

論文99-36D-1-10

광소자의 해석을 위한 효율적인 3차원 광전파방법

(Efficient 3-D Beam Propagation Algorithm for Application Photonic Devices Analysis)

辛炳善*, 林銅徹*, 安圭哲**, 崔炳河*

(Byung Seon Shin, Dong Cheol Lim, Gyoo Chul An, and Byung Ha Choi)

요 약

본 논문에서는 3차원의 연산을 위한 효율적인 3차원 광전파법을 제안하였다. 이는 기존의 2차원 구조에 많이 사용되었던 DuFort-Frankel법을 3차원으로 확장한 것으로서, 이 방법을 이용함으로써 광전파방법에서의 행렬연산의 횟수를 반으로 줄이며, 수치해석에 소요되는 시간을 최대 50% 이상 감소시킬 수 있었다. 제안된 광전파법은 모드결합이론에 적용되었으며, 매우 정확한 결과를 얻었다.

Abstract

We proposed an efficient Beam Propagation Method(BPM) algorithm for 3-D analysis, which can handle great amount of data on PC efficiently. The new algorithm, which is an expanded version of DuFort-Frankel algorithm for 3-D analysis, can reduce the number of computations for a given BPM analysis. The new algorithm was applied to a rib-type directional coupler to find the same results as those from the coupled mode theory.

1. 서 론

광소자의 다양화와 복잡화에 의하여, 기존의 유효 굴절율법을 이용한 2차원 광전파방법은 몇 가지의 문제점이 노출 되었다. 그 중 대표적인 것으로는 편파를 정확히 분석할 수 없다는 점과 도파로의 형태가 유효 굴절율법을 적용할 수 있도록 변화의 정도가 심하지 않아야 한다는 점이다. 그러나 최근에 제안되고 있는 다양한 광소자의 경우 이러한 조건을 만족시키지 않는 경우가 많으며, 따라서 이러한 구조를 정확히 분석하기 위해 광소자의 구조를 있는 그대로 분석할 수 있

고, 동시에 편파를 고려할 수 있는 3차원 광전파방법들이 제안되었다. 그러나 3차원의 광전파방법을 적용할 경우 많은 데이터를 처리해야 하며, 따라서 효율적인 데이터의 처리를 위한 여러 가지의 알고리즘이 제안되었다. 그 중 첫번째로는 데이터의 양적인 처리에 관한 것으로서, 수치해석상의 grid의 수를 제한하는 방법이 있다^[1]. 이는 구조의 변화가 심한 영역에서는 조밀한 grid를 사용하며, 구조의 변화가 심하지 않은 영역에서는 grid의 수를 적게 사용하는 방법이다. 이러한 방법은 구조를 변경할 때마다 grid의 수를 결정해 주어야 하므로 실제를 구현하는 데에는 많은 번거로움이 따르게 된다. 두 번째로는 계산을 위한 가상적인 경계면인, 수치 해석상 경계면의 영향을 줄이는 방법이 제시되어 있다. 초기 단계의 계산에서 수치 해석상 경계면의 영향을 비교적 덜 받도록 하기 위한 Open Boundary Condition (OBC)과 광전파방향 내에서 경계면의 영향을 줄이기 위한 Hardly의 Trans-

* 正會員, 仁荷大學校 電子工學科
(Dept. of Electronics Engr. Inha Univ.)

** 正會員, 安山專門大 電子通信科
(Dept. of Electronic Communication Ansan Junior College.)

接受日字: 1998年7月24日, 수정완료일: 1998年11月24日

parent Boundary Condition (TBC) 이 그것이다^[2-3]. 이전의 광전파법에서는 수치 해석상 경계면의 영향을 제거하기 위하여 수치 해석상 경계면을 도파관의 중심으로부터 멀리 떨어뜨리게 하였다. 그러나 이는 수치 해석의 구간을 넓히게 되어서 불필요한 데이터량을 많이 포함하게 된다. 따라서 경계면에 무관한 수치 해석 결과를 얻을 수 있다면, 도파관 중심부의 데이터만 처리해도 되므로 계산에 필요한 데이터의 양이 크게 줄어든다.

현재까지 구현된 광전파법 중 대표적인 것이 고속 푸리에 변환(FFT)을 이용한 FFT-BPM, 유한요소 해석법을 이용한 FE-BPM 그리고 유한 차분법(FD)을 이용한 FD-BPM 등이 그것이다^[4-6]. 본 논문에서 주로 다루게 될 FD-BPM은 다시 CN(Crank-Nicholson)법에 의한 implicit 방법과 explicit 방법에 의한 Explicit Finite Difference Method (EFD)가 대표적이다. CN법은 수렴성과 안정성이 뛰어난 반면에 매 스텝마다 역행렬을 해야 하므로 많은 계산시간이 소요된다. 이에 비해서 EFD의 경우는 매 스텝마다 역행렬을 구할 필요는 없으나, 수렴성 및 안정성이 낮아지는 영향을 초래하게 된다. 이러한 두개의 방법의 절충치가 바로 MEFD(DuFort-Frankel Finite Difference Method)이다. 이 MEFD는 수렴성과 계산량이 모두 개선된 식으로 매우 효율적인 알고리즘이다. MEFD는 지금까지 2차원구조에 대하여 많이 적용이 되어왔으며, 매우 안정적이며 효율적이 데이터 처리성을 가짐이 알려져 왔다^[7]. 본 논문에서는 이를 3차원 구조에 대하여 확장하였으며, 또한 이에 대한 타당성을 분석하기 위해 모드결합이론의 해석결과와 광전파법을 사용한 경우를 비교 분석하였다.

