

CGT와 고유구조 지정법을 이용한 지남차의 불연성화 제어기 설계

김주호*, 최재원**

Decoupling Controller Design for the JINAMCHA by Using Command Generator Tracker and Eigenstructure Assignment

Joo Ho Kim*, Jae Weon Choi**

ABSTRACT

In this paper, we consider a decoupling control and a servo control for the JINAMCHA of which the cart and the pointer is coupled very strongly. The right eigenstructure assignment(i.e. simultaneous assignment of eigenvalues and right eigenvectors) is used for decoupling the motions of the cart and the pointer. The CGT(Command Generator Tracker) is used for a servo control of the JINAMCHA. The performance of the proposed control scheme, that is the combination of the right eigenstructure assignment and the CGT, is evaluated by simulations. The results show that the proposed controller has better performance than the LQR with limiting properties and the conventional LQ servo.

Key Words : Decoupling control(불연성화 제어), Servo control(서보 제어), Eigenstructure assignment(고유구조 지정법), Command Generator Tracker(지령 추적기)

1. 서론

일반적으로 물리계에 존재하는 대부분의 다변수 제어시스템은 각각의 운동 모드가 연성(coupling)되어 있기 때문에 어떠한 운동 모드를 제어하기 위하여 제어입력을 가하면 그 모드와 연성된 다른 운동 모드도 영향을 받아서 원하지 않는 결과가 나타난다. 특히, 고정밀도를 요구하는 제어 시스템에서 연성에 의한 영향은 치명적인 결과를 가져올 수도 있다.

따라서, 이러한 시스템의 연성 문제를 해결하기 위한 많은 방법들이 연구되고 있다^[1-3]. 본 논문에서는

카트와 포인터가 강하게 연성되어 있는 지남차(JINAMCHA) 시스템을 소개하고, 지남차의 카트와 포인터가 불연성화 되도록 제어기를 설계하는 것을 목적으로 한다. 지남차는 주어진 명령을 따라가는 서보 시스템이기 때문에 피드백 제어만으로는 제어하기가 힘들므로, CGT(Command Generator Tracker)^[4]와 고유구조 지정법^[5-10]을 결합하여 피드포워드(feedforward)와 피드백(feedback)을 동시에 사용하였다. 그리고, 설계된 제어기의 성능을 참고문헌 [11]에서 제시한 한계량(limiting properties)을 가지는 LQR(Linear Quadratic Regulator)을 이용하여 설계한 제어기의 성능과 비교하고, 또한 일반적인 LQ 서보^[12,13]를 이용하여 설계한

* 부산대학교 기계공학부

** 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소

제어기의 성능과도 비교하였다.

2. 문제 설정

본 논문에서는 Fig. 1과 같은 지남차의 카트(cart)가 외부에서 가해진 명령 입력을 따라 움직이더라도 지남차의 포인터(pointer)는 일정한 방향 즉, 남쪽을 가리키도록 제어기를 구성하는 것을 목표로 한다. 즉, 지남차의 카트의 운동과 포인터의 운동을 불연성화 시키는 제어기 설계를 목표로 한다.

