

표면미소균열의 프랙탈 특성을 이용한 피로강도설계에 관한 연구

조석수*, 주원식**

A Study on the Design of Fatigue Strength using Fractal Character of Surface Micro-crack

Seok-Swoo Cho*, Won-Sik Joo**

ABSTRACT

The shape of surface micro-crack is very irregular due to nonhomogeneous microstructure but is very important in respect to qualitative estimation of fatigue life. Fractal geometry can quantify the shape of surface micro-crack. Fractal dimension is measured for surface micro-cracks with coast line and box counting method and estimates cycle ratio in Al 2024-T3. The average fractal dimension D_{favg} of surface micro-cracks has 3-parameter weibull distribution and location parameter is nearly constant but shape parameter decreases as cycle ratio increases. The fractal dimension by coast line method is measured for individual surface micro-crack but the fractal dimension by box counting method is measured for all the surface micro-cracks under sampling area. Therefore, This paper shows fractal dimension D_{fb} can predict cycle ratio N/N_f more convenient than fractal dimension D_{favg} .

Key Words : Fractal geometry (프랙탈 기하학), Coast line method (해안선 방법), Box counting method (박스 계수 방법), Surface micro-crack (표면미소균열), Crack deflection (균열 휨), Cycle ratio (피로수 명비)

기호설명

D_f : Fractal dimension
 D_{fb} : Fractal dimension by box counting method
 D_{fc} : Fractal dimension by coast line method
 D_{favg} : Average fractal dimension of surface micro-crack
 N : Number of cycle

N_f : Number of cycle to fracture
 N/N_f : Cycle ratio
 r_b, r_c : One side length of box and scale length
 N_b, N_c : Number of box and number of scale

* 삼척대학교 자동차공학과

** 동아대학교 기계공학과

1. 서론

현대사회는 고도의 산업화 사회로 급속히 발달됨에 따라 기계 또는 구조물의 각종 효율이 빠른 속도로 높아지고 있다. 이러한 기계 중 수송기계는 사용 재료의 경량화를 통하여 연비를 증대시킴으로서 운전성능을 향상시키고 있다. 또한 이러한 재료에 대한 현재의 과도한 안전율을 낮출 수만 있다면 사용 재료의 부피가 더욱 더 감소되어 현재보다 더 큰 연비 향상을 기대할 수 있다.¹⁾

고강도 알루미늄은 연성이 풍부한 알루미늄 소재를 합금원소의 첨가와 인공시효를 통하여 석출경화시킴으로서 피로 손상 형태가 복잡해져 단일 균열에 의한 파손과 파괴를 가지는 경우는 매우 드물다. 특히, 노치가 없는 평활재의 경우 피로 손상의 대부분이 표면미소균열에 의하여 발생되어 주균열로 성장하여 파괴된다. 그러나 현재까지 균열성장거동을 평가하는 파라미터는 1차원적 균열길이(One-dimensional crack length)를 이용하여 평가함으로써 균열 브랜칭(Crack branching) 등에 의한 균열 확을 파괴역학적 파라미터로 활용하지 못하고 있다.

Kitagawa²⁾ 등은 확률적으로 비교적 좁은 면적의 위험 영역을 설정하여 불규칙한 분포 특성을 보이는 표면미소균열의 성장과정을 Monte-Carlo법으로 시뮬레이션하였으며 Sakurai³⁾ 등은 SUS 316강을 이용한 고온피로실험에서 재료 표면에서 발생하는 미소 균열의 길이와 분포를 기초로 재료 손상을 평가하였다.

상술의 연구에서 표면미소균열은 결정입내나 입계를 따라 성장하다가 부동 전위나 개재물과 같은 장애물을 만나게 되면 균열이 휘게 됨으로서 균열의 직진성(Crack straightness)이 재료 조직의 불규칙성과 미소 균열사이의 상호 간섭에 의한 합체에 의하여 상당한 방해받아서 균열 형태가 매우 불규칙하게 뒤틀리게 된다. 그러나 기존의 표면미소균열에 관한 연구에서는 평활재의 피로수명을 물리적 의미의 균열 길이나 밀도를 이용하여 평가하려는 시도가 대부분이었고 균열 확에 의한 균열 곡선의 형태를 정량화하려는 노력은 시도되지 않았다.

