

GA를 이용한 개선된 루프 형성법을 갖는 QFT 설계방법

論文

48A - 8 - 8

A Design Method of QFT with Improved Loop Shaping Approach using GA

金周植* · 李相赫** · 柳正雄***

(Ju-Sik Kim · Sang Hyuk Lee · Jeong-Woong Ryu)

Abstract – QFT(Quantitative Feedback Theory) is a very practical design technique that emphasizes the use of feedback for achieving the desired system performance tolerances in despite of plant uncertainty and disturbance. The fundamental concept of QFT is a loop shaping procedure that a suitable controller can be found by shaping a nominal loop transfer function. The loop shaping synthesis involves the identification of a structure and the specialization of parameter optimization of a desired system. This paper presents an improved loop shaping approach of QFT with model validation using GA(Genetic Algorithm). The method presented in this paper removes the problems of iterative operation, transformation error, and model validation in the conventional methods without consideration of frequency domain.

Key Words : QFT, GA, Loop Shaping, Model Validation, RLS

1. 서 론

QFT는 플랜트에 존재하는 불확실성 또는 외란에 대해 장인성을 보장할 수 있는 피드백 제어계의 실제적인 설계방법으로 I. Horowitz에 의해 제안되었다. QFT에 의한 설계의 주목적 중 하나는 최소의 대역폭을 갖는 간단, 저차 제어기를 설계하는 것이며, 궁극적으로 루프형성(loop shaping)의 결과로부터 얻어진다. 실제 QFT의 루프형성은 주파수응답의 경계조건을 니콜스(Nichols) 선도에 표현하고, 이러한 조건에 맞는 루프 전달함수를 식별하는 과정이다[1-3].

기존 QFT 설계방법에서 사용된 루프형성 알고리듬들은 주어진 경계조건들 즉, 크기와 위상응답으로 주어진 데이터에 적합하도록 영점과 극점을 계속적으로 추가해 가는 절충(Trade-offs)법을 시작으로 그 개선 방식들 그리고 경계조건들을 시간영역으로 변환하여 시스템 식별방법을 이용하는 기법들이 제안되었다. 그러나 이 기법들에는 반복연산을 계속적으로 수행해야 하거나, 변환 상 오차에 의해서 적절치 못한 전달함수를 식별하는 문제가 발생할 수 있다[1-7]. 따라서 이 문제점을 해결할 수 있는 루프 형성과정의 개선과 탐색 알고리듬의 적용에 의한 모델확인방법에 관한 연구가 선행되어야 한다.

탐색 알고리듬 중의 하나인 유전 알고리듬은 자연세계의 진화과정을 컴퓨터 상에서 시뮬레이션 함으로써 복잡한 실

세계의 문제를 해결하고자 하는 계산모델로서 J. Holland에 의해 1975년에 개발된 전역적인 최적화 알고리듬이다. 유전 알고리듬은 생물학적 유전인자인 염색체에 해당하는 문자열을 가지고 생물과 같은 재생산, 교배, 돌연변이를 거쳐서 다음 세대의 새로운 자손을 인공적으로 만들어 낸다. 그리고 자연의 생물 유전을 모방한 연산자들을 반복적으로 적용하여 적합한 해를 탐색한다[8-10]. 따라서 유전 알고리듬은 루프형성에 의해 결정할 루프 전달함수에 대한 모델확인 및 최적 설계영역의 결정방법으로 적절한 방법이다.

본 연구에서는 유전 알고리듬을 이용한 최적 설계영역과 모델확인을 갖는 개선된 루프 형성법을 포함한 새로운 QFT 설계방법을 제안한다. 이 방법은 루프 형성과정에 유전 알고리듬을 도입하여 공칭루프 전달함수를 식별하기 위한 최적의 주파수범위를 결정하고, 이 범위에서 차수와 계수를 식별하는 방법이다. 여기서 각 개체에 대한 루프 형성법은 기존의 방법에서 나타나는 시행착오 및 오차에 대한 문제점을 해결한 새로운 형태의 알고리듬이다. 이것은 각각의 주파수에서 크기와 위상이 복소평면의 허용영역에 놓이도록 공칭루프 전달함수를 결정하는 문제를 계수벡터의 파라미터 식별문제로 변환하는 것에 기반을 두고 있으며, 주파수응답에 의해서 합성된 2차원 입력 데이터 행렬과 출력 벡터를 입력 벡터와 스칼라 출력형태로 변환한 다음, RLS(Recursive Least Square)방법을 사용하여 루프 전달함수의 계수를 식별하는 방법이다.

제안된 방식의 유용성을 검증하기 위해 참고문헌 [3]과 [5]의 예제를 고려하였으며, 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 QFT의 기본개념을 소개하고, 3장에서는 개선된 QFT의 루프 형성법을 제안한다. 4장에서는 유전 알고리듬을 이용한 모델확인과 최적 설계영역의 결정법을 고려하며, 5장에서는 예제를 다룬다. 그리고 6장에서 결론을 맺는다.

* 正會員 : 忠北大 電氣工學科 制御研究室 · 工博

** 正會員 : 又松大 電子工學科 工博

*** 正會員 : 忠北大 電氣工學科 教授 · 工博

接受日字 : 1999年 1月 4日

最終完了 : 1999年 6月 30日

2. QFT의 기본개념

QFT는 플랜트에 존재하는 불확실성 또는 외란에 대해서 요구된 계통의 제어성능을 보장하기 위한 주파수영역에서의 강인 설계방법이다. 이 이론은 설계과정에서 피드백의 사용을 강조하고, 필요한 피드백의 양은 계통의 추적사양(tracking specifications) 및 외란제거사양(disturbance rejection specifications)에 의해 조합된 경계조건들과 플랜트의 파라미터에 포함된 불확실성의 집합에 의해서 조정된다. 이와 같이 QFT는 그림 1과 같은 MISO(Multi-Input Single-Output) 계통에 적용된 설계이론이며, 그 목적은 MISO 문제에 대한 해 즉, 각각의 주어진 제어성능을 만족하는 제어기의 전달함수를 구하는 것이다.