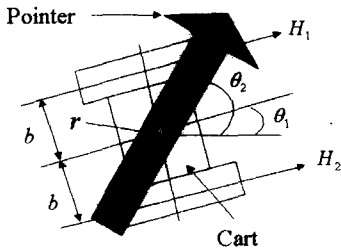


Fig. 1 General view of the JINAMCHA

2.1 지남차의 개요

지남차는 고대 중국에서 고안된 것으로 카트가 어떠한 방향으로 움직이더라도 포인터는 항상 남쪽을 가리키도록 제작되었기 때문에 나침반(compass)으로 매우 유용하게 사용되어 왔다. 본 논문에서는 Suzuki 등^[11]이 소개한 지남차 모델을 사용하였다. 이 모델은 Fig. 1과 같이 전기 모터(electric motor)로 구성된 세 개의 바퀴(wheel)와 한 개의 포인터로 구성되어 있다. 바퀴 두 개는 카트를 움직이는데 사용되고, 나머지 바퀴 한 개는 포인터를 움직이는데 사용된다. 이 모델의 작동 및 제어 원리를 살펴보면 다음과 같다. 명령 입력에 의해서 카트가 움직이면 카트와 연결된 포인터가 영향을 받아 지향 방향에 변화가 생기는데, 이때 각 바퀴에 달려있는 엔코더(encoder)를 이용하여 카트와 포인터가 기준선에서 기울어진 각변위를 측정하여 모터의 토크를 조절함으로써 자이로와 같은 고가의 각변위 센서를 사용하지 않고도 포인터와 카트의 운동을 불연성화시키는 것이 가능하다.

2.2 지남차의 모델링

지남차의 카트와 포인터에 대하여 각각 운동방정식을 구하면 다음과 같다.

$$I\ddot{\theta}_1 + b^2c\dot{\theta}_1 - r^2c_0\ddot{\alpha} = b(H_2 - H_1) - T \quad (1)$$

$$I_0\ddot{\alpha} + r^2c_0\dot{\alpha} = T$$

여기서, I 와 I_0 는 카트와 포인터의 관성모멘트(moment of inertia)이고, H_1 과 H_2 는 카트의 좌-우 바퀴에 연결된 모터에 의해서 발생하는 구동력이며, T 는 포인터에 연결된 모터의 출력 토크이고, r 은 포인터를 구동시키는 구동축의 지름을 나타낸다. 그리고, c 와 c_0 는 카트와 포인터의 감쇠계수(damping coefficient)를 나타내고, θ_1 과 θ_2 는 기준선에서 기울어진 카트와 포인터의 각변위를 나타내며, α 는 카트와 포인터의 각변위의 차($\theta_2 - \theta_1$)를 나타낸다.

식 (1)의 운동방정식을 상태방정식으로 나타내기 위하여 카트와 포인터의 각변위(θ_1, θ_2)와 각속도($\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$)를 상태변수로 잡으면 다음과 같은 상태방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{b^2c+r^2c_0}{I} & \frac{r^2c_0}{I} \\ 0 & 0 & \frac{r^2c_0}{I_0} & -\frac{b^2c+r^2c_0}{I} - \frac{r^2c_0}{I_0} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{b}{I} & -\frac{1}{I} \\ \frac{b}{I} & \frac{1}{I_0} - \frac{1}{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_2 - H_1 \\ T \end{bmatrix} \quad (2)$$

위 식에서 보면 지남차의 제어입력으로 카트의 좌-우 바퀴에 연결된 모터의 출력 토크와 포인터에 연결된 모터의 출력 토크가 사용되는 것을 알 수 있다. Table 1에는 사용된 지남차 모델의 각 파라미터 값을 도시하였다.

Table 1. Physical parameter values of the JINAMCHA

| | Cart | Pointer |
|---------------------------------|-------|---------|
| I, I_0 [kg · m ²] | 0.27 | 0.0003 |
| c, c_0 [Ns/m] | 5 | 0.1 |
| r [m] | 0.003 | |
| b [m] | 0.13 | |

3. 고유구조 지정법을 이용한 불연성화 제어기 설계

본 논문에서는 지남차의 카트와 포인터의 운동을 불연성화 시키기 위하여 고유구조 지정법을 사용한다. 우선, 고유구조 지정법의 특성과 사용방법을 간단하게 기술하고, 지남차 시스템에 실제 적용하기로 한다.

3.1 고유구조 지정법

고유구조 지정법은 그 특성상 고유치뿐만 아니라 고유벡터의 전부 혹은 일부까지도 임의로 지정할 수 있으므로, 시스템의 응답 속도뿐만 아니라 응답의 형태까지도 결정할 수 있는 효과적인 다변수 제어 기법 중에 하나이다.