프랙탈 기하학(Fractal geometry)⁴⁾은 균열과 같이 불규칙한 곡선 형태를 정량화할 수 있다. 즉, 복잡한 형태의 도형 차원을 비정수화함으로서 그 특징을 표현하고 있다. 특히, 이러한 개념은 중간 스

케일(Middle scale)의 구조에서 나타나고 복잡한 형성 과정속에서 자기 조직적 인자(Self-organizing factor)를 추출하여 그 복잡한 형태를 평가할 수 있다.

따라서 본 연구에서는 Al 2024-T3 합금을 이용하여 피로수명비에 따른 표면미소균열의 프랙탈 차원을 해안선 방법과 박스 계수 방법으로 해석하여 피로수명비와 프랙탈 차원의 관계를 검토함으로써 프랙탈 차원을 이용한 잔존수명평가방법을 제안하였다.

2. 실험방법

2.1 실험재료와 시험편

본 연구에서 사용한 재료는 항공기 구조용 재료로 널리 이용되고 있는 두께 5mm인 Al 2024-T3 합금 판재로서 그 화학적 성분과 기계적 성질은 표 1과 2에 각각 나타내었다.

Table 1 Chemical compositions of Al 2024-T3 (wt.%)

Material	Cu	Mg	Mn	Fe	Si	Cr	Zn	Ti	Al
Al 2024-T3	4.82	1.67	0.58	0.18	0.07	0.02	0.06	0.15	Bal

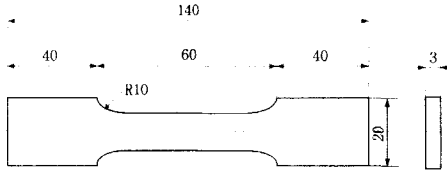
Table 2 Mechanical properties of Al 2024-T3

Material	Yield strength σ_{ys} (MPa)	Tensile strength σ_{ts} (MPa)	Elongation ϵ_f (%)	Young's modulus E (GPa)
Al 2024-T3	380	507	21.6	77.02

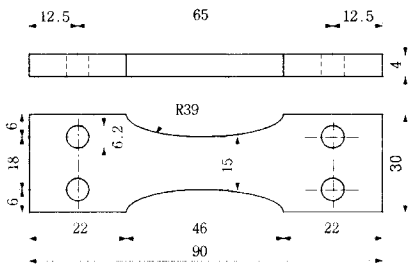
Fig. 1은 피로 시험편의 형상과 치수를 각각 나타낸 것으로 최대굽힘하중과 압연방향을 서로 일치시켜 92mm×32mm×4.2mm의 크기로 절단하여 밀링가공하였다. 또한 시험편중 표면미소균열을 관찰할 영역은 #240에서 #1500의 샌드페이퍼(Sandpaper)까지 폴리싱(Polishing)한 후 알루미늄(Al₂O₃)로 경면연마하였다.

2.2 피로와 프랙탈 차원 측정 실험

본 연구에 사용한 시험기는 쉐크형 (Schenck type) 평면압힘 피로시험기(Mori testing machine Co. model 5171)로써, 최대굽힘모멘트는 2 kgf·m이고 매분 회전수는 1500 rpm이다. 실험은 평균응력을



(a) tension test specimen



(b) fatigue test specimen

Fig. 1 Geometry and dimension of test specimen (unit : mm)

0으로 하는 하중제어형태로 수행되어졌으며 응력 진폭 $\Delta\sigma$ 는 305 MPa이었다.

Fig. 2는 반복수가 증가함에 따라 시험편의 중앙부에서 발생하고 전파되는 표면미소균열의 형태

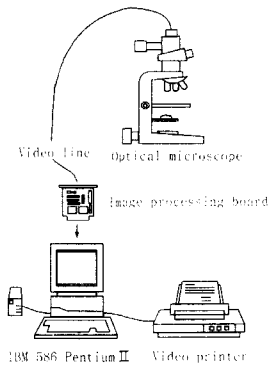


Fig. 2 Schematic view of test setup with image processing system

를 측정하기 위한 화상처리시스템(Image processing system)을 나타낸 것으로 시험편 중앙에 임의로 설정한 5mm×12mm의 영역내에서 100배의 현미경으로 관찰 및 측정할 수 있는 장치를 나타낸 것이다. 또한, 프랙탈 차원 측정 실험은 피로시험 도중 적당한 반복수에서 시험기를 일시적으로 정지시키고 급속 현미경으로 관찰 영역을 화상처리시스템으로 촬영한 후 다시 시험기를 가동시켜 수행하였다.

