韓國海洋工學會誌 第13卷 第3(Ⅱ)號, pp.91~98, 1999. 8

◉ 論 文

비선형 불확실성에 대한 서보계의 강인성에 관한 고찰(I)
- 직달항을 고려한 2자유도 서보계의 구성

김 영 복*

(99년 3월 24일 접수)

A Study on Robustness of a Servosystem with Nonlinear Type Uncertainty (I)
- A Synthesis of 2DOF Servosystem

Young-Bok Kim*

Key Words : Integral Compensator(적분 보상기), Two-Degree-of-Freedom Servosystem(2자유도 서보계), Modeling Error(모델링 오차), Disturbance Input(외란), Direct Transfer Term(직달항)

Abstract

In order to reject the steady-state tracking error, it is common to introduce integral compensators in servosystems for constant reference signals. However, if the mathematical model of the plant is exact and no disturbance input exists, the integral compensation is not necessary.

From this point of view, a two-degree-of-freedom(2DOF) servosystem has been proposed, in which the integral compensation is effective only when there is a modeling error or a disturbance input.

The present paper considers a synthesis problems of this 2DOF servosystem with direct transfer term in the system representation. And, a method how we may obtain a gain such that desirable transient response is achieved, is proposed in the presence of the modelling error and disturbance input.

1. 서 론

서보계에 있어서의 적분보상은 제어대상의 변동(혹은 모델링 오차)이나 스텝상의 외란에 의해 발생되는 제어오차가 정상상태에서 0으로 되도록 하기 위해 도입된다. 이러한 적분보상의 효과가 제어대상의 불확실성이나 외란이 존재하는 경우에만 나타나도록 하는 구조를 가진 2자유도계로서의

* 정회원, (주)신창인더스트리

적분형 서보계가 제안되어져 있다[1)~4)].

이러한 2자유도 적분형 서보계에 있어서 저자는 문헌 5)~8)에서 제어대상의 구조적인 불확실성에 대해 제어계가 안정하기 위한 강인한 안정조건을 제시했다.

그 조건은 적분보상게인에 독립적이며 자유로운 게인조정을 가능하게 한다. 따라서 그러한 강인한 안정조건하에서는 적분보상 게인을 얼마든지 크게 할 수 있으며 그럼으로써 제어출력의 정상상태로의 도달을 빠르게 할 수 있다.

그리고 특히 문헌 9)에서는, 고차시스템의 저차원화에 의한 모델링 오차, 고주파대역에서의 불명확한 동특성 등의 비구조적인 불확실성이 제어대상에 존재하는 경우에서의 강인한 안정성에 대해 고찰하여, 문헌 5)~8)과 등가의 결과를 얻었다.

이에 대해 본 논문에서는 문헌 1)~9)에서 고려되지 않았던 입력과 출력간에 직달항이 존재하고 불확실성으로서 비선형적인 특성을 갖는 좀더 일반적인 경우의 제어계의 안정성과 응답특성에 대해 고찰한다.

제어계의 강인한 안정성 해석을 위해 본 논문에서는 우선 스텝상의 목표신호에 추종하는 제어계의 구조와 그것을 최적 레귤레이터 이론을 이용하여 최적 추종계를 구성하는 방법에 대해 고찰하고 목표신호에 대한 응답특성은 독립적으로 설계해야 한다는 2자유도 서보계의 구성문제의 기본적인 입장에서 본 2자유도 서보계의 제어계 구조와 최적 레귤레이터 이론에 기초한 게인의 결정법에 대해서 고찰한다.

2. 스텝상의 목표신호에 대한 추종계

2.1 제어계의 기본적 구조

제어대상으로는 다음과 같이 나타내어지는 입력과 출력간에 직달항 D를 갖는 시스템이며

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \tag{1}$$

와 같이 표현되어져 있다고 한다. 여기서 x 는 n차원의 상태, u 는 m차원의 제어입력, y 는 m차원의 제어출력이며 A, B, C, D 는 적당한 크기의 실수행렬이다.

