

上部 構造와 下部 壓密地盤 間 상호작용 문제의 정식화에 대한 연구⁺

이 외 득*
(98년 12월 16일 접수)

A Study on the Formulation of the Interaction Problem between Upper Structure and the Ground under Consolidation

Oe-Duck Lee*

Key Words : Non-Linear Interaction Problem (비선형 상호작용 문제), Boussinesq's Elastic Half-Space (보시네 반무한 탄성지반), Flexural Rigidity of the Upper Structure (상부구조의 휨강성), Distributing Contact Pressure (분포 접지압), Self-Equilibrating forces (자기 평형력계)

Abstract

When a structure is built on the ground under consolidation, the instant corresponding contact pressure which the upper structure exerts on the ground is established. But, as the consolidation of the ground proceeds, the contact pressure is changed because of the flexural rigidity of the upper structure. This varied contact pressure exerts influence on the consolidation behavior of the ground. And, this varied consolidation behavior exerts on the contact pressure in return. This kind of interaction between the upper structure and the lower ground under consolidation continues till all the consolidation process is finished. So this problem cannot be defined as a linear problem. In this paper an approximation method which can analyse this non-linear interaction problem is proposed by the FEM.

1. 서 론

압밀지반 위에 구조물이 축조되면 이 구조물의 剛性, 하중의 크기와 형태, 지반의 성질 등에 따라 구조물에 즉각적인 변형이 일어나고 이 변형에 相應하는 接地壓의 분포가 이루어진다. 이후 시간의

경과와 더불어 土粒子 사이의 間隙水가 서서히 배출되어 토립자의 배열 변화로 체적이 줄게 되므로써 압밀 변형이 서서히 추가되어 압밀 변형이 완료될 때 까지 이 변형이 漸進的으로 일어난다.

이 압밀 변형은 토질에 따라 다르나 즉각적인 변형의 數倍내지 數十倍에 이르며 그 대부분이 상

⁺ 이 논문은 1998학년도 동의대학교 자체학술연구조성비의 지원을 받아 작성되었음.

* 정희원, 동의대학교 공과대학 토목공학과

부 구조물로 보서는 剛體變形이기는 하나 적은 량이라도 非剛體변형은 상부 구조물의 휨 모멘트와 전단력에 상당한 변화를 줄 수 있으므로 구조물 파괴의 원인이 될 수 있다. 따라서 압밀지반 위에 축조되는 구조물은 이 압밀영향을 豫測하여 설계 때 부터 반영하여야 함은 물론이지만 교과서적인 압밀이론으로서서는 어려운 점이 많다.

교과서의 통상적인 압밀이론은 압밀수량이 끝날 때까지 지반에 작용하는 하중은 不變의 등분포하중으로 보지만 실제 상부구조물이 지반을 누르는 접지압은 압밀 과정 동안 계속 변하기 때문이다.

즉, 지반에 압밀 변형이 생기면 상부구조물의 휨 剛性 때문에 이 변형에 대한 상부구조의 저항이 있게 되고 따라서 접지압의 분포에 변화가 생긴다. 접지압의 분포에 변화가 있으면 지반의 압밀 변형이 달라지고 같은 이유로 다시 접지압의 분포에 변화가 있게 되고 이 때문에 다시 지반 압밀변형이 달라지는 등의 상부구조물과 하부 압밀지반이 서로 주고 받는 相互作用이 압밀 全量이 끝날 때까지 계속되므로 상부 구조물을 지지하는 지반의 압밀 거동을 선형적으로 규명할 수 없다.

필자의 寡聞 탓으로 이 상호작용에 대한 國內外의 참고 문헌을 찾아 보기가 쉽지 않았다.

本 연구에서는 다음의 순서로 상부 구조와 하부 압밀지반의 비선형 상호작용을 해석하고 있다.

1) 지반은 Boussinesq 반무한 탄성체로 보고 강성 행렬을 구하여 상부 구조물의 강도 행렬과 중첩하여 상부 구조물과 하부 압밀지반을 단일 系로 하는 강도 방정식을 구성한다.

2) 압밀 식은 Terzaghi를 택하여 쏘압밀 과정을 몇단계(소단계)로 나눈다.

3) 각 소단계 내에서의 압밀량을 소위 自己平衡力系라는 개념을 도입하여 반복 계산을 통해 수렴이 될 때까지 계산한다.

4) 최종 압밀량은 각 소단계 내에서의 압밀량의 합으로 구한다.

위의 계산을 통해 압밀이 진행되는 동안 하부 지반의 압밀량과 상부 구조의 휨 모멘트, 전단력의 변화를 각 단계별로 구해 낸다.

