

위상배열 레이다 검출 및 추적 매개변수의 최적 스케줄링

(Optimal Scheduling of Detection and Tracking Parameters in Phased Array Radars)

鄭漢憲*, 金賢秀**, 洪淳穆***

(Young-Hun Jung, Hyun-Soo Kim, and Sun-Mog Hong)

요 약

이 논문에서는 클러터 환경에서 항적 유지에 필요한 레이다 에너지를 최소화하기 위한 위상배열 레이다의 표적 검출 및 추적 매개변수 제어방법을 제시한다. 이를 위해 위상배열 레이다의 표적 탐색과정에서 비롯되는 표적 검출과정을 수학적 모델로 전개한다. 수학적 전개과정을 통해 표적 검출과정에서 발생하는 클러터나 측정 잡음에 의한 거짓 경보(false alarm) 등과 같은 실제 표적이외의 측정을 고려한다. 추적필터 역시 클러터의 영향을 고려하기 위해 확률적 데이터 연관(Probabilistic Data Association: PDA) 필터의 수정된 리카티 방정식의 근사식을 이용한다. 표적 탐색과정과 추적모형을 바탕으로, 최적의 매개변수 계획(scheduling) 문제를 비선형 최적제어문제로 수식화하며, 최적제어문제의 해를 얻기 위해 제한조건을 가진 비선형 최적화 문제를 푼다.

Abstract

In this paper, we consider the optimal scheduling of detection and tracking parameters in phased array radars to minimize the radar energy required for track maintenance in a cluttered environment. We develop a mathematical model of target detection induced by a search process in phased array radars. In the mathematical development, we take into account the effect of unwanted measurements that may have originated from clutter or false alarms in the detection process. We use an analytic approximation of the modified Riccati equation of the probabilistic data association (PDA) filter to take into account the effect of clutter interference in tracking. Based on the search process and the tracking models, we formulate the optimal scheduling problem into a nonlinear optimal control problem. We solve a constrained nonlinear optimization problem to obtain the solution of the optimal control problem.

* 正會員, 慶雲大學校 電子工學科

(Dept. of Electronic Engineering, Kyungwoon Univ.)

** 正會員, 現代電子産業株式會社

(Hyundai Electronics Industries Co., Ltd.)

*** 正會員, 慶北大學校 電子電氣工學部

(School of Electronic and Electrical Engineering, Kyungpook National Univ.)

※ 이 연구는 한국과학재단 핵심전문연구과제(과제번호 971-0920-129-1)로 지원되었음.

接受日字: 1999年4月21日, 수정완료일: 1999年6月19日

I. 서 론

위상배열 레이다는 기계적인 조향 안테나를 가진 종전의 TWS(track-while scan) 레이다와는 달리, 임의의 방향에 대해 관성없이 안테나 빔을 조향할 수 있다. 이러한 위상배열 안테나의 민첩한 빔 조향 능력은 추적표적에 빔을 조향하는 갱신 시간을 자유롭게 선택할 수 있게 한다. 또한, 기계적인 조향 제한이 없기 때문에 표적에 대한 조사(illumination)의 TOT(time on target)를 매우 쉽게 제어할 수 있다. TOT

는 추적표적의 신호대잡음비에 비례하며, 이 신호대잡음비와 갱신 간격은 표적 검출 과정 뿐만 아니라 측정의 정확성에 중대한 영향을 미친다. 또한, 신호대잡음비와 갱신 간격은 표적의 항적 유지를 위해 요구되는 레이다 자원을 결정하는 주된 매개변수가 된다^[1, 2].

위상배열 레이다에서 레이다 자원의 효율적 사용은 항적 유지를 위해 필요한 레이다 자원을 줄일 수 있게 한다. 항적 유지를 위한 레이다 자원의 효율적 사용은 추적할 수 있는 항적의 수를 증가시킬 뿐만 아니라 새로운 표적의 탐색에도 보다 많은 레이다 자원을 할당할 수 있도록 한다. 최근 van Keuk과 Blackman^[11]은 위상 배열 레이다의 측정 모델을 제시하였으며, 레이다 자원을 최소화하는 최적의 예측 정확도와 신호대잡음비를 구하였다. 또한, Gilson^[3]은 화기통제 추적 레이다에 대해 van Keuk과는 다른 측정모델을 기초로 유사한 결과를 얻었다. 그러나 이러한 결과들은 표적 운동과 추적 필터가 정상상태에 있다는 정상상태 해석에 기초를 두고 얻은 것이다. 보다 최근에는 Hong과 Jung^[4] 등이 위상배열 레이다에서 항적을 유지하는데 필요한 레이다 에너지를 최소화하는 방법을 제시했다. Hong등은 van Keuk과 Blackman^[11]이 제시한 위상배열 레이다 모델을 기초로, 레이다 에너지 최소화문제를 비선형 최적제어문제로 수식화하였고, 최적해를 얻기 위해 최적제어문제를 제한조건을 가진 최적화문제로 바꾸었다. 하지만, 이들이 사용한 van Keuk과 Blackman의 모델은 거짓 경보와 클러터(clutter)를 고려하지 않았기 때문에 사용할 수 있는 범위가 거짓검출이 매우 낮은 경우로 제한되어 있다.

이 논문에서는 클러터 환경에서 항적 유지에 필요한 레이다 에너지를 최소화하기 위한 위상배열 레이다의 검출 및 추적 매개변수의 최적 계획문제를 다룬다. 위상배열 레이다에서 표적 탐색과정동안 발생하는 표적 검출을 수학적인 모델로 전개한다. 전개 과정에서, 표적 검출과정에서 발생하는 거짓 경보나 클러터와 같은 추적표적 이외의 측정을 고려한다. 추적 필터로는 클러터 환경에서 표적 추적에 널리 사용되는 PDA 필터를 사용하고, 추적필터의 추적 성능을 예측하기 위해 수정된 리카티 방정식의 근사식^[5]을 사용한다. 표적 탐색 과정 및 추적 모델을 기초로, 에너지 최소화 문제를 비선형 최적제어문제로 수식화한다. 최적제어문제의 제어 입력은 항적 갱신 과정에서의 신호대잡음비와 갱신 간격, 그리고 검출문턱값(detection thres-

hold)들의 순열(sequence)들이다. 최적제어문제의 해를 얻기 위해 제한조건을 가진 비선형 최적화문제를 풀어 최적의 신호대잡음비, 갱신 간격, 검출 문턱값들의 순열을 구한다.

II. 표적 탐색 과정

1. 레이다 측정 모델

위상배열 레이다의 경우 빔의 방향은 안테나 평면에 정의되는 직각 좌표계에 대한 방향코사인 u, v 에 의해 결정된다. 수신된 에너지 E_R 은 송신된 에너지 E_T 에 비례하지만 실제 표적이 빔조향 방향에서 멀어질수록 감소하며, 마찬가지로 수신된 신호의 신호대잡음비(SNR) 역시 빔 조향 오차로 인한 손실을 반영하여 아래와 같이 표현된다^[11].

$$SNR = SNR_0 \cdot \exp\left(-2 \frac{(u-u_0)^2 + (v-v_0)^2}{B^2}\right) \quad (1)$$

여기서 (u, v) 는 안테나 평면에 정의되는 직각 좌표계에 대한 표적의 실제 방향코사인, (u_0, v_0) 는 빔 조향의 방향코사인이며, B 는 레이다 빔폭(radar beamwidth), SNR_0 는 빔 조향 오차가 없을 경우의 신호대잡음비이다. 가산적인 잡음(additive noise)이 섞인 수신된 신호는 두 직교하는 성분($A_1 + N_1, A_2 + N_2$)으로 구성된다. A_1 과 A_2 는 swerling I 모델^[11]을 따르는 가우시안으로 각각 동상(inphase) 성분과 위상이 90° 차이는 신호성분이며, 신호에너지는 $E[A_i^2] = 1/2 \cdot E_R$ 이다. N_1 과 N_2 은 각각 잡음에너지가 $E[N_i^2] = 1/2 \cdot N_R$ 인 수신 잡음이다. 표적의 신호대잡음비는 신호 에너지에 대한 잡음 에너지의 비로써 $SNR = E_R/N_R$ 이다. 이때 표적검출확률(P_D)과 거짓검출확률(P_F), 그리고 신호대잡음비(SNR)에 대한 관계식은 아래와 같다.

