 구한 RVEGA SMC의 최적 파라미터들은 식 (6.2)에 나타나 있다.

$$g = 0.35, k_1 = \begin{cases} 11.569, x_1 \cdot s_x < 0 \\ 13.914, x_1 \cdot s_x > 0 \end{cases}, k_2 = \begin{cases} 9.595, x_2 \cdot s_x < 0 \\ 14.038, x_2 \cdot s_x > 0 \end{cases}$$

$$k_3 = \begin{cases} 36.063, x_3 \cdot s_\theta < 0 \\ -0.737, x_3 \cdot s_\theta > 0 \end{cases}, k_4 = \begin{cases} 19.751, x_4 \cdot s_\theta < 0 \\ 6.138, x_4 \cdot s_\theta > 0 \end{cases} \quad (6.2)$$

그림 6은 DPIDC, FSFC, 그리고 본 논문에서 제안된 RVEGA SMC 제어기를 이용하여 입력전압의 제약이 없을 경우의 시뮬레이션 결과이며, (a), (b)와 (c)는 각각 Ball 위치  $x$ , Beam의 경사각  $\theta$ , 제어입력 전압  $u$ 를 각각 나타내고 있다. 여기서, Ball의 위치 와 Beam의 경사각에 대한 초기치와 목표치는 각각 [0.3m, 0.15rad], [0 m, 0 rad]이다.

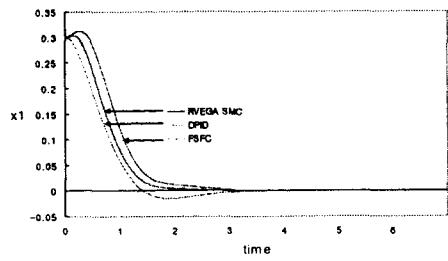
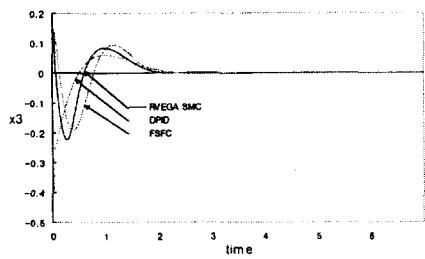
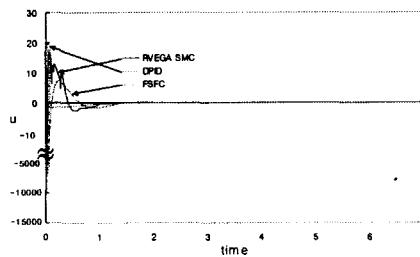
(a) Ball의 위치  $x$   
(a) Ball position  $x$ (b) Beam의 경사각  $\theta$   
(b) Beam angle  $\theta$ (c) 제어 입력  $u$   
(c) Control input  $u$ 

그림 6 입력 제약이 없을 시의 시뮬레이션 결과

Fig. 6 Simulation Results without Bounded Input Conditions

또한, RVEGA에 의해 구해 DPIDC에 사용된 파라미터는  $K_{Px}=10.645$ ,  $K_E=20.703$ ,  $K_{Dx}=5.022$ ,  $K_{Pe}=32.511$ ,  $K_{Ee}=23.316$ ,  $K_{De}=33.470$ 이며, 시뮬레이션 결과를 살펴보면, 1% 이내의 정정시간에서 3.53[sec], 최대 오차는 0.015[m]이며, 실제 시스템의 초기 제어입력은 -8.589[V]임을 알 수 있다. FSFC시 1% 이내의 정정시간은 4.05[sec], 최대 오차는 0.011[m]이며, 시스템의 초기 제어입력은 -32.6[V]로서, DPIDC에 비해 작은 입력을 요하고 있다. 한편, 제안된 RVEGA SMC의 제어는 오차없이 1% 이내 정정시간은 3.11[sec]로 되었다. 이는 FSFC시 보다 정정시간이 0.94[sec] 빠르고, 정확하게 목표치에 도달한다는 사실을 보여준다. 그러나, 시스템의 제어입력은 -185[V]로 큰 값을 필요로 하고 있다.

