

◎ 論 文

고차 스펙트럴/경계요소법을 이용한 3차원 수치 파수조의 개발

- 균일속도로 전진하는 표면압력에 의한 조파현상 -

김용직* · 이영우** · 홍지훈**

(98년 11월 26일 접수)

Development of Three-Dimensional Numerical Wave Tank
by Using the High-Order Spectral/Boundary-Element Method
- Waves Generated by a Uniformly Translating Surface Pressure -

Yong Jig Kim* · Young Woo Lee** · Ji Hoon Hong**

Key Words : Numerical Wave Tank(수치 파수조), Three-Dimensional(3차원), High-Order Spectral/Boundary-Element Method(고차 스펙트럴/경계 요소법), Surface Pressure(표면 압력)

Abstract

In this paper, mathematical formulation of the high-order spectral/boundary-element method is shown. This method is one of the most efficient numerical methods by which the nonlinear gravity waves can be simulated in time-domain. Three-dimensional waves generated by a uniformly translating surface pressure are calculated and discussed. The obtained results are compared with others' results. The comparisons show good agreements.

1. 서론

수치 파수조(numerical wave tank)는 자유표면파의 비선형/비정상(nonlinear/unsteady) 생성변형과정을 자연현상 그대로 시간영역 수치계산을 통해 재현하고, 이로부터 공학적 정보를 얻는 해석

수단이라 할 수 있다. 이 방법에서는 자유표면 경계조건등(물체가 있는 경우 물체표면 경계조건 포함)을 선형화하지 않고 염밀하게 만족시킬 수 있으며, 시간영역에서 임의의 현상을 다룰 수 있으므로 적용성에 있어 근본적인 제약은 받지 않으며, 포텐셜유동으로 해석될 수 있는 자유표면유동의 다양

* 종신회원, 부경대학교 조선해양시스템공학과

** 연구당시 부경대학교 대학원

한 문제들에 적용할 수 있다.

수치 파수조를 전산기를 이용하여 구현하는데 있어서, 큰 어려움들 중의 하나가 이에 소요되는 과정한 계산시간과 이로 인해 초래되는 문제들이다. 따라서 보다 효율적이고 우수한 새로운 수치해법의 개발은 매우 중요한 과제라고 할 수 있다. 이를 위해 본 논문에서는 기 수행된 2차원 연구들^{1),2),3)}을 3차원으로 확장하여 3차원 고차 스펙트럴/경계요소법 (high-order spectral/boundary-element method)을 연구하였다. 이 방법은 자유표면 요소수를 N이라 할 때 그 계산량이 $N \log N$ 에 비례 (N 이 클 때는 거의 선형적으로 비례)하여 증가하므로 기존의 수치해법들(경계요소법^{4),5)}, 유한차분법^{6),7)}, 유한요소법⁸⁾ 등)보다 매우 효율적인 수치해법이라 할 수 있다. 이 수치해법의 기본 정식화를 보이고, 균일속도로 전진하는 수면압력에 의한 조파현상을 다룬다.

2. 시간영역 경계치 문제의 정식화

자유표면 아래 무한 깊이의 유체내에서 물체가 초기 정지상태로부터 주어진 운동을 하거나 수면에 임의의 압력이 가해지는 경우를 대상으로 한다. 유체는 비점성, 비압축성이고 유체의 운동은 비회전성이라고 가정하며 표면장력은 무시한다. 좌표계는 원점을 정수면에 두고, z 축을 연직 상방향으로 하는 직교 좌표계를택한다.

위의 가정으로부터 속도포텐셜 $\Phi(x, z, t)$ 를 도입하면 유체의 지배방정식은 다음과 같다.

$$\nabla_x^2 \Phi + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{in fluid region, } t \geq 0 \quad (1)$$

여기서 $x = (x, y)$ 는 수평면 내의 벡터를 표시하고, t 는 시간을 나타내며 $\nabla_x \equiv (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ 이다.