$$P_D(SNR) = P_F^{1/(1+SNR)} \quad (2)$$

순시적(instantaneous) SNR^[11]은

$$SNRT = \frac{1}{N_R}(A_1^2 + A_2^2) \quad (3)$$

으로 검출과정 뿐만 아니라 표적검출후 측정 u, v 성분의 정확도에 영향을 미친다. 각 측정(angular

measurement) 잡음은 u - v 공간에서 서로 독립적이고 불편향(unbiased)이며, 분산이 아래와 같이 주어지는 가우시안으로 가정한다.

$$\sigma^2 = B^2/SNRT \quad (4)$$

또한, 빔폭 B 에 대해 u - v 공간에서 상대적 예측 정확도를 정량화하는 매개변수 V_0 ^[1] 는

$$V_0(k) = G(k|k-1) / B \quad (5)$$

이다. 여기서 $G(k|k-1)$ 는 t_{k-1} 시간까지의 모든 측정을 이용한 t_k 시간에서의 추적 필터의 상태 예측 상호 분산행렬에 의해 u - v 공간에서 정의되어지는 타원체의 장축을 표시한다.

레이더 시스템은 m 개의 range-Doppler 분해셀(resolution cell)을 가지며 표적이 검출된 경우 하나의 셀안에 표적이 있는 것으로 가정한다. 검출된 측정치들중 유효게이트(validation gate) Z_G 안에 있는 측정만이 유효한 측정으로 고려된다. 또한, 유효게이트는 예측 지점을 원점으로 반지름 B 인 원안에 포함되어야 한다고 가정한다. 이 가정은 예측 지점에서 멀리 떨어진 측정들을 배제하기 위함이다. 유효게이트 안에서의 클러터의 갯수 및 측정 잡음에 의한 거짓측정의 갯수는 각각 매개변수 ρV_G 와 $mP_F V_G/V_B$ 를 갖는 포아송(Poisson) 분포를 가정한다. 여기서 ρ 는 단위면적당 클러터 갯수의 기대값이고, V_B 는 빔 조사 면적이다. 실제로 대부분의 레이더 추적 문제에서 $\rho V_G \ll 1$ 이고 $mP_F V_G/V_B \ll 1$ 이기 때문에 유효게이트 안에 있는 거짓측정의 갯수는 근사적으로 매개변수 λV_G 를 갖는 포아송 분포로 가정할 수 있다. 여기서 $\lambda = (mP_F/V_B + \rho)$ 이다. 클러터 및 측정 잡음에 의한 거짓측정의 위치는 상호 독립적이고 유효게이트 안에 균일한 분포를 갖는다고 가정한다. 또한, 거짓측정의 신호 강도와 탐지된 표적의 측정강도는 같다고 가정한다.

2. 탐색 과정 모델링

Van Keuk과 Blackman ^[1]은 예측지점을 향해 첫 번째 빔 조향에서 표적이 탐지되지 않은 경우 표적이 탐지될 때까지 표적 탐지 확률이 가장 높은 지점을 향해 빔을 조향하는 표적 탐색 전략을 소개했다. 또한, 이와 같은 탐색 전략을 사용한 경우 표적이 탐지되기까지 평균 빔 조향횟수 및 평균 SNRT를 시뮬레이션

을 통해 얻었다. 그러나, van Keuk과 Blackman의 모델은 클러터와 거짓검출의 영향을 고려하지 않고 있다. 따라서 이러한 요소를 반영하기 위해서는 보다 정교한 탐색 과정의 모델링이 불가피하다. 이 장에서는 탐색 전략을 통해 야기되는 표적검출을 탐색과정에서 일어날 수 있는 사건(event)들을 통해 수학적으로 정교하게 모델링하고, 표적 탐지 확률, 평균 빔 조향 횟수, 그리고 검출 표적의 측정 잡음 분산의 기대값등을 얻는다. 이전의 빔 조사에서 유효게이트안에 측정이 없는 경우, 표적 검출을 위해 빔을 재조사하게 된다. 하지만, 한 항적에 너무 많은 에너지를 소비하지 않기 위해 조사 횟수를 M 으로 제한한다. 만약 M 번째까지의 조사에서도 측정이 없는 경우에는 표적 재획득(reacquisition)을 위한 폭넓은 표적 탐색이 요구된다.

먼저, i 번째 빔이 조사된 경우 빔 조사 방향을 (u_i, v_i) , SNR_{0i} 와 P_{Fi} 는 각각 i 번째 빔에서의 SNR_0 와 거짓검출확률(P_F)로 표현하자. 표적 탐색 과정에서는 다음과 같은 사건들이 일어날 수 있다.

- \mathcal{P}_i : i 번째 조사에서 유효 게이트(Z_{Gi})안에 하나 이상의 측정이 일어날 사건
- \mathcal{Q}_i : i 번째 조사에서 유효 게이트안에 아무런 측정도 관측되지 않을 사건
- \mathcal{R}_i : i 번째 조사에서 유효 게이트안에 표적이 탐지될 사건
- \mathcal{S}_i : i 번째 조사에서 유효 게이트안에 거짓검출에 의한 측정만 관측되는 사건

여기서 $\mathcal{P}_i \cup \mathcal{Q}_i = \mathcal{Q}_{i-1}$, $\mathcal{P}_i \cap \mathcal{Q}_i = \emptyset$, $\mathcal{S}_i \cup \mathcal{R}_i = \mathcal{P}_i$, $\mathcal{S}_i \cap \mathcal{R}_i = \emptyset$, $i = 1, \dots, M$ 의 관계가 성립함을 알 수 있다. \mathcal{Q}_0 는 반드시 일어날 사건(sure event)이다. 또한, $\mathcal{P}_i \cap \mathcal{P}_j = \emptyset$, $\mathcal{R}_i \cap \mathcal{R}_j = \emptyset$, $\mathcal{S}_i \cap \mathcal{S}_j = \emptyset$, $i \neq j$, 그리고 $\mathcal{Q}_M = \bigcap_{i=1}^M \mathcal{Q}_i$ 이다. 각 사건들간의 관계는 그림 1로 표현되어진다. 각 사건들의 합(union) $\bigcup_{i=1}^M \mathcal{P}_i$, $\bigcup_{i=1}^M \mathcal{R}_i$, $\bigcup_{i=1}^M \mathcal{S}_i$ 는 간편하게 각각 \mathcal{P}^M , \mathcal{R}^M , \mathcal{S}^M 으로 표기하도록 하자.

표적의 예측 위치는 불확정성을 갖고 있기 때문에 확률분포함수(probability distribution function) $f(u, v)$ 를 갖는 bivariate 확률변수 (u, v) 로 표현한다. 예측 표적 위치의 분포 $f(u, v)$ 는 탐색 과정에서 얻을 수 있는 표적 위치에 관한 정보가 전혀 포함되어 있지 않은 "prior" 분포이다^[6]. 표적 위치가 특정한 (u, v)