II. 기본이론

광도파로 소자의 해석에 사용되는 수치 해석법은 그림 1에서 볼 수 있듯이 초기 전계의 해석과 광전파향의 해석으로 나눌 수 있다. 위의 두 해석은 맥스웰 방정식의 형태로 표현 되어있는 파동 방정식에 어떠한 조건을 적용하는지에 따라서 다르게 구해진다.

1. 초기 전계의 해석

초기 전계식에 대한 해석은 일반적으로 2차원의 고유치 방정식의 형태로 표현되어진다.

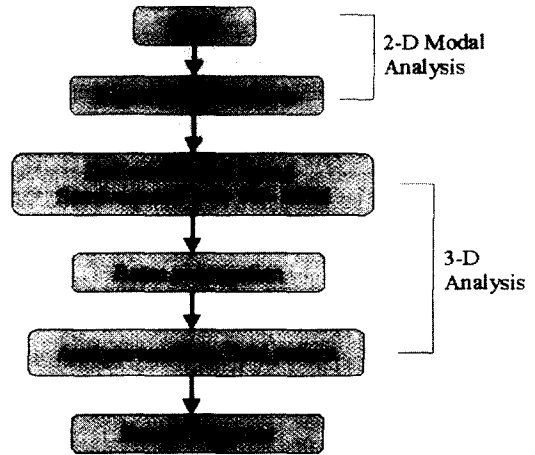


그림 1. 광도파로 소자의 해석 순서

Fig. 1. Calculation procedure for waveguide analysis.

$$\nabla^2 \bar{E} + k^2 \bar{E}_t = -\nabla_t (\bar{E}_t \cdot \nabla_t \ln k^2) \quad (1)$$

z방향의 전파정수 β , 주파수 ω 일때 위의 벡터 Helmholtz방정식을 풀면 고유치 방정식형태의 초기 전계의 식이 된다. 따라서, 진행방향에 수직인 벡터 Helmholtz방정식은 다음과 같다.

$$\nabla_t^2 + \bar{E}_t + k^2 \bar{E}_t - \beta_t^2 \bar{E}_t = -\nabla_t (\bar{E}_t \cdot \nabla_t \ln k^2) \quad (2)$$

이 때에 전계의 값을 x축의 성분 또는, y축 성분만으로 한정하는 것을 각각 Quasi-TE-모드, Quasi-TM 모드라 부르며, 이를 유한 차분법에 따라서 이산화하게 되면 초기 전계에 대한 고유치 방정식을 얻을 수 있다^[3].

2. 광전파의 행렬 연산식의 경우

광전파의 행렬 연산에 대한 유한차분식은 (1)의 식에 광도파로 소자가 진행방향에 대해 매우 작은 범위로 변화한다는 조건을 대입하여 구한다.

$$\bar{E}(x, y, z, t) = \bar{E}(x, y, z) \cdot \exp(-j\beta z) \quad (3)$$

$$\left| \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial z^2} \right| \ll 2\beta \left| \frac{\partial \bar{E}}{\partial z} \right| \quad (4)$$

따라서 준벡터의 TE와 TM모드에 대한 광전파식은 다음과 같다.

Quasi-TE 모드의 경우;

$$j2\beta \cdot \frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial(n^2 E_x)}{n^2 \partial x} \right] + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + (k^2 - \beta^2) E_x \quad (5a)$$

Quasi-TM 모드의 경우;

$$j2\beta \cdot \frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial(n^2 E_y)}{n^2 \partial y} \right] + (k^2 - \beta^2) E_y \quad (5b)$$

3. EFD

EFD라 불리우는 이 방법은 앞의 z -축으로의 변화에 대한 유한차분식으로 표현하는 하나의 방법이다. Quasi-TE모드에 대한 EFD의 이산화는 다음과 같다.

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} \Big|_{z=z} = \frac{E_x(x, y, z + \Delta z) - E_x(x, y, z - \Delta z)}{2\Delta z} = \frac{1}{j\beta} \cdot \left\langle \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial(n^2 E_x)}{\partial x} \right] + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} \Big|_{z=z} + (k_0^2 n^2 - \beta^2) E_x(x, y, z) \right\rangle \quad (6)$$

위의 식에서 Laplacian에 대한 이산화를 포함하면, 다음과 같이 된다.

$$E_{i,j}(z + \Delta z) = E_{i,j}(z - \Delta z) + aE_{i-1,j}(z) + bE_{i+1,j}(z) + cE_{i,j} + d[E_{i,j-1}(z) + E_{i,j+1}(z)] \quad (7)$$

$$a = \frac{\Delta z}{j\beta} \frac{2n_{i-1,j}^2}{\Delta x^2(n_{i,j}^2 + n_{i-1,j}^2)} \quad (7a)$$

$$b = \frac{\Delta z}{j\beta} \frac{2n_{i+1,j}^2}{\Delta x^2(n_{i,j}^2 + n_{i+1,j}^2)} \quad (7b)$$

$$c = \frac{\Delta z}{j\beta} \left[\frac{2n_{i,i}^2}{\Delta x^2 + (n_{i,i} + n_{i-1,i}^2)} + \frac{2n_{i,i}^2}{\Delta x^2(n_{i,j}^2 + n_{i+1,i}^2)} + \frac{2}{\Delta y^2} - k_0^2 n_{i,j}^2(z) - \beta^2 \right] \quad (7c)$$

$$d = \frac{\Delta z}{j\beta} \frac{1}{\Delta y^2} \quad (7d)$$

식(7)에서 i 와 j 는 각각 x 와 y 축의 좌표 값을 의미한다. Quasi-TM모드의 경우에도 이와 동일한 과정을 통하여 구할 수 있다^[8].