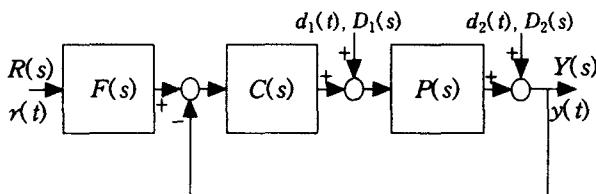


그림 1 피드백 제어계

Fig. 1 A feedback control system

그림 1의 $P(s)$ 는 불확실성을 포함하고 있는 플랜트의 전달함수이고, $C(s)$ 는 종속보상기의 전달함수이며, $F(s)$ 는 입력필터의 전달함수를 나타낸다. QFT를 이용한 피드백 제어계의 설계과정을 요약하면 다음과 같다[1-3].

단계 1) 설계사양(design specifications)

일반적으로 피드백 제어계의 설계에서 사양들은 시간영역에서의 경계조건으로 주어지지만, 주파수영역에서 수행되는 QFT에 의한 설계를 위해서는 시간영역에서 주어진 설계 사양을 주파수영역의 조건으로 변환해야 한다. 설계 사양으로는 안정조건과 추적경계조건 등으로 주어지는 추적사양과 외란제거사양이 있다.

단계 2) 플랜트 템플레이트(plant templates)

설계사양이 주어지면 QFT를 이용한 설계과정의 두 번째 단계로 플랜트의 불확실성을 주파수영역에서 나타내는 것이 필요하다. 플랜트 템플레이트는 임의의 한 주파수에서 가능한 플랜트 파라미터의 변동에 대한 주파수응답을 니콜스 선도에 표현한 것으로 정의한다.

단계 3) 경계조건(bounds)

QFT를 이용한 강인 제어기 설계과정의 세 번째 단계로 설계사양과 플랜트 템플레이트에 의해서 합성되는 경계조건을 고려할 필요가 있다. 이 경계조건들에 의해서 결정할 공칭루프 전달함수의 주파수응답 즉, 루프형성을 위한 경계조건이 주어진다. 이 조건에는 U-궤적, 추적경계조건(tracking bounds) 및 외란경계조건(disturbance bounds)이 있다. 그림 2는 위의 조건들로부터 구한 최종 경계조건을 나타낸다.

단계 4) 루프형성

QFT의 루프형성은 단계 3의 경계조건을 니콜스 선도에 표현하고, 이러한 조건에 맞는 루프 전달함수를 결정하는

과정이다. 즉, 그럼 2로부터 최적의 설계를 위해 경계조건인 U-궤적에 근접하고, 추적 및 외란경계조건에 의해서 합성된 최종 경계조건들을 만족하도록 공칭루프 전달함수를 결정하는 과정이다.

단계 5) 제어기의 설계

루프형성의 결과로 얻어진 공칭루프 전달함수는 그림 1로부터 $L_o(s) = C(s)P_o(s)$ 의 관계를 가지므로 제어기의 전달함수 $C(s) = L_o(s)/P_o(s)$ 이다. 여기서, $P_o(s)$ 는 공칭 플랜트의 전달함수를 나타낸다.

단계 6) 입력필터의 설계

설계된 제어기가 적절한 시간응답을 만족하지 못할 경우, 별도의 입력필터 $F(s)$ 를 구성한다.

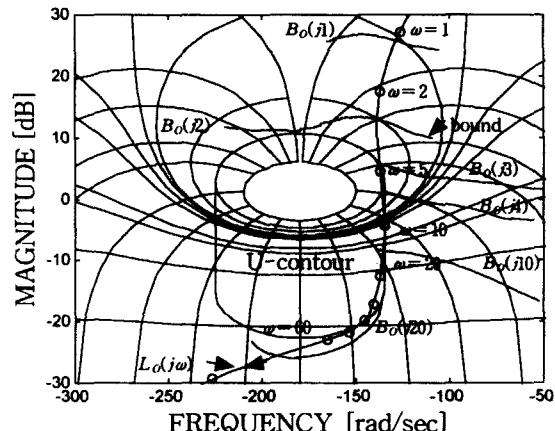


그림 2 니콜스 선도에서 $L_o(j\omega)$ 의 경계조건

Fig. 2 Bounds of $L_o(j\omega)$ on Nichols chart

3. 개선된 QFT의 루프 형성법

본 연구에서 제안한 QFT의 루프 형성법은 루프 전달함수를 결정하는 문제를 계수벡터의 식별문제로 변환한 것으로 QFT를 이용한 강인제어기 설계에 직접 이용할 수 있는 방법이다. 이 루프 형성법의 수행과정은 다음과 같다.

그림 2의 경계조건에 의해 얻어진 주파수응답 데이터로부터 루프 전달함수를 식별하기 위해 다음과 같은 $L_o(s)$ 를 고려하자.

$$L_o(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + b_{m-2} s^{m-2} + \cdots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \cdots + a_1 s + a_0} \quad (1)$$

여기서, $n \geq m$ 이다.

임의의 주파수 ω_i 에서 $L_o(s)$ 의 크기와 위상 응답을 A_i 와 ϕ_i 로 놓으면 식 (1)은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} L_o(j\omega_i) &= \frac{b_m(j\omega_i)^m + b_{m-1}(j\omega_i)^{m-1} + \cdots + b_1(j\omega_i) + b_0}{(j\omega_i)^n + a_{n-1}(j\omega_i)^{n-1} + a_{n-2}(j\omega_i)^{n-2} + \cdots + a_1(j\omega_i) + a_0} \\ &= M_i + jN_i \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, $M_i = A_i \cos \phi_i$, $N_i = A_i \sin \phi_i$ 이고, 아래첨자 i 는 고려된 데이터 범위에서 i 번째의 값을 나타낸다.

식 (2)를 각각의 주파수 ω_i 에서 실수부와 허수부로 구분, 정리하여 벡터식으로 표현하면 다음과 같다.

$$y_{Ri} = X_{Ri} \theta \quad (3)$$

$$y_{Hi} = X_{Hi} \theta \quad (4)$$

여기서, y_{Ri} 와 y_{Hi} 는 스칼라값이고, 벡터 $X_{Ri} \in R^{m+n+1}$, $X_{Hi} \in R^{m+n+1}$, 계수 $\theta \in R^{m+n+1}$ 를 다음과 같이 정의하면,

$$X_{Ri} = [P_{Ri} : Z_{Ri}] \quad (5)$$

$$X_{Hi} = [P_{Hi} : Z_{Hi}] \quad (6)$$

$$\theta = [a_{n-1} \ a_{n-2} \ \cdots \ a_1 \ a_0 : b_m \ b_{m-1} \ \cdots \ b_1 \ b_0]^T \quad (7)$$

이고, $P_{Ri} \in R^n$, $P_{Hi} \in R^n$, $Z_{Ri} \in R^{m+1}$, $Z_{Hi} \in R^{m+1}$, y_{Ri} , y_{Hi} 는 각각 다음 네 가지의 부언에 의해서 주어진다. 각각의 부언에서 $n \geq m$ 이고, $n, m, p, q, p', q' = 0, 1, 2, \dots$ 이다.

