

論文 99-36S-11-4

다변수 자기동조 제어기의 설계다항식 조정

(Design Polynomial Tuning of Multivariable Self Tuning Controllers)

曹元鐵*, 沈太銀*

(Won Chul Cho and Tae Eun Shim)

요약

본 논문에서는 시스템의 차수가 고차이고 잡음과 시간지연이 있으며 파라미터가 변하는 비최소위상 시스템에 적응할 수 있는 다변수 일반화 자기동조 제어기의 설계 하중다항식 계수들을 온-라인으로 조정하는 방법을 제안한다. 다변수 일반화 최소분산 자기동조 제어기의 파라미터는 순환최소자승법으로 추정하고 설계 하중다항식 계수들의 값은 확률근사법인 Robbins-Monro 알고리듬을 이용하여 자동 조절하였다. 제안한 다변수 자기동조 방법은 극제한방법보다 간단하고 효과적이다. 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 제안한 방법이 시스템의 파라미터가 변하고 시스템의 영점이 단위원 밖에 있는 고차 다변수 시스템에 잘 적응함을 보였다.

Abstract

This paper presents the method for the automatic tuning of a design weighting polynomial parameters of a generalized minimum-variance stochastic multivariable self-tuning controller which adapts to changes in the higher order nonminimum phase system parameters with time delays and noises. The self-tuning effect is achieved through the recursive least square algorithm at the parameter estimation stage and also through the Robbins-Monro algorithm at the stage of optimizing the design weighting polynomial parameters of the controller. The proposed multivariable self-tuning method is simple and effective compared with pole restriction method. The computer simulation results are presented to adapt the higher order multivariable system with nonminimum phase and with changeable system parameters.

I. 서론

다변수 시스템의 자기동조 제어는 Borison^[1]이 Åström 등^[2]의 최소분산 방법을 다변수로 확장하여 다변수 자기동조 제어기 이론의 기반을 마련하였다. Koivo^[3]는 Clarke 등^[4]에 의해 제안된 비최소위상 시스템에 적합한 단일 입출력 일반화 자기동조 제어 알고

리듬을 다변수 제어 알고리듬으로 확장하였고, 연이어 다변수 자기동조 제어 알고리듬에 관한 연구결과가 발표되었다^[5]. 이러한 다변수 자기동조 제어기는 시스템의 파라미터를 모르거나 시스템 내부에 램덤잡음이 존재하는 환경에서, 매 제어 주기마다 파라미터와 제어 입력을 계산한다. 그리고 그 결과를 진리치로 보고 제어기의 파라미터를 온라인으로 조정하여 시스템의 동특성 변화에 적응하는 것으로 체계적이고 융통성이 있다^[6]. 다변수 일반화 최소분산 자기동조 제어기는 현대 제어이론에 의존하며 성능지수와 관련된 하중다항식의 선택을 포함한다. 따라서 엔지니어가 성능지수의 하중다항식을 선택하는 것은 쉽지 않다. 시스템의 성능은

* 正會員, 慶尙北道 道立 慶道大學 電子科

(Department of Electronic Engineering, Kyungdo Provincial College)

接受日字: 1999年5月13日, 수정완료일: 1999年10月6日

항상 정성적인 항으로 표현되며, 원하는 성능을 얻기 위해 어떻게 다항식을 선택하여야 하는 가는 명백하지 않다.

다면수 일반화 최소분산 자기동조 제어기는 제어기 구성과정에서 발생한 설계 하중다항식을 결정해야 한다. 이 설계 하중다항식 계수의 값은 제어성능에 지대한 영향을 미치므로 다변수 자기동조 제어기를 설계할 때는 설계 하중다항식 계수의 값을 적절히 선택하는 것이 중요하다. Yusof^[5]는 시행착오 방법을, Prager 등^[7]은 극배치(pole placement)방법으로 설계 하중다항식의 계수를 선택하였다. 전자는 하중다항식의 계수를 설정하기 위해 작은 계수의 값으로부터 시작하여 원하는 응답 특성을 얻을 때까지 하중다항식 계수들을 증가시키는 방법인데 최적의 값을 선택하는 것이 어렵고 시간이 걸리며 온라인으로 결정할 수 없다. 후자는 폐루프 극점들을 보다 나은 응답 특성을 얻을 수 있는 지점에 고정시키는 방법인데 플랜트가 변하는 경우에는 원하는 응답 특성을 얻기가 쉽지 않다. 단일 입출력 시스템에서 극배치방법 대신에 Hang 등^[8]과 Cho 등^[9]은 극제한(pole restriction)방법을 제안하였다. 이 방법은 폐루프 극점들을 한 지점에 고정시키는 것이 아니라 오버슈트, 설정시간 등 공학적 설계서에 의해 결정되는 영역 안에 제한시키는 것이며, Routh-Hurwitz 판별법을 사용하여 시스템의 특성방정식을 전개하는 것이다. 따라서 극제한방식을 사용하면 시스템의 차수가 커질수록 특성방정식의 차수가 커져 시스템의 특성방정식을 전개하여 계산하는데 복잡하다. 특히 고차의 다변수 시스템에 적용할 경우 단일 입출력 시스템보다 구하고자 하는 하중다항식의 계수가 여러 개이므로 적절한 설계 하중다항식 계수의 값을 선택하기가 쉽지 않다.

본 논문에서는 시스템의 차수가 고차이고 잡음과 시간지연이 있으며 시스템의 파라미터가 변하는 비최소위상 시스템에 적용할 수 있는 다변수 자기동조 제어기의 설계 하중다항식 계수를 온라인으로 조정하는 방법을 제안한다. 다변수 자기동조 제어기의 설계 하중다항식 계수의 값은 보조출력의 분산을 최소로 하는 방정식의 해이며 확률근사법인 Robbins-Monro 알고리듬^[10]으로 얻는다. 시스템의 차수가 커질수록 Routh-Hurwitz 판별법을 사용하기가 어려운 극제한방식 보다는 제안한 알고리듬이 다변수 시스템에서 계산상 효과적이다.

제안한 알고리듬을 일정한 시간이 경과한 후 시스템

의 파라미터가 변하고 시스템의 영점이 단위원 밖에 있는 다변수 고차 시스템에 대해 컴퓨터 시뮬레이션을 하였다. 그 결과 다변수 일반화 최소분산 자기동조 제어기가 잘 동작하였으며 제어기 파라미터와 설계 하중다항식 계수의 초기치를 설정하는데 제약점이 없음을 알 수 있었다.

II. 다변수 일반화 최소분산 자기동조 제어

시스템의 변수들 사이에 커플링이 존재하는 다중루프 시스템의 자기동조 제어기를 설계하기 위하여 다항식행렬로 표시되는 다변수 입출력 시스템을 고려한다.

제어할 다변수 입출력 이산시간 시스템이

$$A(z^{-1})\mathbf{y}(t) = B(z^{-1})\mathbf{u}(t-d-1) + C(z^{-1})\xi(t) \quad (2.1)$$

와 같이 표시된다고 가정한다. 여기서 $\mathbf{y}(t)$ 는 $(n \times 1)$ 출력벡터, $\mathbf{u}(t)$ 는 $(n \times 1)$ 제어입력벡터, $(n \times 1)$ 벡터인 $\xi(t)$ 는 평균이 영이고 공분산 $\mathbb{E}\{\xi(t)\xi(t)^T\} = \hat{R}$ 인 백색잡음, d 는 프로세스의 지연시간, t 는 이산시간을 의미한다. $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ 와 $C(z^{-1})$ 는 모두 $(n \times n)$ 인 다항식행렬로

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= I + A_1 z^{-1} + \dots + A_{n_a} z^{-n_a} \\ B(z^{-1}) &= B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_{n_b} z^{-n_b} \\ C(z^{-1}) &= I + C_1 z^{-1} + \dots + C_{n_c} z^{-n_c} \end{aligned} \quad (2.2)$$

이며 제어하려는 프로세스에 대하여 다음과 같은 가정을 한다.