자유표면 $z = \eta(x, t)$ 에서의 속도 포텐셜 값을 자유표면에서의 포텐셜(potential on free-surface) $\phi^s(x, t)$ 로 하며, 이는 다음과 같이 표현된다.

$$\phi^s(x, t) = \Phi(x, \eta(x, t), t) \quad (2)$$

각 순간의 자유표면상에서 만족되어야 하는 운동학적(kinematic) 경계조건과 동력학적(dynamic)

경계조건을 ϕ^s 를 이용하여 나타내면 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla_x \phi^s \cdot \nabla_x \eta - (1 + \nabla_x \eta \cdot \nabla_x \eta) \\ & \cdot \Phi_z(x, \eta, t) = 0 \quad \frac{\partial \phi^s}{\partial t} + g\eta + \frac{1}{2} \nabla_x \phi^s \cdot \nabla_x \phi^s = 0 \\ & -\frac{1}{2} (1 + \nabla_x \eta \cdot \nabla_x \eta) \Phi_z^2(x, \eta, t) = -\frac{P_a(x, t)}{\rho}, \end{aligned}$$

on $z = \eta(x, t), t \geq 0 \quad (3)$

여기에서 g 는 중력 가속도이고, $P_a(x, t)$ 는 수면에 가해지는 임의의 압력이며 ρ 는 유체밀도이다.

각 순간의 물체표면상에서 만족되어야 하는 물체 표면 경계조건은

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = V(t) \cdot n \quad \text{on the body surface, } t \geq 0 \quad (4)$$

이며, 여기에서 n 은 유체 밖으로 향한 단위 법선 벡터이고, $V(t)$ 는 물체의 속도벡터이다. 물체로부터 무한히 떨어진 곳에서 만족되어야 하는 무한원방 경계조건은 다음과 같고,

$$\nabla \Phi \rightarrow 0 \quad] \text{as } R \rightarrow \infty, t \geq 0 \quad (5)$$

여기에서, $R = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ 이다. 정수면에서의 초기조건은 다음과 같다.

$$\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0 \quad \text{on } z = 0, \quad t = 0. \quad (6)$$

3. 고차 스펙트럴/경계요소법

시간의 진행에 따른 수면변위 η 와 자유표면에서의 포텐셜 ϕ^s 의 변화는 자유표면 경계조건식(3)을 시간에 따라 적분하여 얻을 수 있으므로, 각 순간에서의 공간상의 경계치 문제는 $z = \eta$ 에서 Dirichlet 경계조건으로서 ϕ^s 가 주어졌을 때 식(1)의 Laplace 방정식과 식(4), 식(5)의 경계조건을 만족하는 속도 포텐셜 $\Phi(x, z, t)$ 를 구하는 문제가 된다.

속도포텐셜 Φ 를 다음과 같이 M항까지의 급수로 표현하며,

$$\phi(x, z, t) = \sum_{m=1}^M \phi^{(m)}(x, z, t) \quad (7)$$

$\phi^{(m)}$ 을 $O(\varepsilon^m)$ 이라 가정한다. 여기서 ε 은 작은 양으로서 파 기울기(wave steepness)정도의 척도이다.

$z = \eta$ 에서의 자유표면에서의 포텐셜 ϕ^s 를 각각의 속도 포텐셜 $\phi^{(m)}$ 의 $z=0$ 에 대한 Taylor 급수로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi^s(x, t) &= \phi(x, \eta, t) \\ &= \sum_{m=1}^M \sum_{k=0}^{M-m} \frac{\eta^k}{k!} \left[\frac{\partial^k}{\partial z^k} \phi^{(m)}(x, 0, t) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

이 식을 각 차수별로 정리하면, 다음과 같이

$\phi^{(m)}$ 에 대한 $z=0$ 에서의 경계조건을 얻는다.

$$\phi^{(m)}(x, 0, t) = \quad (9)$$

$$\begin{cases} \phi^s(x, t), & m=1 \\ -\sum_{k=1}^{M-m} \frac{\eta^k}{k!} \left[\frac{\partial^k}{\partial z^k} \phi^{(m-k)} \right]_{z=0}, & M \geq m \geq 2 \end{cases}$$

