

고정밀 전기식 힘측정기의 불확도평가 절차 및 응용

김갑순*, 강대임*

Procedure for Uncertainty Evaluation of a Precision Electric Force Measuring Device and Its Application

Gab-Soon Kim*, Dae-Im Kang*

ABSTRACT

This paper describes the calibration method and the calculation equations of expanded uncertainty for a precision electric force measuring device. The calibration of the electric force measuring device is performed three times (0 °(first time), 120 °(second time), 240 °(third time)) at each calibration point. It is usually selected ten points from zero load to rated load of the electric force measuring device. The expanded uncertainty is calculated by combining A type standard uncertainty and B type standard uncertainty. The calibration method and the calculation equations of expanded uncertainty can be widely used in the calibration of the precision electric force measuring device.

Key Words : Precision electric force measuring device(고정밀 실하중 힘측정기), Deadweight Force Standard Machine(실하중 힘표준기), Calibration(교정), Expanded uncertainty(확장불확도)

1. 서론

고정밀 전기식 힘측정기(precision electric force measuring device)는 로드셀, 지시계, 연결선 등으로 구성되어 있으며, 힘측정에 널리 사용되는 힘측정기이다. 전기식 힘측정기는 실하중 힘표준기(deadweight force standard machine), 유압식 힘표준기(hydraulic force standard machine) 등으로 교정되어 신뢰성이 확보되어야 사용될 수 있다. 교정된 전기식 힘측정기는 그 결과를 사용자가 믿고 사용할 수 있는 신뢰도를 측정결과와 함께 정량적인 값

으로 나타내야 한다. 측정결과와 신뢰도를 오차 및 오차분석으로 오랫동안 표현해왔으나 이 표현방법이 정확하지 않기 때문에 근래에는 과학적인 분석으로 보다 정확성을 높이기 위하여 불확도(uncertainty)의 개념을 도입하였다.^(1,2) 표준을 위한 국제기구(International Organization for Standardization)에서는 측정결과와 신뢰도를 불확도로 표현하는 것을 권고하고 있다.⁽¹⁾ 불확도는 측정결과에 관하여, 측정량을 합리적으로 추정된 값의 분산특성을 나타내는 파라미터로 정의한다.^(1,2)

* 한국표준과학연구원 역학표준부

본 논문에서는 고정밀 전기식 힘측정기의 교정 방법을 제시하였고, 확장불확도(expanded uncertainty)를 계산하는 식들을 유도하였다. 또한 제시된 교정방법에 따라 실하중 힘표준기를 이용하여 고정밀 전기식 힘측정기를 교정하고, 그 교정값을 유도한 불확도 이론식에 대입하여 확장불확도를 계산하였다.

2. 교정방법

교정은 힘표준기를 이용하여 고정밀 전기식 힘측정기에 하중을 발생시키고 힘측정기의 지시계에 나타나는 지시값을 측정하여 하중을 측정할 때 사용될 수 있도록 처리하는 것을 말한다. 이를 위해서는 신뢰성있는 교정방법이 필요하며, 또한 힘측정기의 신뢰도를 나타낼 수 있는 평가방법이 필요하다. Fig. 1은 실하중 힘표준기를 이용하여 고정밀 전기식 힘측정기를 교정하는 모습을 나타내고 있다. 실하중 힘표준기는 몸체, 추, 추걸이 등으로 구성되어 있으며, 고정밀 전기식 힘측정기에 가해지는 힘은 먼저 추걸이가 고정밀 전기식 힘측정기의 상부에 접촉되어 발생되고, 다음으로 추들이 추걸이에 순차적으로 걸려서 발생된다. 본 절에서는 교정방법을 제시하고 3절에서는 신뢰도를 나타낼 수 있는 불확도 이론을 나타내기로 한다.