- 1) 각 루프의 지연시간 d 는 동일하며 알고 있다.
- 2) 다항식행렬 $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ 와 $C(z^{-1})$ 의 차수 n_a , n_b , n_c 는 알고 있다.
- 3) $\det A(z^{-1})$ 와 $\det C(z^{-1})$ 의 모든 근은 단위원 내에 존재한다.
- 4) $A(z^{-1})$ 와 $B(z^{-1})$ 는 서로 소이다.
- 5) B_0 는 비특이(nonsingular)이다.

그리고 표기를 단순화하기 위해 다항식과 전달함수에서 z^{-1} 의 표현을 생략하기로 한다.

비최소위상 시스템에서 다항식행렬 B 로 인한 불안정성을 극복하기 위해

$$\phi(t) = P\mathbf{y}(t) + Q'\mathbf{u}(t-d-1) - R\mathbf{y}_r(t-d-1) \quad (2.3)$$

$$F\bar{C}^{-1} = \tilde{C}^{-1}\tilde{F} \quad (2.11)$$

의 보조출력을 도입하여 보조출력 $\phi(t)$ 의 분산이 최소가 되는 다변수 일반화 최소분산 자기동조 제어기를 설계한다. 여기서 $\mathbf{y}_r(t)$ 는 $(n \times 1)$ 기준입력벡터, Q' 과 R 은 z^{-1} 의 항으로 표시되는 $(n \times n)$ 하중 다항식행렬이다. P 는 하중 다항유리행렬로

$$P = P_n P_d^{-1} \quad (2.4)$$

이며, P_n 과 P_d 는 각각 $(n \times n)$ 차원의 분자, 분모의 하중 다항식행렬로서 제어계의 동특성을 결정하는 중요한 요소들이다.

다면수 일반화 최소분산 자기동조 제어기를 구성하기 위한 평가함수 J 는

$$J = \varepsilon \{\|\phi(t+d+1)\|^2\} \quad (2.5)$$

이며 식 (2.1)을 식 (2.3)에 대입하면

$$\begin{aligned} \phi(t+d+1) &= PA^{-1}B\mathbf{u}(t) + PA^{-1}C\xi(t+d+1) \\ &\quad + Q'\mathbf{u}(t) - R\mathbf{y}_r(t) \end{aligned} \quad (2.6)$$

가 되고 식 (2.6)의 잡음항은

$$P_n\bar{C} = E\bar{A}' + z^{-d-1}F \quad (2.7)$$

의 Diophantine 방정식으로 표현된다^[35]. 여기서 E 와 F 는 $(n \times n)$ 다항식행렬로

$$\begin{aligned} E &= I + E_1z^{-1} + \cdots + E_dz^{-d} \\ F &= F_0 + F_1z^{-1} + \cdots + F_{n_d+n_{p_r}-1}z^{-(n_d+n_{p_r}-1)} \end{aligned} \quad (2.8)$$

이며, n_{p_r} 는 P_d 의 차수이다. 또한 $A' \triangleq AP_d$ 라 놓고 항등식

$$[A']^{-1}C = \bar{C}[\bar{A}']^{-1} \quad (2.9)$$

로 두며 $\det \bar{C} = \det C$ 와 $\bar{A}'(0) = \bar{C}(0) = I$ 라 제한 한다. 일반적으로 다항식행렬의 곱셈에는 교환법칙이 성립하지 않으므로 다변수 자기동조 제어기를 설계할 때 다항식행렬의 교환법칙이 문제가 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 다변수 자기동조 제어기 구조에서는

$$E\bar{C}^{-1} = \tilde{C}^{-1}\tilde{E} \quad (2.10)$$

를 만족하는 다항식행렬 \bar{C} , \tilde{E} , \tilde{F} 를 도입하며, 역시 $\det C = \det \bar{C}$ 이고 $\bar{C}(0) = I$ 라 제한한다. 따라서 식 (2.7), (2.9), (2.10)과 (2.11)을 사용하면 다변수 시스템의 Diophantine 방정식

$$\tilde{C}P_n = \tilde{E}AP_d + z^{-d-1}\tilde{F} \quad (2.12)$$

를 얻을 수 있다. 식 (2.12)의 오른쪽에 P_d^{-1} 를, 식 (2.1)의 왼쪽에 E 를 곱하고 식 (2.10)을 적용하여 전개하면

$$\begin{aligned} P\mathbf{y}(t+d+1) &= \tilde{C}^{-1} [\tilde{F}P_d^{-1}\mathbf{y}(t) + \tilde{E}B\mathbf{u}(t)] \\ &\quad + E\xi(t+d+1) \end{aligned} \quad (2.13)$$

이 된다. 식 (2.13)을 식 (2.3)에 대입하고 $Q \triangleq \tilde{C}Q'$ 이라 놓으면

$$\begin{aligned} \phi(t+d+1) &= \tilde{C}^{-1} [\tilde{F}P_d^{-1}\mathbf{y}(t) + (\tilde{E}B + Q)\mathbf{u}(t)] \\ &\quad + E\xi(t+d+1) - R\mathbf{y}_r(t) \end{aligned} \quad (2.14)$$

가 된다. 식 (2.14)의 예측모델은

$$\begin{aligned} \phi^*(t+d+1) &= \phi^*(t+d+1|t) + \tilde{\psi}(t+d+1) \\ & \end{aligned} \quad (2.15)$$

로 표현할 수 있으며 이때

$$\begin{aligned} \phi^*(t+d+1|t) &= \tilde{C}^{-1} [\tilde{F}P_d^{-1}\mathbf{y}(t) + (\tilde{E}B + Q) \\ &\quad \mathbf{u}(t)] - R\mathbf{y}_r(t) \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\tilde{\psi}(t+d+1) = E\xi(t+d+1) \quad (2.17)$$

이다. 식 (2.16)의 $\phi^*(t+d+1|t)$ 는 시간 t 에서 $(d+1)$ 스텝 앞선 보조출력의 추정모델을 나타내고, 식 (2.17)의 $\tilde{\psi}(t+d+1)$ 은 추정모델의 출력과 예측모델 출력의 오차이다. 여기서 $\phi^*(t+d+1|t)$ 와 $\tilde{\psi}(t+d+1)$ 은 상관관계가 없다. 따라서 식 (2.5)의 평가함수 J 는

$$\begin{aligned} J &= \varepsilon \{\|\{\phi^*(t+d+1|t) + \tilde{\psi}(t+d+1)\}\|^2\} \\ &= \|\phi^*(t+d+1|t)\|^2 + \varepsilon \|\tilde{\psi}(t+d+1)\|^2 \end{aligned} \quad (2.18)$$

과 같다. 평가함수의 둘째 항은 제어입력 $\mathbf{u}(t)$ 와 관계

가 없으므로 식 (2.18)의 평가함수를

$$J_1 = \| \phi^*(t+d+1|t) \|^2 \quad (2.19)$$

으로 두고 식 (2.19)를 $\mathbf{u}(t)$ 에 대해 미분하여 영으로 두면 평가함수 J_1 의 분산을 최소화하는 필요조건을 얻는다. 즉,

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_1}{\partial \mathbf{u}(t)} &= \frac{\partial [\phi^{*T}(t+d+1|t) \phi^*(t+d+1|t)]}{\partial \mathbf{u}(t)} \\ &= 2 \{ [C^{-1}(\tilde{E}B + Q)]^T \phi^*(t+d+1|t) \} \end{aligned} \quad (2.20)$$

이므로 식 (2.16)의 $\phi^*(t+d+1|t)$ 가 영이 되는 것이다. 따라서 다변수 일반화 최소분산 제어법칙은 식 (2.16)에서

$$\mathbf{u}(t) = (\tilde{E}B + Q)^{-1} [C R \mathbf{y}_f(t) - \tilde{F} P_d^{-1} \mathbf{y}(t)] \quad (2.21)$$

와 같이 얻을 수 있으며 \tilde{E} 와 \tilde{F} 는 식 (2.12)의 Diophantine 방정식을 이용하여 얻는다.