임의의 물체운동을 포함하는 해를 구하기 위해 $\phi^{(m)}$ 을 다음과 같이 파의 포텐셜(potential of wave) $\phi_w^{(m)}$ 과 물체의 포텐셜(potential of body) $\phi_b^{(m)}$ 의 합으로 나타내고,

$$\phi^{(m)} = \phi_w^{(m)} + \phi_b^{(m)} \quad (10)$$

$\phi_b^{(m)}$ 은 식(1)의 Laplace 방정식과 식(5)의 무한원 방 경계조건 외에 다음의 경계조건들을 만족하는 포텐셜로 한다.

$$\phi_b^{(m)} = 0 \quad \text{on } z=0 \quad (11)$$

$$\nabla \phi_b^{(m)} \cdot \underline{n} = \quad (12)$$

$$\begin{cases} V(t) \cdot \underline{n} - \nabla \phi_w^{(m)} \cdot \underline{n}, & m=1 \\ -\nabla \phi_w^{(m)} \cdot \underline{n}, & M \geq m \geq 2 \end{cases}$$

, on the body surface

$\phi_b^{(m)}$ 은 $z=0$ 에서 식(11)을 만족하므로, $\phi^{(m)}$ 이 식(9)의 경계조건을 만족하기 위해서는 $\phi_w^{(m)}$ 은 $z=0$ 에서 다음의 경계조건을 만족하여야 하며,

$$\phi_w^{(m)}(x, 0, t) = \quad (13)$$

$$\begin{cases} \phi^s(x, t), & m=1 \\ -\sum_{k=1}^{M-m} \frac{\eta^k}{k!} \left[\frac{\partial^k}{\partial z^k} (\phi_w^{(m-k)} + \phi_b^{(m-k)}) \right]_{z=0}, & M \geq m \geq 2 \end{cases}$$

이외에 식(1)의 Laplace 방정식과 식(5)의 경계조건을 만족하여야 한다.

각각의 경계치 문제의 해 $\phi_w^{(m)}$ 과 $\phi_b^{(m)}$ 의 합으로 얻어지는 속도 포텐셜 ϕ 는 식(8)의 급수가 유효한 범위내에서 자유표면에 주어진 Dirichlet 경계조건과 식(1), 식(4), 식(5)로 이루어진 각 순간의 경계치 문제의 해가 된다.

식(13)의 우변이 ϕ^s 와 $(m-1)$ 차까지의 해만을 포함하므로 각 순간에서 η 와 ϕ^s 가 주어지면 $\phi_w^{(m)}$ 과 $\phi_b^{(m)}$ 은 오름차순으로 순차적으로 구해갈 수 있다.

고차 스펙트럴/경계요소법은 이상의 $\phi_w^{(m)}$ 과 $\phi_b^{(m)}$ 에 대한 공간상의 경계치 문제들을 각각 고차 스펙트럴법⁹⁾과 고차 경계요소법^{4),5)}에 의해 풀고, 식(3)을 적절한 시간적분법에 의해 수치 적분함으로써 시간영역에서의 해를 순차적으로 계산해나가는 방법이다.

참고로, 식(3)의 $\phi_z(x, \eta, t)$ 는 $\phi_w^{(m)}$ 과 $\phi_b^{(m)}$ 으로부터 다음과 같이 계산된다.

$$\phi_z(x, \eta, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{k=0}^{M-m} \frac{\eta^k}{k!} \left[\frac{\partial^{k+1}}{\partial z^{k+1}} (\phi_w^{(m)} + \phi_b^{(m)}) \right]_{z=0} \quad (14)$$

4. 수면압력에 의한 조파현상 수치계산

수면압력만에 의한 조파현상을 다룰 때 물체의 포텐셜 ϕ_b 은 영이 되어 계산할 필요가 없으므로, 여기에서는 파의 포텐셜 ϕ_w 의 수치계산에 대해서만 기술한다. ϕ_w 의 수치계산을 위해 정수면의 계산영역을 $-L/2 \leq x \leq L/2$, $-W/2 \leq y \leq W/2$ 로 정하고, x 축방향으로 P 개, y 축방향으로 Q 개로 각각 균등분할하여 수평면상의 절점들을 정한다. 이 사각영역에서 각 차수별 포텐셜 $\phi_w^{(m)}$ 을 다음과 같이 Eigen 함수 전개식(복소 Fourier급수)으로 표현한다.