[부언 1] $n=2p$, $m=2q$ 인 경우에 P_{Ri} , P_{Hi} , Z_{Ri} , Z_{Hi} , y_{Ri} , y_{Hi} 는 각각 다음과 같다.

$$P_{Ri} = [\beta\omega_i^{n-1}N_i \ \alpha\omega_i^{n-2}M_i \ \alpha\omega_i^{n-3}N_i \ \beta\omega_i^{n-4}M_i \ \cdots \ M_i] \quad (8)$$

$$P_{Hi} = [\alpha\omega_i^{n-1}M_i \ \alpha\omega_i^{n-2}N_i \ \beta\omega_i^{n-3}M_i \ \beta\omega_i^{n-4}N_i \ \cdots \ N_i] \quad (9)$$

$$Z_{Ri} = [\gamma\omega_i^m \ 0 \ \delta\omega_i^{m-2} \ 0 \ \cdots \ -1] \quad (10)$$

$$Z_{Hi} = [0 \ \delta\omega_i^{m-1} \ 0 \ \gamma\omega_i^{m-3} \ \cdots \ 0] \quad (11)$$

$$y_{Ri} = \alpha\omega_i^n M_i \quad (12)$$

$$y_{Hi} = \alpha\omega_i^n N_i \quad (13)$$

여기서, α , β , γ , δ 는 n 과 m 에 따라 다음 값을 갖는다.

i) $n=2(2p'+1)$, $m=2(2q'+1)$ 이면,
 $\alpha=1$, $\beta=-1$, $\gamma=1$, $\delta=-1$ 이다.

ii) $n=2(2p'+1)$, $m=4q'$ 이면,
 $\alpha=1$, $\beta=-1$, $\gamma=-1$, $\delta=1$ 이다.

iii) $n=4p'$, $m=2(2q'+1)$ 이면,
 $\alpha=-1$, $\beta=1$, $\gamma=1$, $\delta=-1$ 이다.

iv) $n=4p'$, $m=4q'$ 이면,
 $\alpha=-1$, $\beta=1$, $\gamma=-1$, $\delta=1$ 이다. ■

[부언 2] $n=2p$, $m=2q+1$ 인 경우에 P_{Ri} , P_{Hi} , Z_{Ri} , Z_{Hi} , y_{Ri} , y_{Hi} 는 각각 다음과 같다.

$$P_{Ri} = [\beta\omega_i^{n-1}N_i \ \alpha\omega_i^{n-2}M_i \ \alpha\omega_i^{n-3}N_i \ \beta\omega_i^{n-4}M_i \ \cdots \ M_i] \quad (14)$$

$$P_{Hi} = [\alpha\omega_i^{n-1}M_i \ \alpha\omega_i^{n-2}N_i \ \beta\omega_i^{n-3}M_i \ \beta\omega_i^{n-4}N_i \ \cdots \ N_i] \quad (15)$$

$$Z_{Ri} = [0 \ \delta\omega_i^{m-1} \ 0 \ \gamma\omega_i^{m-3} \ \cdots \ -1] \quad (16)$$

$$Z_{Hi} = [\delta\omega_i^m \ 0 \ \gamma\omega_i^{m-2} \ 0 \ \cdots \ 0] \quad (17)$$

$$y_{Ri} = \alpha\omega_i^n M_i \quad (18)$$

$$y_{Hi} = \alpha\omega_i^n N_i \quad (19)$$

여기서, α , β , γ , δ 는 n 과 m 에 따라 다음 값을 갖는다.

i) $n=2(2p'+1)$, $m=2(2q'+1)-1$ 이면,
 $\alpha=1$, $\beta=-1$, $\gamma=1$, $\delta=-1$ 이다.

ii) $n=2(2p'+1)$, $m=4(q'+1)-1$ 이면,
 $\alpha=1$, $\beta=-1$, $\gamma=-1$, $\delta=1$ 이다.

iii) $n=4p'$, $m=2(2q'+1)-1$ 이면,
 $\alpha=-1$, $\beta=1$, $\gamma=1$, $\delta=-1$ 이다.

iv) $n=4p'$, $m=4(q'+1)-1$ 이면,
 $\alpha=-1$, $\beta=1$, $\gamma=-1$, $\delta=1$ 이다. ■

[부언 3] $n=2p+1$, $m=2q$ 인 경우에 P_{Ri} , P_{Hi} , Z_{Ri} , Z_{Hi} , y_{Ri} , y_{Hi} 는 각각 다음과 같다.

$$P_{Ri} = [\alpha\omega_i^{n-1}M_i \ \alpha\omega_i^{n-2}N_i \ \beta\omega_i^{n-3}M_i \ \beta\omega_i^{n-4}N_i \ \cdots \ M_i] \quad (20)$$

$$P_{Hi} = [\alpha\omega_i^{n-1}N_i \ \beta\omega_i^{n-2}M_i \ \beta\omega_i^{n-3}N_i \ \alpha\omega_i^{n-4}M_i \ \cdots \ N_i] \quad (21)$$

$$Z_{Ri} = [\gamma\omega_i^m \ 0 \ \delta\omega_i^{m-2} \ 0 \ \cdots \ -1] \quad (22)$$

$$Z_{Hi} = [0 \ \delta\omega_i^{m-1} \ 0 \ \gamma\omega_i^{m-3} \ \cdots \ 0] \quad (23)$$

$$y_{Ri} = \alpha\omega_i^n N_i \quad (24)$$

$$y_{Hi} = \beta\omega_i^n M_i \quad (25)$$

여기서, α , β , γ , δ 는 n 과 m 에 따라 다음 값을 갖는다.

i) $n=2(2p'+1)-1$, $m=2(2q'+1)$ 이면,
 $\alpha=1$, $\beta=-1$, $\gamma=1$, $\delta=-1$ 이다.

ii) $n=2(2p'+1)-1$, $m=4q'$ 이면,
 $\alpha=1$, $\beta=-1$, $\gamma=-1$, $\delta=1$ 이다.