에 있을 때, 즉 $(u, v) = (u, v)$ 일 때, $\mathcal{P}_i, \mathcal{Q}_i, \mathcal{R}_i, \mathcal{S}_i$ 가 일어날 조건부 확률을 각각 $P[\mathcal{P}_i | (u, v) = (u, v)], P[\mathcal{Q}_i | (u, v) = (u, v)], P[\mathcal{R}_i | (u, v) = (u, v)],$ 그리고 $P[\mathcal{S}_i | (u, v) = (u, v)]$ 로 표기하고, 보다 간략하게 $P[\mathcal{P}_i | (u, v)], P[\mathcal{Q}_i | (u, v)], P[\mathcal{R}_i | (u, v)], P[\mathcal{S}_i | (u, v)]$ 로 쓰도록 하자. 여기서 $P[\mathcal{P}^M | (u, v)] = \sum_{i=1}^M P[\mathcal{P}_i | (u, v)], P[\mathcal{R}^M | (u, v)] = \sum_{i=1}^M P[\mathcal{R}_i | (u, v)], P[\mathcal{S}^M | (u, v)] = \sum_{i=1}^M P[\mathcal{S}_i | (u, v)]$ 이다. 사전 \mathcal{Q}_{i-1} 이 일어나고 표적의 위치가 $(u, v) = (u, v)$ 에 있을 경우, $\mathcal{P}_i, \mathcal{Q}_i, \mathcal{R}_i, \mathcal{S}_i$ 가 일어날 조건부 확률을 다음과 같이 정의하도록 하자.

$$\begin{aligned} P[\mathcal{P}_i | \mathcal{Q}_{i-1}, (u, v)] &\triangleq p_i(u, v), \\ P[\mathcal{Q}_i | \mathcal{Q}_{i-1}, (u, v)] &\triangleq q_i(u, v) \\ P[\mathcal{R}_i | \mathcal{Q}_{i-1}, (u, v)] &\triangleq r_i(u, v), \\ P[\mathcal{S}_i | \mathcal{Q}_{i-1}, (u, v)] &\triangleq s_i(u, v) \end{aligned} \quad (6)$$

$p_i(u, v) + q_i(u, v) = 1$ 이고, $p_i(u, v) = r_i(u, v) + s_i(u, v)$ 이다. 식 (6)에 정의된 조건부 확률을 이용하면 표적 위치가 $(u, v) = (u, v)$ 에 있을 때 $\mathcal{P}_i, \mathcal{Q}_i, \mathcal{R}_i, \mathcal{S}_i$ 가 일어날 조건부 확률은

$$\begin{aligned} P[\mathcal{P}_i | (u, v)] &= p_i(u, v) q_{i-1}(u, v) \cdots q_1(u, v) \quad (7) \\ P[\mathcal{Q}_i | (u, v)] &= q_i(u, v) q_{i-1}(u, v) \cdots q_1(u, v) \\ P[\mathcal{R}_i | (u, v)] &= r_i(u, v) q_{i-1}(u, v) \cdots q_1(u, v) \\ P[\mathcal{S}_i | (u, v)] &= s_i(u, v) q_{i-1}(u, v) \cdots q_1(u, v) \end{aligned}$$

와 같이 쓸 수 있다. $u-v$ 공간에서 정의되는 게이팅 함수^[9] (gating function)를 기술하기 위해서 아래와 같은 부가적인 사건이 필요하다.

\mathcal{R}^i : i 번째 조사에서 유효 게이트와는 관련없이 표적이 탐지될 사건.

사건 \mathcal{R}_i 는 \mathcal{R}^i 에 포함되며, 조건부 확률 $P[\mathcal{R}_i | \mathcal{Q}_{i-1}, (u, v)] = P[\mathcal{R}_i | \mathcal{R}^i, (u, v)] \cdot P[\mathcal{R}^i | \mathcal{Q}_{i-1}, (u, v)]$ 으로 나타난다. $P[\mathcal{R}_i | \mathcal{R}^i, (u, v)]$ 는 표적의 위치는 (u, v) 이고, 표적이 검출되었을 때 표적의 측정이 유효게이트(Z_{Gi}) 안에 있을 조건부 확률로써 간편하게 $P_{Gi}(u, v)$ 로 표기하자.

보조정리 1: 위에서 정의된 조건부 확률과 표적 위치의 확률분포함수 $f(u, v)$ 를 이용하여 표적 탐색 과정에서 발생하는 표적 탐지 확률 $P[\mathcal{R}^M]$ 을 구해보면

$$\begin{aligned} P_{DG} &\triangleq P[\mathcal{R}^M] = E[P[\mathcal{R}^M | (u, v)]] \\ &= E[P_{DG}(u, v)], \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} P_{DG}(u, v) &= P[\mathcal{R}^M | (u, v)] = \sum_{i=1}^M P[\mathcal{R}_i | (u, v)] \\ &= \sum_{i=1}^M r_i(u, v) q_{i-1}(u, v) \cdots q_1(u, v) \end{aligned} \quad (9)$$

이고 $E[P_{DG}(u, v)] = \int \int_{(u, v)} P_{DG}(u, v) \cdot f(u, v) du dv$ 이다. 여기서 (U, V) 는 $u-v$ 공간에서 정의되는 유효 게이트 영역을 표시한다.

보조정리 2: 사전 \mathcal{S}^M 이 일어날 확률 $P[\mathcal{S}^M]$ 은 다음과 같다.

$$P[\mathcal{S}^M] = E[P[\mathcal{S}^M | (u, v)]], \quad (10)$$

$$\begin{aligned} P[\mathcal{S}^M | (u, v)] &= \sum_{i=1}^M P[\mathcal{S}_i | (u, v)] \\ &= \sum_{i=1}^M s_i(u, v) q_{i-1}(u, v) \cdots q_1(u, v) \end{aligned} \quad (11)$$

보조정리 3: 탐색 과정에서 요구되는 빔 조사 횟수를 n 으로 표기할 때, 평균 빔 조사 횟수 \bar{n} 은 다음과 같다.

$$\bar{n} \triangleq E[E[n | (u, v)]] = E[\bar{n}(u, v)] \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \bar{n}(u, v) &\triangleq E[n | (u, v)] = \sum_{i=1}^M i P[\mathcal{P}_i | (u, v)] \\ &\quad + M P[\mathcal{Q}_{i-1} | (u, v)] \\ &= \sum_{i=1}^M i p_i(u, v) q_{i-1}(u, v) \cdots q_1(u, v) \end{aligned} \quad (13)$$

보조정리 4: 식 (3)의 SNRT 은 두가지 확률성분을 포함하고 있다. 신호 성분 A_1 과 A_2 자체가 확률변수일 뿐만 아니라 신호성분의 분산 역시 확률변수 (u, v) 의 함수이다. 따라서, 표적검출 후 측정 잡음 분산의 기대값은

$$\begin{aligned} E[\sigma^2 | \mathcal{R}^M] &= E[E[\sigma^2 | (u, v), \mathcal{R}^M] | \mathcal{R}^M] \\ &= \int \int_{(u, v)} E[\sigma^2 | (u, v), \mathcal{R}^M] \cdot f(u, v | \mathcal{R}^M) du dv \end{aligned} \quad (14)$$

이고 $f(u, v | \mathcal{R}^M) = \frac{P[\mathcal{R}^M | (u, v)]}{P[\mathcal{R}^M]} f(u, v)$ 이다^[7]. 여기서 좀 더 간편하게 문제를 다루기 위해 다음과 같은 가정을 하자.

가정 1: 예측 표적 위치의 분포 $f(u, v)$ 는 평균은 표적 예측 지점 (u_0, v_0) 이고 각 축방향에 대해 표준편차는 $V_0 \cdot B$ 인 상호 연관성이 없는 결합 가우시안 분포를 갖는다.

가정 2: $(u_i, v_i) = (u_0, v_0)$, $i = 1, \dots, M$.