고유구조 지정법에는 우-고유구조(고유치 및 우-고유벡터) 지정법과 좌-고유구조(고유치 및 좌-고유벡터) 지정법이 있는데, 우-고유구조는 모드 또는 외란의 분리 특성을 지배하고, 좌-고유구조는 제어의 효율성과 외란 억제성 정도를 지배한다^[5-7]. 본 논문에서는 우-고유구조 지정법을 이용하여 지남차의 카트와 포인터의 운동이 분리되도록 제어기를 설계하였다.

우-고유구조 지정법의 사용방법에 대하여 간단히 기술하면 다음과 같다. 우선, 식 (3)과 같은 선형 다변수 시불변 시스템을 고려해 보자.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3)$$

식 (3)에 대하여 Moore의 결과^[10]를 이용하여 다음과 같은 행렬을 정의한다.

$$S_\lambda \equiv [\lambda I - A : B]$$

$$R_\lambda \equiv \begin{bmatrix} N_\lambda \\ \vdots \\ M_\lambda \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서, 행렬 R_λ 의 부분행렬 N_λ 와 M_λ 은 각각 행렬 S_λ 의 부분행렬 $(\lambda I - A)$ 와 B 의 영공간(nullspace)의 기저(basis)를 이룬다. 그리고, rank $B = m$ 이면 행렬 R_λ 의 부분행렬 N_λ 의 열들은 서로 일차독립이 된다. 이 결과를 이용하면 고유벡터는 다음과 같이 행렬 R_λ 의 부분행렬 N_λ 에 의해서 생성되는 영공간에 속해야 한다는 제약이 있음을 알 수 있다. 즉, 지정 가능한 고유벡터는 다음과 같다.

$$v_i = N_{\lambda_i} z_i \quad (5)$$

여기서, z_i 는 N_{λ_i} 의 열들을 선형조합하여 고유벡터 v_i 를 결정하는 선형조합 계수로, 실수 혹은 복소수 벡터이다. λ_i 가 실수인 경우에 z_i 가 결정되면 원하는 고유치와 고유벡터를 가지도록 해주는 되먹임 이득행렬 K 는 다음과 같이 구해진다^[8].

$$K = [M_{\lambda_1} z_{\lambda_1} \ M_{\lambda_2} z_{\lambda_2} \ \dots \ M_{\lambda_n} z_{\lambda_n}] [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n]^{-1} \quad (6)$$

λ_i 가 공액복소수인 경우에 대해서도 간단한 변환행렬을 이용하여 되먹임 이득행렬 K 를 쉽게 구할 수 있다^[8].

3.2 고유구조 지정법을 이용한 지남차의 불연성화 되먹임 이득 설계

고유구조 지정법을 사용하기 위해서는 페루프 시스템이 원하는 특성을 갖도록 고유치와 고유벡터를 지정해 주어야 한다. 본 논문에서는 페루프 시스템의 고유치를 임의로 $-1 \pm 2i$, $-3 \pm 4i$ 로 두었고, 페루프 시스템의 고유벡터는 시스템의 불연성화를 위하여 참고문헌 [1]에서 기술된 방법에 따라서 다음과 같이 설정하였다.

$$[v_1 \ v_2 \ v_3 \ v_4] = \begin{bmatrix} \times & \times & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \times & \times \\ \times & \times & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \times & \times \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서, '0'는 지남차의 카트와 포인터의 운동을 불연성화 시키기 위하여 반드시 정확하게 지정되어야 하는 값이고, '×'는 불연성화에 크게 영향을 미치지 않는 임의의 값이다.