iii) $n=4(p'+1)-1$, $m=2(2q'+1)$ 이면,
 $\alpha=-1$, $\beta=1$, $\gamma=1$, $\delta=-1$ 이다.

iv) $n=4(p'+1)-1$, $m=4q'$ 이면,
 $\alpha=-1$, $\beta=1$, $\gamma=-1$, $\delta=1$ 이다. ■

[부언 4] $n=2p+1$, $m=2q+1$ 인 경우에 P_{Ri} , P_{Hi} , Z_{Ri} , Z_{Hi} , y_{Ri} , y_{Hi} 는 각각 다음과 같다.

$$P_{Ri} = [\alpha\omega_i^{n-1}M_i \ \alpha\omega_i^{n-2}N_i \ \beta\omega_i^{n-3}M_i \ \beta\omega_i^{n-4}N_i \ \cdots \ M_i] \quad (26)$$

$$P_{Hi} = [\alpha\omega_i^{n-1}N_i \ \beta\omega_i^{n-2}M_i \ \beta\omega_i^{n-3}N_i \ \alpha\omega_i^{n-4}M_i \ \cdots \ N_i] \quad (27)$$

$$Z_{Ri} = [0 \ \delta\omega_i^{m-1} \ 0 \ \gamma\omega_i^{m-3} \ \cdots \ -1] \quad (28)$$

$$Z_{Hi} = [\delta\omega_i^m \ 0 \ \gamma\omega_i^{m-2} \ 0 \ \cdots \ 0] \quad (29)$$

$$y_{Ri} = \alpha\omega_i^n N_i \quad (30)$$

$$y_{Hi} = \beta\omega_i^n M_i \quad (31)$$

여기서, α , β , γ , δ 는 n 과 m 에 따라 다음 값을 갖는다.

i) $n=2(2p'+1)-1$, $m=2(2q'+1)-1$ 이면,
 $\alpha=1$, $\beta=-1$, $\gamma=1$, $\delta=-1$ 이다.

ii) $n=2(2p'+1)-1$, $m=4(q'+1)-1$ 이면,
 $\alpha=1$, $\beta=-1$, $\gamma=-1$, $\delta=1$ 이다.

iii) $n=4(p'+1)-1$, $m=2(2q'+1)-1$ 이면,

$$\alpha = -1, \beta = 1, \gamma = 1, \delta = -1 \text{이다.}$$

- iv) $n = 4(p'+1)-1, m = 4(q'+1)-1$ 이면,
 $\alpha = -1, \beta = 1, \gamma = -1, \delta = 1$ 이다. ■

위의 부언들로부터 얻은 데이터에 의해서 루프 전달함수의 계수벡터 θ 를 식별하기 위해 $X_i \in R^{m+n+1}$ 와 y_i 를 다음과 같이 정의하면,

$$X_i = \exp(k \cdot i) \cdot (X_{Ri} + X_{Bi}) \quad (32)$$

$$y_i = \exp(k \cdot i) \cdot (y_{Ri} + y_{Bi}) \quad (33)$$

여기서, $\exp(k \cdot i)$ 는 가중치이고, $0 \leq k < 1$ 이다.

식 (3), (4), (32)와 (33)으로부터 다음과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$y_i = X_i \theta \quad (34)$$

그리고 식 (34)로부터 θ 의 i 번째 식별값 $\hat{\theta}_i$ 를 다음과 같은 최소자승형태의 식으로 표현할 수 있다[11, 12].

$$\hat{\theta}_i = \left[\sum_{i=1}^N X_i^T X_i \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^N X_i^T y_i \right] \quad (35)$$

그러나 식 (35)의 경우 식별할 루프 전달함수가 고차이거나, 넓은 주파수영역을 고려하면 $\det \left[\sum_{i=1}^N X_i^T X_i \right] = 0$ 가 될 수 있으므로 다음과 같은 순환형의 사용이 필요하다.

$$\hat{\theta}_i = \hat{\theta}_{i-1} + K_i \epsilon_i \quad (36)$$

$$K_i = P_i X_i^T \quad (37)$$

$$\epsilon_i = y_i - X_i \hat{\theta}_{i-1} \quad (38)$$

여기서, ϵ_i 는 i 번째 추정오차이고, $P_i \in R^{(n+m+1) \times (n+m+1)}$ 의 개선값과 벡터 $K_i \in R^{n+m+1}$ 은 다음과 같다.

$$P_i = P_{i-1} - \frac{P_{i-1} X_i^T X_i P_{i-1}}{1 + X_i P_{i-1} X_i^T} \quad (39)$$

$$K_i = \frac{P_{i-1} X_i^T}{1 + X_i P_{i-1} X_i^T} \quad (40)$$

4. 유전 알고리듬을 이용한 모델확인 및 최적 설계영역 결정방법

모델확인의 목적은 식별된 모델 즉, 전달함수 또는 상태방정식이 적절하게 표현되었는지에 대한 주관적, 객관적 기준을 만족하도록 하는 것과 요구된 모델 정확도의 한계 내에서 최소의 가능한 복잡성의 모델을 얻는 것이다. 특히 모델확인과정에서는 정확도의 차이가 모델과 실제 데이터 사이의 적합성 부족 때문인지 모델 복잡성의 부족에 의한 것인지를 구별하는 것이 필요하다. 따라서 모델의 차수결정과

관련된 시험은 파라미터화된 모델의 모든 식별에 관련하고, 확률적 판정기준은 관점의 수를 고려하여 개선되어야 할 것이다[12]. 또한 주파수영역 설계에 있어서는 설계 주파수범위에 따라 전체계통의 특성이 달라질 수 있으므로 이에 대한 고려가 필요하다.

본 연구에서는 위의 문제점 해결을 위해 유전 알고리듬을 이용하였으며, 각 개체에 대해 2장의 루프 형성법을 갖는 모델확인의 동작원리는 다음과 같이 설명된다.

