

## 3차원 2진 로봇 머니플레이터의 역기구학적 해석

류길하\*, 이인석\*

### Inverse Kinematic Analysis of a Three Dimensional Binary Robot Manipulator

Gilha Ryu\*, Ihnseok Rhee\*

#### ABSTRACT

A three dimensional binary parallel robot manipulator uses actuators which have only two stable states and its structure is variable geometry truss. As a result, it has a finite number of states and fault tolerant mechanism because of kinematic redundancy. This kind of robot manipulator has some advantages compared to a traditional one. Feedback control is not required, task repeatability can be very high, and finite state actuators are generally inexpensive. Because the number of states of a binary robot manipulator grows exponentially with the number of actuators it is very difficult to solve an inverse kinematic problem. The goal of this paper is to develop an efficient algorithm to solve an inverse kinematic problem of three dimensional binary parallel robot manipulator using a backbone curve when the number of actuators are too much. We first derive the coordinate transformations associated with a three degree of freedom in-parallel actuated robot manipulator. The backbone curve is generated optimally by considering the maximum roll and pitch angles of the robot manipulator configuration and length of link. Then, the robot manipulator is fitted along the backbone curve with some criterion.

**Key Words :** binary robot manipulator(2진 로봇 머니플레이터), inverse kinematic analysis(역기구학적 해석), backbone curve(등뼈곡선), variable geometry truss(가변 트러스)

#### 1. 서론

일반적으로 많이 사용되는 로봇 머니플레이터는 전기 모터나 유압실린더 등을 동력원으로 사용하고 있다. 이러한 동력원은 조인트의 변위를 연속적으로 변화시킬 수 있으므로 연속적인 위치변화에 유연하게 대응할 수 있다. 그러나 2진 로봇 머니플레이터는 기하학적 형상이 그림 1에 나타난 바와 같이 가변 트러스 구조로 되어 있으며 조인트의 구동원으로 사용되는 액츄에이터는 2가지의

변위, 즉 최대 및 최소 변위만으로 작동되기 때문에 말단 조작자(end effector)가 주어진 연속적인 경로를 따라 이동하는 것이 불가능하다; 그러므로 작업영역이 일반 로봇 머니플레이터와 달리 위치 백터의 집합 형태로 표현되며 액츄에이터의 개수가  $n$  개인 경우 2진 로봇 머니플레이터의 말단 조작자는  $2^n$  개의 위치에 도달할 수 있다. 이러한 단점으로 인하여 연속적인 경로를 따라 이동하는 작업이나 높은 정밀도를 요구하는 작업에는 적

\* 한국기술교육대학교 제어기계공학과

합하지 않지만 다른 장점을 가지고 있다. 액츄에이터가 연속적이지 않고 최대 변위값 및 최소 변위값 만으로 동작하기 때문에 액츄에이터에 대한 폐루프 제어가 필요 없고 가변 트러스 구조의 수를 증가시키면 비교적 큰 작업영역을 가질 뿐 아니라 장애물이 있는 경우에도 쉽게 적용이 가능하며 액츄에이터의 값이 저렴하여 높은 경제성을 유지할 수 있다. 또한 잉여 로봇 머니풀레이터 형태이므로 고장으로 인하여 몇 개의 액츄에이터가 구동하지 않는 상황에서도 로봇 시스템의 신뢰성을 확보할 수 있는 고장에 견디는(fault tolerant) 구조를 지니고 있고 선형 액츄에이터 자체가 하나의 트러스 구조물 역할을 하기 때문에 별도의 로봇 본체가 필요 없어 전체적으로 로봇 머니풀레이터의 무게가 가벼워진다. 따라서 로봇 머니풀레이터가 사용되는 작업환경이 우주 공간이나 물 속 등이어서 로봇 머니풀레이터에 고장이 발생하여도 쉽게 교체하거나 수리가 힘든 경우나 장애물이 존재하는 경우에 적용이 가능하다. 로봇 머니풀레이터의 정밀 위치 제어는 말단 조작자에 부가적인 장치, 예를 들면 병렬형 로봇 머니풀레이터등을 설치함으로써 극복 할 수 있다.