Fig. 3은 5mm×12mm의 관찰영역을 동일 간격으로 평행하게 25개 분할한(0.2mm×12mm로 25개 분할) 상태를 나타낸 것이다. 또한 표면미소균열길이 2a

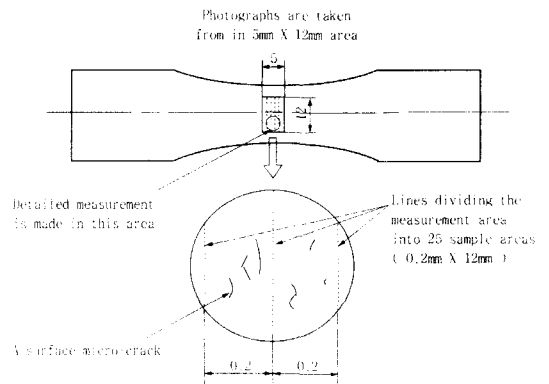


Fig. 3 Sampling method of surface micro-crack

와 프랙탈 차원 D_f 의 누적상대뒀수는 관찰영역의 25개 샘플영역에서 구하였고 그러한 물리량의 통계적 분포 특성은 각종의 확률지에 플롯트하여 가장 적합한 분포로 결정하였다.

3. 표면미소균열과 프랙탈 차원

3.1 프랙탈 차원의 정의

Mandelbrot⁵⁾는 1975년에 위상적 차원의 한계성을 극복하기 위하여 프랙탈 차원(Fractal dimension)을 제안하였다. 프랙탈 기하학은 곡선의 접선을 정의할 수 없는 즉 미분할 수 없는 형태를 취급하며 이러한 형태는 다른 스케일(Scale)에서도 자기 유사성(Self-similitude)을 보존하게 된다. 이러한 자기 유사성을 확대시켜 정량적으로 표시한 양이 프랙탈 차원이다. 프랙탈 기하학에서 임의의 형태에 대한 차

위는 다음 식으로 정의할 수 있다.

$$N = S^{D_f} = \left(\frac{1}{r}\right)^{D_f} = r^{-D_f} \quad (1)$$

여기서 N 은 각 단계에서의 Subpart 수이고 S 는 척도 계수(Scaling factor)로서 전체 곡선을 투영하였을 때의 길이를 1로 가정하여 그 곡선을 길이 r 로 나누었을 때의 역수이다. 식 (1)의 양변에 대수를 취하면 프랙탈 차원 D_f 는 다음과 같다.

$$D_f = \frac{\ln N}{\ln S} \quad (2)$$

3.2 프랙탈 차원의 측정

3.2.1 해안선 방법

현재까지 프랙탈 차원을 측정하기 위한 다양한 방법이 제안되고 있으므로 본 연구에서 고려하는 표면미소균열을 프랙탈 차원으로 해석하기 위해서는 문제에 적합한 방법을 설정하여야 한다. 그 방법 중 해안선 방법(Coast line method)⁶⁾이 표면미소균열의 형상과 비슷하므로 프랙탈 차원을 측정하는 데 상당히 효과적이라 생각된다.

Fig. 4는 상술의 방법을 표시한 것으로 표면미소균열의 형태를 스케일 길이 r_c 선분의 집합으로 나타내었다. 곡선의 왼쪽 끝부분을 시점으로 설정

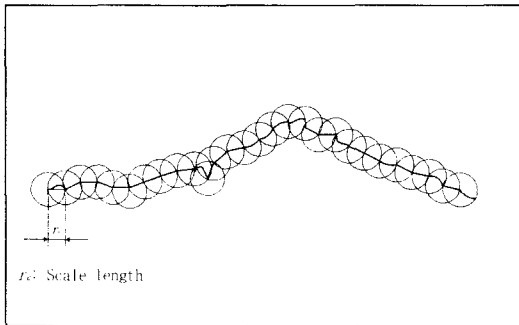


Fig. 4 Measurement of fractal dimension D_{fc} on the basis of coast line method

하고 그것을 중심으로 반지름 r_c 인 원을 그리고 그 원과 곡선이 최초로 교차된 점과 시점을 직선으로 연결한다. 이 교점을 새로운 시점이라 정의하여 상술의 과정을 반복한다. 이와 같이 스케일 길이 r_c 에 의하여 표면미소균열형태를 측정할 때 필요한 총

선분 개수를 N_c 라 할 때 다른 스케일 길이 r_c 로 상술의 절차를 반복하면 당연히 다른 총 선분 개수 N_c 를 구할 수 있다.