유전 알고리듬을 적용하기 위해서는 먼저 문제에 대한 해를 염색체로 표현해야 한다. 본 연구에서는 루프 전달함수의 차수를 결정하는 문제를 식별할 계수벡터의 파라미터 수를 구하는 문제로 변환하고, 최적의 설계를 위한 주파수범위의 선정을 위해서 각 개체에 대한 변수값인 n 과 $m+1$, 그리고 저주파수역 ω_L 과 고주파수역 ω_U 를 이진 문자열로 그림 3과 같이 표현하였다.

order of transfer function		frequency band			
n	$m+1$	ω_L		ω_U	
0	0	..	0	1	0
1	0	1	..	1	1
1	1	0	..	0	1
0	0	0	..	1	0
..
n_c bit	n_c bit	n_c bit	n_c bit	n_c bit	n_c bit
$\longleftrightarrow 4 \times n_c \text{ bit} \longleftrightarrow$					

그림 3 염색체

Fig. 3 chromosome

유전 연산자에서 재생산은 각각의 문자열이 가지는 적합도에 따라 그 문자열을 복제하는 과정이며, 이때 적합함수는 사용자가 최대화하기를 원하는 어떠한 형태의 함수도 가능하다. 이 과정은 적합도가 높은 개체일수록 다음 세대에 더 많은 자손을 가질 확률이 높음을 의미하며, 이는 주어진 환경에 더 잘 적응하는 개체들은 살아남고, 적응하지 못한 개체는 도태되도록 유도함으로서 자연선택(natural selection) 현상을 모델링한다.

본 연구에서는 최상위의 두 개체는 항상 다음 세대에 유전자를 전달하고 최하위의 개체는 도태되는 엘리트(elite) 선택방법을 채택하였으며, 각 개체에 포함된 주파수역의 선정을 보다 원활하게 하기 위하여 부분적으로 룰렛 휠(roulette wheel) 선택방법을 이용하였다. 재생산 과정은 탐색 방향을 적합도가 가장 높은 개체 쪽으로 향하게 하지만 새로운 개체를 생성하지는 못한다. 따라서 다른 구조를 갖는 개체들을 탐구하기 위해 교배 연산자가 사용된다. 교배는 세 단계로 수행되며, 먼저 선택 연산자에 의해 개체군에서 두 개의 부모개체가 선택된다. 다음으로 이 두 부모개체가 염색체 교환을 일으키기 위해 교배 위치가 무작위로 결정된다. 마지막으로 교배위치를 기준으로 두 염색체간에 유전자 값이 교환되어 새로운 두 개의 자식개체가 생성된다.

돌연변이 연산자는 이진 문자열을 염색체로 사용하는 유전 알고리듬의 경우, 각각의 비트에 대해 돌연변이 확률에 따라 0은 1로 1은 0으로 변경하는 연산자이다. 돌연변이 연산자는 개체군의 다양성을 유지하는데 중요한 역할을 한다.

식 (36)으로부터 얻은 각각의 개체에 대한 최적화를 위한 적합함수는 각 개체의 적합도를 평가하는 기반이다. 본 연

구에서는 적합함수 f 를 주파수응답의 크기와 위상에 대한 오차와 식별한 파라미터 수를 함께 고려하고, 항상 양수의 값을 유지하도록 하기 위해서 다음과 같이 정의하였다.

$$f = \frac{1}{1 + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\lambda \varepsilon_{A_i} + (1-\lambda) \varepsilon_{\theta_i}] \left(1 + \frac{p_N}{N}\right)} \quad (41)$$

여기서, $\varepsilon_{A_i} = |A_i - \hat{A}_i|$, $\varepsilon_{\theta_i} = |\theta_i - \hat{\theta}_i|$, $0 < \lambda < 1$ 이고, \hat{A}_i , $\hat{\theta}_i$ 와 p_N 는 각각 가중값, 식별된 전달함수의 크기, 위상응답과 계수벡터의 파라미터 수이다. 그리고 표준화된 적합함수 즉, 스케일링 방법을 다음과 같이 고려하였다.

$$f' = f - \min(f) \quad (42)$$

2장의 루프 형성법과 위의 모델확인과정을 갖는 유전 알고리듬을 이용한 개선된 QFT의 루프 형성법 수행순서는 다음과 같다.

- 1) 세대수, 집단수, 교배율, 돌연변이율, 비트수 n_C , 데이터 수 N , 주파수 범위 ω_L , ω_U , 가중치 k , λ 및 적합함수를 선택하고, 파라미터 수 n 과 $m+1$ 에 의한 초기치 임의의 집단을 발생시킨다.
- 2) 제안된 QFT의 루프 형성법과 유전 알고리듬의 적합함수 계산, 선택, 교배, 돌연변이를 수행한다.
- for i = 1 : generation
 - {주파수범위 ω_L , ω_U , 파라미터 수 n , $m+1$ 을 선택한다.}
 - {식 (32)와 (33)에 의해 X_i 와 y_i 를 계산한다.}
 - {식 (36)~(40)을 수행하여 각각의 개체에 대한 루프 전달 함수를 계산한다.}
 - {루프형성의 결과로부터 적합함수 식 (41)을 계산한다.}
 - {엘리트 선택방법을 이용하여 최상위 두 개체를 선택하고, 새로운 집단에 유지시킨다.}
 - {룰렛 휠 선택방법을 부분적으로 병행한다.}
 - {적합도가 양의 값을 유지하도록 스케일링한다.}
 - {스케일링된 적합도에 근거하여 두 부모 개체를 선택한다.}
 - {선택된 부모개체로부터 교배율에 따라 교배 연산을 수행 한다.}
 - {엘리트 선택방법에 의해 선택된 두 개체에는 영향을 주지 않도록 돌연변이를 수행한다.}
 - end
 - 3) 설정한 세대수에 도달하거나 스케일링된 $f' = f - \min(f)$ 의 합이 0이 되면 하나의 값에 수렴하기 때문에 종료되고, 계수벡터의 파라미터 수와 식별값을 결정한다.

5. 예제

본 연구에서 제안한 루프 형성법의 유용성과 QFT 설계 문제의 직접적인 적용을 위해 두 가지의 예제를 고려한다. 첫 번째 예제에서는 불확실성을 갖는 플랜트를 대상으로 제안된 방법을 QFT 설계과정에 적용하는 문제를 고려하였으

며, 두 번째 예제에서는 참고문헌 [5]의 예제를 기준 모델로 전달함수를 추정하는 문제를 다루어 제안된 방법의 우수성을 검증하였다.