$$\phi_w^{(m)}(x, z, t) = \sum_{l=-Q/2}^{Q/2} \sum_{n=-P/2}^{P/2} A_{nl}^{(m)}(t) \Psi_{nl}(x, z) \quad (15)$$

여기서,

$$\Psi_{nl}(x, z) = \exp[(k_n^2 + k_l^2)^{1/2}z + i(k_n x + k_l y)],$$

$$k_n = 2\pi n/L, \quad k_l = 2\pi l/W,$$

이다. 복소값 $A_{nl}^{(m)}(t)$ 는 식(13)의 Dirichlet 경계조건을 만족하도록 Fast Fourier 변환법¹⁰⁾(FFT)을 이용하여 구한다. 식(14)에서의 z 방향 미분값들은 $A_{nl}^{(m)}(t)$ 에 $(k_n^2 + k_l^2)^{1/2}$ 를 곱한 후 이를 역시 FFT를 이용 역변환(inverse transform)하여 계산한다.

식(3)의 η 와 ϕ^s 의 x 와 y 에 대한 미분은 η 와 ϕ^s 를 다음과 같이 FFT를 이용하여 변환한 후,

$$\eta(x, t) = \sum_{l=-Q/2}^{Q/2} \sum_{n=-P/2}^{P/2} \eta_{nl}(t) \Psi_{nl}(x, 0) \quad (16)$$

$$\phi^s(x, t) = \sum_{l=-Q/2}^{Q/2} \sum_{n=-P/2}^{P/2} \phi_{nl}^s(t) \Psi_{nl}(x, 0) \quad (17)$$

$\eta_{nl}(t)$ 와 $\phi_{nl}^s(t)$ 에 ik_n 또는 ik_l 을 각각 곱하고 이를 다시 FFT를 이용 역변환하여 계산한다.

η 와 ϕ^s 의 시간에 따른 변화는 초기조건으로부터 출발하여 식(3)을 시간적분함으로써 계산하며, 시간적 분법으로는 4차 Runge-Kutta 적분법을 사용하였다.

장시간 시뮬레이션을 할 때 파가 계산영역 밖으로 전파되는 것(본 수치해법의 공간반복성때문에 이는 반대쪽 끝단에서 재유입됨)을 막기 위해 소파기구가 필요하다. 이를 위해 매 시간스텝에서 수면변위 η 와 자유표면에서의 포텐셜 ϕ^s 에 대해 계산영역의 종방향(x 방향) 양끝단에서 다음의 소멸함수(tapering function)를 곱하여 파를 소멸시켰다.

$$\Omega(x, \Delta) = \begin{cases} 1 & , |x| < L/2 - \Delta \\ \Pi(f), & L/2 - \Delta \leq |x| \leq L/2 \end{cases} \quad (18)$$

여기서,

$$\Pi(f) = 1 - 462f^6 + 1980f^4 - 3465f^2 + 3080f^0 - 1386f^{10} + 252f^{11},$$

$$f = (|x| - L/2 + \Delta)/\Delta,$$

$$\Delta = 0.5\lambda_o, \quad \lambda_o = 2\pi U^2/g$$

이며, U 는 수면압력의 이동속도이다. 횡방향(y 방향) 양측단에는 소파기구를 적용하지 않았으며, 파가 자유롭게 유출 및 재유입 된다.

비선형 자유표면파를 시뮬레이션할 때는 단파장 성분에 의해 파형의 일그러짐이 나타날 수 있다. 수치계산시 이 단파장 성분에 의한 파형의 일그러짐을 억제하기 위해서 매 계산스텝마다 식(16)과 식(17)의 $\eta_{nl}(t)$ 와 $\phi_{nl}^s(t)$ 에 다음의 순정함수(smoothing function)를 곱하였다.

$$\Lambda(k_n, k_l, \nu) = \begin{cases} 1, & 2|n|/P \text{ and } 2|l|/Q \leq \nu \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

여기서, ν 는 주어진 파라메타이다.