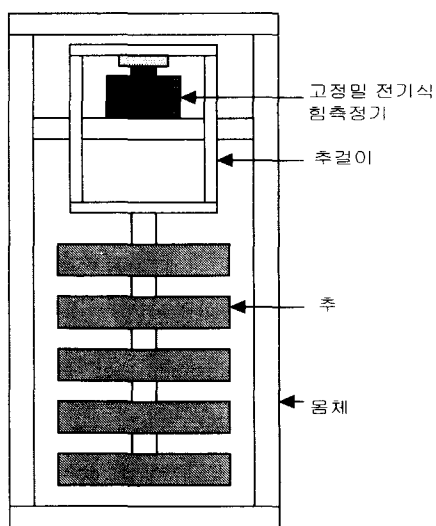


Fig. 1 Deadweight force standard machine

2.1 교정 하중점의 선택

고정밀 전기식 힘 측정기는 최소한 10개의 서로 다른 교정 하중점에서 적어도 3회 이상 교정되어야 한다. 교정 하중점은 가능한 한 전체하중 범위내에서 골고루 분포되어야 한다. 10개의 다른 교정 하중점을 선택할 경우에는 대체로 용량의 10% 하중점부터 10% 씩 증가시켜 선택한다.

2.2 사전부하시험

사전부하시험은 고정밀 전기식 힘측정기의 재현도, 기기상태 등을 점검하기 위하여 3회 정도 실시하며, Fig. 2 위의 좌측에 사전부하시리즈를 나타내었다. 무하중 상태에서는 2분간 유지하고 정격하중 부하상태에서는 30초간 유지하며, 지시계의 지시값은 정격하중이 부하된 후 및 하중이 완전히 제거된 후 30초가 경과된 후에 기록한다.

2.3 교정

교정은 사전부하가 끝나고 나서 2분이 경과한 후에 시작하고, 3회 이상 실시하며, Fig. 2 위의 우측과 아래에 교정시리즈를 나타내었다. 무하중 상태에서는 2분간 유지하고 교정하중 부하상태에서는 30초간 유지하며, 지시계의 지시값은 교정하중이 부하된 후 및 하중이 완전히 제거된 후 30초가 경과된 후에 기록한다.

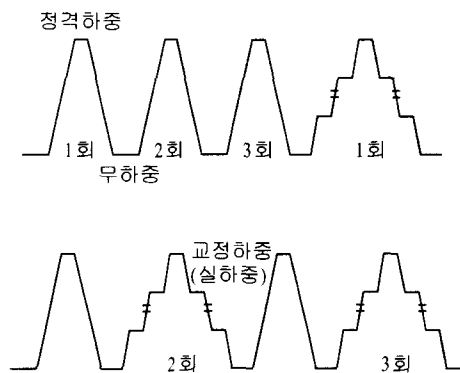


Fig. 2 Calibration series

2.4 교정시리즈

고정밀 전기식 힘측정기의 교정시리즈는 교정시리즈 1, 2, 3의 증가순이며, 사용자가 상대 히스테리

시스를 고려한 확장불확도를 요구할 경우에는 교정시리즈 1, 2, 3에 감소순을 추가한다. 교정시리즈 1은 고정밀 전기식 힘측정기의 처음의 위치, 즉 0, 교정시리즈 2는 120의 위치, 교정시리즈 3은 240의 위치에서 증가 혹은 증가 및 감소로 교정한다. 이와 같이 고정밀 전기식 힘측정기를 다른 위치에서 교정을 하는 것은 고정밀 전기식 힘측정기의 제작정도, 즉 감지부와 전체 형상의 가공정도에 따라 힘측정기의 출력이 다르게 검출되므로 그것의 오차를 불확도 계산시 포함시키기 위한 것이다. 그리고 설치 위치를 바꿀 때마다 사전부하를 1회씩 실시한다.

3. 불확도 이론^(1,2,3)

불확도는 측정결과에 관하여, 측정량을 합리적으로 측정된 값의 분산특성을 나타내는 파라미터로 정의한다. 고정밀 전기식 힘측정기의 확장불확도는 먼저 A형 표준불확도와 B형 표준불확도를 계산하고, 이것들을 합성하여 합성표준불확도를 계산하며, 이 합성표준불확도에 포함인자를 곱하여 계산한다. A형 표준불확도는 반복측정결과를 통계적방법으로 평가한 것이며, B형 표준불확도는 A형 표준불확도를 평가한 이외의 방법으로 평가한 것이다.