5.1 예제 1

본 연구에서 제안한 방법의 유용성을 보이기 위한 예제로 다음과 같은 플랜트를 고려하자[3].

$$P(s) = \frac{K}{s(s+a)} \quad (43)$$

여기서, 구간형태의 구조적 불확실성을 갖는 계수 a , K 는

$$a \in [1, 5], K \in [1, 5] \quad (44)$$

이고, 공청 플랜트의 전달함수는 다음과 같다.

$$P_0(s) = \frac{1}{s(s+1)} \quad (45)$$

설계사양으로는 안정조건과 추적경계조건으로 주어지는 추적사양만을 고려하였으며, 그 관계식은 각각 다음과 같다.

$$\left| \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \right| \leq 1.4 \text{ [dB]}, \text{ for } \omega \geq 10^{-4} \quad (46)$$

$$B_L(\omega) \leq \left| \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \right| \leq B_U(\omega), \text{ for } 10^{-1} \leq \omega \leq 10^2 \quad (47)$$

여기서, $L(j\omega) = C(j\omega)P(j\omega)$ 이고, $B_L(\omega)$ 과 $B_U(\omega)$ 는 표 1과 같다.

표 1 추적경계조건

Table 1 Tracking bounds

| ω [rad/sec] | 0.1 | 3 | 15 | 70 | 120 | ... |
|--------------------|--------|-----|--------|--------|--------|-----|
| $B_L(\omega)$ [dB] | -0.128 | -12 | -25.29 | -40.25 | -46.07 | ... |
| $B_U(\omega)$ [dB] | 0.015 | 1.4 | -10.07 | -26.03 | -29.88 | ... |

그림 4는 식 (44)의 불확실성을 고려한 식 (43)의 템플레이트를 나타내며, 그림 5는 그림 4의 템플레이트와 식 (46), (47) 및 표 1의 조건에 의해서 선정된 루프 형성의 결과 즉, 공청루프 전달함수 $L_0(s) = C(s)P_0(s)$ 의 경계조건이다. 이 조건들은 MATLAB QFT Toolbox를 이용하여 선정한 것이며, 이 조건에 의해서 주어진 주파수응답 데이터로부터 $L_0(s)$ 를 식별한다. 표 2는 본 연구에서 제안한 유전 알고리듬에 사용된 제어 파라미터와 개선된 루프 형성법의 적용을 위한 초기조건 그리고 이 방법에 의해서 식별된 주파수범위 및 계수벡터의 파라미터 수를 나타내며, 루프 형성과정에서 위상응답에 보다 큰 가중을 두기 위하여 $\lambda=0.4$ 로 고려하였다. 그리고 제안한 방법의 수행결과로부터 식별된 공청루프 전달함수 $L_0(s)$ 와 설계된 제어기의 전달함수 $C(s)$ 는 각각 다음과 같다.

$$L_D(s) = \frac{1.9868 \times 10^4 s^3 + 1.4404 \times 10^6 s^2 + 2.6878 \times 10^7 s + 6.8208 \times 10^7}{s^6 + 3.4824 \times 10^2 s^5 + 4.5621 \times 10^4 s^4 + 2.1474 \times 10^6 s^3 + 2.3261 \times 10^7 s^2 + 2.1159 \times 10^7} \quad (48)$$

$$C(s) = \frac{1.9868 \times 10^4 s^3 + 1.4404 \times 10^6 s^2 + 2.6878 \times 10^7 s + 6.8208 \times 10^7}{s^4 + 3.4742 \times 10^2 s^3 + 4.5273 \times 10^4 s^2 + 2.1021 \times 10^6 s + 2.1159 \times 10^7} \quad (49)$$

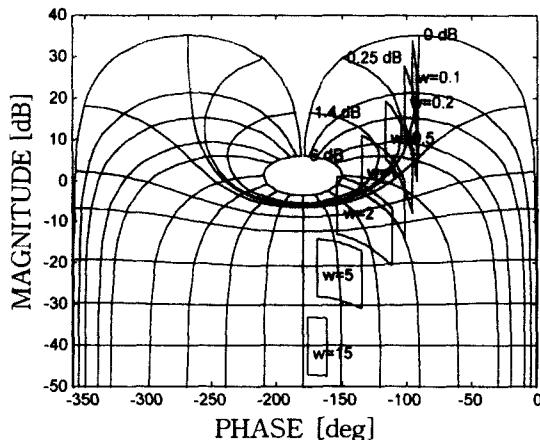


그림 4 플랜트 템플레이트

Fig. 4 Plant templates

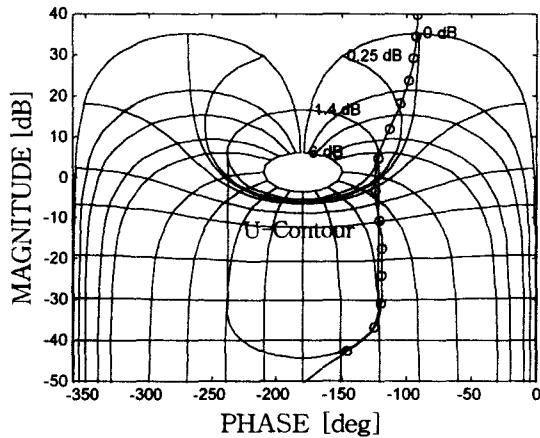


그림 5 루프형성 결과

Fig. 5 Loop shaping results

표 2 제어 파라미터, 초기조건, 주파수범위 및 파라미터 수
Table 2 Control parameter, initial condition, frequency region and number of parameter

| parameter | value |
|----------------------------|---|
| generation | 100 |
| population | 20 |
| crossover probability | 0.95 |
| mutate probability | 0.05 |
| chromosome n_c | 3bit |
| number of data N | 100 |
| weighting factor k | 0.5 |
| weighting factor λ | 0.4 |
| region | $10^{-3.5714} \leq \omega \leq 10^{2.7143}$ |
| numerator part | 4 |
| denominator part | 6 |