Padmanabhan과 Subramaniam은 연속적인 조인트 변화를 가지고 있는 가변형 구조 병렬형 3차원 형상 로봇 머니풀레이터의 기구학적 해석에 관한 연구를 수행하였다<sup>(1,2)</sup>. Chrikjian은 잉여로봇의 역기구학적 해석을 위해 등뼈곡선(backbone curve)이라는 가상의 곡선을 구하여 잉여로봇이 등뼈곡선을 따라 가도록 하였으며<sup>(3)</sup>, 위치제어에 사용되는 가변 트러스구조를 갖는 잉여로봇인 2진 로봇 머니풀레이터의 액츄에이터 변위 범위결정(최대 변위값 및 최소 변위값)에 관한 연구를 수행하였다<sup>(4)</sup>. 2진 로봇 머니풀레이터는 잉여로봇으로서 액츄에이터가 2 가지 상태만을 가지므로 작업영역이 점집합으로 주어지는 특성을 가지고 있다. 2진 로봇 머니풀레이터의 역기구학적 해석은 액츄에이터 개수가 비교적 적은 경우에는 큰 문제가 되지 않지만 액츄에이터 개수가 많은 경우 역기구학적 문제를 해결하는 것은 어려운 일이다. 액츄에이터의 개수가 30개인 경우 로봇 머니풀레이터는 약  $2^{30}$  개의 위치에, 90개인 경우에는 약  $2^{90}$  개의 위치에 도달 할 수 있으므로 순기구학적 해를 테이블화 하여 역기구학적 해를 구하는 것은 거의 불가능하다. Chirkjian은 [3]과 같

은 방법으로, 곡선의 끝점이 잉여로봇의 목적점과 일치하고 곡률의 적분값을 최소화하는 등뼈곡선을 창출하고, 2진 로봇 머니풀레이터가 등뼈곡선을 따라 가도록 하는 간접적인 방법으로 역기구학적 해석을 수행하였다<sup>(5)</sup>. [3]에서 고려한 등뼈곡선은 머니풀레이터의 최대곡률, 초기 접선각등 2진 머니풀레이터의 특성을 직접적으로 고려하지 못하는 단점이 있다. 류길하와 이인석은 2차원 평면에서 2진 로봇 머니풀레이터의 특성을 직접적으로 고려한 등뼈곡선을 창출하여 역기구학적 해를 안정적으로 구하였다<sup>(6)</sup>.

본 논문에서는 [6]에서의 연구결과를 3차원 2진 로봇 머니풀레이터에 확장 적용 하고자 한다. 3 차원 2진 로봇 머니풀레이터의 기하학적 특성을 고려하여 3차원 공간상에서 등뼈곡선을 창출하는 방법에 대한 연구를 수행하고 순기구학적 해석을 통하여 얻어진 해를 이용하여 등뼈곡선에 로봇 머니풀레이터를 적응시켜 감으로써 역기구학적 해석을 수행하였다. 이 방법을 이용하면 액츄에이터의 개수가 큰 경우에도 빠른 시간내에 목표위치에 가장 근접할 수 있는 역기구학적 해를 구할 수 있을 뿐 아니라 목표위치가 작업영역 밖에 위치하는 경우에도 목표위치에 가장 근접하는 역기구학적 해를 안정적으로 구할 수 있다.

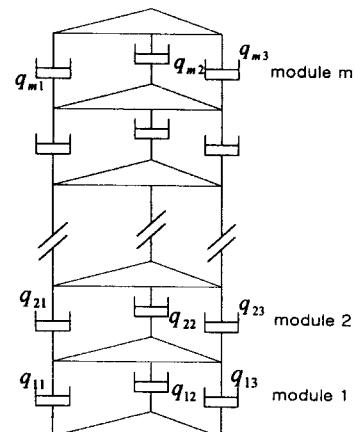


Fig. 1 Three dimensional binary robot manipulator

## 2. 기구학적 해석

### 2.1 기구학적 모델링

2진 로봇 머니풀레이터는 그림 2와 같은 기본

트러스 모듈을 적층하여 구성한다. 기본 트러스 모듈은 상판과 하판 그리고 3개의 선형 액츄에이터,  $q_{A1}$ ,  $q_{B1}$ ,  $q_{B2}$ ,로 구성되어 있으며 선형 액츄에이터는 상판과 하판에 각각 구형조인트와 회전조인트로 연결되어 있고 각 액츄에이터의 변위는 연속적이지 않고 최소 변위값과 최대 변위값으로만 동작한다. 따라서 각 모듈은 3자유도를 지니게 되며  $m$ 개의 모듈로 구성된 2전 로봇 머니풀레이터의 경우  $3m$ 개의 선형 구동조인트를 가지게 되므로 로봇 머니풀레이터의 말단 조작자는  $2^{3m}$ 개의 위치에 도달 할 수 있다.