만약, 시스템의 파라미터 A , B 와 C 를 안다면 \tilde{E} 와 \tilde{F} 를 식 (2.12)에서 구하여 식 (2.21)을 만족하는 제어 입력을 계산한다. 그러나 시스템의 파라미터를 모르는 경우에는 제어기에 사용되는 파라미터를 직접 추정해야 한다. 따라서 제어기 파라미터를 추정하기 위해서는 보조출력 $\phi(t+d+1)$ 을 예측해야 하는데 식 (2.3)에서 시간 t 의 $Q' \mathbf{u}(t)$ 와 $R \mathbf{y}_f(t)$ 는 알 수 있는 값이므로, 보조출력 $\phi(t+d+1)$ 을 예측하는 문제는

$$\phi_f(t+d+1) = P \mathbf{y}(t+d+1) \quad (2.22)$$

을 예측하는 문제가 된다. $\phi_f(t+d+1)$ 은 식 (2.13)으로부터

$$\begin{aligned} \phi_f(t+d+1) &= \tilde{C}^{-1} [\tilde{F} P_d^{-1} \mathbf{y}(t) + \tilde{E} B \mathbf{u}(t)] \\ &\quad + E \xi(t+d+1) \end{aligned} \quad (2.23)$$

이며 식 (2.23)에서 $\tilde{G} = \tilde{E}B$, $\mathbf{y}_f(t) = P_d^{-1} \mathbf{y}(t)$ 와 $\xi(t+d+1) = E \xi(t+d+1)$ 로 두면 식 (2.23)의 추정모델은

$$\begin{aligned} \phi_f(t+d+1) &= \tilde{C}^{-1} [\tilde{F} \mathbf{y}_f(t) + \tilde{G} \mathbf{u}(t)] \\ &\quad + \epsilon(t+d+1) \end{aligned} \quad (2.24)$$

과 같이 쓸 수 있다. 여기서 \tilde{F} 와 \tilde{G} 는 z^{-1} 로 표시되는 다항식행렬이다. 또한 식 (2.24)의 예측식은

$$\begin{aligned} \phi_f^*(t+d+1|t) &= \tilde{C}^{-1} [\tilde{F} \mathbf{y}_f(t) + \tilde{G} \mathbf{u}(t)] \\ &= \tilde{F} \mathbf{y}_f(t) + \tilde{G} \mathbf{u}(t) - \sum_{i=1}^n \tilde{C}_i \phi_f^*(t+d+1-i|t) \end{aligned} \quad (2.25)$$

로 표현되고 식 (2.24)의 \tilde{F} 와 \tilde{G} 의 차수를 각각 L 과 N 이라 하면

$$L = \deg A + \deg P_d - 1 \quad (2.26)$$

$$N = \deg B + d \quad (2.27)$$

이다.

보조출력의 예측식 (2.25)의 파라미터이며 동시에 제어기의 파라미터인 \tilde{F} , \tilde{G} 와 \tilde{C} 는 식 (2.25)로부터 다음과 같이 순환최소자승법(recursive least square method)을 사용하여 추정한다.

$$\hat{\psi}_{y_i}(t) = \mathbf{X}^T(t-d-1) \hat{\theta}_i(t-1), \quad i = 1, \dots, n \quad (2.28)$$

$$\hat{\theta}_i(t) = \hat{\theta}_i(t-1) + K(t)[\phi_{y_i}(t) - \hat{\psi}_{y_i}(t)] \quad (2.29)$$

$$K(t) = \frac{P(t-1) \mathbf{X}(t-d-1)}{1 + \mathbf{X}^T(t-d-1) P(t-1) \mathbf{X}(t-d-1)} \quad (2.30)$$

$$P(t) = P(t-1) - K(t) \mathbf{X}^T(t-d-1) P(t-1) \quad (2.31)$$

$$P(0) = k_0 I; \quad k_0 > 0 \quad (2.32)$$

여기서 데이터 벡터 $\mathbf{X}(t)$ 와 파라미터 행렬 $\hat{\theta}(t)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^T(t) &= [\mathbf{y}_f^T(t), \mathbf{y}_f^T(t-1), \dots, \mathbf{y}_f^T(t-L), \mathbf{u}^T(t), \\ &\quad \mathbf{u}^T(t-1), \dots, \\ &\quad \mathbf{u}^T(t-N), \phi_f^{*T}(t+d+1|t-1), \\ &\quad \phi_f^{*T}(t+d-1|t-2), \dots, \\ &\quad \phi_f^{*T}(t+d+1-n|t-n)] \end{aligned} \quad (2.33)$$

$$\hat{\theta}(t) = [\hat{\theta}_1 \quad \hat{\theta}_2 \quad \dots \quad \hat{\theta}_n]$$

$$\begin{aligned} \tilde{G}_N(t) &= [\tilde{F}_0(t) \quad \tilde{F}_1(t) \dots \quad \tilde{F}_L(t) \quad \tilde{G}_0(t) \quad \tilde{G}_1(t) \dots \\ &\quad \tilde{G}_n(t)]^T \end{aligned} \quad (2.34)$$

그리고 벡터 $\hat{\theta}_i$ 를 각 요소로 표시하면

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_i(t) = & [\hat{f}_{i1}^0(t), \hat{f}_{i2}^0(t), \dots, \hat{f}_{in}^0(t), \hat{f}_{i1}^1(t), \\& \hat{f}_{i2}^L(t), \hat{f}_{i2}^1(t), \dots, \hat{f}_{in}^1(t), \dots, \hat{f}_{i1}^L(t), \\& \dots, \hat{f}_{in}^L(t), \hat{g}_{i1}^0(t), \hat{g}_{i2}^0(t), \dots, \hat{g}_{in}^0(t), \\& \hat{g}_{i1}^1(t), \hat{g}_{i2}^1(t), \dots, \hat{g}_{in}^1(t), \dots, \hat{g}_{i1}^N(t), \\& \hat{g}_{i2}^N(t), \dots, \hat{g}_{in}^N(t), -\hat{c}_{i1}^1(t), -\hat{c}_{i2}^1(t), \\& -\hat{c}_{in}^2(t), -\hat{c}_{i2}^2(t), \dots, \dots, -\hat{c}_{in}^1(t), \\& -\hat{c}_{i1}^2(t), \dots, -\hat{c}_{i1}^n(t), -\hat{c}_{i2}^n(t), \dots, \\& -\hat{c}_{in}^n(t)]^T\end{aligned}\quad (2.35)$$

이여, \hat{f}_{ij}^k , \hat{g}_{ij}^l 와 $-\hat{c}_{ij}^m$ 는 $\hat{F}_k \hat{G}_l$, 과 \hat{C}_m 의 (i, j) 요소들이며 $i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n, k = 0, \dots, L, l = 0, \dots, N, m = 1, \dots, n$ 이다.