이러한 시스템에 대해서 스텝상의 m차원 목표신호로서

$$r(t) = \begin{cases} r_+ \ (t \geq 0) \\ r_- \ (t < 0) \end{cases} \qquad r_+,\ r_- \in R^m \tag{2}$$

를 생각한다. 목표치 r_+는 시각 $t=0$ 에서 주어진다고 한다. 그리고 목표신호 r_+에 제어출력이 추종하도록 하는 제어계를 구성하기 위해서 (A, B)는 가안정, (C, A)는 가검출 및

$$\mathrm{rank}\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = n + m \tag{3}$$

라고 한다. 이러한 가정 하에서 제어출력이 목표신호에 일치하도록 하는 평형상태 $x(\infty)$ 와 평형입력 $u(\infty)$ 는

$$\begin{bmatrix} x(\infty) \\ u(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ r_+ \end{bmatrix} \tag{4}$$

와 같이 일의적으로 구해진다. 여기서 정상치와의 편차를 다음과 같이 정의한다.

$$\tilde{x}(t) = x(t) - x(\infty), \quad \tilde{u}(t) = u(t) - u(\infty) \tag{5}$$

추종오차를

$$e(t) = r(t) - y(t) \tag{6}$$

라 두면 (1)식에 대한 편차계는

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= A\tilde{x}(t) + B\tilde{u}(t) \\ e(t) &= -C\tilde{x}(t) - D\tilde{u}(t) \end{aligned} \tag{7}$$

와 같이 표현되고 이 편차계를 안정화하면 제어출력은 목표신호에 추종하게 된다. 즉, 추종계를 구성하는 문제는 (7)식의 편차계를 안정화하는 문제와 등가가 됨을 알 수 있다. 그러한 안정화의 방법으로서 편차에 대한 상태 피드백

$$u(t)=F_0\tilde{x}(t) \tag{8}$$

를 생각한다. (8)식의 편차에 대한 제어입력 $\tilde{u}(t)$를 $u(t)$에 대해 다시 쓰면

$$\begin{aligned} u(t) &= F_0x(t)+[-F_0 \quad I]\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ r_+ \end{bmatrix} \\ &= F_0x(t)+H_0r(t) \end{aligned} \tag{9}$$

로 된다. 단,

F_0: $A+BF_0$를 안정하게 하는 행렬

$$H_0=\{D-(C+DF_0)(A+BF_0)^{-1}B\}^{-1} \tag{10}$$

이다. 이때 (1)식의 시스템 표현은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A+BF_0)x(t)+BH_0r(t) \\ y(t) &= (C+DF_0)x(t)+DH_0r(t) \end{aligned} \tag{11}$$

이것을 스텝상의 목표신호에 대한 추종계라 부른다.

2.2 최적 추종계의 구성

전절에서 서술한 것과 같이 추종계를 구성하기 위해서는 $A+BF_0$가 안정하도록 하는 피드백 게인 F_0를 구하면 된다. 본 절에서는 최적 레귤레이터 이론을 이용하여 추종오차와 제어입력 편차의 2차형식에 의한 평가함수

$$J=\int_0^{\infty}(e^T(t)Qe(t)+\tilde{u}^T(t)R\tilde{u}(t))dt \tag{12}$$

를 최소로 하는 피드백 게인 F_0를 구하는 문제를 고려한다. 여기서 Q, R은 정정행렬이다. 이때 잘 알려져 있는 것과 같이 평가함수를 J를 최소로 하는 제어입력 편차 $\tilde{u}(t)$는

$$\begin{aligned} \tilde{u}(t) &= F_0\tilde{x}(t) \\ F_0 &= -(D^TQD+R)^{-1}(D^TQC+B^TP) \end{aligned} \tag{13}$$

로 주어진다. 여기서 P는 다음의 Riccati 방정식의 반 정정해이다.

$$\widehat{A}^TP+P\widehat{A}-PB\widehat{R}^{-1}B^TP+\widehat{Q}=0 \tag{14}$$

단,

$$\begin{aligned} \widehat{A} &= A-B(D^TQD+R)^{-1}D^TQC \\ \widehat{Q} &= C^TQC-C^TQD(D^TQD+R)^{-1}D^TQC \\ \widehat{R} &= D^TQD+R \end{aligned} \tag{15}$$

이다.