가정 3: $SNR_{0i} = SNR_0$, $P_{Fi} = P_F$, $Z_{Gi} = Z_G$,
 $i = 1, \dots, M$

가정 2-3은 모든 빔 조사 방향은 표적 예측지점 (u_0, v_0) 으로 향하며, 각 빔 조사에서 동일한 신호대잡음비, 검출 문턱값 및 유효게이트를 사용함을 의미하며, $P_{D_i}(u, v) = P_D(u, v)$, $V_{G_i} = V_G$, $P_{G_i}(u, v) = P_G(u, v)$ 됨을 알 수 있다. II.1절에서 언급했듯이 유효게이트안의 거짓추정의 수는 매개변수 $\lambda V_G \ll 1$ 인 포아송 분포로서, 거짓추정이 하나도 일어나지 않을 확률은 $\exp(-\lambda V_G) \approx 1 - \lambda V_G$ 로 근사화된다. 가정 2-3으로부터 (6)의 조건부 확률은 다음과 같이 쓰여진다.

$$\begin{aligned} p_i(u, v) &= p(u, v) \\ &= P_G(u, v) P_D(u, v) \\ &\quad + (1 - P_G(u, v)) P_D(u, v) \lambda V_G \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} q_i(u, v) &= q(u, v) \\ &= (1 - P_G(u, v)) P_D(u, v) (1 - \lambda V_G) \end{aligned}$$

$$r_i(u, v) = r(u, v) = P_G(u, v) P_D(u, v)$$

$$s_i(u, v) = s(u, v) = (1 - P_G(u, v)) P_D(u, v) \lambda V_G$$

따라서, (8), (10), 그리고 (12)의 P_{DG} , $P[\mathcal{S}^M]$, \bar{n} 는 각각 다음과 같이 닫힌 형태로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_{DG} &= E[P_{DG}(\mathbf{u}, \mathbf{v})] = \sum_{i=1}^M E[r(\mathbf{u}, \mathbf{v}) q^{i-1}(\mathbf{u}, \mathbf{v})] \\ &= \sum_{i=1}^M (1 - \lambda V_G)^{i-1} \sum_{j=0}^{i-1} (-1)^{i-j-1} \binom{i-1}{j} \cdot \\ &\quad E[P_G^{i-j}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) P_D^{j-1}(\mathbf{u}, \mathbf{v})] \end{aligned} \quad (16)$$

$$P[\mathcal{S}^M] = \sum_{i=1}^M E[s(\mathbf{u}, \mathbf{v}) q^{i-1}(\mathbf{u}, \mathbf{v})]$$

$$= \sum_{i=1}^M \lambda V_G (1 - \lambda V_G)^{i-1} \sum_{j=0}^{i-1} (-1)^{i-j} \binom{i}{j} \cdot E[P_G^{i-j}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) P_D^{j-1}(\mathbf{u}, \mathbf{v})], \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \bar{n} &= E[\bar{n}(\mathbf{u}, \mathbf{v})] = \sum_{i=1}^M E[q^{i-1}(\mathbf{u}, \mathbf{v})] \\ &= \sum_{i=1}^M (1 - \lambda V_G)^{i-1} \sum_{j=0}^{i-1} (-1)^{i-j-1} \binom{i-1}{j} \\ &\quad E[P_G^{i-j-1}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) P_D^{j-1}(\mathbf{u}, \mathbf{v})] \end{aligned} \quad (18)$$

(16), (17) 그리고 (18)의 P_{DG} , $P[\mathcal{S}^M]$, 그리고 \bar{n} 를 닫힌 형태로 표현하기 위해서는 $E[P_G^i(\mathbf{u}, \mathbf{v}) P_D^j(\mathbf{u}, \mathbf{v})]$, $i = 1, \dots, M$ 의 해석적 표현이 필요하다. 대부분의 표적 추적문제에서 $P_G(u, v) \approx 1$ 로 들 수 있으며 따라서, $E[P_G^i(\mathbf{u}, \mathbf{v}) P_D^j(\mathbf{u}, \mathbf{v})] = E[P_D^j(\mathbf{u}, \mathbf{v})]$ 이다. $E[P_D^j(\mathbf{u}, \mathbf{v})]$ 의 해석적 형태의 근사식은 지수함수의 일차근사화와 fitting함수를 이용하여 아래와 같이 얻었다^[8].

$$\begin{aligned} E[P_D^j(\mathbf{u}, \mathbf{v})] & \\ &\approx \exp(-a) \left[\left(1 + 4aV_0^2 \frac{SNR_0}{1 + SNR_0} \right)^{-1} + g(a, V_0) \right] \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 $a = i \ln P_H / (1 + SNR_0)$ 이며, $g(a, V_0)$ 는 아래와 같은 a 와 V_0 의 fitting함수이다.

$$\begin{aligned} g(a, V_0) &= 0.077 V_0 - 0.446 V_0^2 - 0.009 a + 0.104 a V_0 \\ &\quad - 0.830 a^2 V_0^2 + 0.009 a^2 - 0.134 a^2 V_0 + 0.633 a^2 V_0^2 \\ &\quad - 0.001 a^3 + 0.022 a^3 V_0 - 0.094 a^3 V_0^2 \end{aligned} \quad (20)$$

(19)의 근사식은 $i \leq 8$ 일때 $SNR_0 \geq 15$, $V_0 \leq 0.3$, $P_F \geq 10^{-7}$ 범위에서 2%보다 작은 상대오차를 보였다. (16), (17), 그리고 (18)에 식 (19)을 대입함으로써 P_{DG} , $P[\mathcal{S}^M]$, \bar{n} 의 해석적 형태의 표현식을 얻는다.

마지막으로, $E[\sigma^2 | \mathcal{R}^M]$ 의 해석적 형태의 근사식을 유도했다^[8].

$$\begin{aligned} E[\sigma^2 | \text{RM}] & \\ &\approx \frac{0.55 B^2 SNR_0^{-0.37}}{(-\ln P_F - 1)^{0.63} P_{DG}(1 - 1.48 V_0^2)} \sum_{i=1}^M \left[(1 - \lambda V_G)^{i-1} \right. \\ &\quad \cdot \left. \left[\sum_{j=0}^{i-1} (-1)^{i-j-1} \binom{i-1}{j} \int \int_{(u, v)} P_G^{i-j}(u, v) P_D^{j-1}(u, v) \bar{f}(u, v) du dv \right] \right] \end{aligned} \quad (21)$$

여기서 $\bar{A}(u, v) = N((u, v); (u_0, v_0), \overline{V_0^2} B^2 I)$, $\overline{V_0^2} = \frac{V_0^2}{1-1.48V_0^2}$ 이고, I 는 2차 단위행렬이다. 식 (21)에 포함된 $\int \int_{(u, v)} P_G^i(u, v) P_B^i(u, v) \bar{A}(u, v) dudv$ 은 식 (19)에서 V_0 대신 $\overline{V_0}$ 를 대입함으로써 얻을 수 있다. 이장에서 유도한 P_{DG} , $P[\leq^M]$, \bar{n} 는 입력 매개변수 V_0 , SNR_0 , P_F 를 이용하여 제어할 수 있음을 알 수 있다.

III. PDA 필터를 이용한 표적 추적

1. PDA 추적 필터

추적필터로는 클러스터 환경에서 데이터 연관문제를 해결하기 위한 여러 알고리즘중에서 사후 연관 확률을 구하는 PDA 필터^[9]를 사용한다. II장에서 소개된 탐색 과정에서 유효게이트안에 표적이 검출되지 않은 경우, 폭넓은 표적 탐색을 통해 표적을 재획득하게 된다. 따라서, 이 추적 필터 모델링에서는 시간 t_k 에서 사건 \mathcal{R}^M , 즉 $\mathcal{R}^M(k)$ 가 일어났다는 조건하에서 PDA 필터를 고려한다.