2. 하부 지반의 강도 행렬의 유도

2.1 Boussinesq 해석해의 유도^{1) 2)}

직사각형 ($2a \times 2b$) 領域 위에 等分布 荷重 q 가 작용하면 지반상의 임의점 $j(x_j, y_j)$ 에서의 수직변위 w_j 의 Boussinesq 해석해는 아래와 같다(Fig. 1 참고).

$$w_j = \int_{-b}^{+b} \int_{-a}^{+a} \frac{1-\nu_0^2}{\pi E_0} \frac{q}{d} dx dy \quad (1)$$

여기서, ν_0 : 지반의 포아송비

E_0 : 지반의 탄성계수

d : 미소영역 $dx dy$ 에 분포한

하중과 변위를 구하고자 하는

점 j 까지의 거리

간단히 적으면

$$w_j = \alpha \cdot q \cdot I \quad (2)$$

$$\text{여기서, } \alpha = \frac{1-\nu_0^2}{\pi E_0}$$

$$I = \int_{-b}^{+b} \int_{-a}^{+a} \frac{1}{d} dx dy$$

이 되고 식 (2) 중의 重積分 I 를 계산하면 식(4)와 같다.

$$I = \int_{-b}^{+b} \int_{-a}^{+a} \frac{1}{d} dx dy \quad (3)$$

$$= \int_{-b}^{+b} \int_{-a}^{+a} \frac{1}{\sqrt{(x-x_j)^2 + (y-y_j)^2}} dx dy$$

$$\text{여기서, } d = \sqrt{(x-x_j)^2 + (y-y_j)^2}$$

$$I = [\{ (y-y_j) \log | (x-x_j) + \sqrt{(x-x_j)^2 + (y-y_j)^2} | - (x-x_j) \log | \sqrt{1 + \frac{(y-y_j)^2}{(x-x_j)^2}} - \frac{(y-y_j)}{(x-x_j)} | \}_{ -a}^{+a}]_{-b}^{+b} \quad (4)$$

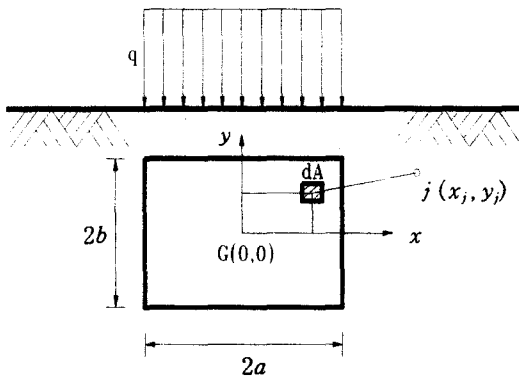
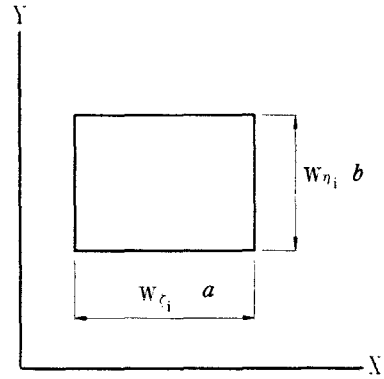


Fig. 1 An element under uniform load q



(b) One of subdivided area

2.2 한 지반요소 ($2a \times 2b$)에 작용하는 임의 분포하중의 근사 등분포 하중^{1) 2)}

한 요소를 가우스 적분점이 지배하는 9개의 小領域으로 나누면 그림 2와 같다. 이 때 한 小領域의 두 변의 크기는 가우스 적분加重值(W_{ξ_i}, W_{η_i})로 잡고 있다.

한 가우스 적분점의 분포 하중강도(q_{Gi})를 절점 하중 강도로부터 보간하여 구하면 식(5)가 얻어진다.

$$q_{Gi} = \sum_{i=1}^8 N_{Gi} q_i = N_{Gi} q^{(e)} \quad (5)$$

Fig. 2 Subdivision of an element area

여기서, N_{Gi} 와 $q^{(e)}$ 는 각각 가우스 적분점에서의 형상함수 매트릭스와 요소의 절점 하중강도 벡터로서 아래와 같다.

$$N_{Gi} = [N_1 \ N_2 \ \dots \ N_8]_{Gi}$$

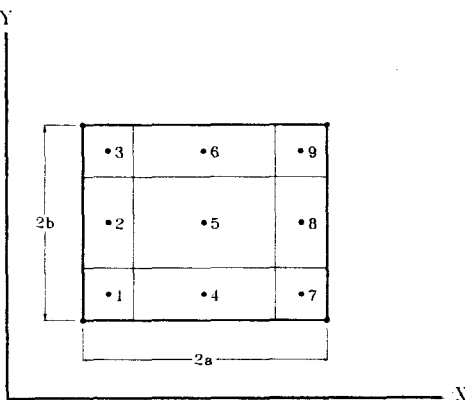
$$q^{(e)} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_8 \end{Bmatrix}$$

2.3 地盤의 유연도 행렬

한 개의 요소영역에 분포한 하중에 의한 임의점 j 에서의 수직변위는 식(2)로부터 근사적으로 아래와 같이 구할수 있다.