3.2 자유도 적분형 서보계

3.1 제어계의 기본 구조[1),2)]

제어대상의 모델링 오차나 스텝상의 외란에 대처하기 위해서는 내부모델 원리에 따라 적분보상이 필요하나 그와 같은 불확실성이 존재하지 않을 경우에는 적분보상은 필요하지 않다. 2자유도 제어계 설계의 관점에서 이 문제를 고려한다면 목표신호에 대한 추종특성과 모델링 오차나 외란에 대한 제어특성은 독립적으로 설계해야 할 것이다. 따라서 제어계의 적분 보상 효과는 그와 같은 불확실성이 존재할 경우에만 나타나면 된다. 이와 같은 특성을 갖는 구조의 2자유도계로서의 서보계의 구성법에 대해 설명한다. 우선 적분 보상으로서 추종오차 $e(t)$를 적분하는

$$w(t)=\int_0^t e(\tau)d\tau+w(0) \tag{16}$$

형태를 고려한다. 그리고 적분 보상의 효과를 제어계에 부여하기 위한 새로운 입력을 $v(t)\in R^m$ 로 두고 제어입력을

$$u(t)=F_0x(t)+H_0r(t)+v(t) \tag{17}$$

라 두면 상태방정식은

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{w}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+BF_0 & 0 \\ -C-DF_0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} B \\ -D \end{bmatrix}v(t)+\begin{bmatrix} BH_0 \\ I \end{bmatrix}r(t)$$
$$y(t) = [\,C+DF_0 \;\; 0\,]\begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix}+Dv(t)+DH_0r(t) \tag{18}$$

로 된다. 여기서 F_0, H_0 는 적분 보상을 행하지 않은 추종계의 게인이다.

그런데,

$$v(t)=0 \tag{19}$$

라 두면 (17)식의 제어입력은 적분 보상기를 갖지 않는 추종계의 제어입력과 일치한다. 이때 (18)식의 제어계에 있어서 상태 $x(t)$의 거동은

$$x(t)=(A+BF_0)^{-1}\dot{x}(t)-(A+BF_0)^{-1}BH_0r(t) \tag{20}$$

와 같이 나타낼 수 있고, 추종오차 $e(t)$ 는

$$\begin{aligned} e(t) &= r(t)-(C+DF_0)x(t)-DH_0r(t) \\ &= r(t)(C+DF_0)(A+BF_1)^{-1}\dot{x}(t) \\ &\quad +(C+DF_0)(A+BF_0)^{-1}BH_0r(t)-DH_0r(t) \\ &= -(C+DF_0)(A+BF_0)^{-1}\dot{x}(t) \end{aligned} \tag{21}$$

와 같이 쓸 수 있다. 따라서 오차의 적분치 $w(t)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} w(t) &= \int_0^t e(t)dt+w(0) \\ &= -F_1x(t)+F_1x(0)+w(0) \end{aligned} \tag{22}$$

단,

$$F_1 = (C+DF_0)(A+BF_0)^{-1} \tag{23}$$

이다. 여기서 $z(t)$를

$$z(t)=w(t)+F_1x(t)-Fx(0)-w(0) \tag{24}$$

와 같이 정의하면 항상

$$z(t)=0 \tag{25}$$

가 성립한다. 여기서 새로운 입력 $v(t)$ 로서 다음과 같이 나타내어지는 것을 고려한다.

$$v(t)=Gz(t) \tag{26}$$

이때 모델링 오차나 외란이 존재하지 않으면 어떠한 게인 G에 대해서도

$$z(t)=0,\ v(t)=0 \tag{27}$$

가 성립한다. 즉, 어떠한 게인 G에 대해서도 제어대상에 모델링 오차나 외란이 존재하지 않는다면, 목표신호에 대한 제어출력은 적분 보상기를 갖지 않는 추종계의 제어출력에 일치한다는 것을 의미한다. 다시 말하면 적분 보상 효과는 그와 같은 불확실성이 존재하는 경우에 대해서만 나타난다는 것을 알 수 있다.