따라서, 페루프 시스템의 고유벡터가 식 (7)과 같은 형태를 가지도록 식 (5)의 선형조합 계수 z_i 를 구하여 식 (6)에 대입하면 제어 입력 $u = -Kx$ 의 되먹임 이득행렬을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$K = \begin{bmatrix} 51.8654 & 0.0115 & 11.7977 & 0.0046 \\ -0.0075 & 0.0015 & -0.0018 & 0.0006 \end{bmatrix} \quad (8)$$

일반적으로 고유구조 지정법과 같이 되먹임만을 이용하는 제어기법은 시스템의 상태를 0으로 보내는 레귤레이션(regulation) 기능을 하기 때문에, 본 논문에서 사용된 지남차 시스템과 같이 어떤 명령 입력을 따라가도록 하는 서보(servo) 기능의 수행에는 한계가 있다. 이러한 서보 문제를 해결하기 위해서는 되먹임 제어뿐만 아니라 앞먹임 제어도 필요하다. 따라서, 다음 장에서는 이러한 앞먹임 제어이득을 구하기 위한 방법으로 CGT를 이용하는

방법을 간단하게 소개하고, CGT와 고유구조 지정법을 이용하여 지남차의 카트와 포인터가 불연성화 되도록 제어기를 설계한다.

4. CGT와 고유구조 지정법을 이용한 지남차의 불연성화 제어기 설계

4.1 CGT를 이용한 앞먹임 이득 설계

3장에서 언급한 것과 같이 시스템이 어떠한 명령입력을 따라가도록 하기 위해서는 되먹임 제어만으로는 구현하기가 힘들다. 따라서, 되먹임 제어와 함께 앞먹임 제어를 동시에 사용해야 하는데, CGT는 이와 같은 앞먹임 이득을 구하는 대표적인 기법이다.

CGT를 이용하여 앞먹임 이득을 구하는 방법을 간단히 기술하면 다음과 같다. 먼저, 실제 시스템의 상태방정식이 식 (9)로 표현되고, 이 시스템이 추종하고자 하는 바람직한 특성을 갖는 모델의 상태방정식이 식 (10)으로 표시된다고 가정하자.

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{9}$$

$$y = Cx + Du$$

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m u_m \tag{10}$$

$$y_m = C_m x_m + D_m u_m$$

그리고, 명령추종이 완벽하게 이루어져서 실제 시스템의 출력 y 가 바람직한 특성을 가지는 모델의 출력 y_m 과 같아지도록 만들어 주는 제어입력 (u^*)과 이때의 상태변수(x^*)를 다음과 같은 형태라고 가정한다.

$$x^* = S_{11}x_m + S_{12}u_m + H.O.D.(u_m) \tag{11}$$

$$u^* = S_{21}x_m + S_{22}u_m + H.O.D.(u_m)$$

여기서, S_{ij} 는 임의의 상수행렬이고, $H.O.D.(\cdot)$ 는 (\cdot) 의 고차 미분항을 나타낸다. 그러나, 일반적으로 시스템에 가해지는 명령입력은 저주파 영역의 신호로서 변화율이 심하지 않기 때문에 식 (11)의 $H.O.D.(u_m) \approx 0$ 으로 둘 수 있다.

그런데, 식 (11)의 제어입력 u^* 와 상태변수 x^* 가 명령 추종을 완벽하게 이루어지도록 하는 값들이라고 가정했으므로, 이 값들을 식 (9)의 실제 시스템에 대입했을 때의 결과와 식 (10)의 바람직한 특성을 가지는 모델의 결과와 같아야 한다. 따라서, u^* 와 x^* 를 실제 시스템에 대입하여, 바람직한 모

델과 비교하면 다음과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} S_{11} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_m & B_m \\ C_m & D_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \tag{12}$$

위 식을 계산하기 위하여 편의상 아래와 같이 정의한다.