여기서 q_{Gi} 와 I_{Gi} 는 각각 가우스 적분점에서의 하중강도와 중적분의 값이다.

$$\begin{aligned} w_j^{(e)} &\approx \alpha \sum_{Gi=1}^9 q_{Gi} \cdot I_{Gi} \\ &= \alpha \left\{ \sum_{Gi=1}^9 N_{Gi} \cdot q^{(e)} \cdot I_{Gi} \right\} \\ &= \alpha \sum_{Gi=1}^9 (I \cdot N)_{Gi} \cdot q^{(e)} \end{aligned} \quad (6)$$



(a) Gauss points and corresponding subdivided areas

地盤 전체에 분포하는 하중 전부에 의한 j 점의 수직변위 w_j 는 요소별 변위 $w_j^{(e)}$ 의 중첩으로 구

한다.

$$\begin{aligned}
 w_i &= \sum_{(e)} w_i^{(e)} = \sum_{(e)} \left\{ \alpha \sum_{G=1}^n (I \cdot N)_{Gi} q^{(e)} \right\} \\
 &= \sum_{(e)} \left\{ \alpha \sum_{G=1}^n (I \cdot N)_{Gi} \right\} \cdot q \\
 &= H_i \cdot q \quad (7)
 \end{aligned}$$

여기서

$H_i = [H_{i1} H_{i2} \dots H_{in}]$ 이다.

여기서 H 는 지반 전체의 유연도 매트릭스이며 이에 대한 설명을 약술하면 아래와 같다.

한 가우스 적분점이 지배하는 小領域의 任意 分布하중을 등분포하중으로 근사시킨다.

즉, 그 적분점에서의 하중강도를 절점하중 강도로부터 형상함수로 보간하여 구하고 이 하중강도가 그 小領域에 등분포한다고 보고 이 등분포하중에 의한 임의점의 수직처짐을 식(4)의 해석적분을 이용하여 구한다.

한 요소에 대한 9개의 小領域에서 구한 해석 積分値를 합하고 다시 要素別 重疊을 行하여 만든 유연도 매트릭스이며 힘계를 절점 분포하중 강도로 하는 특징을 가진다.

식(5)로부터 계산된 近似 等分布 하중은 層狀을 이룰 것이며 그림 3에 있다.

$$w_G = H \cdot q \quad (8)$$

여기서 지반전체의 변위계 및 힘계는 아래와 같다.

$$w_G = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix} \quad q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{pmatrix}$$

2.4 等價 節點力系の 평가

식(8)의 지반의 유연도 방정식에서 지반 유연도 매트릭스 H 는 힘계를 절점 분포 하중강도로 하고 있음으로 逆변환 만으로는 힘계를 등가절점력계로

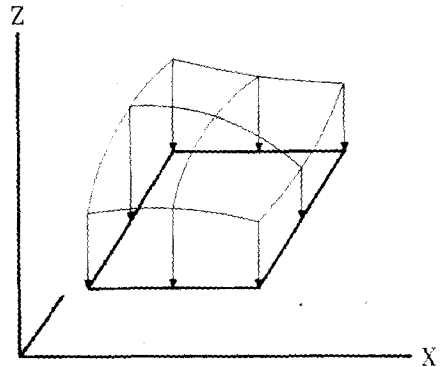
하는 지반 강도 매트릭스가 되지 않고 아래와 같은 과정이 필요하다.

한 요소에 작용하는 任意分布하중을 等價節點力系로 변환하는 과정은 다음과 같다.

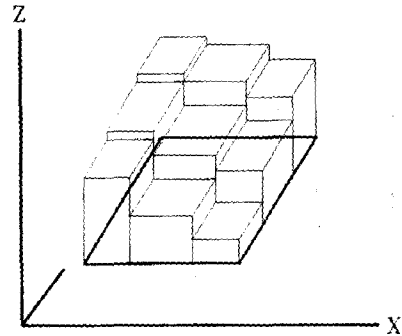
상호 변위 법칙에서 아래와 같다.

$$\sum_{i=1}^n Q_i w_i = \int_A q w dA \quad (9)$$

여기서, Q_i , q , w 는 각각 한요소의 등가절점력, 분포하중강도, 분포변위이고 A 는 요소영역이다.



(a) Actual distributing surface load



(b) Equivalent step uniform load

Fig. 3 Equivalent step uniform load

식(9)에서 q 와 w 는 각각 아래와 같이 보잔된다

$$q = \sum N_i q_i = N \cdot q^{(e)} \quad (10)$$

$$w = \sum N_i w_i = N \cdot w^{(e)}$$

식(10)을 식(9)에 대입하면 아래와 같다.

$$w^{(e)} \cdot Q^{(e)} = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} w^{(e)'} \cdot N^t \cdot N \cdot q^{(e)} \det J d\xi d\eta$$

$$\therefore Q^{(e)} = \left\{ \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} N^t \cdot N \det J d\xi d\eta \right\} q^{(e)} \quad (11)$$

식(11)을 간단히 하면 식(12)가 되고 이를 가우스 수치적분하면 식(13)이 된다.

$$Q^{(e)} = E^{(e)} \cdot q^{(e)} \quad (12)$$

$$\text{여기서 } E^{(e)} = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} N^t \cdot N \det J d\xi d\eta$$

$$E^{(e)} = \sum_k \sum_l (W \cdot N^t \cdot N \det J)_{(k,l)} \quad (13)$$

식(13)에서 $W_{(k,l)}$ 은 ξ, η 축에 대한 가우스 적분점에서의 두 가중치의 곱이다. 요소 전체에 대해 重疊하면 지반전체의 等價節點力系 Q 가 구해진다.

$$Q = \sum Q^{(e)} = (\sum E^{(e)}) q = E \cdot q \quad (14)$$

여기서

$E = \sum E^{(e)}$ 이며 지반 전체의 절점 분포하중강도 벡터 q 로부터 등가 절점력 벡터 Q 를 구하는 변환 매트릭스이다.