III. 3-D MEFD

Modified Explicit Finite Difference (MEFD) BPM은 EFD에서 비교적 간단한 수식의 대입에 의해 얻어지게 된다. 그러나 MEFD는 다음 절에서 설명되듯이 EFD에 비해서 수렴성이나 계산량의 측면에서 상당한 이점을 가진다.

1. DuFort-Frankel Finite Difference Method (MEFD)

식 (7)에서 $E_{i,j}(z)$ 를 $[E_{i,j}(z-z) + E_{i,j}(z+z)]/2$ 로 대체하면, MEFD가 된다.

$$E_{i,j}(z + \Delta z) = dfcE_{i,j}(z - \Delta z) + dfaE_{i-1,j}(z) + dfbE_{i+1,j}(z) + dfa[E_{i,j-1}(z) + E_{i,j+1}(z)] \quad (8)$$

$$dfc = (c + 2)/(2 - c) \quad (8a)$$

$$dfa = 2a/(2 - c) \quad (8b)$$

$$dfb = 2b/(2 - c) \quad (8c)$$

$$dfd = 2d/(2 - c) \quad (8d)$$

식(8)은 MEFD의 기본적인 계산규칙을 나타낸다. EFD와 마찬가지로 MEFD역시, 두 단의 초기 전계를 이용하여 다음단의 전계를 계산한다. 그러나 식(7)의 EFD에서는 세 번째의 전계를 구함에 있어서 EFD가 두 번째 전계에서 5개의 점을 이용하는 반면에 식(8)에서처럼 MEFD는 두 번째 전계에서 가운데 점을 제외한 4개의 점만을 사용하여 세 번째의 전계를 계산한다.

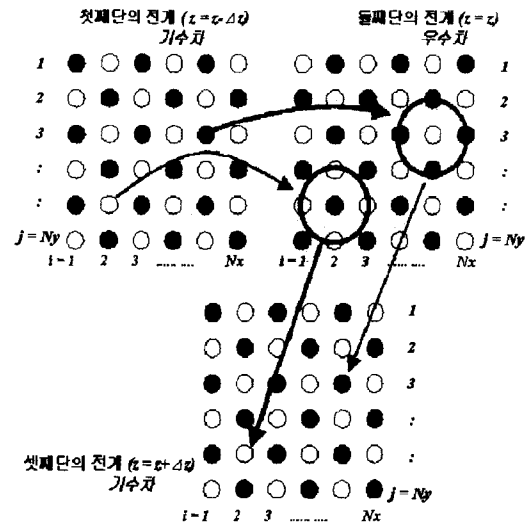


그림 2. Leap-frog알고리즘에 의한 계산순서. 검은점과 흰점은 다음 필드의 계산에 있어서 각각 독립적으로 작용한다.

Fig. 2. Leap-frog ordering, where two sets of field values indicated by circles and solids are independent in the calculation of next sets of field values.

2. Leap-Frog ordering of Calculation

그림 2에서 볼 수 있듯이, MEFD는 검은점의 집합과 흰점의 집합으로 구성된 두 가지의 서로 다른 grid의 집합을 가지게 된다. 이 때의 두 집합은 다음 단계의 계산에 있어서 서로 독립적이다. 만일, 최종 단에서 검은점 만의 전계를 계산한다면, 전체 식에서 검은점에 해당하는 데이터만을 이용하여 전계를 계산할 수 있다. MEFD의 초기의 두 단의 전계는 EFD에서와 FFT-BPM이나, CN등에 의해 구해진다^{[6] [9]}. 본

논문에서는 CN법과 FFT-BPM에 의하여 두 번째단 전계를 각각 구하였다. 그 결과 CN법이 FFT-BPM에 비해 기생모드를 덜 발생시키는 것을 알 수 있었다. 기생 모드는 주전계 분포 외각으로 매우 작은 크기를 가지는 부가적인 전계 분포를 말한다. 이는 실제의 전계와는 무관하게 수치해석 시에 발생하는 비이상적인 모드이다^[9].

고유치 방정식의 해인 첫 단의 전계와 CN법에 의해 구하여진 두 번째단 전계를 MEFD에 적용시키기 위해서는 그림 2에서와 같은 규칙에 의해 두 가지 중의 한 종류만을 추출하여야 한다.

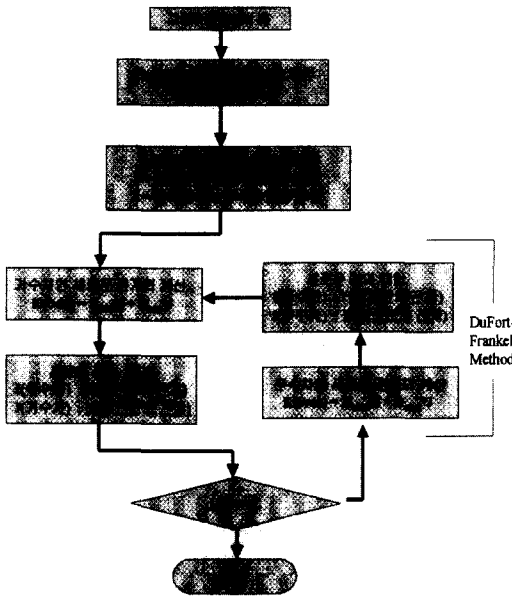


그림 3. MEFD 광전파법의 알고리즘
Fig. 3. Algorithm of MEFD beam propagation method.