직각 좌표계에서의 3차원 표적 운동은 3개의 상호 독립적인 Markov가속 과정으로 모델링되고, 각각의 가속 과정은 아래와 같이 지수적 자기상관 함수 (autocorrelation function)를 갖는 평균이 0인 가우시안 과정이다^[10].

$$R(\tau) = E[a(t) a(t+\tau)] = \sigma_a^2 e^{-|\tau|/\tau_a} \quad (22)$$

여기서 σ_a^2 은 표적 가속의 분산, τ_a 은 자기상관의 시정수이다. 각(angular) 상태 방정식의 상태 벡터는 $\mathbf{x} = [x_u^T \ x_v^T]^T$ 로 주어진다^[2]. 여기서 $\mathbf{x}_u = [u \ v_u \ a_u]^T$ 이고 $\mathbf{x}_v = [v \ v_v \ a_v]^T$ 이다. 여기서 v_u, v_v 와 a_u, a_v 는 각각 u 축과 v 축으로 정의된 방향의 속도와 가속도이다. t_k 와 t_{k+1} 사이의 갱신 간격 $T(k)$ 에서의 상태 방정식과 측정 방정식은

$$\mathbf{x}(k+1) = A(k) \mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (23)$$

$$\mathbf{z}(k) = H \mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k) \quad (24)$$

이다. 여기서 $\mathbf{v}(k)$ 와 $\mathbf{w}(k)$ 는 각각 상호분산행렬이 $Q(k)$ 와 $R(k)$ 로 주어지는 평균이 0인 백색 가우시안

과정잡음과 측정잡음이다. 방향코사인 u, v 만 측정 가능한 경우, $R(k)$ 는 대각요소가 식 (4)로 주어지는 대각행렬이다. 시간 t_k 에서 유효 게이트 내의 측정들 $z_i(k)$, $i = 1, \dots, m_k$ 로 두며, 모든 측정의 갯수를 m_k 로 나타낸다. 시간 k 에서의 유효 측정 집합을 $Z(k) \triangleq \{z_i(k)\}_{i=1}^{m_k}$ 로 두며 측정들의 누적 집합을 $Z^k \triangleq \{Z(i)\}_{i=1}^k$ 로 나타낸다. $\theta_i(k)$ 는 측정 $z_i(k)$ 가 실제 표적으로부터 발생했다는 사건이고, 이 사건들의 사후 확률은 $\beta_i(k)$ 로 표현하자. PDA 필터의 표적상태 갱신 방정식은 다음과 같다^[9].

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k) = \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + K(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT) \nu(k) \quad (25)$$

여기서 $\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) = A(k) \hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1)$ 으로 표적상태 예측벡터, $\nu(k) = \sum_{i=1}^{m_k} \beta_i(k) \nu_i(k)$ 는 가중 개선항 (combined innovation)이고, $\nu_i(k) = z_i(k) - H \hat{\mathbf{x}}(k|k-1)$ 이다. 사건 $\mathcal{R}^M(k)$ 이 일어난 경우의 칼만 필터의 이득과 개선 상호분산행렬은 각각 다음과 같다.

$$K(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT) = P(k|k-1, \mathcal{R}^M(k)) \cdot H^T S^{-1}(k|k-1, \mathcal{R}^M(k), SNRT) \quad (26)$$

$$S(k|k-1, \mathcal{R}^M(k), SNRT) = H P(k|k-1, \mathcal{R}^M(k)) \cdot H^T + R(k) \quad (27)$$

여기서 $P(k|k-1, \mathcal{R}^M(k))$ 는 사건 $\mathcal{R}^M(k)$ 가 일어난 경우의 예측오차 상호분산행렬^[8]로서, prior 예측오차 상호분산행렬 $P(k|k-1, \mathcal{R}^M(k-1))$ 의 함수이다.

$$P(k|k-1, \mathcal{R}^M(k-1)) = A(k-1) P(k-1|k-1, \mathcal{R}^M(k-1), SNRT(k-1)) \cdot A^T(k-1) + Q(k-1) \quad (28)$$

최종적으로, 추정오차 상호분산행렬은

$$P(k|k, \mathcal{R}^M(k), SNRT) = P(k|k-1, \mathcal{R}^M(k)) - \eta(SNRT) + \hat{P}(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT) \quad (29)$$

이고, 여기서 $\eta(SNRT) = K(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT) S(k|k-1, \mathcal{R}^M(k), SNRT) K^T(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT)$ 이며,

$$\begin{aligned} & \mathcal{P}(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT) \\ &= K(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT) \cdot \\ & \left[\sum_{i=1}^m \beta_i(k) \nu_i(k) \nu_i^T(k) - \nu(k) \nu^T(k) \right] \cdot \\ & K^T(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT) \end{aligned} \quad (30)$$

이다.

2. 상호분산행렬의 근사화

측정치에 의존하는 추정오차 상호분산행렬은 식 (29)로 주어지는 확률적 차분 방정식이기 때문에, 통계학적 관점에서만 그 특성이 결정될 수 있다. 따라서, 식 (29)의 기대값을 통해 근사식을 얻을 수 있다^[9].

$$\begin{aligned} & P(k; \mathcal{R}^M(k)) \\ & \approx E[P(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT) | Z^{k-1}, \mathcal{R}^M(k)] \end{aligned} \quad (31)$$

즉, 식 (29)의 두번째항과 세번째항 $\mathcal{P}(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT)$ 의 기대값을 구함으로써 추정오차 상호분산행렬의 근사식을 구할 수 있다. 먼저, 확률행렬 $\mathcal{P}(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT)$ 의 기대값은

$$\begin{aligned} & E[\mathcal{P}(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT) | Z^{k-1}, \mathcal{R}^M(k)] \\ &= E[E[\mathcal{P}(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT) \\ & | Z^{k-1}, \mathcal{R}^M(k), SNRT] | Z^{k-1}, \mathcal{R}^M(k)] \end{aligned} \quad (32)$$

이고 여기서

$$\begin{aligned} & E[\mathcal{P}(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT) | Z^{k-1}, \mathcal{R}^M(k), SNRT] \\ &= (1 - q_2(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT)) \cdot \eta(SNRT) \end{aligned} \quad (33)$$

이다^[9]. 식 (33)의 스칼라 양 $q_2(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT)$ 는 정보 감축 인자(information reduction factor)이다. 참고문헌 [5]에서는 $P_C = 0.9997$ 이고 2차원 측정의 경우에 대해 정보 감축 인자의 해석적 형태의 근사식을 아래와 같이 얻었다.

$$\begin{aligned} & q_2(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT) \\ & \approx \frac{0.997}{1 + 0.29(\lambda_i V_G(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT))^{1.104}} \end{aligned} \quad (34)$$

II장에서 언급했듯이 $\lambda_i V_G(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT) \ll 1$ 이므로, 식 (33)에 포함된 $q_2(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT)$ 는 $\lambda_i V_G(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT)$, 즉 $SNRT$ 에 매우 둔감함을

알 수 있다. 따라서, $V_G(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT)$ 를 $E[V_G(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT)]$ 으로 대체함으로써 $q_2(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT)$ 를 확률함수가 아닌 $\hat{q}_2(k; \mathcal{R}^M(k)) = \frac{0.997}{1 + 0.29(\lambda_i E[V_G(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT)])^{1.104}}$ 로 근사화할 수 있다. 따라서, 식 (32)는 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$\begin{aligned} & E[\mathcal{P}(k; \mathcal{R}^M(k), SNRT) | Z^{k-1}, \mathcal{R}^M(k)] \\ &= (1 - \hat{q}_2(k; \mathcal{R}^M(k))) \cdot \\ & E[\eta(SNRT) | Z^{k-1}, \mathcal{R}^M(k)] \end{aligned} \quad (35)$$

여기서 $E[\eta(SNRT) | Z^{k-1}, \mathcal{R}^M(k)]$ 의 또다른 표현식을 얻어 보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & E[\eta(SNRT) | Z^{k-1}, \mathcal{R}^M(k)] \\ &= P(Mk-1, \mathcal{R}^M(k)) H^T H P(Mk-1, \mathcal{R}^M(k)) \cdot \\ & E[(P_{(1,1)}^M + B^2/SNRT)^{-1} | Z^{k-1}, \mathcal{R}^M(k)] \end{aligned} \quad (36)$$

여기서 $P_{(1,1)}^M$ 는 $P(Mk-1, \mathcal{R}^M(k))$ 행렬의 (1,1)요소를 말하며, 식 (36)에 포함된 기대값^[8]은

$$\begin{aligned} & E\left[\frac{1}{P_{(1,1)}^M + B^2/SNRT} \middle| Z^{k-1}, \mathcal{R}^M(k) \right] \\ &= \frac{1}{P_{(1,1)}^M} \left(1 - \frac{B^2}{P_{(1,1)}^M} E\left[\frac{1}{SNRT + B^2/P_{(1,1)}^M} \middle| \mathcal{R}^M(k) \right] \right) \end{aligned}$$