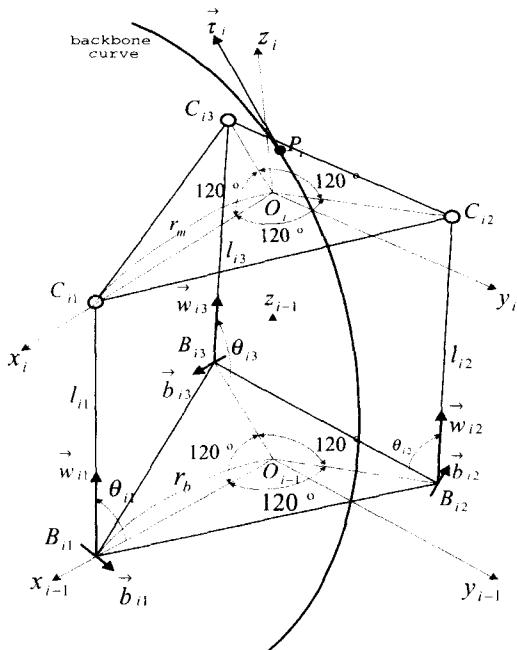


Fig. 2 Kinematic modelling of a binary robot manipulator for  $i$ -th module

기구학적 해석을 위하여 각 모듈에 좌표계를 부여하며 기준좌표계는 첫 번째 모듈의 하판에 위치한다.  $i$  번째 모듈을 나타내는 그림 2에서  $\{i\}$  좌표계는 상판에 그리고  $\{i-1\}$  좌표계는 하판에 위치하고 있으며 각 좌표계의 원점은 상판과 하판의 중심에 위치하고  $x$ 축 방향은 각각 점  $B_i$ 과  $C_i$ 을 향하여 그리고  $z$ 축 방향은 판에 수직한 방향을 향하도록 위치한다. 하판에 부착된 회전

조인트,  $B_{ij}, j=1, 2, 3$ 은 반지름이  $r_v$ 인 원주상에, 상판에 부착된 구형조인트,  $C_{ij}, j=1, 2, 3$ 은 반지름이  $r_m$ 인 원주상에 등간격으로 위치하고 있으며 각 회전조인트의 회전 방향은  $\overrightarrow{O_{i-1}B_{ij}}$ 에 수직하다.  $\vec{w}_{ij}$ 는 선형 액츄에이터의 단위벡터이며  $\vec{b}_{ij}$ 는 회전조인트의 회전방향을 나타내는 단위벡터이고  $l_{ij}$ 는 선형 액츄에이터의 길이를  $\theta_{ij}$ 는 선형 액츄에이터와 하판사이의 각도를 나타낸다. 구형조인트와 회전조인트의 위치를 각각의 좌표계에 대하여 나타내면 다음식과 같으며 윗첨자는 사용된 좌표계를 의미한다.

$$\begin{aligned} B_{i1}^{i-1} &= (r_b, 0, 0)^T \\ B_{i2}^{i-1} &= \left( -\frac{r_b}{2}, \frac{\sqrt{3}r_b}{2}, 0 \right)^T \\ B_{i3}^{i-1} &= \left( -\frac{r_b}{2}, -\frac{\sqrt{3}r_b}{2}, 0 \right)^T \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} C_{i1}^i &= (r_m, 0, 0)^T \\ C_{i2}^i &= \left( -\frac{r_m}{2}, \frac{\sqrt{3}r_m}{2}, 0 \right)^T \\ C_{i3}^i &= \left( -\frac{r_m}{2}, -\frac{\sqrt{3}r_m}{2}, 0 \right)^T \end{aligned} \quad (2)$$

## 2.2 등뼈곡선의 창출

$m$  개의 모듈을 지닌 3차원 2진 병렬형 로봇 머니플레이터의 작업영역은 연속적으로 이루어지지 않고  $2^{3m}$  개의 점집합으로 이루어지므로 대부분 영역의 목표위치에 대해 역기구학적 해가 존재하지 않는다. 따라서 2진 병렬형 로봇 머니플레이터의 역기구학적 해석은 다음 식을 만족하는 조인트 변수를 찾는 것이 합당하다.