즉, 만일 그림 2에서 검은점을 선택한다면, 위로부터 1,3,5...의 기수차의 점들을 선택하며, 둘째 단에서는 2,4,6의 우수차로 시작되는 점들만을 추출하여서 그 다음 단의 전계를 계산한다. MEFD에서는 세 번째단 전계 계산 시에 EFD에서 사용되었던 데이터의 절반에 해당하는 기수차, 또는 우수차의 데이터만을 이용한다. 이는 행렬의 크기를 반으로 줄이는 효과를 가져오며, 이 때의 행렬연산에서 구하여진 세 번째단 전계는 우수차의 데이터는 포함하지 않고 오직 기수차에 해당하는 데이터 만을 포함하게 된다. 네 번째단 전계의 계산은 우수차만으로 추출된 두 번째단 전계와 바로, 앞 단에서 계산된 세 번째 단에 의해 구해지며,

이 때에는 오직, 우수차에 해당하는 데이터만이 구하여진다.

전체 전계의 계산 과정은 그림 3과 같이 두 단의 전계가 하나로 묶여져서 구해진다. 즉, 기-우-기수차에 의해 셋째 단이 구해지며, 우-기-우수차에 의해 넷째 단이 구해진다. 그 다음 단은 다시 기-우-기/우-기-우수차의 순서로 계산이 반복되게 된다. 이는 MEFD의 기본적인 계산 규칙이 된다.

3. MEFD의 안정도 및 오차

MEFD의 가장 큰 장점은 EFD에 비해 수렴성이 매우 뛰어나다는 점이다. 다음식은 3차원 MEFD의 안정도를 나타낸다.

$$\Delta z \leq \frac{n_0}{\sqrt{(n_{i,j}^2 - n_0^2)(1/\Delta x^2 + 1/\Delta y^2 - k_0^2(n_{i,j}^2 - n_0^2)/4)}} \quad (9)$$

위의 식은 von Neumann안정도 해석법을 기초로 하여서 구하였으며, 자세한 과정은 부록에 나타나 있다. 여기에서 n_0 는 유효 굴절율을 나타낸다. 또한 이 식은 굴절율의 값이 항상 유효 굴절율을 보다 커야 만족한다. 굴절율의 값이 유효 굴절율을 보다 작은 영역에서는 식(A.7)이 만족되어서 MEFD는 항상 수렴한다. 또한 MEFD에 의한 오차는 다음과 같이 구해진다.

$$err = [(dz/dx)^2 + (dz/dy)^2] \partial^2 E_{i,j}(z) / \partial^2 z \quad (10)$$

와 같이 표현할 수 있으며 이때의 증팔호 안의 값이 1보다 작은 경우는 기존의 Paraxial approximation과 동일한 크기의 오차를 가진다.

IV. 전산모사 및 결과

제시된 알고리즘의 타당성을 검증하기 위해서 그림 4의 Rib형의 Y-분기와 그림 5의 방향성 결합기에 적용시켜서 검증하였다^{[4] [5] [6]}.

Y-분기의 경우 계산상의 경계면의 크기는 84이며, 이때 grid의 수는 각각 10040으로 하였다. 이러한 구조에 대하여 고유치 방정식을 풀면 초기 전계에 대한 유효굴절율 값과 전계 분포를 구할 수 있다^[3].

이 때의 유효 굴절율의 값은 quasi-TE와 quasi-TM 모드에 대해 각각 3.38867, 3.38796의 값을 갖게 되며, 또한 dx,dy는 각각 0.0808 μm, 0.1026 μm의 값을 가지게 된다. 이와 같은 조건을 식 (9)에 적용시키면 표 1과 같은 안정도 조건을 구할 수 있다. 표 1

에서 보여지듯이 MEFD는 EFD에 비하여 10배 정도 향상된 안정도 조건을 가지게 된다. 그러나 식(10)의 부가 오차에 의한 식에 의해 최대의 dz 의 크기를 제한하는 요인이 된다. 식(10)에 의한 오차를 무시할 수 있는 최대 dz 의 값은 $0.0625 \mu\text{m}$ 가 되며, 이는 EFD의 수치에 2배정도가 되는 값이다. Z-축상의 간격에 대한 이득과 leap-frog계산법을 이용하면 MEFD는 최소 4배 이상의 이득을 얻을 수 있다.

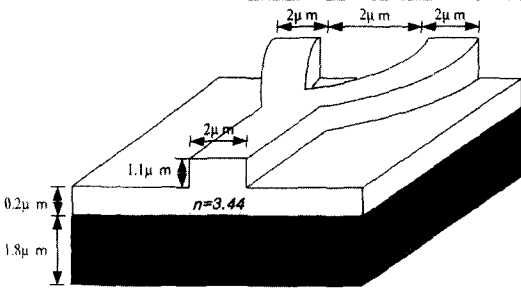


그림 4. Rib형 Y-분기 도파로
Fig. 4. Y-branching optical rib waveguide.

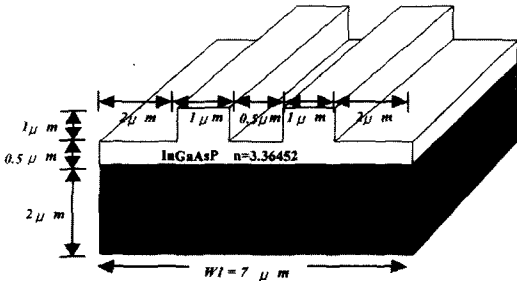


그림 5. Rib형 대칭형 방향성 결합기
Fig. 5. Structure of rib type symmetric directional coupler.