제어기 파라미터를 추정할 때 \hat{C} 가 단위행렬이면 t 시점에서 $X^T(t)$ 를 알 수 있으므로 예측오차는 백색(white)이다. 따라서 제어기 파라미터는 순환최소자승법을 사용하여 추정한다. \hat{C} 가 단위행렬이 아니면 t 시점에서 $\phi_y^*(t+d+1|t)$ 을 알 수 없으므로 예측오차는 백색이 아니다. 그러므로 순환최소자승법을 사용하여 제어기 파라미터를 추정할 수 없다. 그러나 $\phi_y^*(t+d+1|t)$ 을 계산할 수 있는 추정값 $\hat{\phi}_y^*(t+d+1|t)$ 로 대치한 순환최소자승법으로는 제어기 파라미터를 추정할 수 있다. 즉 식 (2.33)의 데이터 벡터 대신에 아래의 데이터 벡터를 사용하여 제어기 파라미터 \hat{F}, \hat{G} 와 \hat{C} 를 추정한다.

$$\begin{aligned}\hat{X}^T(t) = & [\mathbf{y}_f^T(t), \mathbf{y}_f^T(t-1), \dots, \mathbf{y}_f^T(t-L), \mathbf{u}^T(t), \\& \mathbf{u}^T(t-1), \dots, \mathbf{u}^T(t-N), \\& \hat{\phi}_y^{*T}(t+d|t-1), \\& \hat{\phi}_y^{*T}(t+d-1|t-2), \dots, \\& \hat{\phi}_y^{*T}(t+d+1-n|t-n)]\end{aligned}\quad (2.36)$$

이 추정알고리듬을 이용하여 추정한 제어기 파라미터 \hat{F}, \hat{G} 와 \hat{C} 를 식 (2.21)에 대입하면 다변수 일반화 최소분산 자기동조 제어기의 제어법칙

$$\mathbf{u}(t) = (\hat{G} + Q)^{-1} [\hat{C}R\mathbf{y}_r(t) - \hat{F}\mathbf{y}_f(t)] \quad (2.37)$$

를 얻을 수 있다.

III. 다변수 자기동조 제어기의 설계 하중다항식 계수 조정

다변수 자기동조 제어기의 설계 하중다항식 계수 값을 선택하기 위한 자기동조 제어기의 구성은 다음과 같다.

식 (2.37)의 제어법칙은

$$(\hat{G} + Q)\mathbf{u}(t) = -\hat{F}\mathbf{y}_f(t) + \hat{C}R\mathbf{y}_r(t) \quad (3.1)$$

로 표현할 수 있다. 한편, 하중 다항유리행렬 $P (= P_n P_d^{-1})$ 는 제어기 파라미터에 영향을 주는 요소로 기준입력의 변화에 대해 폐루프 시스템의 응답특성을 좋게 하기 위해 사용된다. 다항식행렬 P_d 와 P_n 의 계수를 부적절하게 선택하면 오버슈트가 커지거나 진동이 일어날 수 있으므로 이들 계수의 적절한 선택이 필요하다. 특히 P_d 행렬식의 근이 그림 1의 감쇠비(damping ratio) ξ 가 0.7보다 큰 빛금친 영역에 있을 경우 시스템의 응답특성을 좋게 할 수 있다^[5,11]. 본 연구에서는 시스템의 발산을 방지하고 정상상태 오차를 제거하기 위해 다항식행렬 P_d 를

$$P_d = [I + P_{d1}]^{-1} [I + z^{-1}P_{d2}] \quad (3.2)$$

으로 둔다. 여기서 P_{d1} 은 P_d 의 1차 계수이고 P_d 행렬식의 근이 그림 1의 빛금친 영역에 존재하도록 P_{d1} 을 선택한다. 그리고 하중 다항식행렬 P_n 의 계수는 P_n 의 행렬식의 근이 단위원 안에 있는 다항식행렬을 선정한다.

하중 다항식행렬 R 은 출력 $\mathbf{y}(t)$ 와 기준입력 $\mathbf{y}_r(t)$ W 가 정상상태에서 일치하도록 식 (3.1)의 $\hat{C}R$ 을 W 로 선정하면

$$\begin{aligned}W = & [\hat{F}P_d^{-1}]|_{z=1} \\& = \sum_{i=0}^L \hat{F}_i\end{aligned}\quad (3.3)$$

이다. 여기서 \hat{F}_i 는 다항식 \hat{F} 의 계수이다.

다항식행렬 Q 는 설계자 임의로 지정할 수 있으며 자기동조 제어법칙에 적분동작이 들어가도록

$$\tilde{G} + Q = (1 - z^{-1}) H^{-1} \quad (3.4)$$

로 선택한다. 대각행렬 $H = \text{diag}(h_1, h_2, \dots, h_n)$ 로

$$h_i = \sum_{j=0}^K h_{ij} z^{-j} \quad (3.5)$$

이다. 여기서 $i = 1, \dots, n$ 이며 K 는 $\deg B - 1$ 로서 다항식 h_i 의 차수이고 h_{ij} 는 다항식 h_i 의 계수이다.

이 대각행렬 H 는 제어기를 동조시키는 데 편리한 수단을 제공해 주는 설계 하중다항식 계수이다.

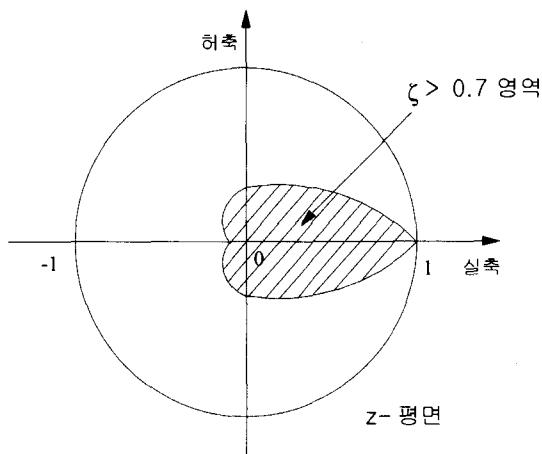


그림 1. P_d 의 행렬식의 근영역

Fig. 1. Region of roots of determinant P_d .

기존의 방법^[5,7]은 설계 하중다항식 계수 H 의 값을 결정하는데 시행착오 방법과 극배치방법을 이용하는 것으로, 단일 입출력 시스템과는 달리 구하고자 하는 설계 하중다항식 계수가 여러 개인 다변수 시스템에서는 최적의 설계 하중다항식 계수 H 값을 선택하기가 힘들다. 본 연구에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하여 보조출력의 분산이 최소가 되는 방향으로 설계 하중다항식 계수를 온라인으로 조정하는 방법을 제안한다.

이제 제어기의 출력은 식(3.3)과 (3.4)를 식(3.1)에 대입하면

$$\Delta u(t) = H[Wy_r(t) - \tilde{F}y_f(t)] \quad (3.6)$$

이다. 여기서 Δ 는 $(1 - z^{-1})I$ 로 정의하며 I 는 $(n \times n)$ 단위행렬이다. W 는

$$W = \tilde{F}_0 + \tilde{F}_1 + \cdots + \tilde{F}_L \quad (3.7)$$

로 선택한다. Robbins-Monro 알고리듬을 이용하여 설계 하중다항식 H 의 계수 값을 자동 조정하고자 한다.

다면수 자기동조 최소분산 제어는 보조출력의 분산, 즉

$$J = \varepsilon \{ l(\phi_y^*, y_r) \} \quad (3.8)$$

이 최소가 되도록 제어입력을 결정하는 방법이며, 여기서

$$l(\phi_y^*, y_r) = \frac{1}{2} \| P y_r(t+d+1) - \phi_y^*(t+d+1) \|^2 \quad (3.9)$$

이고 $\phi_y^*(t+d+1|t)$ 는 보조출력 $\phi_y(t+d+1)$ 의 예측치로서 식 (2.25)에서

$$\phi_y^*(t+d+1|t) = \tilde{C}^{-1} [\tilde{F}y_f(t) + \tilde{G}u(t)] \quad (3.10)$$

이다.