이상으로부터 게인 G는 목표신호에 대한 응답특성에는 어떠한 영향을 미치지 않는다. 여기서 제어계가 서보계로 동작하기 위해서는 제어계가 안정하도록 하는 게인 G를 선택하지 않으면 안된다. 이와 같은 조건을 만족하는 게인 G는

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ F_1 & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A+B(F_0+GF_1) & BG \\ -C-D(F_0+GF_1) & -DG \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I & 0 \\ F_1 & I \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} A+BF_0 & BG \\ 0 & (F_1B-D)G \end{bmatrix} \tag{28}$$

로부터 알 수 있듯이 $(F_1B-D)G$를 안정하게 하

는 범위의 G를 선택하면 된다. 게인 G에 의해서 제어대상의 모델링 오차나 외란이 존재할 경우의 응답특성은, 목표신호에 대한 응답특성과는 독립적으로 조정 가능하게 된다. 그런데, 적분 보상기를 포함한 확대계의 상태 방정식은

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{w}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+B(F_0+GF_1) & BG \\ -C-D(F_0+GF_1) & -DG \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} BH_0 \\ I-DH_0 \end{bmatrix} r(t) + \begin{bmatrix} BG \\ -DG \end{bmatrix}(F_1x(0)+w(0)) \tag{29}$$

$$y(t) = [\,C+D(F_0+GF_1) \;\; DG\,]\begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix} + DH_0 r(t)$$

와 같이 나타내어지며 그 구조는 Fig.1 과 같다.

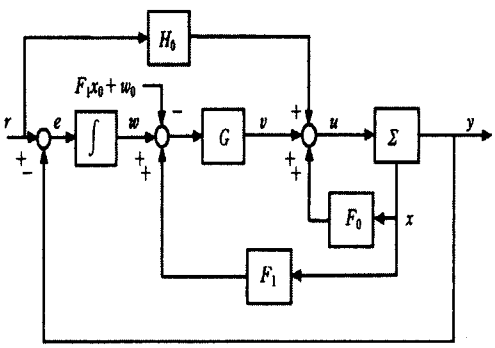

Fig. 1 A two-degree-of-freedom servosystem

3.1 최적 서보계의 구성(I)

여기에서는 먼저 피드백 게인 F_0를 포함하는 추종계를 제어대상으로 생각할 때의 최적 서보계의 구성에 대해 고찰한다. 이때 제어대상은 식(18)과 같이 주어지며 적분 보상기를 포함하지 않는 추종계를 제어대상으로 고려한 경우의 확대 편차계는 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}(t) \\ \dot{\tilde{w}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+BF_0 & 0 \\ -C-DF_0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{w}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ -D \end{bmatrix}\tilde{v}(t) \tag{30}$$

$$e(t) = [\,-C-DF_0 \;\; 0\,]\begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{w}(t) \end{bmatrix} - D\tilde{v}(t)$$

여기서 $\tilde{w}(t)$는 편차

$$\tilde{w}(t) = w(t) - w(\infty) \tag{31}$$

이며

$$w(\infty) = -F_1x(\infty) + F_1x(0) + w(0) \tag{32}$$

라 두면 (30)식의 확대 편차계에 대한 입력 $\tilde{v}(t)$는 다음과 같이 주어진다.

$$\tilde{v}(t) = [\,GF_1 \;\; G\,]\begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{w}(t) \end{bmatrix} \tag{33}$$