MEFD의 dz 를 0.02, 0.05, 0.07로 바꾸어 가면서 기존의 EFD의 결과치와 비교하였다^[11]. 본 논문에서는 광전파함에 흡수 경계조건을 사용하여 연산을 수행 하였다.

표 1. 최대 안정 조건
Table 1. Maximum Stability conditions.

	Quasi TE	Quasi TM
EFD ($dz, \mu\text{m}$)	0.0335	0.0275
MEFD ($dz, \mu\text{m}$)	0.3655	0.3629

그림 6과 같이 z-축간의 간격이 오차의 최대 허용치 이상이 되는 경우에는 결과가 부정확해 지는 것을

알 수 있다. 그림 7은 dz 를 0.02로 하였을 때, TE모드의 진행을 보인다. 기존의 결과와 비교 하여 볼 때 매우 정확한 형태를 보임을 알 수 있다^[5].

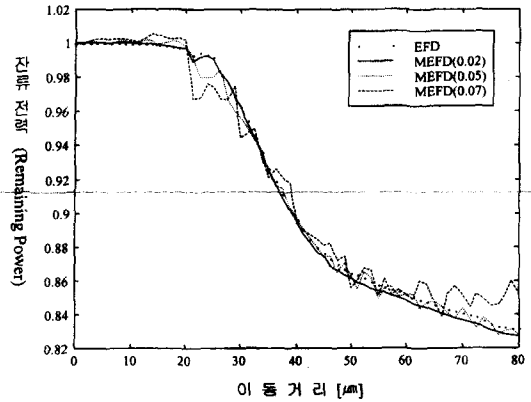
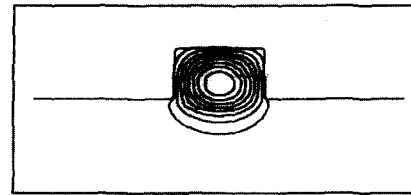
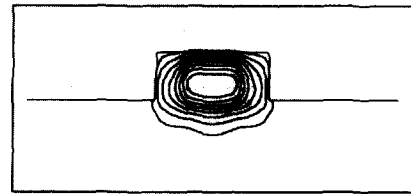


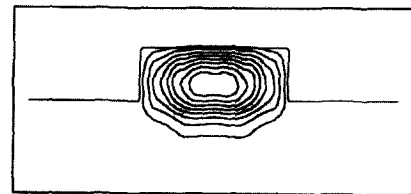
그림 6. 계산 윈도우내의 잔류전력
Fig. 6. Remaining optical power in the computational window.



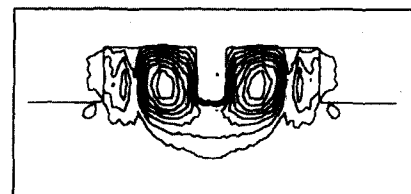
(a)



(b)



(c)



(d)

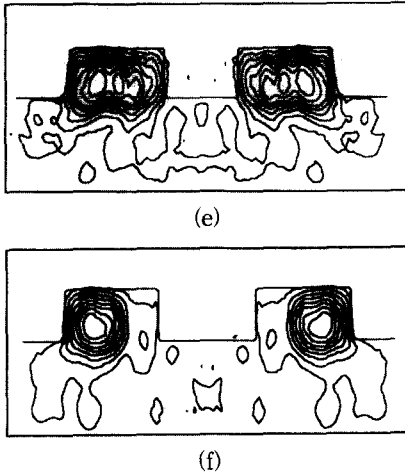


그림 7. 진행거리에 따른 Y-분기에서의 TE모드의 전계분포 (a) $z = 0\mu\text{m}$ (b) $z = 7.5\mu\text{m}$ (c) $z = 15\mu\text{m}$ (d) $z = 23.75\mu\text{m}$ (e) $z = 31.25\mu\text{m}$ (f) $z = 40\mu\text{m}$

Fig. 7. TE mode propagation in the Y-branching waveguide. (a) $z = 0\mu\text{m}$ (b) $z = 7.5\mu\text{m}$ (c) $z = 15\mu\text{m}$ (d) $z = 23.75\mu\text{m}$ (e) $z = 31.25\mu\text{m}$ (f) $z = 40\mu\text{m}$

그 다음으로는 그림 5의 방향성 결합기에 적용하였다. 여기에서는 TM모드에 대하여 적용시키었다. 또한 dz 의 크기도 0.05로 하여 수렴성 및 오차의 조건을 모두 만족하도록 하였다. 초기 전계의 해석법을 이용하여 결합기의 두 수퍼 모드를 계산하였다.