$$\min_{\mathbf{q}} \left\{ (\bar{x}_f - x_f)^2 + (\bar{y}_f - y_f)^2 + (\bar{z}_f - z_f)^2 \right\} \quad (3)$$

여기서  $\mathbf{q} = [q_{11}, q_{12}, q_{13}, \dots, q_{m1}, q_{m2}, q_{m3}]^T$  이고,  
 $(\bar{x}_f, \bar{y}_f, \bar{z}_f)$ 과  $(x_f, y_f, z_f)$ 은 각각 머니풀레  
이터의 말단 조작자의 현재위치와 도달하여야 할  
목표위치를 나타낸다. 2진 병렬형 로봇 머니풀레

이터의 액츄에이터는 최대 변위값과 최소 변위값의 2가지 상태만을 가지므로 비선형 프로그래밍<sup>(7)</sup>과 같은 최적화 수치해석기법으로는 식(3)의 해를 직접적으로 구할 수 없을 뿐 아니라 액츄에이터의 개수가 많은 경우 순기구학적 해석을 이용하여 작업영역을 구한 다음 이를 테이블화하여 해를 구하는 것은 현실적으로 거의 불가능하다. 식(3)을 간접적으로 해결하는 방법으로 2진 로봇 머니플레이터의 각 모듈은 액츄에이터의 변위 상태에 따라 8가지의 형상만을 지니고 있는 특성을 고려하여 가상의 등뼈곡선을 만들고 로봇 머니플레이터가 이 곡선을 따라가도록 계산하는 것이다.

본 논문에서 사용된 3차원 2진 로봇 머니플레이터의 특성을 살펴보면 첫째, 기하학적 구속조건으로부터 요(yaw)각이 롤(roll)각이나 퍼치(pitch)각에 비하여 상대적으로 매우 작게 나타나므로 롤각과 퍼치각만 제어가 가능한 것으로 가정할 수 있다. 둘째, 각 모듈은 3개의 선형 액츄에이터를 지니고 있으므로 액츄에이터의 변위 상태에 따라 8가지의 형상만을 갖는다. 세째, 로봇 머니플레이터는 구조상 훨씬 더 있는 최소 반경이 제한되어 있다. 그림 3은 등뼈곡선을 나타내며  $t$ 는 곡선의 따라 정의되는 파라미터이다. 첫째 특성으로부터 지점  $t$ 에서의 접선 백터 방향을 롤각  $\phi$ 와 퍼치각  $\theta$ 로 나타내었다. 나머지 특성으로부터 등뼈곡선의 초기 접선백터의 롤각  $\phi_0$ 와 퍼치각  $\theta_0$ 는 고정되어 있고, 롤각과 퍼치각의 최대 변화율, 즉 롤방향과 퍼치방향 곡선의 최대곡률이 제한되는 것으로 가정할 수 있다. 이러한 점을 고려하여 등뼈곡선을 창출하며 다음 식들로 표현된다.

$$\dot{x} = \cos \phi \sin \theta, \quad x(0) = 0 \quad (4)$$

$$\dot{y} = \sin \phi, \quad y(0) = 0 \quad (5)$$

$$\dot{z} = \cos \phi \cos \theta, \quad z(0) = 0 \quad (6)$$

$$\dot{\phi} = \sigma_\phi u_\phi, \quad \phi(0) = \phi_0 \quad (7)$$

$$\dot{\theta} = \sigma_\theta u_\theta, \quad \theta(0) = \theta_0 \quad (8)$$

$$|u_\phi| \leq 1, \quad |u_\theta| \leq 1 \quad (9)$$

여기서  $(\cdot)$ 은  $d/dt$ ,  $\sigma_\phi$ 와  $\sigma_\theta$ 는 각각 곡선이 가지는 롤방향과 퍼치방향의 최대곡률,  $u_\phi$ 와  $u_\theta$ 는 각각 롤각과 퍼치각에 대한 제어입력을 나타내

고, 곡선의 길이  $t_f$ 는 고정이다. 식 (7-9)는 앞에서 언급한 2진 로봇 머니플레이터의 특성을 직접적으로 나타낸 것으로 참고문헌 [3][5]에서는 식 (9)는 고려되지 않을 뿐 아니라 식 (7)(8)의 초기조건이 주어지지 않는다.