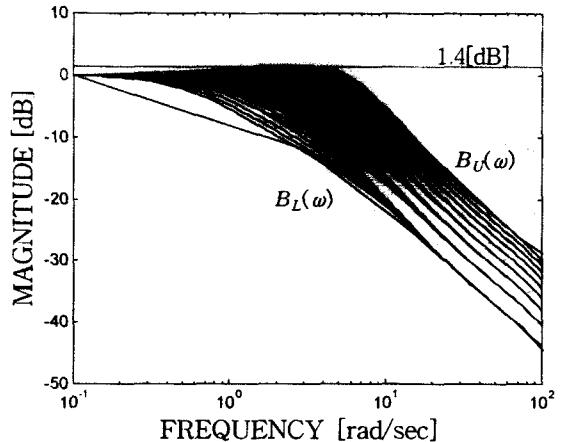
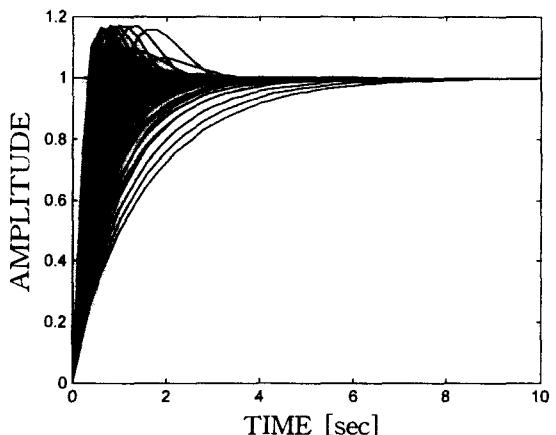
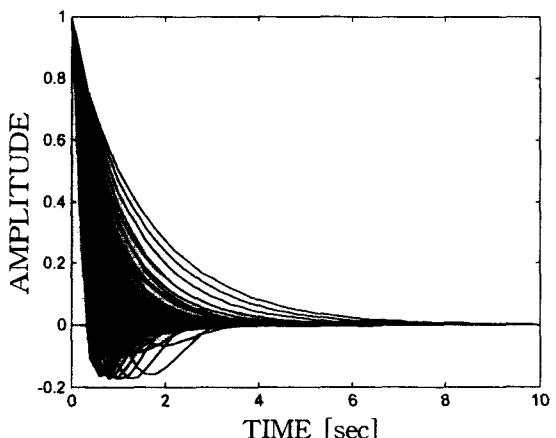


그림 6 전체계통의 주파수응답

Fig. 6 Frequency responses of overall system



(a) step responses for reference input



(b) step responses for disturbance input

그림 7 전체계통의 시간응답

Fig. 7 Time responses of overall system

그림 6은 설계된 제어기 즉, 식 (49)에 의한 전체계통의

주파수응답을 보드(Bode) 선도에 나타낸 것으로 식 (46), (47)과 표 1에서 고려한 설계사양인 안정조건과 추적경계조건이 만족되고 있음을 보여준다. 그럼 7은 설계된 제어기에 의한 전체계통의 시간응답을 나타낸 것으로 플랜트 파라미터 변동에 대해 최대 오버슈트는 0.2[pu] 내에 있고, 정착시간은 7[sec] 이내이며, 출력의란 $d_2(t)=1$ 에 대해서도 강인한 특성을 보임을 알 수 있다.

5.2 예제 2

본 연구에서 제안한 루프 형성법의 우수성을 보이기 위하여 참고문헌 [5]의 예제를 기준 모델로 전달함수를 식별하고자 한다. 여기서, 기준 모델의 전달함수는 다음과 같다.

$$G_R(s) = \frac{100s + 1000}{s^3 + 57s^2 + 360s + 500} = \frac{100(s+10)}{(s+2)(s+5)(s+50)} \quad (50)$$

표 3은 본 연구에서 제안된 방법에 사용된 제어 파라미터, 초기조건 그리고 이 방법에 의해서 식별된 주파수범위 및 계수벡터의 파라미터 수를 나타낸다. 그럼 8은 본 연구에서 제안된 루프 형성법의 수행결과로 식별된 전달함수의 계수를 나타내며, 식 (51)과 (52)는 참고문헌 [5]의 결과와 제안된 방법에 의해 식별된 전달함수를 각각 나타낸다.

$$G_f(s) = \frac{84.988(s+121.92)}{(s+1.485)(s+37.771)(s+90.565)} \quad (51)$$

$$G_K(s) = \frac{100s + 1000}{s^3 + 57s^2 + 360s + 500} \quad (52)$$

표 3 제어 파라미터, 초기조건, 주파수범위 및 파라미터 수
Table 3 Control parameter, initial condition, frequency region and number of parameter

| parameter | value |
|----------------------------|---|
| generation | 100 |
| population | 20 |
| crossover probability | 0.97 |
| mutate probability | 0.05 |
| chromosome n_c | 3bit |
| number of data N | 50 |
| weighting factor k | 0.5 |
| weighting factor λ | 0.5 |
| region | $10^{-2.1429} \leq \omega \leq 10^{1.8571}$ |
| numerator part | 2 |
| denominator part | 3 |

그림 9는 식 (50), (51) 그리고 (52)의 주파수응답을 보드선도에 나타낸 것이다. 식 (51), (52)와 그림 9로부터 참고문헌 [5]의 결과는 크기응답의 경우에 기준 모델의 응답을 근접하게 추종하지만, 위상응답의 경우에는 제안된 방법에 비해 현저한 차이를 보이고 있음을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서 제안된 방법이 참고문헌 [5]의 결과 보다 정확한 계수 값을 식별할 뿐만 아니라, 식별할 모델의 차수와 주파수

범위를 명확하게 규명함을 알 수 있다.

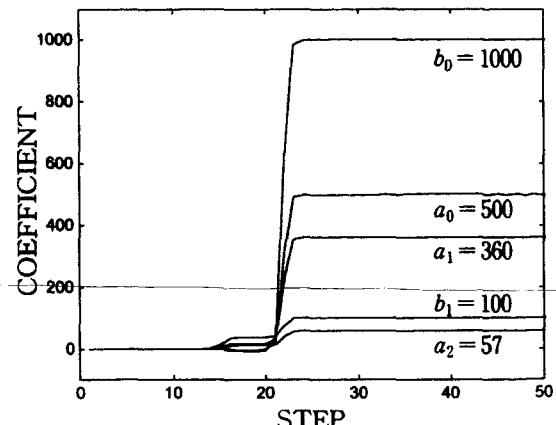
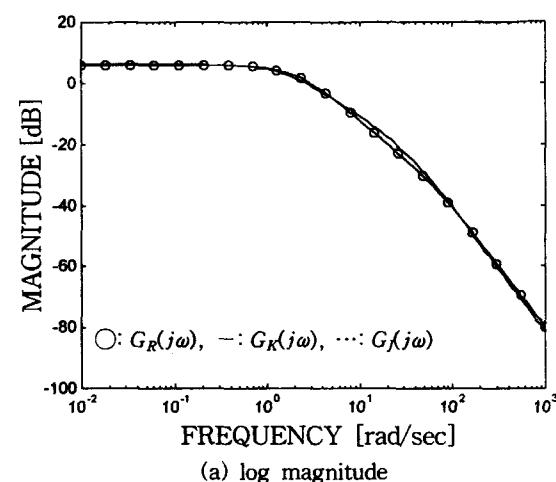
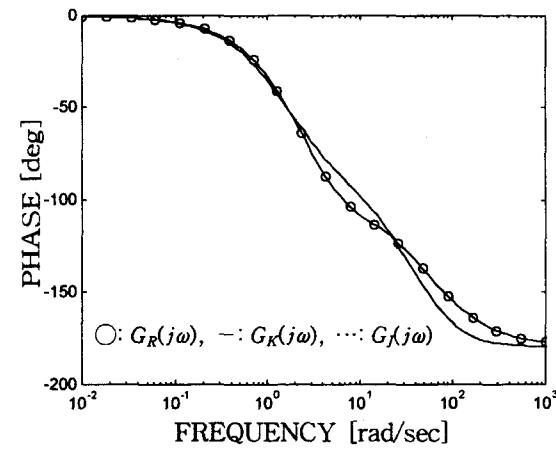