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} \equiv \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} \end{bmatrix} \tag{13}$$

만약 위 식에서 역행렬이 존재하면 다음의 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega_{11}S_{11}A_m + \Omega_{12}C_m & \Omega_{11}S_{11}B_m + \Omega_{12}D_m \\ \Omega_{21}S_{11}A_m + \Omega_{22}C_m & \Omega_{21}S_{11}B_m + \Omega_{22}D_m \end{bmatrix} \tag{14}$$

그런데, 본 논문에서 다루는 지남차와 같이 실제 시스템의 출력이 단순하게 명령입력만 잘 따라가도록 제어하는 경우에는 식 (10)을 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$y_m = u_m \tag{15}$$

$$A_m = 0, B_m = 0, C_m = 0, D_m = I$$

위 식의 값들을 식 (11)와 식 (14)에 대입하면 명령 추종을 위한 최적의 상태변수와 제어입력을 다음과 같이 결과를 얻을 수 있다.

$$x^* = \Omega_{12}u_m \tag{16}$$

$$u^* = \Omega_{22}u_m$$

이제 명령추종을 위해서 실제 시스템에 들어가야 하는 제어입력 u 를 구하기 위하여 먼저 시스템의 오차(error)를 다음과 같이 정의한다.

$$x_e \equiv x - x^* \tag{17}$$

$$u_e \equiv u - u^*$$

위 식을 이용하면 오차의 상태방정식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{x}_e = Ax_e + Bu_e \tag{18}$$

그리고, 위 식에서 오차의 상태변수 x_e 를 0으로 만드는 되먹임 제어입력을 다음과 같이 정의한다.

$$u_e = -K_b x_e \tag{19}$$

여기서, K_b 는 오차의 상태변수 x_e 를 0으로 만드는 되먹임 이득행렬이다.

이때 식 (17)과 식 (19)를 하나로 결합하면, 실제 시스템에 들어가는 제어입력은 다음과 같이 구해진다.

$$u = [\Omega_{22} + K_b\Omega_{12}]u_m + K_b x \tag{20}$$

여기서, $[\Omega_{22} + K_f \Omega_{12}]$ 는 앞먹임 이득행렬이고 u_m 은 시스템에 들어가는 명령입력이다.

위 식에서 CGT를 이용하여 구한 앞먹임 이득행렬에서 Ω_{12} 와 Ω_{22} 는 식 (13)에서 구해진 값이므로, 결국 위의 앞먹임 이득행렬은 되먹임 이득행렬 K_f 에만 영향을 받는 것을 알 수 있다. 따라서, 본 논문에서는 되먹임 이득행렬로서 3장에서 고유구조 지정법을 이용하여 구한 되먹임 이득행렬 K 를 이용한다.

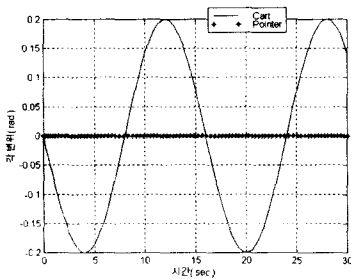


Fig. 2 Command inputs of the JINAMCHA

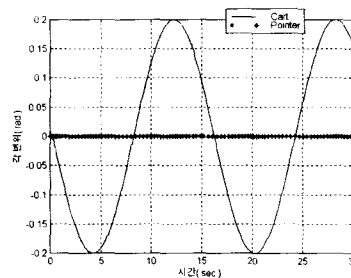


Fig. 3 Outputs of the JINAMCHA by using CGT and eigenstructure assignment

4.2 CGT와 고유구조 지정법을 이용한 지남차의 불연성화 제어

지남차의 카트와 포인터가 불연성화 되도록 식 (8)에서 고유구조 지정법을 이용하여 설계한 되먹임 이득행렬을 이용하여 식 (20)에 대입하면 다음과 같은 제어입력을 구할 수 있다.

$$u = \begin{bmatrix} 51.8654 & 0.0115 \\ -0.0075 & 0.0015 \end{bmatrix} u_m - \begin{bmatrix} 51.8654 & 0.0115 & 11.7977 & 0.0046 \\ -0.0075 & 0.0015 & -0.0018 & 0.0006 \end{bmatrix} x \quad (21)$$

$$\|G\|_F = 74.2915$$

여기서, $\|G\|_F$ 는 앞먹임 이득과 되먹임 이득을 합한 전체 이득행렬의 프로베니우스 놈(Frobenius norm)을 나타낸다.