고정밀 전기식 힘측정기의 확장불확도는 다음과 같은 순서에 의해 계산된다. 첫째, 각 교정하중점에서의 교정값들을 이용하여 각 교정하중점에서의 순 지시값을 계산한다. 둘째, 각 교정하중점에서 평균값을 계산한다. 셋째, 교정하중(실하중)과 교정값들을 이용하여 교정곡선방정식을 세운다. 넷째, 표준편차를 구하고 이것을 이용하여 A형 표준불확도를 계산한다. 다섯째, 힘표준기의 불확도, 지시계의 분해능에 의한 불확도, 영점불확도를 계산하고 이것들을 합성하여 B형 표준불확도를 계산한다. 여섯째, A형 표준불확도와 B형 표준불확도를 합성하여 합성표준불확도를 계산한다. 마지막으로 합성표준불확도에 포함인자를 곱하여 확장불확도를 계산한다.

3.1 교정하중점에서의 순 지시값

고정밀 전기식 힘측정기의 지시계에는 무하중에서 어떤값을 나타내므로 각 교정하중에서의 순수한 지시값을 계산해야 각 교정하중에서의 정확한 지시값을 알 수 있다. 계산식을 간략하게 표현하기 위하여 각 교정하중점의 순서를 i 로 나타내고, 같은 교정하중점에서의 교정횟수를 j 로 나타내기로 한다. 교

정하중점 i 단계의 j 번째 반복측정에서 고정밀 전기식 힘측정기의 순 지시값은 식 (1)에 의해 계산된다.

$$d_{ij} = d'_{ij} - d_{o,j} \quad (i=1, 2, \dots, j=1, 2, \dots) \quad (1)$$

여기서 d_{ij} : 교정하중점 i 단계의 j 번째 반복측정에서의 순 지시값

d'_{ij} : 교정하중점 i 단계의 j 번째 반복측정에서 지시계에 표시된 지시값

$d_{o,j}$: 하중을 가하기 전 무하중상태에서 지시계에 표시된 지시값이다.

3.2 평균값 \overline{d}_i 계산

평균값은 고정밀 전기식 힘측정기를 교정하중에서 사용할 때 이용된다. 교정하중점 i 단계에서의 평균값은 식 (2)에 의해 계산되며, 이때 지시계의 분해능을 고려해야한다. 지시계의 분해능을 평균값 계산시 고려하는 것은 지시계의 지시장치에 나타낼 수 있는 값을 표현하기 위한 것이다.

$$\overline{d}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n d_{ij} \quad (i=1, 2, \dots, j=1, 2, \dots) \quad (2)$$

여기서 \overline{d}_i : 교정하중점 i 단계에서의 순 지시값의 평균값

n : 교정하중점 i 단계에서의 반복 측정수이다.

3.3 교정곡선

교정곡선식은 고정밀 전기식 힘측정기의 지시값과 하중과의 관계로 계산되며, 교정하중 이외의 하중을 측정할 때 사용된다. 교정곡선식은 1차, 2차, 3차로 표현할 수 있으나 1차식은 이웃하는 교정점을 직선으로 연결하여 사용하면 되고 3차식은 계산이 매우 복잡하여 본 논문에서는 2차식으로 나타내기로 한다. 교정곡선은 식 (3)과 같이 표현할 수 있다.

$$d_i = aF_i + bF_i^2 \quad (i=1, 2, \dots) \quad (3)$$

여기서 d_i : 교정곡선으로 계산된 교정값

F_i : 교정하중점 i 단계에서의 실하중

a, b : 힘측정기의 교정결과를 최소자승법으로 처리하여 결정된 계수이고 a, b 는 각각 다음 식에 의해 계산된다.