Fig. 5는 이러한 작업을 양 대수 좌표축에 표시한 모식도를 나타낸 것이다.

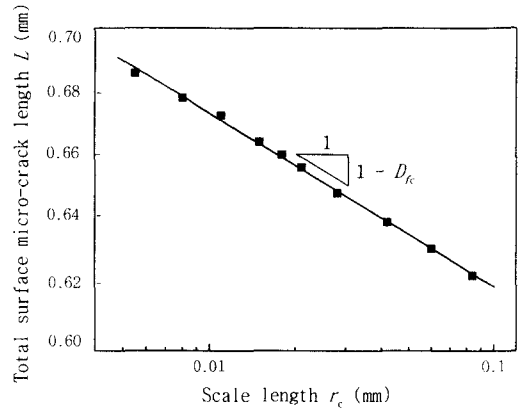


Fig. 5 Relation between total surface micro-crack length L and scale length r_c

Richardson⁷⁾은 복잡한 해안선을 프랙탈로 차원화시킨 결과 스케일 길이 r_c 와 전체 선분의 개수 N_c 사이에는 다음과 같은 관계식이 성립한다고 주장하였다.

$$N_c = F r_c^{-D_{fc}} \quad (3)$$

본 연구의 경우 F 는 고려하는 프랙탈 도형 즉, 표면미소균열의 곡선 형상에 의하여 결정되는 상수이며 D_{fc} 는 해안선 방법에 의한 프랙탈 차원(Fractal dimension)이다. 전체 표면미소균열길이 L 은 스케일 길이 r_c 로 근사화하면 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$L = N_c r_c = F r_c^{1-D_{fc}} \quad (4)$$

식 (5)의 양변을 대수로 취하면 다음 식 (6)을 얻을 수 있다.

$$L = \ln(F) + (1 - D_{fc}) \ln r_c \quad (5)$$

상술의 관계식을 Fig. 5와 관련시켜 보면 그림의 직선 기울기가 $(1 - D_{fc})$ 이므로 프랙탈 차원 D_{fc} 를 간접적으로 구할 수 있다.

3.2.2 박스 계수 방법

Fig. 6은 박스 계수 방법(Box counting method)⁸⁾을 이용하여 프랙탈 차원을 측정하는 방법을 나타낸 것이다. 그림에서 r_b 는 정사각형 박스의 한 변

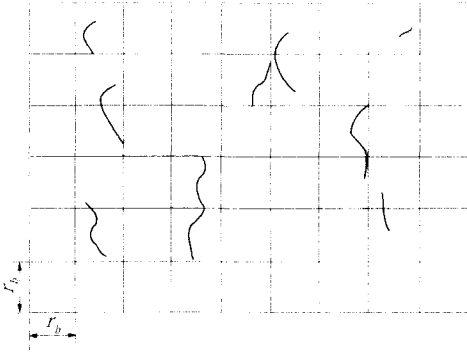


Fig. 6 Measurement of fractal dimension D_{fb} on the basis of box counting method

의 길이로서 프랙탈 차원의 복잡성을 나타내며 N_b 는 전체의 표면미소균열을 포함하는 박스 개수를 나타낸다. 이와 같은 방법으로 척도 계수 $1/r_b$ 를 다양하게 변화시켜 거기에 대응하는 박스 개수 N_b 를 구한다. 여기서 구한 r_b 와 N_b 가 다음 식 (6)의 관계를 만족하는 경우 그 분포는 프랙탈적 성격을 가지게 되므로 프랙탈 차원을 구할 수 있고 그 차원을 D_{fb} 차원으로 정의한다.

$$N_b \propto r_b^{-D_{fb}} \quad (6)$$

이와 같은 과정을 각 피로수명비 N/N_f 에 대하여 반복하므로서 프랙탈 차원 D_{fb} 가 피로손상의 진행 정도를 나타낼 수 파라미터인가를 평가할 수 있다.

따라서 본 연구에서는 각 표면미소균열의 피로 손상 패턴을 상술의 두 가지 방법으로 프랙탈 차원을 구한 뒤 어떠한 방법이 표면미소균열의 성장과 합체거동을 정량적으로 정확히 모니터링할 수 있는지를 검토한다.