위의 제어입력을 지남차 모델에 적용한다. 명령 입력으로는 Fig. 2와 같이 카트의 입력으로는 주파수가 $\pi/8$ (rad/sec)이고 진폭이 0.2m인 정현파 입력을 주었고, 포인터의 입력으로는 포인터가 원래의 위치 즉, 남쪽을 지향하도록 0을 주었다. 이때 지남차의 출력 응답을 Fig. 3과 Fig. 6에 나타내었다. Fig. 3의 결과를 살펴보면 시스템의 응답이 Fig. 2의 명령입력을 거의 완벽하게 추종하고 있는 것을 확인할 수 있고, 포인터의 응답을 확대한 Fig. 6에서 살펴보면 카트의 운동과 포인터의 운동이 거의 완벽하게 불연성화 되는 것을 확인할 수 있다.

5. 기존 제어기법과의 비교 평가

본 장에서는 고유구조 지정법과 CGT를 이용하여 설계한 지남차의 불연성화 제어기의 성능을 한계량을 가지는 LQR^[11]을 이용하여 설계한 제어기의 성능과 일반적인 LQ 서보^[13]를 이용하여 설계한 제어기의 성능과 각각 비교한다.

5.1 한계량을 가지는 LQR을 이용한 지남차의 불연성화 제어

Suzuki 등^[11]이 제안한 방법에 따르면 시스템을 불연성화 시키기 위하여 다음과 같은 형태의 되먹임 이득행렬과 앞먹임 이득행렬을 구할 수가 있다.

$$K = R^{-1} B^T M \quad (22)$$

$$F = (C(-A - BK)^{-1} B)^{-1}$$

여기서, K 는 입력 가중행렬 $R = I$, 상태 가중행렬 $Q = \frac{C^T C}{\epsilon}$ 로 두고 다음의 리카티(Riccati) 방정식을 이용하여 구한 되먹임 이득행렬이고, F 는 앞먹임 이득행렬이다.

$$A^T M + M A - M B R^{-1} B^T M + \frac{1}{\epsilon} C^T C = 0, \epsilon \rightarrow 0 \quad (23)$$

여기서, C 는 시스템의 출력 행렬로서 본 논문에서는 지남차의 카트와 포인터의 각변위를 출력으로 사용하였다.

제어기의 성능을 비교하기 위하여, 이득행렬의 크기가 4장에서 사용한 이득행렬의 크기(식 (21) 참조)와 거의 비슷한 값을 가지도록 $1/\epsilon = 1345$ 로 두

고 제어기를 설계하였다. 이때의 제어입력은 다음과 같다.

$$u = \begin{bmatrix} 36.6742 & 0.0421 \\ -0.0421 & 36.6742 \end{bmatrix} u_m - \begin{bmatrix} 36.6742 & 0.0421 & 11.7028 & 0.0130 \\ -0.0421 & 36.6742 & -0.0013 & 0.1484 \end{bmatrix} x \quad (24)$$

$$\|G\|_F = 74.2764$$

이번에는 위의 제어입력을 지남차 시스템에 적용한다. 명령입력으로는 앞의 시뮬레이션과 동일하게 Fig. 2와 같이 주었고, 이때의 응답을 Fig. 4와 Fig. 6에 도시하였다.

Fig. 4의 결과를 살펴보면 CGT와 고유구조 지정법을 이용했을 때와 동일하게 시스템의 응답이 Fig. 2의 명령입력을 거의 완벽하게 추종하고 있는 것을 확인할 수 있지만, Fig. 6에서 살펴보면 카트와 포인터의 불연성화 정도는 CGT와 고유구조 지정법을 이용했을 때보다 좋지 않은 것을 확인할 수 있다. 비슷한 크기를 가지는 제어이득을 사용했을 때 위와 같은 결과가 나왔으므로 CGT와 고유구조 지정법을 이용한 제어기의 성능이 한계량을 가지는 LQR을 이용한 제어기의 성능보다 우수하다고 할 수 있다.