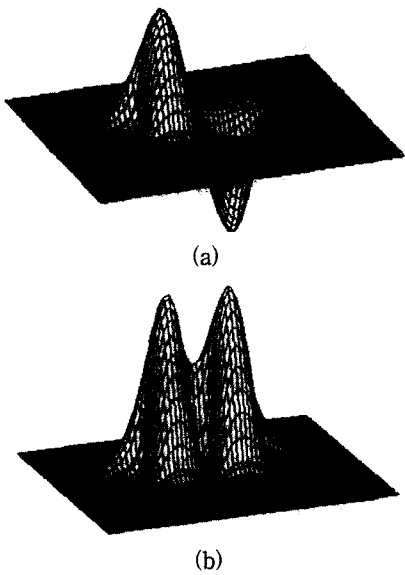
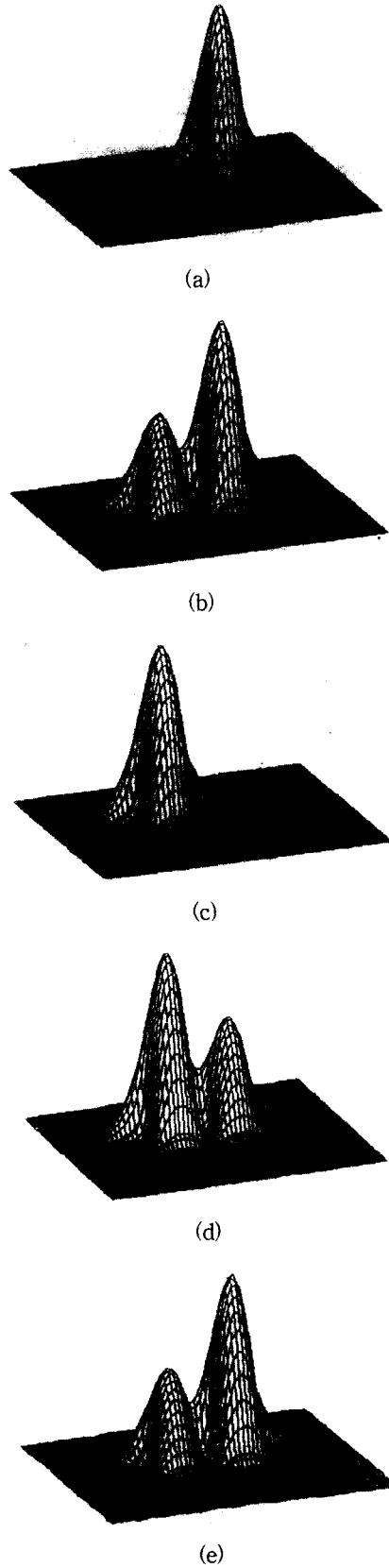
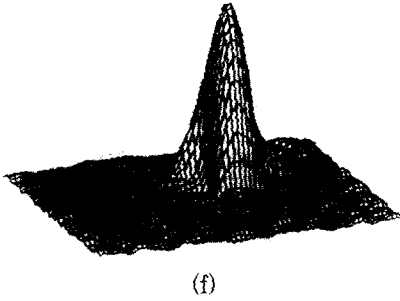


그림 8. 방향성 결합기에서 TM모드에 대한 수퍼 모드의 분포 (a) 비대칭형 (b) 대칭형
Fig. 8. Super mode field profile of TM wave in the directional coupler. (a) asymmetric (b) symmetric.





(f)

그림 9. 진행거리에 따른 방향성 결합기에서의 TM모드의 전계분포 (a) $z = 0\mu\text{m}$ (b) $z = 40.3516\mu\text{m}$ (c) $z = 129.1252\mu\text{m}$ (d) $z = 173.5120\mu\text{m}$ (e) $z = 217.8988\mu\text{m}$ (f) $z = 258.250\mu\text{m}$

Fig. 9. TM mode propagation in the directional coupler waveguide. (a) $z = 0\text{m}$. (b) $z = 40.3516\mu\text{m}$ (c) $z = 129.1252\mu\text{m}$ (d) $z = 173.5120\mu\text{m}$ (e) $z = 217.8988\mu\text{m}$ (f) $z = 258.250\mu\text{m}$

그림 8은 기모드와 우모드의 분포를 보인다. 이 때의 기모드와 우모드의 유효 굴절률 값은 각각 3.2831, 3.2891을 가지며 이때의 파장은 $1.55\mu\text{m}$ 이다. 식 (11)은 이때의 결합거리를 나타내며^[10] β_o, β_e 는 각각 기모드와 우모드의 전파정수이다.

$$L = \frac{\pi}{\beta_o - \beta_e} \quad (11)$$

결과적인 결합거리는 $129.1252\mu\text{m}$ 가 된다. 그림 9는 방향성 결합기의 진행거리에 따른 전계 분포이다.

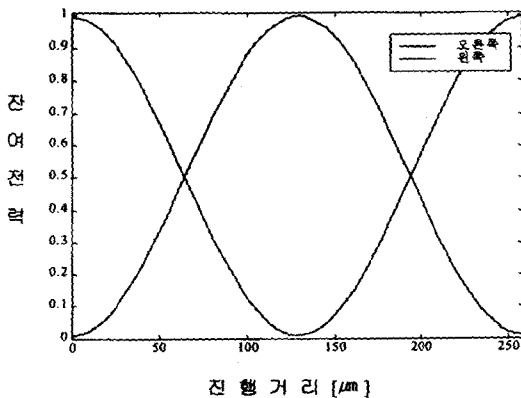


그림 10. 방향성 결합기에서의 전력의 이행곡선
Fig. 10. Power transfer of directional coupler.

그림 10은 결합거리 $129.1252\mu\text{m}$ 에서 광이 완전히 이행됨을 나타내며 이의 2배인 거리에서 다시 처음과

같은 상태로 광이 돌아옴을 나타낸다. 이는 실제 모드 결합이론의 결과와 정확히 일치하게 되었다.

그림 11은 x-y평면상의 grid의 수에 대한 EFD와 MEFD의 계산 시간을 비교하고 있다. 여기에서 Nz는 z축으로의 grid의 개수이며, 여기에서는 기준단위를 1024개로 하였다. 그러므로 그림 11의 계산 시간은 1024의 반복계산을 수행하는데 걸리는 시간을 나타낸다. 여기에서 보여지듯이 MEFD가 EFD에 비해 월등한 계산효율을 가짐을 알 수 있다.