한편, 편미분의 편의를 위해 설계 하중다항식 계수 H 의 요소들로 벡터 $h = [h_1, h_2, \dots, h_n]^T$ 를 구성하면 식 (3.8)을 최소로 하는 설계 하중다항식 계수 h 의 값은

$$\frac{\partial J}{\partial h} = \varepsilon \left\{ \frac{\partial l(\phi_y^*, y_r)}{\partial h} \right\} = 0 \quad (3.11)$$

의 해와 같으며, 확률근사법(stochastic approximation)의 하나인 Robbins-Monro 알고리듬^[10]을 이용하여 구한다.

Robbins-Monro 알고리듬은

$$\varepsilon \{ Q(\theta, e(t)) \} = 0 \quad (3.12)$$

의 해 θ 를 순환적으로 구하는 것이며, 여기서 $e(t)$ 는 확률변수의 수열이다. $Q(\theta, e(t))$ 가 시변함수인 경우에 Robbins-Monro 알고리듬은

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \mu Q(\hat{\theta}(t-1), e(t)) \quad (3.13)$$

와 같이 표현되며 μ 는 양의 상수 ($0 < \mu < 1$)이다. 그

따므로 식 (3.11)로부터 설계 하증다항식 계수 \mathbf{h} 를 구하는 순환식은

$$\mathbf{h}(t) = \mathbf{h}(t-1) + \mu \left\{ - \frac{\partial l(\phi_y^*, \mathbf{y}_r)}{\partial \mathbf{h}} \right\} \quad (3.14)$$

과 같이 얻을 수 있다.

함편 $\mathbf{u}(t)$ 는 설계계수 \mathbf{h} 의 함수이므로 $\partial l(\phi_y^*, \mathbf{y}_r) / \partial \mathbf{h}$ 는 연쇄법칙(Chain rule)^[12]을 이용하여 구하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial l(\phi_y^*, \mathbf{y}_r)}{\partial \mathbf{h}} &= \frac{\partial \mathbf{u}(t)}{\partial \mathbf{h}} \cdot \frac{\partial \phi_y^*(t+d+1|t)}{\partial \mathbf{u}(t)} \\ &= \frac{\partial l(\phi_y^*, \mathbf{y}_r)}{\partial \phi_y^*(t+d+1|t)} \end{aligned} \quad (3.15)$$

이다. 식 (3.15)의 우변의 첫 번째 편미분은 식 (3.6)에서

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}(t)}{\partial \mathbf{h}} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1(t)}{\partial h_1} & 0 \\ \ddots & \ddots \\ 0 & \frac{\partial u_n(t)}{\partial h_n} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1(t)}{\partial h_{1j}} & 0 \\ \ddots & \ddots \\ 0 & \frac{\partial u_n(t)}{\partial h_{nj}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.16)$$

이며 $j=0, \dots, K$ 이다. 식 (3.6)에서 시간 t 에서 추정한 W 와 \hat{F} 를 각각 \hat{W}^t 와 \hat{F}^t 로 표기하고 식 (3.6)을 다시 쓰면

$$\Delta \mathbf{u}(t) = H \{ \hat{W}^t \mathbf{y}_r(t) - \hat{F}^t \mathbf{y}_f(t) \} \quad (3.17)$$

이고, $\Delta \mathbf{u}(t) = (1 - z^{-1}) \mathbf{u}(t)$ 이므로 식 (3.17)은

$$(1 - z^{-1}) \mathbf{u}(t) = H \{ \hat{W}^t \mathbf{y}_r(k) - \hat{F}^t \mathbf{y}_f(k) \} \quad (3.18)$$

이다. 대각요소들의 편미분은

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i(t)}{\partial h_{ij}} &= \frac{1}{1-z^{-1}} \{ \hat{W}^k y_r(k-j) - \hat{F}^k y_f(k-j) \} \\ &= \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^K \{ \hat{W}_{il}^k y_{rl}(k-j) - \hat{F}_{il}^k y_{fl}(k-j) \} \end{aligned} \quad (3.19)$$

이다. 여기서 $i=1, \dots, n$, $j=0, \dots, K$ 이며 \hat{W}_{il}^k 과 \hat{F}_{il}^k 은 각각 \hat{W}^k 와 \hat{F}^k 의 (i, l) 요소이고 $y_{rl}(k)$ 와 $y_{fl}(k)$ 는 각각 $\mathbf{y}_r(t)$ 과 $\mathbf{y}_f(t)$ 의 l 번째 요소이다.

식 (3.15)의 우변의 두 번째 편미분은 식 (3.10)으로부터

$$\frac{\partial \phi_y^*(t+d+1|t)}{\partial \mathbf{u}(t)} = \tilde{G}_0 \quad (3.20)$$

와 같이 얻을 수 있고, 식 (3.15)의 마지막 편미분은 식 (3.9)에서

$$\begin{aligned} \frac{\partial l(\phi_y^*, \mathbf{y}_r)}{\partial \phi_y^*(t+d+1|t)} &= - \{ P \mathbf{y}_r(t+d+1) \\ &\quad - \phi_y^*(t+d+1|t) \} \end{aligned} \quad (3.21)$$

이다.

따라서, 성능지수 J 를 최소로 하는 설계 하증다항식 계수 \mathbf{h} 는 식 (3.14)로부터

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(t) &= \mathbf{h}(t-1) + \mu \\ &\quad \left\{ \sum_{k=1}^t [\hat{W}^k \mathbf{y}_r(k-j) - \hat{F}^k \mathbf{y}_f(k-j)] \cdot \tilde{G}_0 \right. \\ &\quad \left. + \{ P \mathbf{y}_r(t+d+1) - \phi_y^*(t+d+1|t) \} \right\} \end{aligned} \quad (3.22)$$

와 같이 구할 수 있다. 이렇게 구한 설계 하증다항식 계수 H 를 식 (3.6)에 대입하여 제어입력을 얻으면 다변수 자기동조 제어시스템의 블록선도는 그림 2에 보였다.

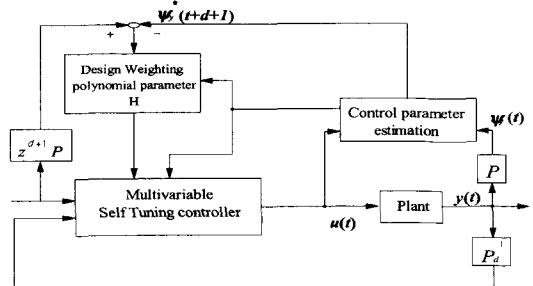


그림 2. 다변수 자기동조 제어기구조

Fig. 2. Structure of a multivariable self tuning controller.

설계 하증다항식 계수 H 를 조정하는 방법으로 파라

미터를 동조시키는 다변수 자기동조 제어 알고리듬을 정리하면 다음과 같다.

단계 1 : 설계 하중다항식 계수 H 와 제어기 파라미터 \bar{F} 와 \bar{G} 의 초기치를 적절한 값으로 설정하고 μ 는 양의 상수 ($0 < \mu < 1$)를 선택한다.

단계 2 : 하중 다항식행렬 P_n 의 계수는 P_n 의 행렬식의 근이 단위원 안에 있는 다항식행렬을 선택하여 하중 다항식행렬 $P_d = [I + P_{d1}]^{-1} [I + z^{-1} P_{d1}]$ 의 행렬식의 근이 그림 1의 빛금친 영역에 존재하도록 P_{d1} 을 선택하여 플랜트의 출력을 필터링한다.