2.5 地盤의 강도 행렬

식(8)로부터 식(15)가 되고 이를 식(14)에 대입하면 地盤의 강도 매트릭스 K_G 가 식(16)과 같이 구해진다.

$$q = H^{-1} \cdot w_G \quad (15)$$

$$Q = EH^{-1} \cdot w_G = K_G \cdot w_G \quad (16)$$

여기서,

$$K_G = E \cdot H^{-1}$$

3. 相互作用系の 전체 剛度방정식의 구성

相互作用系는 압밀지반 위에 콘크리트 판을 축조하는 경우로 본다.

上部콘크리트판의 강도방정식 $F = K_s u$ 와 하부 지반의 강도방정식 $Q = K_G w_G$ 를 重疊하여 상호작용계의 전체 강도방정식을 구성하는 과정은 아래와 같다.^{1),2)}

상부판의 강도방정식을 지반수직변위 (w_G)와 나머지 변위 (u_s)로 구분하여 개념적으로 나누어 적으면 아래와 같다.

$$\begin{Bmatrix} F_s \\ F_{SQ} - Q \end{Bmatrix} = K_s \begin{Bmatrix} u_s \\ w_G \end{Bmatrix} \quad (17)$$

여기서 F_s 와 F_{SQ} 는 상부구조물에 작용하는 외력계이고 Q 는 지반이 상부구조물에 주는 等價節點力系이다.

이 중 F_{SQ} 는 지반 接觸 절점 위치에 작용하는 지반의 수직변위와 관련한 상부 작용외력이다.

지반강도 방정식과 중첩하면 전체 상호작용계의 강도방정식은 아래와 같다.

$$\begin{Bmatrix} F_s \\ F_{SQ} \end{Bmatrix} = [K_s + K_G] \begin{Bmatrix} u_s \\ w_G \end{Bmatrix} \quad (18)$$

$$\text{즉, } F = K \cdot U$$

$$\text{여기서, } F = \begin{Bmatrix} F_s \\ F_{SQ} \end{Bmatrix}$$

$$K = K_s + K_G$$

$$U = \begin{Bmatrix} u_s \\ w_G \end{Bmatrix}$$

4. 압밀 계산과정의 定式化

Terzaghi 1차원 압밀식은 아래와 같다.

$$w_c = \frac{C_c}{1+e} \log \frac{\sigma_0 + \sigma_z}{\sigma_0} \cdot H \quad (19)$$

여기서

- w_c : 압밀침하량
- C_c : 압축지수
- e : 초기 간극비
- H : 압밀지반의 두께
- σ_0 : 압밀 층의 평균 깊이 위치(압밀 계산 면)에서의 초기 연직 응력

여기서 σ_z 는 압밀이 100% 완료 되었을 때의 압밀계산 면에서의 연직 有效應力의 증가량이다.

σ_z 는 압밀시작 시점에서는 0이며 排水가 시작되어 地中の 간극수압이 서서히 감소함에 따라 점차 커져서 압밀이 100% 완료되면 최대값에 이르게 된다.

그런데 위의 식 (19)는 압밀 全過程 동안 上載荷重이 不變이라는 가정하에 성립하나 이는 非現實的이다.

흙 위에 놓인 上載板은 多少 間에 蠕강성을 가지므로 약간의 압밀변형을 받더라도 追加曲率에 대한 蠕 저항이 있으므로 초기 접지압의 분포에 상당한 변화가 있게 되고 이 변화를 받은 접지압은 유효응력에 영향을 주게 되어 최종 연직 유효응력을 정할 수 없게 된다.

식 (19)를 전 압밀과정을 n개의 단계로 나누어 아래와 같이 고쳐쓸 수 있다.

$$w_c = \frac{C_c}{1+e} \log \frac{\sigma_0 + \sigma_z}{\sigma_0} H$$

$$= \frac{C_c}{1+e} H \left[\log \frac{\sigma_0 + \frac{1}{n} \sigma_z}{\sigma_0} + \log \frac{\sigma_0 + \frac{2}{n} \sigma_z}{\sigma_0 + \frac{1}{n} \sigma_z} + \log \frac{\sigma_0 + \frac{3}{n} \sigma_z}{\sigma_0 + \frac{2}{n} \sigma_z} + \dots + \log \frac{\sigma_0 + \frac{n}{n} \sigma_z}{\sigma_0 + \frac{n-1}{n} \sigma_z} \right] \quad (20)$$

식(20)에서 σ_z 가 전 단계에 걸쳐 一定 값이면 위의 식은 正當하다. 그러나 前術한 상·하부 구조의 상호작용 때문에 한 단계 내에서도 계속 변하게 되

므로 後術할 自己平衡力系를 도입하여 한 단계 동안에 평균적인 대표값 σ_z 를 수렴해로 구하여 아래와 같이 근사시킨다.