$$a = \frac{\sum F_i \bar{d}_i - b \sum F_i^3}{\sum F_i^2}$$

$$b = \frac{\sum F_i^2 \sum \bar{d}_i F_i^2 - \sum F_i \bar{d}_i \sum F_i^3}{\sum F_i^2 \sum F_i^4 - (\sum F_i^3)^2}$$

3.4 A형 표준불확도

3.4.1 표준편차(standard deviation), S

고정밀 전기식 힘측정기의 지시값과 하중과의 관계를 식 (3)의 교정곡선으로 나타낼 경우 교정곡선에 의해 얻어지는 힘측정기의 계산된 교정값의 표준편차(standard deviation) S는 자유도 $\nu = m-2$ (식 (3)인 경우)인 유한 측정횟수의 경우 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S = \sqrt{\frac{\sum [d_{ij} - (aF_i + bF_i^2)]^2}{m-2}} \quad (i=1, 2, \dots, j=1, 2, \dots) \quad (4)$$

여기서 m 은 총측정횟수이다.

3.4.2 A형 표준불확도, u_A

교정하중점 i 단계에서의 A형 표준불확도 $u_{A,i}$ 는 반복측정 결과를 통계적방법으로 평가하며, 교정곡선, 표준편차 등을 고려하여 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$u_{A,i} = \sqrt{F_i^2 u_a^2 + F_i^4 u_b^2 + 2F_i^3 u_a u_b \gamma_{ab}} \quad (i=1, 2, \dots) \quad (5)$$

여기서 u_a : 계수 a 의 표준편차

u_b : 계수 b 의 표준편차

γ_{ab} : 계수 a, b 의 상관계수이고 u_a, u_b, γ_{ab} 는 다음 식에 의해 계산된다.

$$u_a = S \sqrt{\frac{\sum F_i^4}{\sum F_i^2 \sum F_i^4 - (\sum F_i^3)^2}}$$

$$u_b = S \sqrt{\frac{\sum F_i^2}{\sum F_i^2 \sum F_i^4 - (\sum F_i^3)^2}}$$

$$\gamma_{ab} = \frac{-\sum F_i^3}{\sum F_i^2 \sum F_i^4}$$

3.5 B형 표준불확도

3.5.1 힘표준기의 불확도, u_f

고정밀 전기식 힘측정기를 교정하는데 사용된 힘표준기는 상대확장불확도를 가지고 있고, 이것은 고정밀 전기식 힘측정기의 확장불확도를 계산하는데 고려되어야 한다. 교정하중점 i 단계에서의 힘표준기의 불확도 $u_{f,i}$ 는 힘표준기의 불확도 U_s , 포함인자 k 및 기지시값의 평균값 \bar{d}_i 으로 계산할 수 있다.

$$u_{f,i} = \frac{U_s}{k} \times \bar{d}_i \quad (i=1, 2, \dots) \quad (6)$$

실하중 힘표준기의 불확도는 2×10^{-5} 이다. 국제적으로 국가표준기관은 포함인자 $k=2$ (신뢰수준 95.46%)을 사용함을 권장하고 있다.

3.5.2 지시계의 분해능에 의한 불확도, u_r

지시계의 분해능은 출력값을 정확하게 나타낼 수 있는지를 의미하므로 확장불확도에 큰 영향을 미친다. 그러므로 이것은 확장불확도 계산에 고려되어야 한다. 지시계의 분해능에 의한 불확도 u_r 은 사각형분포(rectangular probability distribution)로 가정할 수 있으므로 다음과 같은 식으로 쓸 수 있다.

$$u_r = \sqrt{\frac{r^2}{12}} \quad (7)$$

여기서 r 은 지시계의 분해능이다.