5. 계산예 및 고찰

계산예로서 초기순간 이후 일정속도로 전진하는 압력이 수면에 가해졌을 때의 조파현상을 다룬다. 계산에 사용된 압력분포는 다음과 같다.

$$P_a(x, t) = P(r) \quad (20)$$

여기에서,

$$P(r) = \begin{cases} P_{\max} \Pi(s), & 0 \leq r \leq R_b \\ 0 & r > R_b \end{cases}$$

$$s = r/R_b, \quad r = \sqrt{(x - x_c)^2 + y^2},$$

$$x_c = x_o - Ut$$

이며, $\Pi(s)$ 는 식(18)의 $\Pi(f)$ 와 같은 함수이다. 따라서, x_c 는 압력중심의 좌표이고, R_b 은 압력분포의 반경이 된다. P_{\max} 는 최대 압력값이고, x_o 는 압력중심의 초기 x좌표이다.

계산에서 압력분포의 직경 $2R_b$ 와 중력가속도 g , 유체밀도 ρ 를 모두 1로 하였으며, 이는 관련변수들을 이 물리량들에 의해 무차원화 한 것과 같다.

P_{\max} 가 0.015인 수면압력이 $U=0.4$ 로 전진할 때의 발생파 모양이 Fig. 1에 보여지고 있다. 계산영역은 $L=12$, $W=6$ 로 하였고, 영역 분할갯수는 x 방향 128개, y 방향 64개(총 절점수 8192개)이다. 비선형

차수(M)는 3이다. 계산 시 시간증분 $\Delta t = 2\pi U / 60$ 으로 주었고, 총 360 스텝을 계산하였으며 소요 시간은 PC586(120MHz)에서 약 4시간이었다. 초기 출발위치 $x_0 = 3.0$ 이며, (1)에는 $t=7.54$ 일 때의 파형이, (2)에는 $t=15.08$ 일 때의 파형이 보여지고 있다. 시간이 지날수록 압력 뒤쪽에 여러개의 파들이 형성·발달해 감을 볼 수 있고, 아울러 초기에 갑자기 압력이 가해지기 시작함에 따른 동심원 모양의 과도파(transient wave)를 초기 출발위치를 중심으로 볼 수 있다. 이 과도파에 의해 조과저항등에 과도적인 진동현상이 생기게 된다.

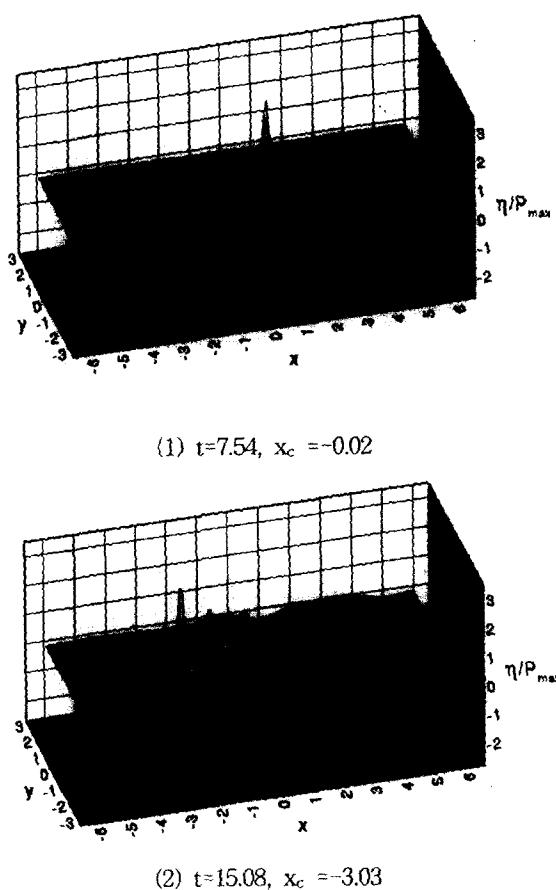


Fig. 1 Free-surface waves generated by a uniformly translating surface pressure ($P_{max} = 0.015$, $U=0.4$, $L=12$, $W=6$, $P=128$, $Q=64$, $\Delta t=2\pi U/60$, $M=3$, $x_0=3$, $\nu=0.9$)

Fig. 2에는 Fig. 1의 (2)에 해당하는 파형이 등고선 모양으로 보여지고 있다. 발산파(diverging wave)와 횡파(transverse wave)에 의해 형성되는 Kelvin 파형을 잘 볼 수 있고, 압력분포 위치에 정점을 갖는 쇄기선(cusp line)상에서 파고의 감소율이 쇄기선 양쪽보다 낮아 후방으로 갈수록 이 쇄기선 위치에서 상대적으로 높은 파고가 형성됨도 볼 수 있다.