이고,

$$\begin{aligned} & E\left[\frac{1}{SNRT + B^2/P_{(1,1)}^M} \middle| RM \right] \\ &= \frac{0.55 SNR_0^{-0.37}}{(-\ln P_F - 1 + B^2/P_{(1,1)}^M)^{0.63} P_{DG}(1 - 1.48 V_0^2)} \cdot \\ & \sum_{i=1}^M \left[(1 - \lambda V_G)^{i-1} \cdot \left[\sum_{j=0}^{i-1} (-1)^{i-j-1} \binom{i-1}{j} \cdot \right. \right. \\ & \left. \left. \int \int_{(u,v)} P_G^{i-j}(u, v) P_D^{j-i}(u, v) \bar{f}(u, v) dudv \right] \right] \end{aligned} \quad (37)$$

이다. 식 (29)의 두번째 항의 기대치는 $E[\eta(SNRT) | Z^{k-1}, \mathcal{R}^M(k)]$ 와 동일하다. 최종적으로, 근사화된 추정오차 상호분산행렬은 다음과 같이 쓰여진다.

$$\begin{aligned} & P(Mk, \mathcal{R}^M(k)) \approx P(Mk-1, \mathcal{R}^M(k)) - \hat{q}_2(k, \mathcal{R}^M(k)) \\ & \cdot P(Mk-1, \mathcal{R}^M(k)) H^T H P(Mk-1, \mathcal{R}^M(k)) \\ & \cdot E[(P_{(1,1)}^M + B^2/SNRT)^{-1} | Z^{k-1}, \mathcal{R}^M(k)] \end{aligned} \quad (38)$$

표적 위치에 대한 불확정성은 $u-v$ 좌표축에서 대칭적이기 때문에 식 (5)에서의 타원체의 장축 $G(k|k-1)$ 은 $u-v$ 공간에서 어느 축을 선택할 수 있으며, 여기서는 u 축을 장축으로 선택했다. $G(k|k-1)$ 은 $P(k|k-1, \mathcal{R}^M(k-1))$ 의 (1,1)요소로 아래와 같이 표현된다.

$$G(k|k-1) = (P_{(1,1)}(k|k-1, \mathcal{R}^M(k-1)))^{1/2} \quad (39)$$

식 (5)과 식 (39)로부터 B 에 대한 t_k 에서의 상대 예측 정확도 $V_0(k)$ 를 얻을 수 있다.

$$V_0(k) = B^{-1}P_{(1,1)}(k|k-1, \mathcal{R}^M(k-1))^{1/2} \quad (40)$$

간단한 문제 정식화를 위해 표적 거리 r 을 상수로 두면, $A(k-1)$ 와 $Q(k-1)$ 의 요소는 r 과 \dot{r} 에 영향을 받지 않고 $T(k-1)$, τ_m 그리고 σ_m^2 만의 함수가 된다.

IV. 위상배열 레이다 매개변수의 최적화

이 장에서는 II장과 III장에서 설명한 모델 가정을 근거로, 에너지 최적 스케줄링 문제를 비선형 최적제어 문제로 수식화한다. 먼저 t_k 시간에서의 항적 갱신 비용을 정의하면,

$$\begin{aligned} L(k) = & \sum_{i=1}^M L_R(\mathcal{R}_i(k)) P[\mathcal{R}_i(k)] \\ & + \sum_{i=1}^M L_S(\mathcal{S}_i(k)) P[\mathcal{S}_i(k)] \\ & + L_Q(\mathcal{Q}_M(k)) P[\mathcal{Q}_M(k)] \end{aligned} \quad (41)$$

이다. 여기서 $L_R(\mathcal{R}_i(k)) = i \cdot SNR_0(k)$ 이고 $L_Q(\mathcal{Q}_M(k)) = M \cdot SNR_0(k) + C$ 이다. 상수 C 는 M 번의 조사까지 측정이 하나도 없는 경우, 표적 재획득을 위한 탐색과정에서 소요되는 에너지이다. 표적 추적 상황에서 사전 $\mathcal{S}_i(k)$ 는 사전 $\mathcal{Q}_M(k)$ 보다 훨씬 나쁜 상황이기 때문에 $L_S(\mathcal{S}_i(k))$ 에 대한 비용은 $L_Q(\mathcal{Q}_M(k))$ 보다 더 커야 한다. 따라서, $L_S(\mathcal{S}_i(k)) = (M+i) \cdot SNR_0(k) + C$ 로 두는 것이 타당하다. $L_R(\mathcal{R}_i(k))$, $L_S(\mathcal{S}_i(k))$ 그리고 $L_Q(\mathcal{Q}_M(k))$ 를 식 (41)에 대입하고, 비용 $L(k)$ 를 정리하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} L(k) = & SNR_0(k) \cdot \bar{n}(k) + C \cdot (1 - P_{DC}(k)) \\ & + M SNR_0(k) P[\mathcal{S}^M(k)] \end{aligned} \quad (42)$$

II장에서 보았듯이 P_{DC} , $P[\mathcal{S}^M]$, 그리고 \bar{n} 는 입력 매개변수 $V_0(k)$, $SNR_0(k)$, $P_F(k)$ 의 함수이며, $V_0(k)$ 는 (40), (28)식으로부터 $T(k-1)$ 와 $P(k-1|k-1, \mathcal{R}^M(k-1))$ 의 함수임을 알 수 있으므로 $L(k)$ 는 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} L(k) = & \bar{L}(P(k-1|k-1, \mathcal{R}^M(k-1)), \\ & SNR_0(k), T(k-1), P_F(k)) \end{aligned} \quad (43)$$

식 (38)의 추정오차 상호분산행렬 $P(k|k, \mathcal{R}^M(k))$ 도 입력 매개변수 $T(k-1)$, $SNR_0(k)$, $P_F(k)$ 와 $P(k-1|k-1, \mathcal{R}^M(k-1))$ 의 함수이므로

$$\begin{aligned} P(k|k, \mathcal{R}^M(k)) = & h(P(k-1|k-1, \mathcal{R}^M(k-1)), \\ & SNR_0(k), T(k-1), P_F(k)) \end{aligned} \quad (44)$$

로 표현가능하다. T_{track} 은 전체 항적이 지속되는 시간이며, N 은 T_{track} 동안의 항적 갱신 수를 나타낸다. 그러므로 T_{track} 동안 N 개의 갱신을 통해 항적을 유지하기 위한 일련의 $\{SNR_0(k) : k = 1, \dots, N\}$, $\{T(k-1) : k = 1, \dots, N\}$ 그리고 $\{P_F(k) : k = 1, \dots, N\}$ 에 대한 에너지 최적 계획문제로 수식화할 수 있다. 여기서 N , T_{track} , $P(0|0)$ 그리고 기동 매개변수 σ_m^2 , τ_m 은 주어진 값으로 가정하자. 따라서, 최적 계획문제는 등식과 부등식의 제한조건을 가진 다음과 같은 비선형 최적제어문제^[11]로 쓰여질 수 있다.

$$\begin{aligned} \min L_N = & \sum_{k=1}^N \bar{L}(P(k-1|k-1, \mathcal{R}^M(k-1)), \\ & \{SNR_0(k), T(k-1), P_F(k)\} SNR_0(k), T(k-1), P_F(k)) \end{aligned} \quad (45)$$

제한조건은

$$\begin{aligned} P(k|k, \mathcal{R}^M(k)) = & h(P(k-1|k-1, \mathcal{R}^M(k-1)), \\ & SNR_0(k), T(k-1), P_F(k)), \\ & k = 1, \dots, N, \quad P(0|0) = P_{00} \end{aligned} \quad (46)$$

$$\sum_{k=1}^N T(k-1) = T_{track}, \quad T(k-1) \geq T_{min}, \quad k = 1, \dots, N \quad (47)$$

$$V_G \leq V_B(k), \quad k = 1, \dots, N \quad (48)$$

$$SNR_{omin} \leq SNR_0(k) \leq SNR_{omax}, \quad k = 1, \dots, N \quad (49)$$

$$P_{Fmin} \leq P_F(k) \leq P_{Fmax}, \quad k = 1, \dots, N \quad (50)$$

식 (45)의 L_N 은 성능지수(performance index)로써 N 개의 갱신 과정에서의 전체 비용을 가리킨다. 최적 제어문제에서 $P(k-1|k-1, \mathcal{R}^M(k-1))$ 는 상태 변수로, $\{SNR_0(k)\}$, $\{T(k-1)\}$ 그리고 $\{P_F(k)\}$ 는 제어 입력 변수로 사용된다. (49)와 (50)의 부등제한조건식은 II, III장의 모델이 유효한 범위로 입력변수를 제한하기 위함이다. 최적제어 문제의 해를 구하기 위해 최적화 알고리즘중 Sequential quadratic programming(SQP) 방법^[12]을 사용하여 일련의 최적해 $\{SNR_0^*(k)\}$, $\{T^*(k-1)\}$ 그리고 $\{P_F^*(k)\}$ 을 구한다.