3.5.3 영점불확도, u_z (Zero Uncertainty)

각 회의 교정을 마친 후 무하중에서 영점복귀의 여부는 확장불확도에 영향을 미치므로 확장불확도 계산시 고려되어야 한다. 영점불확도 u_z 는 각 교정 시리즈의 전과 후의 지시값을 이용하여 계산된다. 영점불확도는 사각형분포(rectangular probability

distribution)로 가정할 수 있으므로 다음과 같은 식으로 쓸 수 있다.

$$u_z = \sqrt{\frac{(d_{f,j} - d_{o,j})_{\max}^2}{12}} \quad (j=1, 2, \dots) \quad (8)$$

여기서 $d_{f,j}$: 교정시리즈 1, 2, 3에서 하중을 제거한 후 측정된 지시값

$d_{o,j}$: 교정시리즈 1, 2, 3에서 교정을 시작하기 전에 측정된 지시값이다.

3.5.4 B형 표준불확도, u_B

B형 표준불확도는 A형 표준불확도를 평가한 이외의 방법으로 평가한다. 교정하중점 i 단계에서의 B형 표준불확도 $u_{B,i}$ 는 교정에 사용된 힘표준기의 불확도 $u_{f,i}$ 지시계의 분해능(resolution)에 의한 불확도 u_r 및 영점불확도 u_z 을 합성하여 계산하며, 식 (9)와 같이 표현할 수 있다.

$$u_{B,i} = \sqrt{u_{f,i}^2 + u_r^2 + u_z^2} \quad (i=1, 2, \dots) \quad (9)$$

3.6 합성표준불확도

이상의 결과로부터 교정하중점 i 단계에서 고정밀 전기식 힘측정기의 합성표준불확도 $u_{c,i}$ 는 A형 표준불확도 $u_{A,i}$ 와 B형 표준불확도 $u_{B,i}$ 를 합성하여 계산되며, 계산식은 다음과 같다.

$$u_{c,i} = \sqrt{u_{A,i}^2 + u_{B,i}^2} \quad (i=1, 2, \dots) \quad (10)$$

3.7 확장불확도

확장불확도는 고정밀 전기식 힘측정기의 신뢰도를 확보하기 위하여 합성표준불확도에 포함인자를 곱하여 계산한다. 교정하중점 i 단계에서 고정밀 전기식 힘측정기의 확장불확도 U_i 는 다음과 같은 식에 의해 계산될 수 있다.

$$U_i = k \cdot u_{c,i} \quad (i=1, 2, \dots) \quad (11)$$

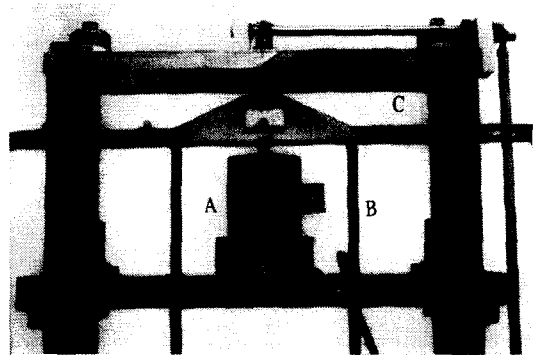
여기서 포함인자 $k=2$ (신뢰수준 95.46%)이다.

확장불확도는 힘단위와 백분율로 나타낸다. 확장

불확도 U_i 를 힘단위로 환산하기 위해서는 식 (11)로부터 구한 확장불확도에 교정하중점 i 단계 실하중을 곱한 것을 그 실하중에서의 기기지시값의 평균값으로 나누어 준다. 확장불확도 U_i 를 백분율(%)로 환산한 상대확장불확도는 식 (11)로부터 구한 확장불확도에 교정하중점 i 단계에서의 기기지시값의 평균값으로 나누고 100을 곱해준다.