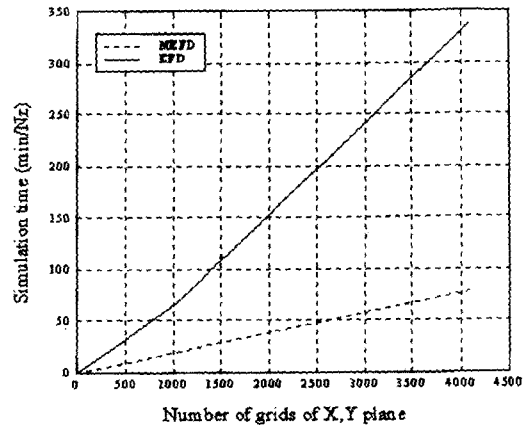


그림 11. X-Y 평면상의 grid 수에 변화에 따른 계산 시간

Fig. 11. Computation time for varying the number of grids of x-y plane.

V. 결론

CN이나 EFD와 같은 방법들에 비해서 연산시간을 줄일 수 있는 새로운 광전파법을 제안하였다.

제안된 알고리즘의 가능성을 확인하기 위해서 방향성 결합기에 적용하고 그 결과를 모드결합이론과 비교하였으며, 일치된 결과를 얻었다.

새로운 광전파법은 기존의 방법들에 비해 50%의 계산량을 감소시킴으로써 계산효율을 2배 이상 증가시켰다. 따라서 본 논문에서 제시된 알고리즘은 대량의 데이터를 처리하게 되는 3차원 해석에서 대단히 유용할 것으로 생각된다.

부록

여기에서는 3차원 MEFD-BPM의 안정도에 대한 분석을 하기로 한다. 기존의 결과들과의 비교를 위해

서 여기에서는 스칼라 파동방정식에 적용하기로 하였다^[12]. 안정도 분석은 von Neumann의 해석법을 기초로 하여 수행하였다^[13]. 3차원의 스칼라 형태의 MEFD는 다음과 같다.

$$E_{i,j}(z + \Delta z) = dfa[E_{i-1,j}(z) + E_{i+1,j}(z)] + dfcE_{i,j}(z - \Delta z) + dfb[E_{i,j-1}(z) + E_{i,j+1}(z)] \quad (A.1)$$

$$dfc = (c + 2)/(2 - c) \quad (A.1a)$$

$$dfa = 2a/(2 - c) \quad (A.1b)$$

$$dfb = 2b/(2 - c) \quad (A.1c)$$

위의 식을 실수와 허수로 나누어 치환하면 다음과 같은 형태로 바뀐다.

$$a = \Delta z / k_0 n_0 \quad (A.2)$$

$$A = k_0^2 (n_{i,j}^2 - n_0^2) \quad (A.2a)$$

$$a = -ja / \Delta x^2 \quad (A.2b)$$

$$b = -ja / \Delta y^2 \quad (A.2c)$$

$$c = -ja[A - 2/\Delta x^2 - 2/\Delta y^2] \quad (A.2c)$$

여기에서 전계를 다음과 같은 z축을 amplification factor로 x와 y축을 phase factor로 나누게 되면 각 위치에서의 전계는 다음과 같다.

$$E_{n,m}(l) = e^{xik} e^{j\beta nh} e^{j\gamma m p} = \xi^l e^{j\beta nh} e^{j\gamma m p} \quad (A.3)$$

여기에서 $\xi = e^{ixk}$ 이며, 이를 amplification factor라 부르며, 진행상의 누적오차를 나타낸다. 따라서 MEFD형태의 파동방정식에 식(2)와 (3)을 대입하게 되면, 다음과 같다^[13].

$$\begin{aligned} \xi^2 &= [2 \cdot dfa \cdot \cos \beta h + (2 \cdot dfb \cdot \cos \gamma p)] \xi + dfc \\ &= -ja \alpha \left(\frac{\cos \beta h / \Delta x^2 + \cos \gamma p / \Delta y^2}{2 + ja(A - 2/\Delta x^2 - 2/\Delta y^2)} \right) \xi + \frac{2 - ja(A - 2/\Delta x^2 - 2/\Delta y^2)}{2 + ja(A - 2/\Delta x^2 - 2/\Delta y^2)} \end{aligned} \quad (A.4)$$

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{-j2\alpha(\cos \beta h / \Delta x^2 + \cos \gamma p / \Delta y^2)}{2 + ja(A - 2/\Delta x^2 - 2/\Delta y^2)} \\ &= \frac{\sqrt{4 + a^2(A - 2/\Delta x^2 - 2/\Delta y^2)^2 - 4a^2(\cos \beta h / \Delta x^2 + \cos \gamma p / \Delta y^2)^2}}{2 + ja(A - 2/\Delta x^2 - 2/\Delta y^2)} \end{aligned} \quad (A.5)$$

MEFD의 식이 수렴하기 위해서는 amplification factor인 ξ 의 절댓값의 크기가 항상 1보다 작거나 같아야 한다. 이 때 만일 식(5)의 square root안의 값이 0보다 크다면, 이 식의 크기는 항상 1이 될 것이다. 따라서 위의 식이 수렴하기 위한 조건은 square root

안의 식에 의해서만 결정된다. 그러므로 MEFD의 수렴조건은 다음과 같다.

$$4 + a^2[8(1 - \cos \beta h \cdot \cos \gamma p) / \Delta x^2 \Delta y^2 + 4 \sin^2 \beta h / \Delta x^4 + 4 \sin^2 \gamma p / \Delta y^4] \geq a^2(4A / \Delta x^2 + 4A / \Delta y^2 - A^2) \quad (A.6)$$