$$w_c = w_{c1} + w_{c2} + \dots + w_{cn}$$

$$\approx \frac{C_c}{1+e} \log \frac{\sigma_0 + \frac{1}{n} \sigma_z}{\sigma_0} H(\text{단계1})$$

$$+ \frac{C_c}{1+e} \log \frac{\sigma_0 + \frac{2}{n} \sigma_z}{\sigma_0 + \frac{1}{n} \sigma_z} H(\text{단계2}) + \dots$$

$$\dots + \frac{C_c}{1+e} \log \frac{\sigma_0 + \frac{n}{n} \sigma_z}{\sigma_0 + \frac{n-1}{n} \sigma_z} H(\text{단계n}) \quad (21)$$

여기서 단계별 압밀이 끝날 때마다 지반깊이 H와 간극비 e도 변화도 고려하면

단계1) : 초기 간극비 $e = e_1$, 초기 지반 깊이 $H = H_1$ 로 하여 압밀침하량 w_{c1} 을 계산한 후

단계2) : 간극비 $e_2 = e_1 - \frac{w_{c1}}{H_1} (1 + e_1)$, 지반 깊이 $H_2 = H_1 - w_{c1}$ 으로 하여 압밀침하량 w_{c2} 을 계산하고

단계3) : 간극비 $e_3 = e_2 - \frac{w_{c2}}{H_2} (1 + e_2)$, 지반 깊이 $H_3 = H_2 - w_{c2}$ 하여 압밀 침하량 w_{c3} 계산하고

(22)

같은 방법으로

위 과정을 최종 단계 n) 까지 계속하면 최종 근사 압밀식은 식(23)이 된다.

$$w_c = w_{c1} + w_{c2} + \dots + w_{cn}$$

$$\approx \frac{C_c}{1+e_1} \log \frac{\sigma_0 + \frac{1}{n} \sigma_z}{\sigma_0} H_1(\text{단계1})$$

$$+ \frac{C_c}{1+e_2} \log \frac{\sigma_0 + \frac{2}{n} \sigma_z}{\sigma_0 + \frac{1}{n} \sigma_z} H_2(\text{단계2}) +$$

$$\dots + \frac{C_c}{1+e_n} \log \frac{\sigma_0 + \frac{n}{n} \sigma_z}{\sigma_0 + \frac{n-1}{n} \sigma_z} H_n(\text{단계n}) \quad (23)$$

식(23)에서 각 단계의 σ_z 를 試算에 의해 평균적인 대표값으로 구하기 위해서는 각 단계의 지반 압밀 변형계에 等價인 접지압계를 試算해야 하는데 단계 분할의 수 n 이 너무 적으면 시산 중 發散할 위험이 있다.

각 단계 내에서의 계산 순서(step)은 아래와 같다.

단계 1)

(step 1) 지반 수직변위 w_G 를 구한다.

$$[K_S + K_G] \begin{bmatrix} u_s \\ w_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_s \\ F_{SQ} \end{bmatrix} \quad (24)$$

이 식은 상부 구조와 지반을 단일 系로 한 전체 강도방정식($F = KU$)을 식의 전개를 위해 개념적으로 나누어 적은 것이며 각각에 대한 설명은 다음과 같다.

- K_S, K_G : 상부구조, 하부지반의 강도행렬
- w_G : 지반 변위계 (수직 변위계)
- u_s : 지반 변위계(수직 변위계)를 제외한 상부구조의 변위계
- F_{SQ} : w_G 와 관련한 힘계
- F_s : u_s 와 관련한 힘계

이 식을 풀면 지반 수직변위 w_G 를 계산할 수 있다.

(step 2) 地盤 彈性 接地壓系 q 를 계산한다.

지반의 分布 接地壓系(등가점계가 아닌)를 힘 系로 하는 지반의 柔軟度 방정식은 아래와 같다.^{1) 2) 3)}

$$w_G = H \cdot q \quad (25)$$

이 식으로 부터 q 를 계산한다.

$$q = H^{-1} \cdot w_G \quad (26)$$

여기서 H 는 지반의 分布 接地壓을 힘 系로 하는 柔軟度행렬이다.^{1) 2) 3) 5)}

(step 3) 地中應力 σ_z 를 계산한다.

Boussinesq 지중응력 계산식으로 부터 압밀계산면($\frac{H_1}{2}$)에서의 지중응력(σ_z)를 계산한다.^{1) 2)}

(step 4) 압밀침하량 w_{c1} 를 계산한다.

$$w_{c1} = \frac{C_c}{1 + e_1} \log \frac{\sigma_o + \frac{1}{n} \sigma_z}{\sigma_o} H_1 \quad (27)$$

여기서 σ_o : 압밀 층의 평균 깊이 위치 (압밀 계산 면)에서의 초기 연직 응력

(step 5) 1차 自己 平衡力系 (self-equilibrating for-ces) ΔF_{CG} 를 계산한다.

$$[K_S] \begin{bmatrix} u_s' \\ w_{c1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta F_{CG} \end{bmatrix} \quad (28)$$

이 식에서 ΔF_{CG} 을 계산할 수 있으며 다음과 같은 물리적 의미를 가진다.