4. 실험결과 및 고찰

고정밀 전기식 힘측정기의 교정은 한국표준과학연구원 역학표준부에서 보유하고 있는 5 kN 용량의 실하중 힘표준기를 이용하였다. 교정하중점은 200 N부터 2000 N까지 200 N 단계로 10점을 선택하였고, 히스테리시스를 고려하지 않았으므로 사전부하와 교정시험을 각각 3회씩 실시하였다. 그리고 실험방법은 2. 교정방법에 따라 실시하였다. 실험환경은 온도가 21 °C, 습도가 55 %이었다. Fig. 3은 고정밀 전기식 힘측정기를 실하중 힘표준기에 설치한 모습을 나타내고 있다. A는 고정밀 전기식 힘표준기, B는 하중틀(추걸이), C는 몸체이다.



A : Precision electric force measuring device
 B : Loading frame
 C : Body

Fig. 3 Precision electric force measuring device installed in Deadweight Force Standard Machine

Table 1.은 고정밀 전기식 힘측정기의 교정값을

나타내고 있다. 실하중은 힘표준기를 이용하여 전기식 힘측정기에 하중을 가한 값이고, 1회, 2회, 3회는 각각 0°, 120°, 240° 위치에서 교정한 값이며, 평균값은 식 (2)를 이용하여 계산한 값이다. 지시계의 분해능은 0.01이며, 이것은 평균값 계산시 고려되었다.

교정곡선식을 결정하기 위하여 식 (3)의 상수 a와 b를 계산한 결과 a는 0.999871706이었고 b는 0.00000043이었다. 그러므로 식 (3)은 식 (3')과 같이 된다.

$$d_i = 0.999871706 F_i + 0.00000043 F_i^2 \quad (3')$$

위의 교정곡선식 (3')은 교정하중 이외의 하중을 측정할 때 사용된다.

Table 1 Calibration value

실하중 (N)	기가지시값			평균값
	1회 (0°)	2회 (120°)	3회 (240°)	
0	0.00	0.00	0.00	
200	199.92	199.94	199.94	199.93
400	399.97	399.97	399.98	399.97
600	600.04	600.04	600.05	600.04
800	800.16	800.16	800.17	800.16
1000	1000.30	1000.30	1000.32	1000.31
1200	1200.48	1200.48	1200.50	1200.49
1400	1400.69	1400.70	1400.72	1400.70
1600	1600.92	1600.92	1600.94	1600.93
1800	1801.18	1801.15	1801.20	1801.18
2000	2001.42	2001.39	2001.41	2001.41
0	0.01	0.01	0.01	

확장불확도는 3. 불확도 이론에서 설명한 것과 같이 A형 표준불확도와 B형 표준불확도를 계산하고 이것을 합성한 합성불확도에 포함인자 2를 곱하여 계산한다. A형 표준불확도는 식 (4)에 의해 표준편차를 계산하고 이것과 측정값들을 식 (5)에 대입하여 계산한다. B형 표준불확도는 힘표준기의 불확도, 지시계의 분해능에 의한 불확도, 영점불확도를 합성

하여 계산하며, 각각의 불확도는 식 (6), (7), (8)에 의해 계산된다. 지시계의 분해능에 의한 불확도 계산시 지시계의 분해능은 사용한 지시계의 분해능인 0.01이다. 합성표준불확도는 식 (10)에 의해 계산되며, 확장불확도는 식 (11)에 의해 계산된다.

Fig. 4는 전기식 힘측정기의 계산한 확장불확도를 힘의 단위 N으로 나타낸 것이다. 확장불확도를 힘 단위인 N으로 나타내기 위해서는 식 (11)로 계산한 값에 교정하중점 i단계의 실하중을 곱하고 이것을 그 실하중에서의 평균값으로 나눈다. 확장불확도는 하중중에서 고하중으로 증가할수록 점점 증가하는 경향을 보였다. 이와 같은 현상은 실하중이 증가함에 따라 지시계의 분해능 0.01이 변화할 때 이것을 하중으로 환산한 값이 증가하기 때문이다. 확장불확도는 실하중 200 N일 때 0.012 N, 400 N일 때 0.018 N, 600 N일 때 0.022 N, 800 N일 때 0.024 N, 1000 N일 때 0.026 N, 1200 N일 때 0.026 N, 1400 N일 때 0.027 N, 1600 N일 때 0.03 N, 1800 N일 때 0.035 N, 2000 N일 때 0.044 N이었다.