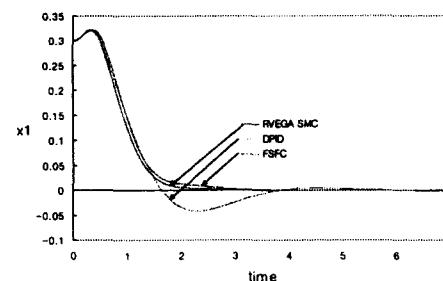
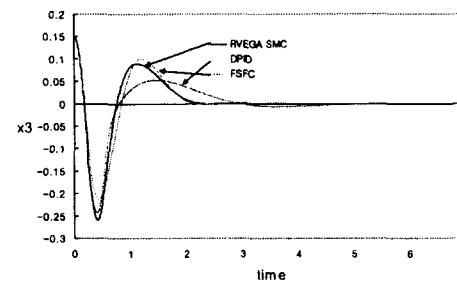
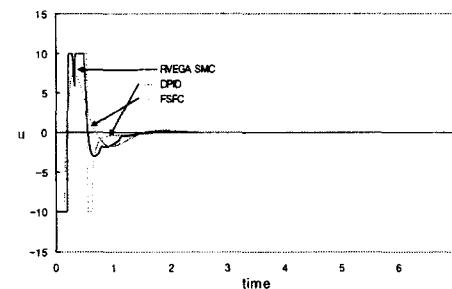
(a) Ball의 위치  $x$   
(a) Ball position  $x$ (b) Beam의 경사각  $\theta$   
(b) Beam angle  $\theta$ (c) 제어 입력  $u$   
(c) Control input  $u$ 

그림 7 입력 제약시 시뮬레이션 결과

Fig. 7 Simulation Results with Bounded Input Conditions

그림 7은 제어 입력전압의 제약이  $-10 \sim +10$ [V]인 경우의 시뮬레이션 결과이며, Ball의 위치와 Beam의 경사각에 대한 초기치와 목표치는 각각 [0.3m, 0.15rad], [0 m, 0 rad]으로 두었다. DPIDC에 대한 시뮬레이션 결과를 살펴보면, 1% 이내의 정정시간은 6.17[sec], 최대 오차는 0.041[m]이다. FSFC는 1% 이내의 정정시간 6.27 [sec], 최대 오차는 0.022[m]를 나타내고 있다.

그러나, 본 논문에서 제안된 RVEGA SMC의 경우, 1% 이내로의 정정시간이 3.29[sec] 임을 알 수 있으며, 이는

표 2 시뮬레이션 결과

Table 2 Simulation Results

(a) Unbounded Input

Control Conditions Response Characteristic	Unbounded Input		
	DPIIDC	FSFC	RVEGA SMC
Settling Time(1%)[sec]	3.53	4.05	3.11
Maximum Error[m]	0.015	0.011	0.002
Initial Voltage[V]	-8,589	-32.6	-185

(b) Bounded Input

Control Conditions Response Characteristic	Bounded Input(-10~+10V)		
	DPIIDC	FSFC	RVEGA SMC
Settling Time(1%)[sec]	6.17	6.27	3.29
Maximum Error[m]	0.041	0.022	0.019
Initial Voltage[V]	-10	-10	-10

FSFC 보다 정정시간이 2.88[sec], DPIIDC 보다는 2.78[sec] 빠르게 목표치에 도달한다는 사실을 보여준다. 위의 시뮬레이션 결과를 종합해 보면 표 2와 같다

## 7. 결 론

Ball-beam 시스템은 구조적 불안정성 및 비선형성으로 인해 선형화 없이 종래의 제어기법으로 안정화 제어를 행한다는 것은 어려운 과제 중의 하나이다. 선형화된 모델에 대해 PID 제어나 FSFC를 적용할 경우, 안정 범위가 협소해져서, 미소한 구조적 변동이나 내, 외부의 외란에 의해 쉽게 불안정해지게 된다.