V. 수치실험

추정오차 상호분산행렬 $P(0|0)$ 은 참고문헌 [5]에서 제안한 방법으로 초기화하였다. 항적시간 T_{track} 은 60 s, 최대 빔 조향 횟수 $M = 4$, 레이다 빔폭 $B = 1$ degree, 식 (4.8)의 $T_{min} = 1 \mu s$, 식 (49)의 $SNR_{0min} = 15$, $SNR_{0max} = 80$, 식 (50)의 $P_{Fmin} = 10^{-7}$, $P_{Fmax} = 10^{-2}$ 로 두었다. 표적거리는 $r = 60$ km, 표적 기동매개변수는 $\sigma_m = 10 \text{ m/s}^2$, $\tau_m = 60 \text{ s}$ 으로 두었다.

예제 1: 이 예제에서는 클러터(clutter) 간섭이 없는 상황 ($\rho V_B = 0$)으로, 항적이 분실되었을 때 표적을 재 획득하기 위해 예측지점 주위를 탐색하는데 필요한 에너지(C)를 180으로 두었다.

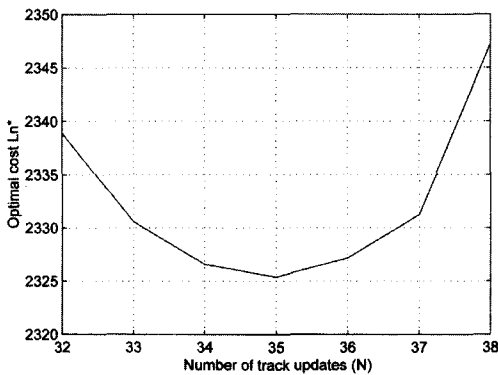


그림 2. 예제 1의 최적 비용 L_N^*
Fig. 2. Optimal cost L_N^* for example 1.

그림 2에서는 항적 갱신 수(N)에 대한 최적 비용 L_N^* 를 나타내었다. 최소 비용 L_N^* 의 값은 $N^* = 35$ 일

때 $L_N^* = 2325.45$ 이었다. $N^* = 35$ 인 경우의 최적의 갱신 간격 및 최적의 신호대잡음비를 그림 3에 나타내었다.

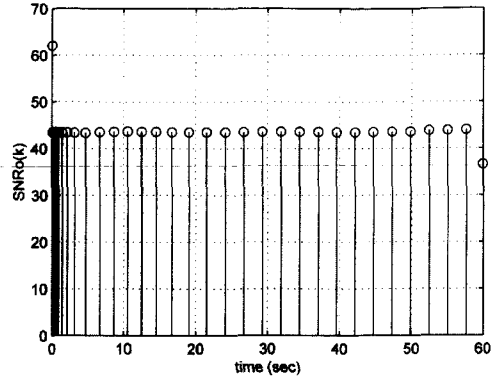


그림 3. 예제 1의 최적 항적 갱신 시간 및 최적 $SNR_0(k)$ 의 분포
Fig. 3. Distribution of optimal $SNR_0(k)$ and update time for example 1.

최적의 신호대잡음비는 첫번째 및 마지막 갱신 과정을 제외하고는 $SNR_0^*(k) \approx 44(16.4\text{dB})$ 임을 알 수 있다. 첫번째 갱신 과정에서는 초기의 표적 상태의 불확실성을 빨리 줄이기 위해 신호대잡음비가 크며, 마지막 갱신 과정에서는 다음 시간의 표적상태를 예측할 필요가 없어서 신호대잡음비가 낮았다. 또한, 초기 갱신 간격은 매우 짧다가 $k=21$ 부근에서 정상상태값 2.6s에 이르는 것을 알 수 있다.

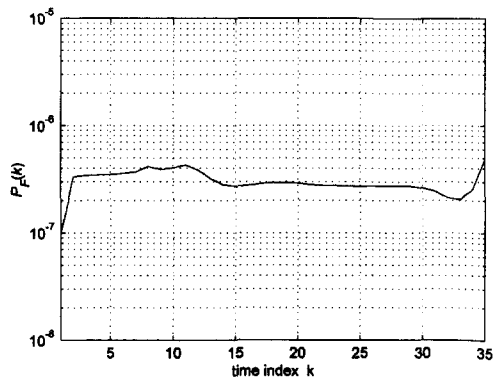


그림 4. 예제 1의 최적 거짓 검출 확률 $P_F(k)$
Fig. 4. Optimal false alarm probability $P_F(k)$ for example 1.

그림 4에서는 최적의 거짓 검출확률이 첫번째 갱신 과정을 제외하곤 대략 3×10^{-7} 임을 보여준다. 그림 5

에서는 최적의 항적 정확도 $V_0(k)$ 가 대략 0.19임을 보여준다.

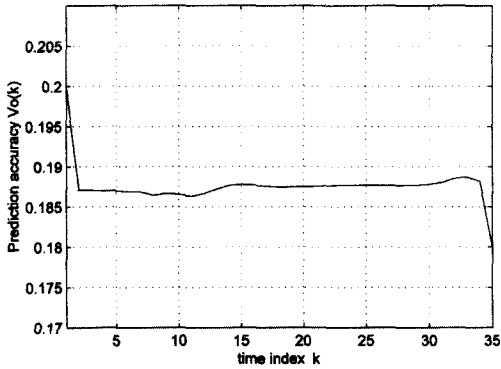


그림 5. 예제 1의 최적 예측 정확도 $V_0(k)$
Fig. 5. Optimal prediction accuracy $V_0(k)$ for example 1.

예제 2: 이 예제에서는 클러터밀도 $\rho V_B = 0.3$ 인 상황으로, 항적이 분실되었을 때 표적을 재획득하기 위해 예측지점 주위를 탐색하는데 필요한 에너지(C)를 720로 두었다.

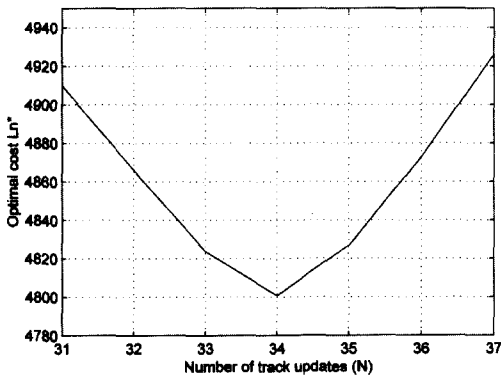


그림 6. 예제 2의 최적 비용 L_N^*
Fig. 6. Optimal cost L_N^* for example 2.

그림 6에서는 항적 갱신 수(N)에 대한 최적 비용 L_N^* 를 나타내었다. 최소 비용 L_N^* 의 값은 $N^* = 34$ 일 때 $L_N^* = 4800.69$ 로서 클러터 밀도가 높아짐에 따라 항적 유지에 필요한 레이다 에너지가 증가함을 알 수 있다. $N^* = 34$ 인 경우의 최적의 갱신 간격 및 최적의 신호대잡음비를 그림 7에 나타내었다. 최적의 신호대잡음비는 예제 1보다 높은 대략 $SNR_0^*(k) \approx 77$ (18.8dB)임을 알 수 있다.