여기에서 h와 p는 임의의 값을 가질 수 있다. 따라서 좌변 항을 최소로 하는 조건은 두개의 sine값과 두개의 cosine값을 각각 0과 1로 하는 경우이다. 따라서 결론적으로 (6)식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$4 \geq a^2(4A / \Delta x^2 + 4A / \Delta y^2 - A^2) \quad (A.7)$$

최종적인 안정도에 관한 식은 다음과 같다.

$$\Delta z \leq \frac{n_0}{\sqrt{(n_{i,j}^2 - n_0^2)(1/\Delta x^2 + 1/\Delta y^2 - k_0^2(n_{i,j}^2 - n_0^2)/4)}} \quad (A.8)$$

참 고 문 헌

- [1] Junji Yamauch, Jun Shibayma, Minoru Sekiguchi, Hisamatsu Nakano, "Finite-Difference Beam Propagation Method Based on the Generalized Douglas Scheme for Nonuniform Grid", *IEEE Photon. Technol.Lett.*, vol. 9, no. 1, pp. 67-69, Jan.1997.
- [2] Charles Vassalo Michiel van der Keur, "Highly Efficient Transparent Boundary Conditions for Finite Difference Beam Propagation Method at Order Four", *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 15, no. 19, pp. 1958-1965. Oct. 1997.
- [3] B.S.Shin, D.C.Lim, G.C.Ahn, B.H.Choi, "New Formulation of Finite Difference Method : Application to Rib Waveguides", *Proc. ITC-CSCC98*, vol. II, pp. 1745-1748, July. 1998.
- [4] David Yevick, Bjorn Hermansson, "New Formulations of the Matrix Beam Propagation Method: Application to Rib Waveguides", *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 25, no. 2, pp. 221-229, Feb. 1989.
- [5] Yasuhide Tsuji, Masanori Koshiba, Tatsuki Shiraiishi, "Finite Element Beam Propagation Method for Three-Di-

- mensional Optical Waveguide Structures", *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 15, no. 9, pp. 1728-1734. Sep. 1997.
- [6] Y.Chung, N.Dagli, "Explicit Finite Difference Beam Propagation Method: Application to Semiconductor Rib Waveguide Y-junction analysis", *IEE Electron. Lett.*, vol. 26, no. 11, pp. 711-713, May. 1990.
- [7] Feng Xiang Gar Lam Yip, "An Explicit and Stable Finite Difference 2-D Vector Beam Propagation Method", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 6, no. 10, pp. 1248-1250. Oct. 1994.
- [8] Pao-Lo Liu Bing-Jing Li, "Semivectorial Helmholtz Beam Propagation by Lanczos Reduction", *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 29, no. 8, pp. 2385-2389, Aug. 1993.
- [9] Husain M. Masoudi John M. Arnold, "Spurious Modes in the DuFort-Frankel Finite-Difference Beam Propagation Method", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 9, no. 10, pp. 1382-1384. Oct. 1997.
- [10] Hiroshi Nishihara, Masamitsu Haruna Toshiaki Suiara, Optical Integrated Circuits, McGraw-Hill Book Company, pp. 41-42, 1985.
- [11] G. Ronald Hadley, "Transparent boundary condition for beam propagation", *OPTICS LETTERS*, vol. 16, no. 9, pp. 624-626, 1991.
- [12] Y.Chung, N.Dagli, "z-variant and z-invariant semiconductor rib waveguides by explicit finite difference beam propagation method with nonuniform mesh configuration", *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 27, no. 10, pp. 2296-2305, 1991.
- [13] A.R. Mitchell, D.F.G, The Finite Difference Method in Partial Differential Equations, JOHN WILEY & SON Book Company, pp. 38-40, 1980.

 저 자 소 개



辛炳善(正會員)

1975년 3월 5일생. 1997년 2월 인하대학교 전자공학과 공학사. 1997년 3월 ~ 현재 인하대학교 전자공학과 석사과정. 1997년 4월 ~ 1997년 8월 한국전자통신연구원 위촉연구원. 관심분야는 광집적회로소자 설계, 반

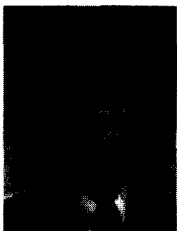
도체 레이저 다이오드



林銅徹(正會員)

1992년 2월 인하대학교 전자공학과 공학사. 1998년 2월 인하대학교 전자공학과 공학석사. 1998년 3월 ~ 현재 인하대학교 전자공학과 박사과정. 1992년 1월 ~ 1993년 3월 LG기공(주) 사원. 1993년 8월 ~ 1996년 2월 LG정보통신 중앙연구소 연구원. 주관심분야는 광집적회로, Optical interconnection, 광통신

월 LG정보통신 중앙연구소 연구원. 주관심분야는 광집적회로, Optical interconnection, 광통신



安圭哲(正會員)

1988년 2월 인하대학교 전자공학과 공학사. 1990년 2월 인하대학교 전자공학과 공학석사. 1993년 3월 ~ 현재 인하대학교 전자공학과 박사과정. 1990년 8월 ~ 1993년 2월 LG정보통신 중앙연구소 주임연구원. 1993년

10월 ~ 1996년 2월 한국체육과학연구원 연구원. 1996년 3월 ~ 현재 안산전문대학 전자통신과 전임강사. 주관심분야는 광집적회로, 비선형광학, Optical fiber communication

崔炳河(正會員) 第32卷 A編 第3號 參照

현재 인하대학교 전자공학과 교수