단계 3 : 보조출력 $\phi_y(t)$ 를 $\phi_y(t) = P\mathbf{y}(t)$ 에 의해 계산한다.

단계 4 : 제어기 파라미터 \bar{F} , \bar{G} 와 \bar{C} 는 순환최소 자승법을 이용하여 추정한다.

단계 5 : 추정한 제어기 파라미터로 $\phi_y(t+d+1|t)$ 의 예측치는 추정한 제어기 파라미터 \bar{F} , \bar{G} 와 \bar{C} 로부터 $\phi_y^*(t+d+1|t) = \bar{C}^{-1} [\bar{F}\mathbf{y}_f(t) + \bar{G}\mathbf{u}(t)]$ 와 같이 계산한다.

단계 6 : 필터링한 기준입력 $P\mathbf{y}_r(t+d+1)$ 과 보조출력 $\phi_y(t+d+1)$ 의 예측치의 차를 구한다.

단계 7 : 식 (3.7)에 의해 시간 t 에서의 추정값 \hat{F} 로부터 W 의 추정값 $\hat{W}^t = \hat{F}_0 + \hat{F}_1 + \dots + \hat{F}_L$ 을 계산한다.

단계 8 : 다변수 자기동조 제어기의 설계 하중다항식 계수 \mathbf{h} 는 식 (3.22)와 같이 구한다.

단계 9 : $(t+1)$ 로 하여 단계 3으로 간다.

IV. 시뮬레이션 결과와 검토

본 연구에서 제안한 알고리듬의 성능을 확인하기 위해 시스템의 영점이 단위원 밖에 있고 시간지연이 있는 3차의 다변수 시스템과 5차의 단일 입출력 시스템에 적용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 하였으며 이에 대한 제어기 성능을 검토하고자 한다.

예제 1: 지연시간이 있고 시스템의 영점이 단위원 밖에 있는 이산시간 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} y(t) &= A_1 y(t-1) + A_2 y(t-2) + A_3 y(t-3) \\ &+ z^{-2}(B_0 + B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2})u(t) + \xi(t) + C_1 \xi(t-1) \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 0.7 & 0.1 \\ 0.05 & 0.8 \end{bmatrix} & A_2 &= \begin{bmatrix} -0.38 & 0.05 \\ 0.0 & -0.65 \end{bmatrix} \\ A_3 &= \begin{bmatrix} -0.05 & 0.0 \\ 0.0 & -0.05 \end{bmatrix} & \\ B_0 &= \begin{bmatrix} 0.4 & 0.1 \\ 0.05 & 0.3 \end{bmatrix} & B_1 &= \begin{bmatrix} -0.85 & 0.1 \\ 0.1 & 0.7 \end{bmatrix} \\ B_2 &= \begin{bmatrix} 0.3 & 0.0 \\ 0.0 & 0.2 \end{bmatrix} & \\ C_1 &= \begin{bmatrix} -0.47 & -0.2 \\ -0.1 & -0.49 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

이며, $\xi(t)$ 는 평균이 0이고 분산이

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.04 \\ 0.04 & 0.1 \end{bmatrix}$$

인 가우스 잡음이다. 기준입력은 1.5와 1의 계단함수로 600스텝까지 수행하였다. 제어기에 사용하는 파라미터의 초기치 $\theta(0)$ 와 설계계수의 초기치 $\nu(0)$ 를 임의로 영벡터로 선택하였으며, μ 값은 0.001로 정하였다. P_d 의 1차 계수는 그림 1의 빛금친 영역 안에 들도록

$$\begin{bmatrix} -0.5 & -0.13 \\ -0.1 & -0.16 \end{bmatrix} \text{로, } P_n \text{의 1차 계수는 단위원 안의 } \begin{bmatrix} -0.12 & -0.3 \\ -0.13 & -0.6 \end{bmatrix} \text{으로 선택하였다. 그리고 제어기 파라}$$

미터를 추정할 때 200스텝마다 P 행렬을 초기화시키는 순환최소자승법을 사용하였다. 이 환경에서의 시뮬레이션 결과는 그림 3에 보였다.

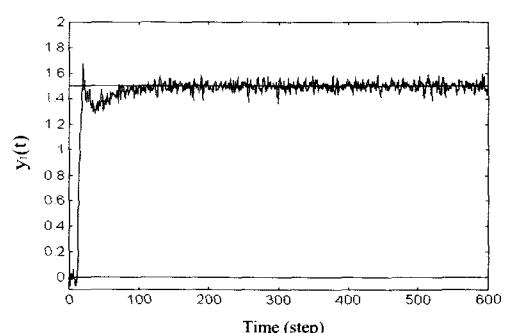


그림 3-a. 시스템 출력 $y_1(t)$

Fig. 3-a. System output, $y_1(t)$.

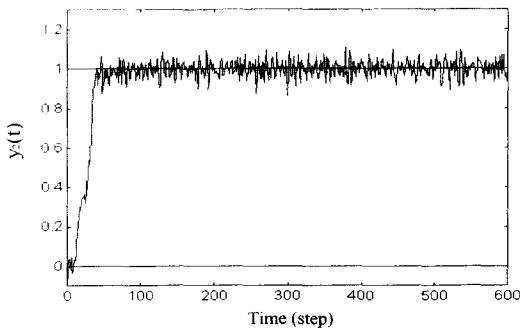
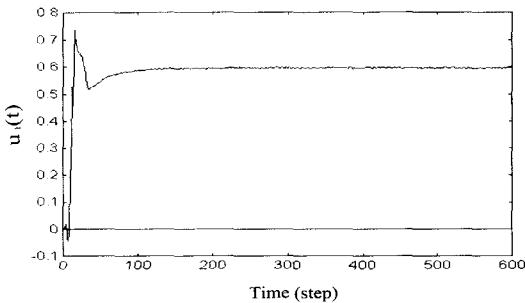
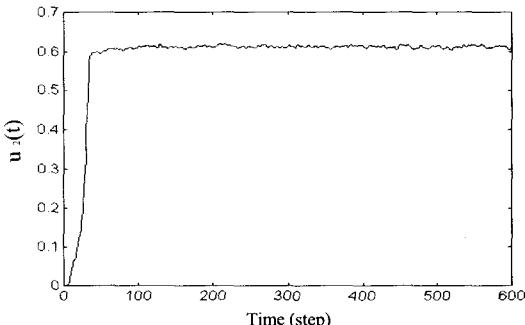
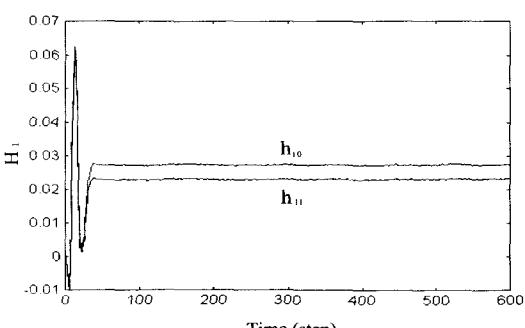
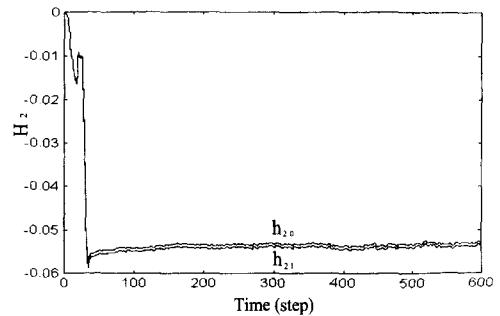
그림 3-b. 시스템 출력 $y_2(t)$ Fig. 3-b. System output, $y_2(t)$.그림 3-c. 제어입력 $u_1(t)$ Fig. 3-c. Control input, $u_1(t)$.그림 3-d. 제어입력 $u_2(t)$ Fig. 3-d. Control input, $u_2(t)$.그림 3-e. 설계 하중다항식 계수 H_1 Fig. 3-e. Design weighting polynomial parameter, H_1 .그림 3-f. 설계 하중다항식 계수 H_2 Fig. 3-f. Design weighting polynomial parameter, H_2 .