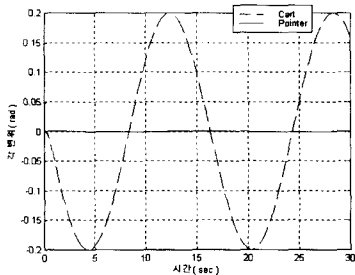


Fig. 4 Outputs of the JINAMCHA by using limiting properties of LQR

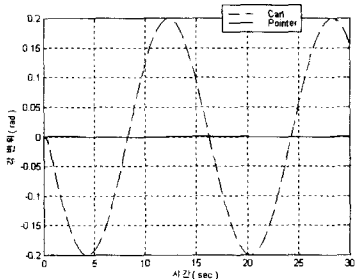


Fig. 5 Outputs of the JINAMCHA by using LQ servo

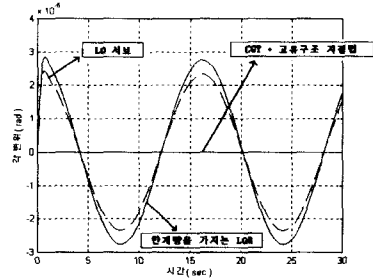


Fig. 6 Pointer outputs of the JINAMCHA

5.2 LQ 서보를 이용한 지남차의 불연성화 제어

본 절에서는 또다른 제어기법으로서 일반적인 LQ 제어 기법을 이용하여 제어기를 설계한다. 본 논문에서 다루는 지남차 시스템은 주어진 명령입력을 따라가는 서보 시스템이므로, LQ 제어 기법 중에서 LQ 서보^[13]를 이용한다. 상태 가중행렬 Q 와 입력 가중행렬 R 은 다음과 같이 설정하였다.

$$Q = C^T C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, R = \rho I \quad (25)$$

앞의 시뮬레이션에서와 마찬가지로 지남차의 명령 입력은 Fig. 2와 같이 주었다. 그리고, 입력 가중행렬의 ρ 를 조절하면서 응답을 살펴보았다. ρ 값에 따라서 시스템의 성능과 제어이득의 크기가 달라지는데, 여러 번의 시뮬레이션을 통하여 제어이득의 크기가 앞의 시뮬레이션과 비슷하게 되도록 $\rho = 0.00037$ 로 설정하였다. 이때의 결과를 Fig. 5와 Fig. 6에 도시하였고, 구해진 제어이득은 다음과 같다.

$$u = \begin{bmatrix} 51.9875 & 0.0605 \\ -0.0605 & 51.9875 \end{bmatrix} (u_m - y) - \begin{bmatrix} 14.0514 & 0.0157 \\ -0.0017 & 0.1767 \end{bmatrix} x_r \quad (26)$$

$$\|G\|_{Fro} = 74.8524$$

여기서, y 는 명령입력을 따라가도록 제어되는 출력변수이고, x_r 은 y 를 제외한 나머지 상태변수이다.

이때의 결과를 자세히 살펴보면, Fig. 5에서 알 수 있듯이 Fig. 2의 명령입력을 잘 추종하는 것을 볼 수 있다. 그러나, 포인터의 출력을 확대하여 살펴본 Fig. 6의 결과를 보면 CGT와 고유구조 지정법을 사용했을 때의 결과보다 포인터가 카트에 의해서 받는 영향이 훨씬 커진 것을 알 수 있다. 즉, 비슷한 크기의 제어이득을 사용했을 때 불연성화 성