地盤이 上載板으로부터 하중을 받게 되면 즉시 탄성변형(w_G)이 일어나고 시간 경과에 따라 2차적인 압밀변형(w_{c1})이 일어나면 지반의 곡률의 증가가 일어난다. 이 때 上載板과 지반이 부분적으로 分離가 일어나지 않는다면 이 曲率變化가 上載板에도 똑같이 일어나야 한다. 上載板의 이 曲率變化를 인위적으로 주기 위한 假想的 力系를 自己 平衡力系(self-equilibrating forces)라고 하자.

(step 1') 1차 自己 平衡力系를 고려한 전체강도 방정식으로부터 지반 수직변위 w_G 를 구한다.

$$[K_S + K_G] \begin{bmatrix} u_s \\ w_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_s \\ F_{SQ} - \Delta F_{CG} \end{bmatrix} \quad (29)$$

(step 2') 지반 탄성 접지압계 q 계산한다.

$$q = H^{-1} \cdot w_G$$

(step 3') 지중응력 σ_z 를 계산한다.

(step 4') 압밀침하량 w_{c1} 를 구한다.

$$w_{c1} = \frac{C_c}{1 + e_1} \log \frac{\sigma_o + \frac{1}{n} \sigma_z}{\sigma_o} H_1$$

(step 5') 2차 自己平衡力系 ΔF_{CC2} 를 계산한다.

$$[K_S] \begin{bmatrix} u_s' \\ w_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta F_{CC2} \end{bmatrix}$$

자기 평형력계 ΔF_{CC} 가 수렴하면 즉,

$|\Delta F_{CC2} - \Delta F_{CC1}| \approx 0$ 이면 계산을 끝내고 단계 1)에서의 확정된 탄성 변위 (w_G), 지반 탄성 접지압 (q), 지중응력 (σ_z), 압밀 침하량 (w_{c1})는 각각 (step 1'), (step 2'), (step 3'), (step 4')에서 구한 값이 되고 단계 2)의 계산으로 넘어간다. 그러나 $|\Delta F_{CC2} - \Delta F_{CC1}| \approx 0$ 이면 (step 1'')의 계산으로 넘어간다.

(step 1'') 2차 自己平衡力系를 고려한 전체 강도방정식으로부터 지반 수직변위 w_G 를 구한다.

$$[K_S + K_G] \begin{bmatrix} u_s \\ w_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_S \\ F_{SQ} - \Delta F_{CC2} \end{bmatrix} \quad (30)$$

(step 2'') 지반 탄성 접지압계 q 를 계산한다.

(step 3'') 지중 응력 σ_z 를 계산한다.

(step 4'') 압밀 침하량 w_{c1} 를 구한다.

(step 5'') 3차 자기 평형력계 ΔF_{CC3} 를 계산한다. $|\Delta F_{CC3} - \Delta F_{CC2}| \approx 0$ 이면 계산을 끝내고 단계 1)에서의 확정된 탄성 변위 등이 구해지고 그렇지 않으면 다음 단계 (step 1''') 계산으로 넘어간다.

(step 1''')

$$[K_S + K_G] \begin{bmatrix} u_s \\ w_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_S \\ F_{SQ} - \Delta F_{CC3} \end{bmatrix} \quad (31)$$

에서 지반 수직 변위 w_G 를 구한다. 이 후 앞서서와 같은 계산 과정을 자기 평형력계 ΔF_{CC} 가 수렴될 때 까지 계속한다. 즉, k 번째 자기 평형력계 ΔF_{CCk} 가 $|\Delta F_{CCk} - \Delta F_{CC(k-1)}| \approx 0$ 이 되면 단계 1)에서의 계산을 끝내고 확정된 지반 탄성변위 등을 얻는다.

이 값들은 압밀 단계 1)에서의 압밀 과정동안 평균적인 대표값이라고 볼 수 있고 단계 2)의 초기치가 된다.

단계 2)

단계1)에서 계산된 압밀 침하량 w_{c1} 을 넘겨 받아 변화된 지반 깊이와 잔극비를 계산한다.

$$H_2 = H_1 - w_{c1}$$

$$e_2 = e_1 - \frac{w_{c1}}{H_1} (1 + e_1)$$

을 계산하고 단계1)에서 확정된 지중응력 σ_z 를 넘겨 받아 단계2)의 試算을 시작한다.

$$\begin{aligned} w_{c2} &= \frac{C_c}{1 + e_2} \log \frac{(\sigma_o + \frac{1}{n} \sigma_z) + \frac{1}{n} \sigma_z}{\sigma_o + \frac{1}{n} (\sigma_z)} H_2 \\ &= \frac{C_c}{1 + e_2} \log \frac{\sigma_o + \frac{2}{n} \sigma_z}{\sigma_o + \frac{1}{n} \sigma_z} H_2 \end{aligned} \quad (32)$$

이 식으로부터 압밀침하량 w_{c2} 를 계산한다.