따라서, 본 논문에서는 비선형이 강한 Ball-Beam 시스템 제어를 위해, 세종류의 제어기 즉, 목표위치 및 경사각 오차를 동시에 반영한 DPIIDC, FSFC 및 제어기의 구조가 변경되는 SMC에 대하여 소개하였다. 특히, 이들 각 이득 파라미터들은 RVEGA에 의해 최적화되어지며, 세가지의 제어기 중 RVEGA SMC에 대하여 주로 논의하였다.

시뮬레이션 결과, DPIIDC나 FSFC 보다 도달 시간과 정정 시간은 물론, 오버슈트나 언더슈트 없이 각각 1.8[sec], 4.5[sec] 빠르게 도달한다는 사실을 알 수 있었다. 즉, 본 논문에서 제안한 RVEGA SMC는 다른 두 종류의 제어기 보

다, 제어기 구조가 변경되므로 Ball의 위치 및 Beam의 경사각에 대한 목표치에 더욱 빠르고, 정확하게 추종할 수 있음을 확인하였다.

향후, 제안된 DPIDC와 RVEGA SMC의 하드웨어적인 실현 및 실시간 제어 등이 과제로 남아있다.

## 참 고 문 헌

- [1] P. E. Wellstead, V. Chrimes, P. R. Fletcher, R. Moody, and A. J. Robins, "The Ball and Beam Control Experiment", Int. J. Elec. Engine Educ., Vol. 15, pp. 21-39, 1978.
- [2] John Hauser, Shankar Sastry, and Peter Kokotovic, "Nonlinear Control Via Approximate Input-Output Linearization: The Ball and Beam Example", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 37, No. 3, pp. 392-398, 1992.
- [3] Andrew R. Teel, "Semi-global Stabilization of the Ball and Beam using Output Feedback", Proceedings of the American Control Conference, pp. 2577-2581, 1993.
- [4] Eric Laokonen and Stephan Yukovich, "A Ball and Beam Testbed For Fuzzy Identification and Control Design", Proceedings of the American Control Conference, pp. 665-669, 1993.
- [5] Yuhong Jiang, C. McCorkell, and R. B. Zmood, "Application of Neural Network for Real time Control of A Ball-Beam System", IEEE, pp. 2397-2401, 1995.
- [6] Chia-Ju Wu and Ching-Huo Huang, "A Hybrid Method for parameter Tuning of PID Controllers", J. Franklin Inst., Vol. B334, no. 4, pp. 547-562, 1997.
- [7] Li-xin Wang, "Stable and Optimal Fuzzy Control of Linear Systems", IEEE Transaction on Fuzzy Systems Vol. 6, No. 1, pp. 137-143, Feb. 1998.
- [8] B. C. Chang, Harry Kwakernaak, and Shih-Shuing Hu, "An Application of Robust Feedback Linearization to a Ball and Beam Control problem", Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications, pp. 694-698, 1998.
- [9] Jacob S. Glower and Jeffrey Munighan, "Designing Fuzzy Controllers from a Variables Structures Standpoint", IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 5, no. 1, pp. 138-144, 1997.
- [10] Harry N. Iordanou and Brian W. Surgenor, "Experimental Evaluation of Robustness of Discrete Sliding Mode Control Versus Linear Quadratic Control", IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 5, no. 2, pp. 254-264, 1997.
- [11] Jen-Yang Chen, "Expert SMC-based Fuzzy Control with Genetic Algorithms", Journal of Franklin Institute, pp. 589-610, 1997.
- [12] Rolewicz, S, "Functional analysis and control theory", Dordrecht, Holland : D. Reidel Pub. Co. 1987.

## 저자 소개

### 김태우 (金泰佑)



1963년 11월 20일 생. 1989년 동아대 전기공학과 졸업. 1993년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1996년 동 대학원 박사과정 수료.

Tel : (051) 200-6859

E-mail : i937598@seunghak.donga.ac.kr

### 이준탁 (李浚杓)



1956년 11월 21일 생. 1979년 동아대 공과대학 전기공학과 졸업. 1981년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1988년 중앙대 대학원 전기공학과 졸업(공박). 1997년 8월 ~ 1998년 2월 일본 쓰꾸바대학교 객원 연구원. 현재 동아대 전기공학과 부교수.

Tel : (051) 200-7740

E-mail : jtlee@seunghak.donga.ac.kr