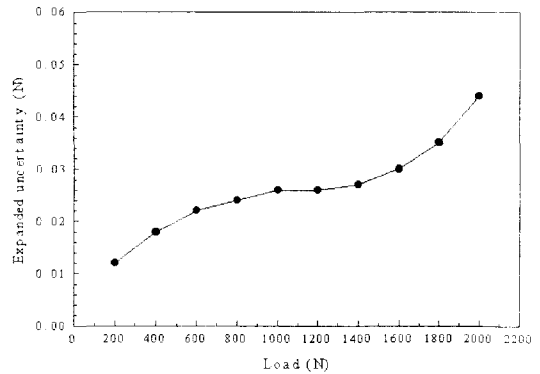


Fig. 4 Expanded uncertainty in N unit

Fig. 5는 전기식 힘측정기의 상대확장불확도율 (%)를 나타낸 것이다. 상대확장불확도율 나타내기 위해서는 교정하중점 i단계에서의 평균값으로 나누고 이것에 100을 곱한다. 상대확장불확도율은 대체로 저하중에서 고하중으로 증가할수록 감소하는 경향을 보인다. 이것은 상대확장불확도율을 계산할 때 계산한 확장불확도를 교정하중점 i단계에서의 평균값으로 나누기 때문이다. 상대확장불확도율은 실하중

200 N일 때 0.006 %, 400 N일 때 0.005 %, 600 N일 때 0.004 %, 800 N일 때 0.003 %, 1000 N일 때 0.003 %, 1200 N일 때 0.003 %, 1400 N일 때 0.002 %, 1600 N일 때 0.002 %, 1800 N일 때 0.002 %, 2000 N일 때 0.003 %이었다. 상대확장불확도가 가장 큰 것은 실하중 200 N일 때 0.006 %이며, 가장 작은 것은 실하중이 1400 N, 1600 N, 1800 N일 때 0.002 %이다.

2. 정낙삼외 8명, "측정불확도 표현지침(KRISS-98-096-SP)," 한국표준과학연구원, pp. 1~40, 1998.
3. 김갑순외 4명, "전기식 힘측정기의 표준교정절차(KASTO 97-07-107-107)," 한국측정기기교정협회, pp. 3~19, 1997.

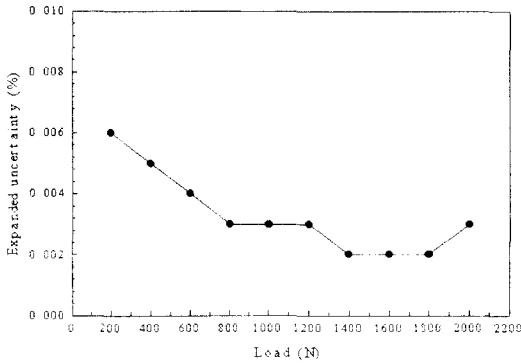


Fig. 5 Relative expanded uncertainty in %

5. 결론

본 논문에서는 고정밀 전기식 힘측정기의 교정 방법을 제시하였고, 확장불확도를 계산하는 식을 유도하였다. 실하중 힘표준기를 이용하여 고정밀 전기식 힘측정기를 교정하였으며, 그 측정결과를 유도한 이론식에 대입하여 확장불확도를 계산하였다. 계산 결과 실하중 200 N일 때 상대확장불확도는 0.006 %로 가장 크게 나타났으며, 1400 N, 1600 N, 1800 N일 때 0.002 %로 가장 작게 나타났다. 본 논문에서 제시한 교정방법과 유도한 불확도 이론은 고정밀 전기식 힘측정기를 교정하고 확장불확도를 계산하는데 유용하게 사용될 수 있다.

참고문헌

1. ISO(International Organization Standardization), "GUIDE TO THE EXPRESSION OF UNCERTAINTY IN MEASUREMENT," pp. 1~24, 1993.