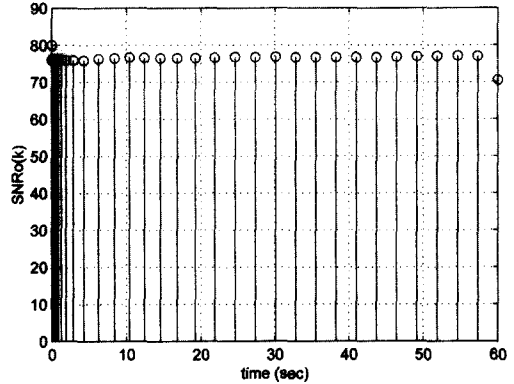


그림 7. 예제 2의 최적 항적 갱신 시간 및 최적 $SNR_0(k)$ 의 분포
Fig. 7. Distribution of optimal $SNR_0(k)$ and update time for example 2.

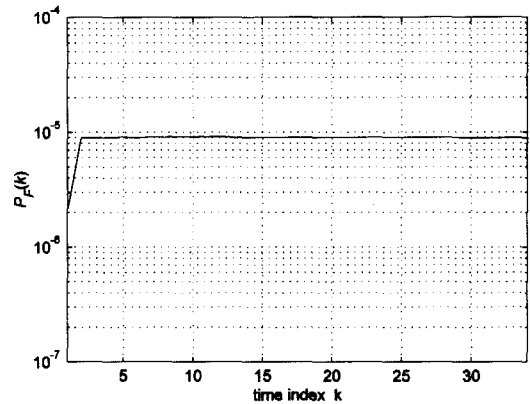


그림 8. 예제 2의 최적 거짓 검출 확률 $P_F(k)$
Fig. 8. Optimal false alarm probability $P_F(k)$ for example 2.

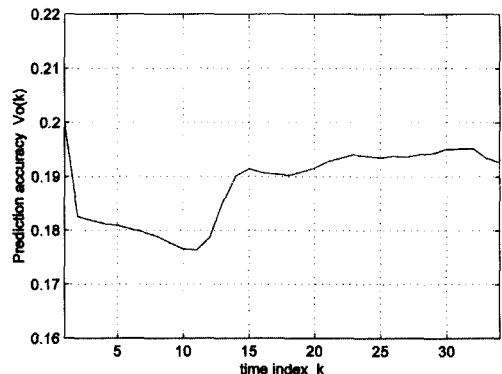


그림 9. 예제 2의 최적 예측 정확도 $V_0(k)$
Fig. 9. Optimal prediction accuracy $V_0(k)$ for example 2.

그림 8, 9에서는 최적의 거짓 검출확률이 대략 9×10^{-6} 이고, 최적의 항적 정확도 $V_0^*(k)$ 가 예제 1과 유사한 0.19정도로서 클러터 밀도에 따른 변화가 거의 없음을 보여준다.

예제 1과 2에서 최적의 항적 정확도 $V_0^*(k)$ 가 0.19 정도로, 클러터 밀도에 영향을 받지 않음을 관찰할 수 있었다. 또한, 클러터 밀도가 증가함에 따라 신호대잡음비와 거짓검출확률이 커짐을 알았다. 우리가 얻은 최적해가 전역 최적해임을 보이지 못했지만, 여러 다른 초기 벡터로 얻은 해와 앞의 그림에서 보인 최적해가 모두 일치하는 사실로 미루어 볼때, 우리가 얻은 최적해가 전역 최적해라는 것을 간접적으로 알 수 있었다. 이 논문에서는 항적이 지속되는 시간 T_{track} 과 항적 갱신 갯수, 그리고 표적의 기동매개변수등을 미리 알고 있다는 가정하에서의 오프라인(off-line) 최적해를 구했다. 그러나, 오프라인 최적해가 시간에 대하여 일정함을 보였다. 이런 결과는 위상배열 레이더 매개변수의 실시간 운용 알고리즘에 적용할 수 있음을 암시한다.

VI. 결 론

이 논문에서는 클러터 환경에서 항적 유지에 필요한 레이더 에너지를 최소화하기 위한 위상배열 레이더의 표적 검출 및 추적 매개변수 최적제어에 관한 문제를 다루었다. 클러터나 측정 잡음에 의한 거짓 경보등과 같은 실제 표적이외의 측정의 영향을 고려하면서 위상배열 레이더의 표적 탐색과정에서 비롯되는 표적 검출과정을 정교하게 수학적인 모델로 전개하였다. PDA 추적필터의 추적성능을 예측하기 위해 수정된 리카티 방정식의 근사식을 이용하였다.

표적 탐색 과정 및 추적 모델을 기초로, 최적 계획 문제를 비선형 최적제어문제로 수식화하고, 수치적 해를 얻기 위해 제한조건을 가진 비선형 최적화 문제를 풀었다. 이 논문을 통해 시간과 비용이 많이드는 Monte Carlo 시뮬레이션에 의존하지 않고 항적 유지에 필요한 에너지를 최소화하는 최적해를 구할 수 있었으며, 위상배열 레이더 매개변수의 실시간 운용 알고리즘을 구현하기 위한 지침을 제시하였다. 추후 연구과제로는 반복되는 레이더 빔 조사에서 각기 다른 신호대잡음비와 검출문턱값을 사용하는 일반적인 경우로의 확장이 있을 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] G. van Keuk and S. S. Blackman, "On phased-array radar tracking and parameter control," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-29, pp. 186-194, Jan. 1993.
- [2] S. S. Blackman, *Multiple-Target Tracking with Radar Applications*, Norwood, MA: Artech House, 1986.
- [3] W. H. Gilson, "Minimum power requirements for tracking," *Record of IEEE International Radar Conference*, pp. 417-421, May 1990.
- [4] S. M. Hong and Y. H. Jung, "Optimal scheduling of track updates in phased array radars," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-34, pp. 1016-1022, July 1998.
- [5] D. J. Kershaw and R. J. Evans, "A contribution to performance prediction for probabilistic data association tracking filters," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-32, pp. 1143-1147, July 1996.
- [6] G. van Keuk, "Multihypothesis tracking with electronically scanned radar," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-31, pp. 916-927, July 1995.
- [7] A. Papoulis, *Probability, Random variables, and Stochastic Processes (3rd ed.)*, New York: McGraw-Hill, 1991.
- [8] Y. H. Jung, *Optimal scheduling of detection and tracking parameters in phased array radars*, Ph.D. dissertation, Kyungpook National University, Korea, 1998.
- [9] Y. Bar-Shalom and T. E. Fortmann, *Tracking and Data Association*, Orlando, FL: Academic Press, 1988.
- [10] R. A. Singer, "Estimating optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-6, pp. 473-483, July

- 1970.
- [11] F. L. Lewis and V. L. Syrmos, *Optimal Control (2nd ed.)*, New York: John Wiley, 1995.
- [12] S. G. Nash and A. Sofer, *Linear and Nonlinear Programming*, New York: McGraw-Hill, 1996.

 저 자 소 개

鄭 漢 憲(正會員)

1969年 2月 15日生. 1993年 2月 경북대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1995年 2月 경북대학교 전자공학과 졸업(공학석사). 1998年 8月 경북대학교 전자공학과 졸업(공학박사). 1999年 3月 ~ 현재 경운대학교 전자공학과 전임강사. 주관심분야는 표적 추적 및 데이터 연관, 시스템 모델링 및 최적화 등임

洪 淳 穆(正會員) 第35卷 S編 第3號 參照

현재 경북대학교 전자전기공학부 교수

金 賢 秀(正會員)

1972年 1月 22日生. 1997年 2月 경북대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1999年 2月 경북대학교 전자공학과 졸업(공학석사). 1999年 5月 ~ 현재 현대전자산업주식회사 전장사업본부 연구3실. 주관심분야는 표적 추적 및 데이터 연관, EMS ECU 등임