4. 표면미소균열의 프랙탈 특성과 피로수명 평가

4.1 해안선 방법

4.1.1 프랙탈 차원의 통계적 특성

Fig. 7은 25개의 샘플영역으로 부터 구한 표면미소균열의 프랙탈 차원에 대한 통계적 특성을 구명하기 위하여 각 표면미소균열에서 측정된 프랙탈 차원의 평균값 D_{favg} 와 누적상대빈도수 F 의 관계를 Weibull 확률지⁹⁾로 정리한 것이다. 그림에서 3모수

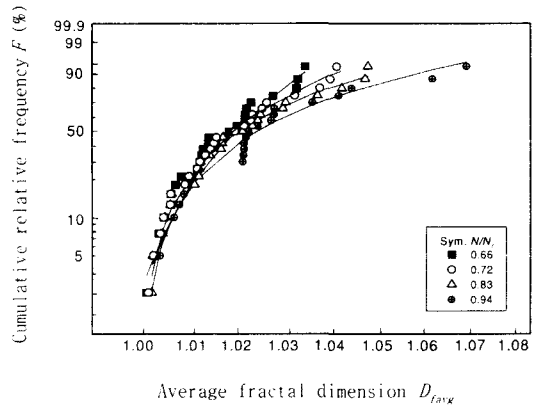


Fig. 7 Weibull distribution of fractal dimension D_{favg} for surface micro-crack

Weibull 분포를 나타내는 각 곡선은 피로수명비 N/N_f 가 증가함에 따라 오른쪽으로 이동하고 있으며 프랙탈 차원의 최대값도 동시에 증가하고 있다. 이러한 결과는 주¹⁰⁾등이 수행한 Al 2024-T3합금의 피로시험에서 나타나는 최대표면미소균열길이의 통계학적 분포와 동일한 경향을 보이고 있다. 또한, 여기서 사용된 Weibull 분포 함수 $F(x)$ 는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x-\gamma}{\eta}\right)^m\right] \quad (7)$$

여기서 m, η, γ 는 각각 형상, 척도 및 위치 모수이며 상관계수법을 이용하여 각각의 모수를 결정하였다.

Fig. 8은 3모수 Weibull 분포의 세가지 모수 m, η, γ 를 피로수명비 N/N_f 에 대하여 나타낸 것이다. 그림에서 위치 모수 γ 는 프랙탈 차원 D_{favg} 의 하한값을 나타낸 것으로 피로수명비에 관계없이

기의 일정하다는 것을 알 수 있다. 이러한 결과는

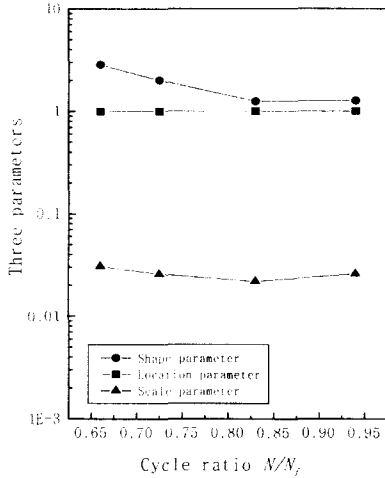


Fig. 8 Variation of parameters in the distribution of fractal dimension D_{favg}

표면미소균열이 생성되거나 정제되는 시기의 프랙탈 차원이 거의 일정하다는 것을 나타내고 있다. 또한, 형상 보수 m 은 피로수명비에 따라 점진적으로 감소하고 있으나 표면미소균열길이분포처럼 마모 고장형에서 초기 고장형으로의 신뢰공학적 천이 현상은 볼 수 없다. 이러한 현상은 피로수명초기에 슬립대나 입계를 따라서 성장하는 균열이 급속히 성장하다가 다른 입계나 석출물에서 휘게 되어 대부분의 표면미소균열형태가 지그재그(Zigzag)로 됨으로서 표면미소균열길이에 비하여 피로수명비에 따른 프랙탈 차원의 변화를 일으키는 표면미소균열이 급격히 감소되지 않았기 때문이다.