(step 2) 1차 自己平衡力系 ΔF_{CC1} 을 계산한다.

$$[K_S] \begin{bmatrix} u_s' \\ w_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta F_{CC1} \end{bmatrix}$$

(step 1') 1차 自己平衡力系를 고려한 전체강도방정식으로부터 지반 수직변위 w_G 를 구한다.

$$[K_S + K_G] \begin{bmatrix} u_s \\ w_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_S \\ F_{SQ} - \Delta F_{CC1} \end{bmatrix}$$

(step 2') 지반 탄성 접지압계 q 를 계산한다.

$$q = H^{-1} \cdot w_G$$

(step 3') 지중응력 σ_z 를 계산한다.

(step 4') 압밀침하량 w_{C2} 를 계산한다.

$$w_{C2} = \frac{C_c}{1 + e_2} \log \frac{\sigma_o + \frac{2}{n} \sigma_z}{\sigma_o + \frac{1}{n} \sigma_z} H_2$$

(step 5') 2차 自己 平衡力系 ΔF_{C2} 를 계산한다.

$$[K_S] \begin{bmatrix} u_s' \\ w_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta F_{C2} \end{bmatrix}$$

자기 평형력계가 수렴하면 단계 3)의 계산으로 넘어가고 그렇지 않으면 (step 1'')의 계산으로 넘어간다.

(step 1'') 2차 自己 平衡力系를 고려한 전체 강도방정식으로 부터 지반수직변위 w_G 를 구한다.

$$[K_S + K_G] \begin{bmatrix} u_s \\ w_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_S \\ F_{SQ} - \Delta F_{C2} \end{bmatrix}$$

위 식에서 w_G 를 구하고 이로부터 지반 탄성 접지압계 q 를 계산하는 등 이후과정을 반복하여 단계 1)에서와 같이 自己 平衡力계가 수렴이 이루어지면 단계 2)에서의 계산이 모두 끝나고 단계 3)의 계산에 들어간다.

최종 단계 n 까지 모든 계산이 끝나면 최종 압밀 침하량은 식(23)로 구해지며 각 단계에서 상부 구조에 발생하는 휨모멘트, 전단력등도 계산할 수 있다.

단계별로 이들 값의 변화를 추적하면 지반 압밀이 진행되는 동안 상부 구조의 이들 값의 변화를 파악할 수 있다.

5. 계산 예제

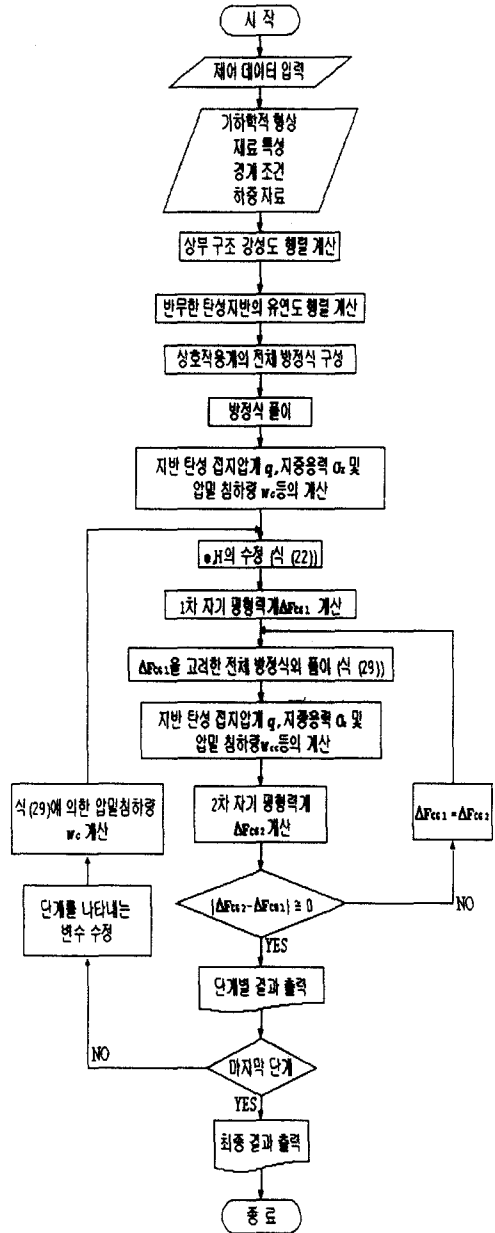


Fig. 4 Flow chart

이 연구에서 택한 압밀지반은 지반 두께 $H=6.0m$, 밀도 $\gamma_0=1.6 g/cm^3$, 압축지수 $C_c=0.50$, 초기 간극비 $e=1.5$, 탄성계수 $E_s=80kg/cm^2$, 포아송비 $\nu=0.4$ 이며⁶⁾ 이 지반 위에 정사각형 콘크리트 판 ($10 m \times 10 m$, 두께 $t = 30cm$, 탄성계수 $E_c=2 \times 10^5 kg/cm^2$, 포아송비 $\nu=0.17$)이 축조되어 있으며 作用 하중은 自重을 포함하여 $2 t/m^2$ 이다.

계산과정은 Fig. 4와 같고, 콘크리트 판의 요소분할은 Fig. 5와 같다.