그림 3은 계단함수에 적용한 시뮬레이션 결과이며, 시스템 출력은 기준입력을 잘 추종하고 설계 하중다항식 계수는 일정한 값에 수렴한다. 극제한방법을 사용할 경우 각 루프에 5차의 특성방정식을 전개하여야 한다.

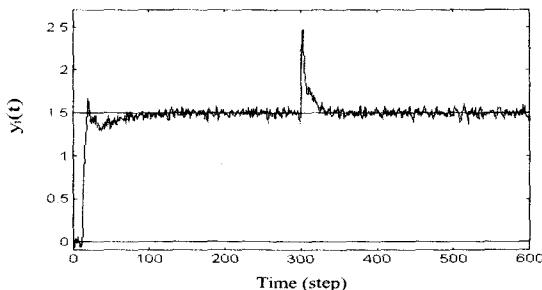
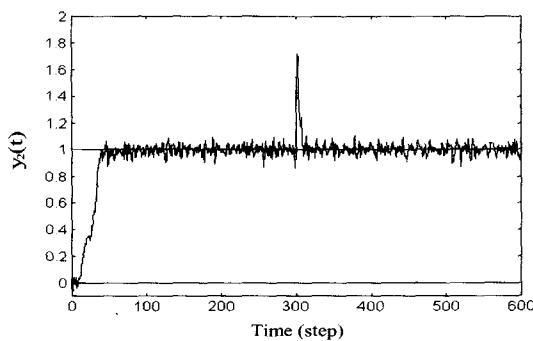
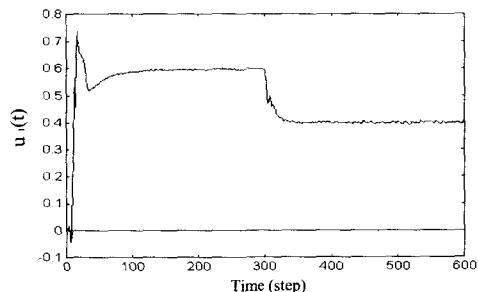
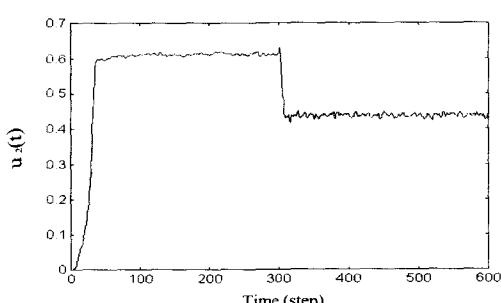
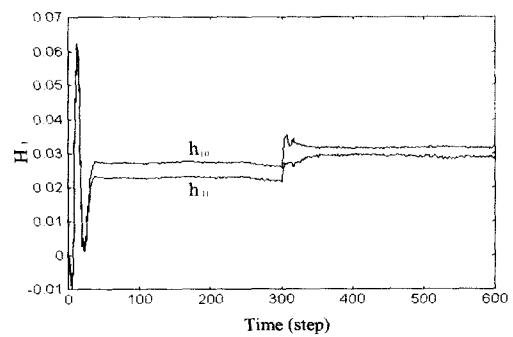
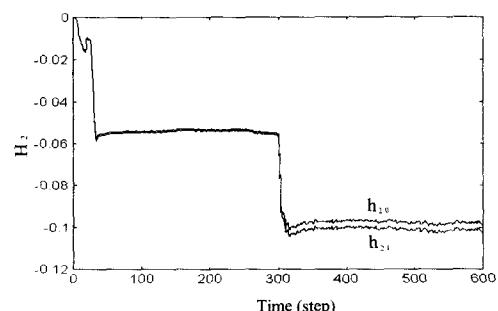
예제 2: 예제 1의 시스템 파라미터를 300스텝 이후에는 시스템의 영점이 변하여 시스템이

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 0.7 & 0.1 \\ 0.05 & 0.8 \end{bmatrix} & A_2 &= \begin{bmatrix} -0.38 & 0.05 \\ 0.0 & -0.65 \end{bmatrix} \\ A_3 &= \begin{bmatrix} -0.05 & 0.0 \\ 0.0 & -0.05 \end{bmatrix} \\ B_0 &= \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.1 & 0.6 \end{bmatrix} & B_1 &= \begin{bmatrix} 1.2 & 0.0 \\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix} \\ B_2 &= \begin{bmatrix} 0.4 & 0.0 \\ 0.0 & 0.2 \end{bmatrix} \\ C_1 &= \begin{bmatrix} -0.47 & -0.2 \\ -0.1 & -0.49 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

와 같이 움직인다고 가정하였다. 여기서 시뮬레이션 조건들은 예제 1과 동일하다. 제안한 방법으로 시뮬레이션한 결과는 그림 4에 보였다.

그림 4는 300스텝에서 시스템 영점이 변화된 시스템의 시뮬레이션 결과이다. 시스템의 출력은 시스템 파라미터가 변하는 부분에서 오버슈트가 있으나 기준입력을 잘 추종하였다.

예제 3: 시간 지연이 있고 시스템의 영점이 단위원 밖에 있는 이산시간 시스템^[13]에 적용한다.

그림 4-a. 시스템 출력 $y_1(t)$ Fig. 4-a. System output, $y_1(t)$.그림 4-b. 시스템 출력 $y_2(t)$ Fig. 4-b. System output, $y_2(t)$.그림 4-c. 제어입력 $u_1(t)$ Fig. 4-c. Control input, $u_1(t)$.그림 4-d. 제어입력 $u_2(t)$ Fig. 4-d. Control input, $u_2(t)$.그림 4-e. 설계 하중다항식 계수 H_1 Fig. 4-e. Design weighting polynomial parameter, H_1 .그림 4-f. 설계 하중다항식 계수 H_2 Fig. 4-f. Design weighting polynomial parameter, H_2 .

$$y(t) = \frac{0.0016z^{-1}(1 + 16.56z^{-1} + 27.26z^{-2} - 7.11z^{-3} + 0.184z^{-4})}{1 - 2.56z^{-1} + 2.95z^{-2} - 1.81z^{-3} + 0.59z^{-4} - 0.079z^{-5}} u(t) \\ + \frac{1 - 0.12z^{-1} + 0.47z^{-2} - 0.6z^{-3}}{1 - 2.56z^{-1} + 2.95z^{-2} - 1.81z^{-3} + 0.59z^{-4} - 0.079z^{-5}} \xi(t)$$

시스템 파라미터를 250스텝 이후에는 시스템의 영점이 변하여 시스템이

$$y(t) = \frac{0.0016z^{-1}(1 + 16.56z^{-1} + 33.478z^{-2} - 7.11z^{-3})}{1 - 2.56z^{-1} + 2.95z^{-2} - 1.81z^{-3} + 0.59z^{-4} - 0.079z^{-5}} u(t) \\ + \frac{1 - 0.12z^{-1} + 0.47z^{-2} - 0.6z^{-3}}{1 - 2.56z^{-1} + 2.95z^{-2} - 1.81z^{-3} + 0.59z^{-4} - 0.079z^{-5}} \xi(t)$$

와 같다고 가정하였다. 여기서 $\xi(t)$ 는 평균이 0이고 분산이 0.01인 가우스 백색잡음이다. 제어기에 사용하는 파라미터의 초기치 $\theta(0)$ 은 0으로 하였으며, 설계 하중다항식의 초기치 $H(0)$ 역시 0으로 하였다. μ 의 값은 0.01로 정하였다. P_d 의 1차 계수는 그림 1의 빗금 친 영역 안에 들도록 -0.1로, P_n 의 1차 계수는 단위 원 안의 0.22로 선택하였다. 그리고 제어기 파라미터를 추정할 때 200스텝마다 P 행렬을 초기화시키는 순

한최소자승법을 사용하였다. 이 환경에서의 시뮬레이션 결과는 그림 5에 보였다.