4.1.2 프랙탈 차원 D_{favg} 와 피로수명비 N/N_f 의 관계

Fig. 9는 시험편의 25개 샘플영역을 기초로 전체 표면미소균열에 대한 프랙탈 차원을 Fig. 5의 직선의 기울기로 각각 구한 뒤 그 값들을 평균한

D_{favg} 와 피로수명비 N/N_f 의 관계를 나타낸 것이다. 그림에서 피로수명비의 증가에 따라 평균 프랙탈 차원이 선형적으로 증가하고 있으며 최소자승법으로 커브 핏팅(Curve fitting)한 결과는 다음과 같다.

$$D_{favg} = 1.00235 + 0.02206 \cdot (N/N_f) \quad (8)$$

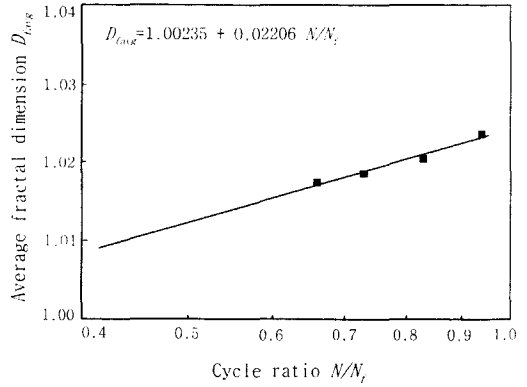


Fig. 9 Relation between average fractal dimension D_{favg} and cycle ratio N/N_f

이러한 결과는 피로수명비의 증가에 따라 표면미소균열 형태가 점진적으로 프랙탈적 특성을 가지게 됨을 알 수 있다.

4.2 박스 계수 방법

4.2.1 전체 표면미소균열의 프랙탈 특성

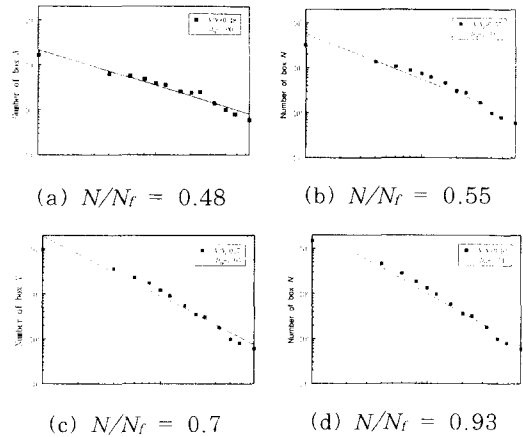


Fig. 10 Fractal characteristics of surface micro-crack on the basis of box counting method

Fig. 10은 전체표면미소균열의 피로손상패턴을

박스 계수 방법으로 구한 프랙탈 차원 D_{fb} 로 해석한 결과를 나타낸 것이다. 그림에서 정사각형 한 변 길이 r_b 와 균열을 포함한 정사각형의 개수 N_b 의 관계를 양대수 좌표로 정리한 것이지만 피로수명의 각 단계에서 r_b 와 N_b 는 식 (6)의 관계가 성립하고 있음을 알 수 있다. 그러므로 자기 조직적 성격을 가지고 있는 전체표면미소균열은 프랙탈적 성격을 가지고 있고 프랙탈 차원 D_{fb} 에 대한 피로수명비 N/N_f 의 정량화가 가능함을 알 수 있다. 그림에서 직선의 기울기를 나타내는 영역이 프랙탈 차원을 측정하는 영역이며 $N/N_f=0.48$ 에서 $D_{fb}=1.00$, $N/N_f=0.55$ 에서 $D_{fb}=1.33$, $N/N_f=0.7$ 에서 $D_{fb}=1.65$, $N/N_f=0.93$ 에서 $D_{fb}=1.74$ 이다. 즉, 피로수명비의 증가에 따라 프랙탈 차원은 증가하는 경향을 나타내고 있다. 따라서 다음 절에서는 박스 계수 방법으로 구한 프랙탈 차원으로 피로수명비를 평가하는 방법에 대하여 검토한다.

4.2.2 프랙탈 차원 D_{fb} 와 피로수명비 N/N_f 의 관계

Fig. 11은 전체표면미소균열의 프랙탈 차원 D_{fb} 를 피로수명비 N/N_f 의 관계로 나타낸 것이다.