6. 계산의 결과

계산 예제가 2軸 대칭이므로 X축방향 중심선을 따라 휨모멘트와 처짐의 변화를 추적하고 있다.(Fig. 6, Fig. 7)

단계 분할의 수 n 은 $n=20$ 으로 하여 편의상 $n=0, 4, 8, 12, 16, 20$ 의 경우만을 圖示한다. 여기서 $n=0$ 은 즉각적인 탄성변형의 경우, 즉 압밀거동이 일어나기 전의 경우이며, 이후 압밀 거동이 차례로 진전하여 $n=20$ 의 경우는 압밀거동이 완료된 경우를 말한다.

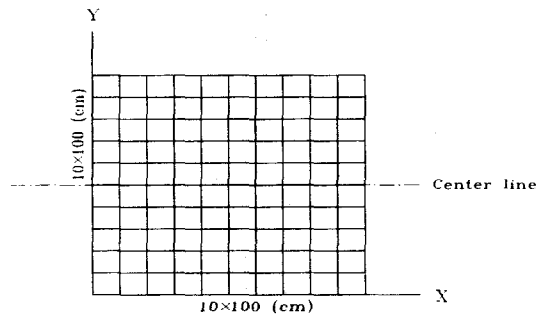


Fig. 5 Element partitioning of the plate

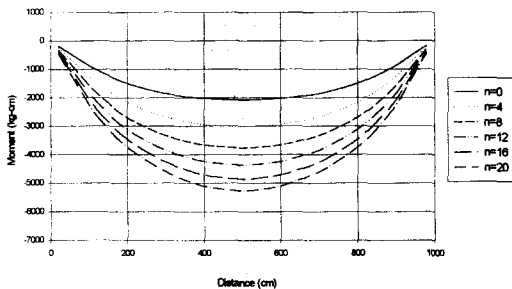


Fig.6 Variation of bending moment according to the consolidation

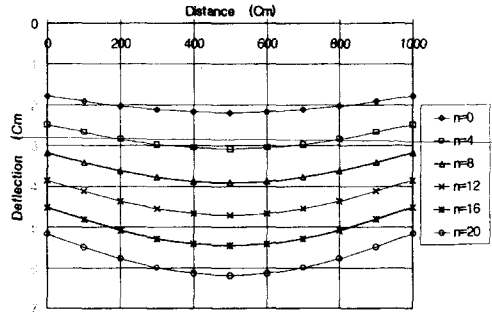


Fig. 7 Variation of deflection according to the consolidation

7. 결론

본 연구는 상부구조와 하부 압밀지반을 단일프로 하여 강도 방정식을 구성하고 수렴법에 의해 지반 압밀에 의한 상·하부 구조의 상호작용문제를 해석하기 위한 초보적 시도이다.

이 문제에 관한 저자의 최근 연구¹²⁾를 다소 개선하여 각 단계별로 지반깊이 H 와 간극비 e 를 수정하여 수렴법의 本意와 실제 여건에 근접하는 시도를 추가하였다.

계산의 결과로서 압밀의 定性的 성질은 다소 구현 되었다고 볼 수 있으나 확실한 실용성을 가지기 위해서는 시간변수를 가진 定量的 압밀식 계산체계로의 발전이 진요하며 이는 계속될 연구 과제가 될 것이다.

참 고 문 헌

- 1) 李外得, “彈性地盤 위에 놓인 箱子構造의 解析”, 부산대학교 대학원 博士學位請求論文, 1987
- 2) 趙顯榮, 李外得, 韓忠穆, “彈性床 위에 놓인 板 및 箱構造의 反力分布 解析”, 부산대학교 공과대학 연구보고 제38집, 1989
- 3) 李外得, “半無限 彈性地盤의 強度行列의 誘導에 관한 研究”, 동의대학교 산업기술연구지 제 2권, 1988
- 4) 趙顯榮, “삼차원 판구조의 가회전장도에 의한

- 오차와 그 소거를 위한 알고리즘”, 부산대학교 공과대학 제27집, 1984
- 5) 조현영, 정진환, 김성도, 한충목, “탄성지반과 판의 접촉압력해석에 관한 연구”, 대한토목학회 논문집 제 12권 1호, 1992년 3월
 - 6) Braja M.Das. "Principles of Foundation Engineering", Table 3. 4
 - 7) O.C.Zienkiewicz "The finite element method in engineering science" 3rd edition McGraw-Hill Co.Ltd 1971
 - 8) O.C.Zienkiewicz and Y.K Cheung "Plates and tanks on elastic foundation-An application of finite element method" Int. J. Solids structures, Vol. 1, pp. 451~461, 1965
 - 9) S.P. Timoshenko and S.Woinow-sky-Krieger "Theory of plates and shell" 2nd ed, McGrew-Hill 1959
 - 10) 李外得. “彈性地盤上 콘크리트 포장판의 有限要素解析” 동의대학교 산업기술연구지 제10권, 1996. 2
 - 11) 李外得. “地盤 壓密의 定式化에 대한 연구”. 동의대학교 산업기술연구지 제 11권, 1997. 2
 - 12) 이외득, 정진환, “압밀지반과 상부구조의 비선형 상호작용의 해석”, 전산구조공학회지 Vol. 10, No. 4. 1997. 12