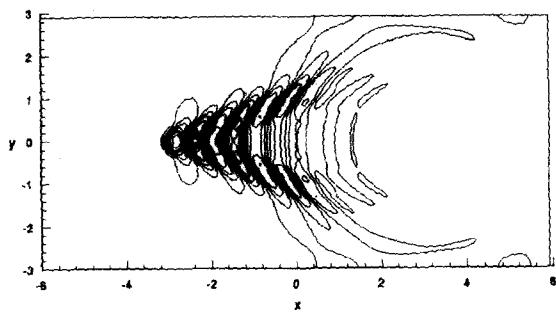


Fig. 2 Contour plot of free-surface waves generated by a uniformly translating surface pressure ($t=15.08$, $x_c=-3.03$, calculation parameters are the same as in Fig. 1)

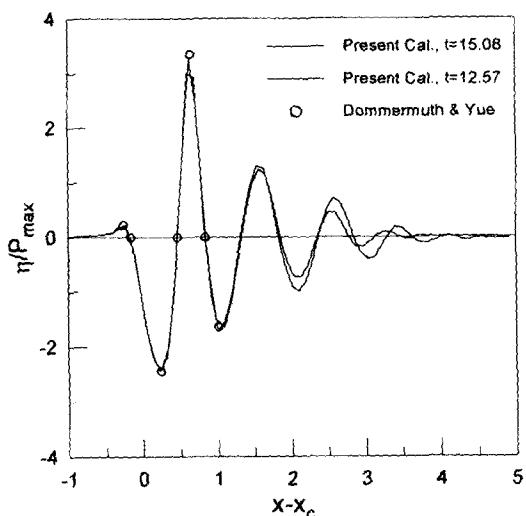


Fig. 3 Comparison of calculated wave profiles on the center line $y=0$ with that of Dommermuth and Yue (calculation parameters are the same as in Fig. 1)

본 계산결과를 검증하기 위해 계산된 파형과 조파저항을 각각 Fig. 3과 Fig. 4에 Dommermuth and Yue⁹의 계산결과와 비교하고 있다. Dommermuth and Yue의 계산은 수면압력과 함께 이동하는 이동좌표계에서 계산된 것이다. Fig. 3에 비교되고 있는 파형은 중심선 즉 $y=0$ 상의 파형이며, 압력의 중심점은 $x=x_c = 0.0$ 에 놓여 있다. 본 계산결과가 Dommermuth and Yue의 계산결과와 잘 일치함을 볼 수 있다. Fig. 4에는 조파저항의 계산결과가 역시 Dommermuth and Yue의 계산결과와 비교되고 있고, 서로간의 좋은 일치를 볼 수 있다. 이 조파저항은 다음의 식으로 계산되었다.

$$F(t) = - \int \int P_a(x, t) \cdot \eta_x(x, t) dx dy \quad (21)$$

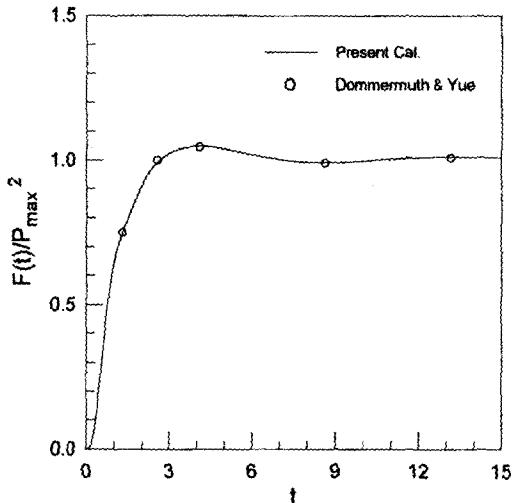


Fig. 4 Comparison of calculated wave resistance with that of Dommermuth and Yue (calculation parameters are the same as in Fig. 1)

출발초기에 수면이 수평상태에서 기울어 지기 시작하면서 조파저항이 생기기 시작하고, 계속 증가하여 나중에는 일정 값을 중심으로 다소 진동함을 볼 수 있다. 이 진동현상은 Fig. 1과 Fig. 2의 파형에서 보여진 것처럼 수면압력이 작용하지 않던 상태에서 초기에 갑자기 작용하기 시작함에 따라 생기는 동심원의 과도파에 기인한다.