이 입력이 2차 형식의 평가함수에 대해 최적이 되기 위해서는

$$[\,GF_1 \;\; G\,]\begin{bmatrix} B \\ -D \end{bmatrix} = G(F_1B-D) \tag{34}$$

의 우변이 정정행렬과 반 정정행렬의 곱에 음의 부호를 붙인 것이 되지 않으면 안된다. 그와 같은 게인 G로서

$$G = -(F_1B-D)^T W \tag{35}$$

의 형을 고려한다. 단, W는 반 정정행렬이다. 이와 같이 게인 G가 제어계를 안정하도록 하기 위해서는 전절에서 서술한 것과 같이 $(F_1B-D)G$가 안정한 행렬이 되지 않으면 안 된다. 그러기 위해서는 (28)식으로부터 (F_1B-D)가 안정한 행렬이기 때문에

$$\begin{aligned} \lambda_i\{(F_1B-D)G\} &= -\lambda_i\{(F_1B-D)(F_1B-D)^T W\} \\ &= -\lambda_i\{(F_1B-D)^T W(F_1B-D)\} \end{aligned} \tag{36}$$

로 되고 (35)식의 W가 안정행렬이 되는 것이 필요충분조건이다. 단, $\lambda\{\cdot\}$는 $\cdot$의 고유치를 의미한다. 여기서 반 정정행렬 $\tilde{P}$를 다음과 같이 정의한다.

$$\tilde{P}=\begin{bmatrix} F_1^T \\ I \end{bmatrix} W[F_1 \ \ I] \tag{37}$$

이것으로부터 (33)식은

$$\tilde{v}(t)=-[B^T \ -D^T]\tilde{P}\begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{w}(t) \end{bmatrix} \tag{38}$$

로 쓸 수 있고 이것은 확대 편차계에 대한 최적 제어칙의 후보가 된다.

다음으로 이렇게 나타낸 제어칙이 하나의 평가함수에 대해 최적이 됨을 설명한다. 우선 (3)식과 (A, B)가 가안정이라는 조건으로부터 (30)식의 확대 편차계는 안정한 제어계가 된다. 여기서 반정정행렬 $\tilde{P}$가 (30)식에 대한 Riccati 방정식

$$\begin{bmatrix} A+BF_0 & 0 \\ -C-DF_0 & 0 \end{bmatrix}^T \tilde{P}+\tilde{P}\begin{bmatrix} A+BF_0 & 0 \\ -C-DF_0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$-\tilde{P}\begin{bmatrix} B \\ -D \end{bmatrix}R^{-1}[B^T \ -D^T]\tilde{P}+\tilde{Q}=0 \tag{39}$$

을 만족하는 $\tilde{Q}$를 고려한다. (14)식을 이용하면 $\tilde{Q}$는 다음과 같이 주어진다.

$$\tilde{Q}=\begin{bmatrix} F_1^T \\ I \end{bmatrix} Q_z[F_1 \ \ I] \tag{40}$$

단, Q_z는 다음과 같이 나타내어진다.

$$Q_z=W(F_1B-D)R^{-1}(F_1B-D)^TW \tag{41}$$

이때 문헌1), 2)를 참고로 하면

$$\left(\tilde{Q}_1^{1/2},\ \begin{bmatrix} A+BF_0 & 0 \\ -C-DF_0 & 0 \end{bmatrix}\right) \tag{42}$$

가 가검출이 됨을 알 수 있다.

이상으로부터 (33)식의 제어입력은 평가함수

$$J=\int_0^\infty \{e^T(t)\tilde{Q}e(t)+\tilde{v}^T(t)R\tilde{v}(t)\}dt \tag{43}$$

에 대한 최적입력임을 알 수 있다. 따라서 적분 보상기를 포함하지 않는 추종계를 제어대상으로 한 (30)식의 확대 편차계가 최적 레귤레이터 시스템이 됨을 알 수 있다.