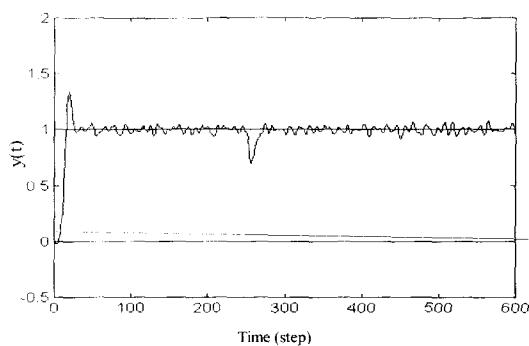


그림 5-a. 시스템 출력 $y(t)$

Fig. 5-a. System output, $y(t)$.

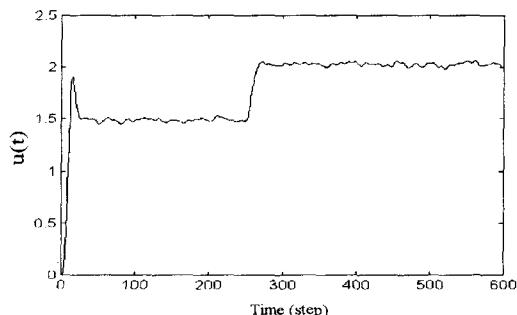


그림 5-b. 제어입력 $u(t)$

Fig. 5-b. Control input, $u(t)$.

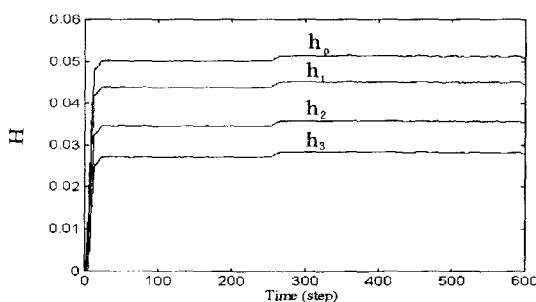


그림 5-c. 설계 하중다항식 계수 H

Fig. 5-c. Design weighting polynomial parameter, H .

그림 5는 250스텝에서 시스템 영점이 변화된 시뮬레이션 결과이다. 시스템의 출력은 시스템 파라미터가 변하는 부분에서 변동이 있으나 기준입력을 잘 추종하였다. 설계 하중다항식 계수도 시스템 파라미터가 변하는 부분에서 변동이 있으나, 변화에 적응하여 일정한 값에

수렴함을 알 수 있다. 제시한 시스템에 대해 극제한방법을 이용하면 10차의 특성방정식을 전개해야 한다. 따라서 시스템의 차수가 더 커지면 큰 차수의 특성방정식을 풀어야 한다.

V. 결 론

본 논문에서는 잡음과 시간지연이 존재하고 시스템의 영점이 단위원 밖에 있으며 시스템 파라미터가 변하는 고차 시스템에 적용할 수 있는 다변수 자기동조 제어기의 설계 하중다항식 계수를 온-라인으로 조정하는 방법을 제안하였다.

다변수 자기동조 제어기의 파라미터는 순환최소자승법으로 추정하였고 이러한 다변수 자기동조 제어기의 조정자로서 동작하는 설계 하중다항식 계수의 값을 Robbins-Monro 알고리듬으로 최적화 하였다. 기존의 시행착오방법과 Routh-Hurwitz 판별법을 이용하는 극제한방법은 시스템의 차수가 커지면 전자는 최적의 값을 임의로 선택하기가 어렵고, 후자는 구하고자 하는 하중다항식의 계수가 여러 개이고 차수가 커져 고차 특성방정식의 전개로 인한 계산상의 복잡성으로 인해 원하는 응답특성을 얻는데 어려움이 있다.

제안한 방법을 시스템의 파라미터가 변하고 시스템의 영점이 단위원 밖에 있는 시스템에 적용한 결과 설계 하중다항식 계수와 제어기 파라미터의 초기치를 설정하는데 시행착오 방법보다 제약점이 없으며, 시스템의 파라미터가 변화된 시점에서 각 시스템의 출력은 약간의 진동은 있으나 기준입력을 잘 추종함을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 확인하였다.

참 고 문 헌

- [1] U. Borison, "Self-tuning regulators for a class of multivariable systems," *Automatica*, vol. 15, no. 2, pp. 209-215, 1979.
- [2] K. J. Åström, U. Borison, L. Ljung, and B. Wittenmark, "Theory and application of self-tuning regulators," *Automatica*, vol. 13, pp. 457-476, 1977.
- [3] H. N. Koivo, "A multivariable self-tuning controller," *Automatica*, vol. 16, no. 4, pp. 351-

- 366, 1980.
- [4] D. W. Clarke and P. J. Gawthrop, "Self-tuning control," *Proc. IEE, Pt. D.*, vol. 126, no. 6, pp. 633-640, 1979.
- [5] R. Yusof, S. Omatsu, and M. Khalid, "Self-tuning PID control: a multi variable derivation and application," *Automatica*, vol. 30, no. 12, pp. 1975-1981, 1994.
- [6] K. J. Åström, "Theory and application of Adaptive control-A Survey," *Automatica*, vol. 19, no. 5, pp. 471-486, 1983.
- [7] D. L. Prager and P. E. Wellstead, "Multivariable pole-assignment self-tuning regulators," *Proc. IEE, Pt. D.*, vol. 128, pp. 9-17, 1980.
- [8] C. C. Hang, K. W. Lim, and W. K. Ho, "Generalised minimum-variance stochastic self-tuning controller with pole restriction," *Proc. IEE*, vol. 138, (1), pp. 25-32, 1991.
- [9] Won Chul Cho and Gi Joon Jeon, "Implicit self tuning controller with pole restriction", *Proc. of KACC*, Seoul, Korea, pp. 13-17, 1993.
- [10] G. C. Goodwin and K. S. Sin, *Adaptive Filtering, Prediction and Control*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1984.
- [11] R. Soeterboek, *Predictive Control*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1992.
- [12] R. P. McDonald and H. Swaminathan, "A simple matrix calculus with applications to multivariate analysis," *General Systems*, vol. 18, pp. 37-54, 1973.
- [13] 최종호, 김호찬 "비최소 위상 확률 시스템을 대상으로 한 겸실한 적응 IMC 제어기," '93 한국자동제어 학술회의 논문집, 제 1권, pp. 139-144, 1993년 10월

저자 소개



曹元鐵(正會員)

1964年 2月 7日生. 1986年 2月 경북대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1989年 2月 경북대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사). 1997年 2月 경북대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학박사). 1997年 3月~현재 경상북도립 경도대학 전자과 조교수. 주 관심분야는 적응제어, 뉴로퍼지제어등임



沈太銀(正會員)

1966年 8月 7日生. 1988年 2月 경북대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1993年 2月 경북대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사). 1997年 8月 경북대학교 대학원 전자공학과 박사과정 수료. 1998年 3月~현재 경상북도립 경도대학 전자과 전임강사. 주 관심분야는 회로 및 시스템 설계, ASIC설계, 영상신호 처리, 전자계측등임