이 과도파와 그에 의한 영향은 초기에 수면압력이 충격적으로 가해지지 않고 점진적으로 가해지도록 함으로써 억제할 수 있다. 이를 위해 식(20)의 수면압력을 다음과 같이 주었을 때에 대한 계산도 수행하였다.

$$P(r) = \begin{cases} P_{\max} C(t) H(s), & 0 \leq r \leq R_b \\ 0 & r > R_b \end{cases} \quad (22)$$

$$C(t) = \begin{cases} [1 - \cos(\pi t / T_{inc})] * 0.5, & 0 \leq t \leq T_{inc} \\ 1.0 & t > T_{inc} \end{cases}$$

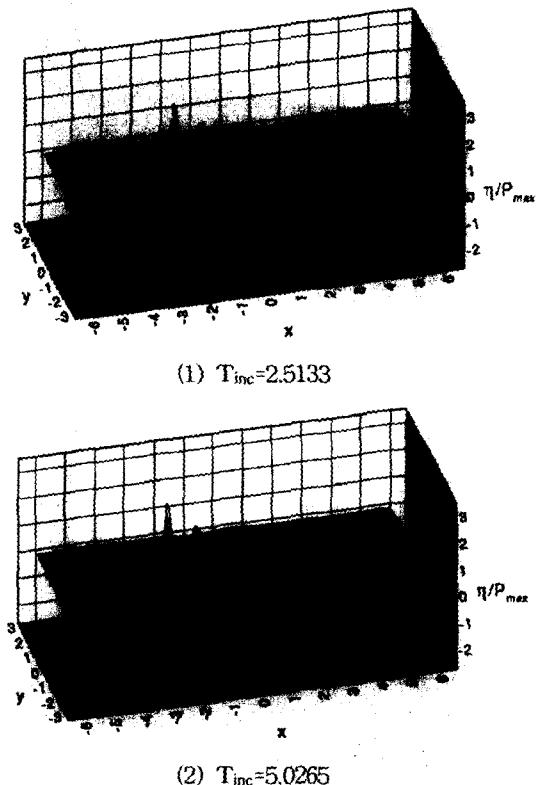


Fig. 5 Free-surface waves generated by translating surface pressures of which strengths are increased gradually for different time periods ($t=15.08$, $x_c=-3.03$, calculation parameters are the same as in Fig. 1)

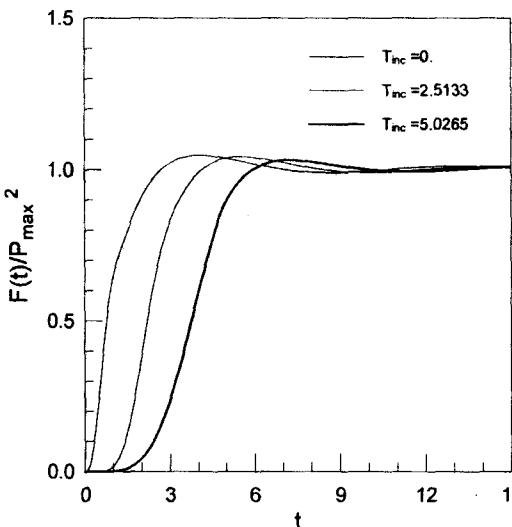


Fig. 6 Wave resistances calculated by using different time periods for pressure increasing (calculation parameters are the same as in Fig. 1)