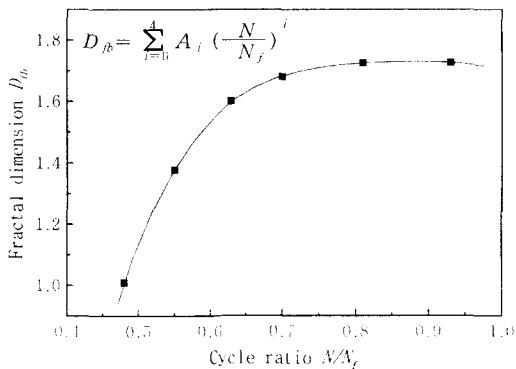


Fig. 11 Relation between fractal dimension D_{fb} and cycle ratio N/N_f

그림에서 표면미소균열발생영역에서는 피로수명비의 증가에 따라 프랙탈 차원이 급격히 증가하나 표면미소균열의 안정성장영역에서는 완만히 증

가한다. 따라서 프랙탈 차원 D_{fb} 는 피로수명비 N/N_f 에 대하여 4차 다항식의 관계가 성립되며 다음 식으로 근사화시킬 수 있다.

$$D_{fb} = \sum_{i=0}^4 A_i \left(\frac{N}{N_f}\right)^i \quad (9)$$

여기서, $A_0=-14.6$, $A_1=74.8$, $A_2=-129.64$, $A_3=100.65$, $A_4=-29.52$

한편, Numata¹¹⁾는 복합 조직형 Ti-Al합금에서 발생하는 전체표면미소균열에 대한 프랙탈 차원을 피로수명비로 정리한 결과, 기울기 0.005의 선형적 관계를 나타내고 있으므로 전체표면미소균열의 프랙탈 차원은 강한 재료 의존성 파라미터인 것을 알 수 있다. 이러한 결과는 복합 조직형 Ti-Al합금의 경우 파단 연신율이 1.09%인 것에 비하여 Al 2024-T3합금의 파단 연신율이 21.6%임을 고려해보면 전자는 전체표면미소균열의 발생과 성장과정이 전체피로수명영역에서 집진적으로 나타나나 후자는 전체표면미소균열의 발생과 성장이 초기에는 활발하나 후기에는 거의 포화되기 때문인 것으로 생각된다. 프랙탈 기하학에서 선분은 차원이 1이고 평면은 차원이 2이다. 또한 직선의 극한으로 평면을 완전히 덮어버리는 1개의 곡선도 차원은 2이다. 따라서 전체표면미소균열의 거동을 기하학적으로 고찰해 보면 초기피로수명영역의 표면미소균열은 각각 단일의 직선 형태를 취하므로 프랙탈 차원은 적으며 본 재료의 경우 1.07이다. 그 후 피로수명비의 증가에 따라 전체표면미소균열은 단독표면미소균열의 성장과 각 표면미소균열사이의 상호작용에 의한 합체를 반복하여 프랙탈 차원은 급격히 증가한다. 그러나 말기피로수명영역의 경우 각 표면미소균열의 성장이나 합체가 중지되고 주균열의 성장이 피로손상을 주도하므로 프랙탈 차원은 완만한 증가를 보이고 있으며 1.74에 도달하면 시험편은 파괴된다. 따라서 박스 계수 방법을 이용한 프랙탈 차원은 전체표면미소균열의 복잡한 손상과정을 정량적으로 평가할 수 있음을 알 수 있다.

이상에서 프랙탈 차원 D_{fb} 를 구하는 방법인 해안선과 박스 계수 방법에 따라 피로수명비 N/N_f 의 평가 결과가 달라지며 각각의 표면미소균열을 대상으로 하는 해안선 방법보다 전체표면미소균열의 패턴 변화를 대상으로 하는 박스 계수 방법이 훨씬 더 간편하게 피로수명비를 평가할 수 있음을

안 수 있다.

Fig. 12는 프랙탈 차원을 이용한 잔존피로수명 평가개념을 도식적으로 나타낸 것이다. 그림에서

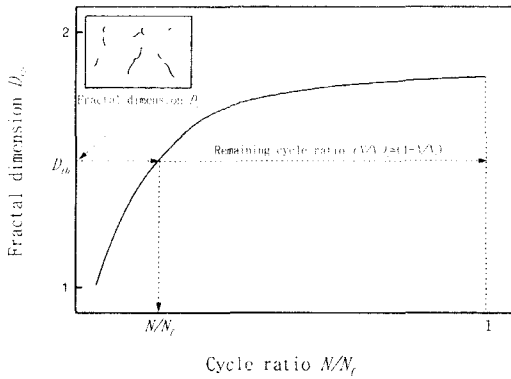


Fig. 12 Estimation of remaining cycle ratio $(N/N_f)_r$ by fractal dimension D_{fb}