3.2 최적 서보계의 구성 (II)

본 항에서는 대상 시스템을 플랜트로 생각했을 때의 구성법, 즉 최적 서보계의 구성법에 대해서 서술한다. 이때 확대 편차계는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}(t) \\ \dot{\tilde{w}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{w}(t) \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} B \\ -D \end{bmatrix}\tilde{u}(t)$$
$$e(t) = [-C \ \ 0]\begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{w}(t) \end{bmatrix}-D\tilde{u}(t) \tag{44}$$

여기서 (13)식에 나타낸 상태 피드백 게인을 이용하여 (44)식의 확대 편차계가 최적 레귤레이터가 되도록 하는 게인 G를 구한다.

(31)식에 나타낸 확대 편차계에서 제어입력 $\tilde{u}(t)$는 다음과 같다.

$$\tilde{u}(t)=F_0\tilde{x}(t)+G(\tilde{w}(t)+F_1\tilde{x}(t)) \tag{45}$$

여기서 (13)식의 상태 피드백 게인 F_0을 이용하면 위의 (45)식은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\tilde{u}(t)=[-(D^TQD+R)^{-1}(D^TQC+B^TP)$$
$$+GF_1 \ \ G]\begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{w}(t) \end{bmatrix} \tag{46}$$

위의 상태 피드백 제어칙이 2차 형식으로 주어지는 하나의 평가함수에 대해서 최적이 되기 위해서는

$$[-(D^TQD+R)^{-1}(D^TQC+B^TP)+GF_1 \quad G]\begin{bmatrix} B \\ -D \end{bmatrix}$$
$$=-(D^TQD+R)^{-1}(D^TQC+B^TP)B+G(F_1B-D) \tag{47}$$

와 같이 계산되어지는 우변이 정정행렬과 반 정정행렬의 곱에 음의 부호를 붙인 것으로 되지 않으면 안 된다. 이미 제1항은 그와 같은 형식으로 되어

있다. 그래서 제2항도 그와 같은 형이 되도록 하기 위해 전절에서와 같이 게인 G로서

$$G=-(D^TQD+R)^{-1}(F_1B-D)^TW \tag{48}$$

와 같은 형태의 것을 고려한다. 단, W는 $(F_1B-D)G$가 안정한 행렬이 되게 하는 정정행렬이라고 한다. 여기서 반 정정행렬 $\tilde{P}_1$을 다음과 정의하면

$$\tilde{P}_1=\begin{bmatrix} I & F_1^T \\ 0 & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & W \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I & 0 \\ F_1 & I \end{bmatrix} \tag{49}$$

(46)식은

$$\begin{aligned}\tilde{u}(t)=-(D^TQD+R)^{-1}\{&-DQ[-C\quad 0] \\ &+[B^T\quad -D^T]\ \tilde{P}_1\}\begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{w}(t) \end{bmatrix}\end{aligned} \tag{50}$$

와 같이 주어지고 이것은 (44)식의 시스템에 대한 최적 제어칙의 후보가 됨을 알 수 있다. 이 제어칙이 어떤 평가함수에 대해 최적임을 설명한다. 우선 (3)식의 조건과 (A, B)가 가안정이라는 것으로부터 (44)식의 시스템은 가안정이다. 여기서 (44)식에 대한 Riccati 방정식

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix} \hat{A} & 0 \\ -\hat{C} & 0 \end{bmatrix}^T \tilde{P}_1+\tilde{P}_1\begin{bmatrix} \hat{A} & 0 \\ -\hat{C} & 0 \end{bmatrix} \\ &-\tilde{P}_1\begin{bmatrix} B \\ -D \end{bmatrix}\hat{R}^{-1}[B^T\ -D^T]\ \tilde{P}_1+\tilde{Q}_1=0\end{aligned} \tag{51}$$