여기에서 T_{inc} 는 점진적으로 압력을 증가시키는 시간구간을 나타낸다. Fig. 5의 (1)과 (2)에는 T_{inc} 를 2.5133로 주었을 때와 5.0265로 주었을 때의 발생파가 각각 보여지고 있다. Fig. 1의 파형과 비교하여 출발점($x=3.0$)을 중심으로 한 동심원 모양의 과도파가 현저히 감소함을 볼 수 있다. 이렇게 과도파가 감소함에 따라 조파저항에서의 진동현상도 완화된다. Fig. 6에는 이들 경우에 대한 조파저항의 계산결과가 보여지고 있다. 수면압력이 갑자기 가해지는 $T_{inc}=0$ 인 경우와 비교하여, 조파저항의 최대 진동폭(첫번째 최대값과 바로 다음 최소값의 차)이 $T_{inc}=2.5133$ 인 경우에는 약 10% 감소하였고, $T_{inc}=5.0265$ 인 경우에는 약 35% 감소하였다.

6. 결론

본 논문에서는 3차원 고차 스펙트럴/경계요소법이 정식화되었고, 균일속도로 전진하는 수면압력에 의한 조파현상이 다루어졌다. 얻어진 주요결론은 다음과 같다.

- 1) 본 수치해법은 FFT를 사용함으로써 자유표

면 요소수를 N 이라 할 때 그 계산량이 $N \log N$ 에 비례(N 이 클 때는 거의 선형적으로 비례)하여 증가하는 매우 효율적인 수치해법이다.

2) 본 수치해법은 시간영역에서 비선형 조파현상을 효율적으로 계산할 수 있으므로 3차원 수치파수조 구축에 유망한 수단이 될 수 있다.

3) 본 논문에서 보여진 균일속도로 전진하는 수면압력에 의한 조파현상의 계산결과들은 다른 결과들과 잘 일치한다.

4) 수면압력이 초기에 충격적으로 가해짐에 따라 발생하는 과도파와 그에 의한 영향은 압력을 점진적으로 증가시킴에 의해 어느 정도 억제할 수 있다.

향후 운동물체를 포함하는 경우에 대한 계산에도 보이고자 한다.

후기

본 논문은 1995년 한국학술진흥재단의 자유공모과제 연구비에 의해 수행된 연구결과의 일부임을 밝히며, 지원에 감사 드린다.

참고문헌

- 1) 김용직, 황종훈, “고차 스펙트럴법에 의한 2차원 수치 파수조 개발에 관한 연구”, 대한조선학회 논문집, 제29권 제3호, 1992. 8
- 2) 김용직, “2차원 수치 파수조를 이용한 비선형 과 산란의 연구”, 한국해양공학회지, 제7권 제2호, 1993. 12
- 3) 김용직, “2차원 수중의 주위 비선형 자유표면 유동의 시간영역 시뮬레이션”, 대한조선학회 논문집, 제31권 제2호, 1994. 5
- 4) Boo, S. Y., "Open Boundary Modeling for Fully Nonlinear Wave Simulation in a 3-D Numerical Wave Tank", 한국해양공학회지, 제12권 제1호, 1998. 2
- 5) 홍사영, “고차 경계요소법에 의한 선체주위 유동해석”, 서울대학교 대학원, 조선해양공학과, 공학박사학위논문, 1994. 8
- 6) Chan, R.K.C. and Hirt, C.W., "Two-

- Dimensional Calculations of the Motion of Floating Bodies", Proc. 10th Symp. on Naval Hydrodynamics, 1974
- 7) 박종진, 정세민, 이영길, 이승희, 홍성완, "자유 수면 아래서 전진하는 수중액 주위의 첨성유동 해석", 대한조선학회 논문집, 제32권 제3호, 1995. 8
- 8) Bai, K., Kim, J. and Lee, H., "A Localized Finite-Element Method for Nonlinear Free-Surface Wave Problems", Proc. 19th Symp. on Naval Hydrodynamics, 1992
- 9) Dommermuth, D.G. and Yue, D.K., "The Nonlinear Three-Dimensional Waves Generated by a Moving Surface Disturbance", Proc. 17th Symp. on Naval Hydrodyn., 1988
- 10) Brigham, E.O., *The Fast Fourier Transform*, Prentice-Hall, Inc., 1988