능은 CGT와 고유구조 지정법을 이용했을 때가 LQ 서보를 이용했을 때보다 훨씬 우수한 것을 알 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 카트와 포인터가 강하게 연성되어 있는 지남차 시스템을 소개하고, CGT와 고유구조 지정법을 이용하여 지남차의 카트와 포인터를 불연성화 시키고, 주어진 명령입력을 잘 따라가도록 제어기를 설계하였다. 일반적으로 고유구조 지정법은 시스템의 운동 모드를 분리하는데 뛰어난 성능을 나타내지만, 되먹임을 이용하는 제어기법이 기 때문에 본 논문에서와 같이 어떠한 명령입력을 따라가도록 해 주는 서보기능에는 한계가 있다. 따라서, 본 논문에서는 고유구조 지정법과 CGT를 결합하여 서보기능을 하면서 시스템의 운동모드를 분리할 수 있는 제어기를 설계하였다. CGT는 서보기능을 할 수 있는 앞먹임 이득행렬을 구하는 제어기법으로서, 그 구조상 되먹임 이득행렬에 종속되어 있다. 따라서, 고유구조 지정법을 이용하여 지남차의 카트와 포인터가 불연성화 되도록 되먹임 이득행렬을 구하고, 이 되먹임 이득행렬을 가지고 CGT를 이용하여 앞먹임 이득행렬을 구함으로써, 지남차의 카트와 포인터를 불연성화 시키면서, 서보기능을 할 수 있는 제어기를 설계하였다. 그리고, 설계한 제어기의 성능을 한계량을 가지는 LQR과 LQ 서보를 이용하여 설계한 제어기의 성능과 각각 비교하여 그 우수성을 확인하였다.

참고문헌

1. 김주호, 최재원, "고유구조 지정법을 이용한 연성된 병렬형 역진자의 불연성화 제어기 설계," '98 한국 자동제어 학술회의 논문집, pp. 526-529, 1998.
2. A. Snell, "Decoupling Control Design with Applications to Flight," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 21, No. 4, pp. 647-655, 1998.
3. G. M. Siouris, J. G. Lee, and J. W. Choi, "Design of a Modern Pitch Pointing Control System," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 31, No. 2, pp. 730-738,

1995.

4. M. J. O'Brien, and J. R. Broussard, "Feedforward Control to Track the Output of a Forced Model," *Proceedings of the 17th Conference on Decision and Control*, pp. 1149-1155, 1978.
5. J. W. Choi, "A Simultaneous Assignment Methodology of Right/Left Eigenstructures," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 34, No. 2, pp. 625-634, 1998.
6. J. W. Choi, "Left Eigenstructure Assignment via Sylvester Equation," *KSME International Journal*, Vol 12, No. 6, pp. 1034-1040, 1998.
7. J. W. Choi, J. G. Lee, Y. Kim, and T. Kang, "Design of an Effective Controller via Disturbance Accommodating Left Eigenstructure Assignment," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 18, No. 2, pp. 347-354, 1995.
8. A. N. Andry, E. Y. Shapiro, and J. C. Chung, "Eigenstructure Assignment for Linear Systems," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 19, No. 5, pp. 711-729, 1983.
9. W. L. Garrard, "Lateral Directional Aircraft Control Using Eigenstructure Assignment," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 21, No. 3, pp. 523-525, 1998.
10. B. C. Moore, "On the Flexibility Offered by State Feedback in Multivariable Systems beyond Closed Loop Eigenvalue Assignment," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 21, No. 6, pp. 689-692, 1976.
11. R. Suzuki, M. Fujita, N. Kobayashi, and M. Kawashima, "Decoupling Control of a Mechanical System with Limiting Properties of LQR and Its Applications," *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Control Applications*, pp. 822-826, 1998.
12. G. M. Siouris, *Optimal Control and Estimation Theory*, John Wiley & Sons, Inc., 1996.
13. 김종식, *선형 제어시스템 공학*, 청문각, 1994.