표면미소균열발생시의 프랙탈 차원은 대부분 1이지만 피로수명비 N/N_f 의 증가에 따라 프랙탈 차원은 점점 증가하게 되며 프랙탈 차원이 1.74에 이르면 재료가 파괴된다. 즉, 박스 계수 방법을 이용한 전체표면미소균열의 프랙탈 차원 D_{fb} 는 피로수명비 N/N_f 의 다항식으로 표현되므로 임의의 시기에 프랙탈 차원 D_{fb} 를 측정하게 되면 피로수명식에서 피로수명비 N/N_f 를 간단히 구함으로서 부재의 잔존 피로수명비 $(N/N_f)_r$ 을 예측할 수 있다.

$$\left(\frac{N}{N_f}\right)_r = 1 - \left(\frac{N}{N_f}\right) \quad (10)$$

이상의 과정을 통해서 자기조직적 표면미소균열의 성장과 합체 과정을 프랙탈 차원으로 모델링하여 피로수명비 N/N_f 를 구하여 잔존 피로수명비 $(N/N_f)_r$ 을 평가하는 것은 전체표면미소균열의 복잡계 알고리즘(Complex system algorithms)을 파악하기 위한 방법인 것으로 생각된다.

5. 결론

본 연구에서는 Al 2024-T3 합금을 이용하여 표면미소균열의 형태를 프랙탈 차원으로 해석한 뒤

이것을 피로수명비에 따라 고찰한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 전체표면미소균열의 프랙탈 차원을 평균화한 D_{favg} 은 3 모수 Weibull 분포를 나타내고 피로수명비가 증가함에 따라 위치모수는 거의 일정한 값을 유지하나 형상모수는 점진적으로 감소하고 있다.

(2) 각각의 표면미소균열을 대상으로 하는 해안선 방법보다 전체의 표면미소균열을 대상으로 하는 박스 계수 방법이 측정방법의 측면에서 훨씬 더 간편하게 피로수명비 N/N_f 를 평가할 수 있다.

(3) 박스 계수 방법을 이용한 전체표면미소균열의 프랙탈 차원 D_{fb} 는 피로수명비 N/N_f 의 4차 다항식으로 표현되므로 임의의 시기에 프랙탈 차원 D_{fb} 를 측정하게 되면 피로수명식에서 피로수명비 N/N_f 를 간단히 구함으로서 부재의 잔존수명을 예측할 수 있다.

참고 문헌

1. Middleton, D. H., "Composite Materials in Aircraft Structures," Longman Scientific & Technical, U.K., pp.17~38, 1990.
2. 北川, 中曾根, 島崎, 飯田, "最大き裂表面長さの分布による材料比較と疲労壽命豫測," 材料, 第34卷, 第378號, pp.314~320, 1984.
3. 櫻井, 宇佐美外 2人, "SUS316鋼平滑材のクリープ 疲労下における微小き裂の分布と進展舉動に基づく余壽命平價法," 材料, 第35卷, 第389號, pp.170~175, 1986.
4. Cherepanor, G. P., Balankin, A. S., Ivanova, V.S., "Fractal Fracture Mechanics-A Review," Eng. Fracture Mechanics, Vol.51, pp.997~1033, 1995.
5. Mandelbrot, B. B., "The Fractal Geometry of Nature," Freeman, San Francisco, pp.25, 29, 1983.
6. 高安, "フラクタル," 朝倉書店, 東京, pp.5~7, 1986.
7. 酒井, 騰川, "Richardson効果に基づくセラミックス粒子の形状不規則性に關する定量的解析

- 法,” 材料, 第 41卷, 第470號, pp. 1605~1610, 1992.
8. 仲佐, “フラクタルとその應用,” 非破壊検査, 第 42卷, 第8號, pp. 425~440, 1993.
9. Walpole, R. E., Myers, R. H., “Probability and Statistics for Engineers and Scientists,” Macmillan pub. company., U.S.A., pp.170~173, 1985.
10. 안원기, 주원식, 장득열, 박수영, 조석수, “2024-T3합금의 표면미소균열성장특성과 잔존수명평가법에 관한 연구,” 한국자동차공학회 1996년도 추계학술대회논문집, pp.512~520, 1996.
11. 沼田, 片平, 鈴木, “複合組織形TiAl合金に發生する疲勞き裂のフラクタルモデルと余壽命評價,” 日本機械學會論文集(A編), 第64卷, 第 619號, pp. 512~520, 1998.