그림 8 제안된 방법에 의해 식별된 계수

Fig. 8 Coefficient identified by means of suggested method



(a) log magnitude



(b) phase

그림 9 경계조건과 루프형성의 결과

Fig. 9 Bounds and loop shaping results

6. 결 론

본 연구에서는 주파수응답으로 주어진 경계조건을 만족하

는 개선된 QFT의 루프 형성법과 이 방법에 모델확인 및 최적 설계영역의 결정을 목적으로 유전 알고리듬을 적용한 새로운 QFT 설계방법을 제안하여 다음 결과를 얻었다.

제안된 QFT의 루프 형성법은 주파수응답의 크기와 위상을 같이 고려할 수 있는 방법으로 각각의 주파수에서 크기와 위상이 복소평면의 허용영역에 놓이도록 공칭루프 전달함수를 결정하는 문제를 계수벡터의 파라미터 식별문제로 변환하는 것에 기반을 두고 있다. 이 방법은 루프형성 그 자체로서의 유용성뿐만 아니라, 주파수응답을 갖는 시스템의 모델링과 QFT를 이용한강인 제어기 설계문제에 직접 이용할 수 있으며, 이 방법에 의해 기존의 루프 형성법에서 나타나는 반복연산과 변환오차의 문제점을 개선하였다. 또한 이 방법에 포함된 유전 알고리듬을 이용한 모델확인방법으로부터 식별할 전달함수의 차수결정 뿐만 아니라 최적의 설계를 위한 주파수영역 선정에 대한 해를 제공하였다. 그리고 제안된 방법의 QFT 예제에 대한 시뮬레이션 결과로부터 영역 결정에 의해 식별된 공칭루프 전달함수의 신뢰도와 수렴 성능면에서도 개선된 응답특성을 얻었다.

본 연구에서 제안한 방법은 주파수응답을 갖는 시스템 또는 불확실성과 외란을 갖는 시스템에 대해 주어진 설계사양을 만족하는강인 제어기를 설계하는데 충분히 적용될 수 있을 것이다. 그러나 주어진 설계사양에 맞는 경계조건을 보다 적절하게 결정하는 방법에 관한 연구가 계속되어야 할 것이다.

본 연구(98-070)는 한국전력공사의 지원에 의하여
기초전력공학공동연구소 주관으로 수행되었음.

참 고 문 헌

- [1] I. Horowitz, *Synthesis of Feedback Systems*, Academic Press, New York, 1963.
- [2] I. Horowitz, "Survey of QFT", *Int. J. Cont.*, Vol. 3, No. 2, pp.255~291, 1991.
- [3] I. Horowitz, *Quantitative Feedback Theory(QFT)*, QFT Publications, 1993.
- [4] I. Horowitz, "Optimum Loop Transfer Function in Single-Loop Minimum Phase Feedback Systems", *Int. J. Cont.*, Vol. 18, No. 1, pp. 97~113, 1973.
- [5] M. Sobhani, S. Jayasuriya, "An Algorithm for Computer-Aided Loop Shaping", 92'ACC, pp. 919~920, 1992.
- [6] F. Bailey, M. Kallel, "Loop Gain-Phase Shaping Techniques for Robust Multi-axis Coordinated Motion Control", 92'ACC, pp. 921~923, 1992.
- [7] D. Thompson and O. Nwokah, "Analytic Loop Shaping Methods in Quantitative Feedback Theory", *J. of DSMAC.*, Vol. 116, No. 6, pp. 169~177, 1994.
- [8] D. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimiza-*

zation, and Machine Learning, Addison-Wesley Pub. Com. Inc., 1989.

- [9] Z. Michalewicz, *Genetic Algorithms+Data Structures = Evolution Programs*, Springer-Verlag, 1995.
- [10] K. Kristinsson and G. Dumont, "System Identification and Control Using Genetic Algorithm", *IEEE Trans. on AMAC.*, Vol. 22, No. 5, pp. 1033~1046, 1992.
- [11] T. Söderström and P. Stoica, *System Identification*, Prentice-Hall Inc., 1989.
- [12] R. Johansson, *System Modeling and Identification*, Prentice-Hall Inc. 1993.
- [13] C. Borghesani et al., *Quantitative Feedback Theory Toolbox*, The MATH WORKS Inc., 1994.
- [14] 김주식, 유정웅, "QFT 기법을 이용한 가압경수로 증기발생기의 저출력 수위제어", 대한전기학회 논문지, 제47권, 제6호, pp. 850~858, 1998.

저 자 소 개



김 주 식(金 周 植)

1992년 충북대 전기공학과 졸업, 1994년 동대학원 전기공학과 졸업(석사), 1998년 동대학원 전기공학과 졸업(공박).
Tel : (0431) 261-2422
e-mail : jskim@engine.chungbuk.ac.kr



이 상 혁(李 相 赫)

1988년 충북대 전기공학과 졸업, 1991년 서울대 대학원 전기공학과 졸업(석사), 1998년 동대학원 전기공학과 졸업(공박), 1996년-1999년 (주)하우책임연구원, 1999년-우송대 전자공학과 강의전담교수.

Tel : (042) 630-9718

E-mail : hyuklee@lion.woosong.ac.kr

유 정 웅(柳 正 雄)

전기학회논문지 48A권 5호 참조

Tel : (0431) 261-2422

E-mail : jwryu@engine.chungbuk.ac.kr