을 만족하는 $\tilde{Q}_1$을 고려한다. 여기서

$$\hat{C}=C-D(D^TQD+R)^{-1}D^TQC \tag{52}$$

이고 (14)식을 이용하면

$$\tilde{Q}_1=\begin{bmatrix} C & 0 \\ F_1 & I \end{bmatrix}^T\begin{bmatrix} \hat{Q} & 0 \\ 0 & Q_z \end{bmatrix}\begin{bmatrix} C & 0 \\ F_1 & I \end{bmatrix} \tag{53}$$

그리고

$$Q_z=W(F_1B-D)\ \hat{R}^{-1}(F_1B-D)^TW \tag{54}$$

와 같이 나타낼 수 있다. 이때 문헌 1), 2)로부터

$$\left(\tilde{Q}_1^{1/2},\ \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}\right) \tag{55}$$

가 가검출이 됨을 알 수 있다. 이상으로부터 (45)식의 제어입력은 평가함수

$$\tilde{J}_1=\int_0^\infty\{e^T(t)\tilde{Q}_2e(t)+\tilde{u}^T(t)R\tilde{u}(t)\}dt \tag{56}$$

에 대해 최적입력임을 알 수 있다. 단,

$$\tilde{Q}_2=\begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & Q_z \end{bmatrix} \tag{57}$$

이다. 따라서 (44)식으로 주어진 확대계가 최적 레귤레이터 시스템임을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는, 목표신호에의 추종특성과 제어대상의 모델링 오차 및 외란에 대한 적분 보상의 효과를 독립적으로 설계할 수 있는 2자유도계로서의 적분형 서보계의 구성법에 대해 고찰하였다. 특히 입력과 출력간에 직달항이 존재하는 좀더 일반적인 경우에 있어서 최적 추종계를 구성하기 위한 각 게인의 결정 방법에 대해 구체적으로 서술하였다. 본 논문의 결과는 비선형의 불확실성이 존재하는 경우의 서보계의 강인한 안정성 고찰에 이용될 것이다.

참고문헌

1) Fujisaki, Y. and M. Ikeda, "A Two-Degree-of-Freedom Design of Optimal Servosystem", Proc. of 31st IEEE CDC, pp.3588-3589, 1992
2) Fujisaki, Y. and M. Ikeda, "Synthesis of

Two-Degree-of-Freedom Servosystems", Trans. SICE, Vol. 27, No. 8, pp.907-914, 1991

3) Hagiwara, T., T. Yamasaki, and M. Araki, "A Two-Degree-of-Freedom Design Method of LQI Servosystem, Part I," Preprints of 12th IFAC World Congress, Vol. I, pp.453-455, 1993

4) Hagiwara, T., Y. Ohtani, and M. Araki, "A Design Method of LQI Servo Systems with Two Degree of Freedom", Trans. iSCIe, Vol. 4, No. 12, pp.501-510, 1991

5) Kim, Y., Y. Fujisaki, M. Ikeda, "Robust Stability and High-Gain Compensation of a Two-Degree-of-Freedom Servosystem", The 17th SICE Symposium on Dynamical System Theory, pp.325-330, 1994

6) Kobayashi, M., Y. B. Kim, M. Ikeda, Y. Fujiski, "On Robust Stability of Two-Degree-of-Freedom Servosystem Incorporating an Observer", *The 39th Annual Conference of iSCIe*, pp.263-264, 1995

7) Kim, Y. B., M. Ikeda, M. Kobayashi, Y. Fujisaki, "High-gain Compensation of a Two-Degree-of-Freedom Servosystem Incorporating an Observer", The 24th SICE Symposium on Control Theory, pp.107-110, 1995

8) Kim, Y. B., Y. Fujisaki and M. Ikeda, "Robust Stability of Two-Degree-of-Freedom Servosystem with a Tuning Gain", Trans. SICE, Vol. 34, No. 10, pp.1411-1418, 1998

9) Kim, Y. B., M. Ikeda, Y. Fujisaki, "Robust Stability of a Two-Degree-of-Freedom Servosystem with Unstructured Uncertainty", Memoirs of The Graduate School of Science & Technology, KOBE Univ., 14-B, pp.73-80, 1996