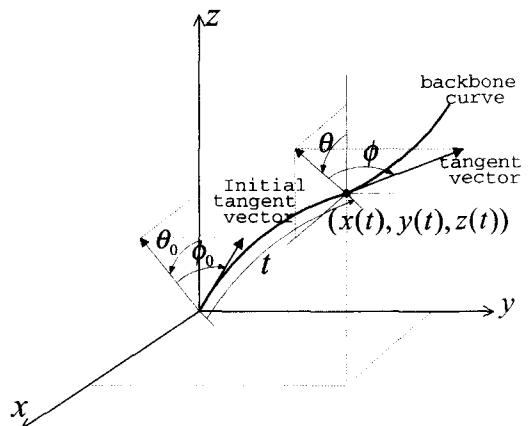


Fig. 3 Generation of a backbone curve

첫 번째로 고려할 수 있는 등뼈곡선은 참고문헌 [3][5]에서 고려한 바와 같이, 곡선의 끝점이 목표 위치와 일치하고, 즉

$$x(t_f) = x_f, \quad y(t_f) = y_f, \quad z(t_f) = z_f \quad (10)$$

이고, 다음 목적함수를 최소화하는  $u_\phi$ 와  $u_\theta$ 를 찾음으로써 생성할 수 있다.

$$J = \int_0^{t_f} (u_\phi^2 + u_\theta^2) dt \quad (11)$$

식 (11)은 등뼈곡선의 변화를 최소화하는 것을 의미한다. 이 경우에는 목적점이 원거리에 있을 때도 곡선을 찾지 못할 뿐 아니라, 근거리에 있을 때도 곡률제한이 없는 참고문헌 [3][5]에서와는 달리 곡선을 구하지 못할 때가 있다. 따라서 등뼈곡선을 해석적으로 구하지 못하고 수치적으로 계산할 때는 상당한 어려움을 초래하게 된다. 이를 극복하기 위해 곡선의 변화 이외에 곡선의 끝단과 목표위치까지의 거리를 함께 최소화하는 등뼈곡선을 고려할 수 있으며 다음 목적함수로 표현된다.

$$J = (x(t_f) - x_f)^2 + (y(t_f) - y_f)^2 + (z(t_f) - z_f)^2 + \alpha \int_0^{t_f} (u_\phi^2 + u_\theta^2) dt \quad (12)$$

여기서  $\alpha$ 는 가중치를 나타내는 파라미터이다. 이 경우는 식 (10)과 같은 구속조건을 갖지 않으므로 항상 식 (12)를 최소화하는 곡선을 항상 구할 수 있다. 그러나 곡선의 끝점이 목표위치와 정확하게 일치하지 않을 수 있으며 이는 가중치  $\alpha$ 를 조절함으로써 끝점에서의 오차를 줄일 수 있다.

### 2.3 기구학적 해석

2진 로봇 머니플레이터의 기구학적 해석은 액츄에이터의 On-Off상태, 즉 최대 및 최소 변위가 주어졌을 때 말단 조작자의 위치(position and orientation)를 결정하는 순기구학적 해석과 말단 조작자의 위치가 주어지는 경우 액츄에이터의 On-Off상태를 구하는 역기구학적 해석으로 나눌 수 있다. 그럼 2에서 선형 액츄에이터의 방향을 나타내는 단위벡터,  $\vec{w}_i$ 는 다음 식으로 나타난다.

$$\begin{aligned} \vec{w}_1 &= -\cos(\theta_1) \vec{i}_{i-1} + \sin(\theta_1) \vec{k}_{i-1} \\ \vec{w}_2 &= \frac{1}{2} \cos(\theta_2) \vec{i}_{i-1} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(\theta_2) \vec{j}_{i-1} \\ &\quad + \sin(\theta_2) \vec{k}_{i-1} \\ \vec{w}_3 &= \frac{1}{2} \cos(\theta_3) \vec{i}_{i-1} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(\theta_3) \vec{j}_{i-1} \\ &\quad + \sin(\theta_3) \vec{k}_{i-1} \end{aligned} \quad (13)$$

여기서  $\vec{i}_{i-1}$ ,  $\vec{j}_{i-1}$ ,  $\vec{k}_{i-1}$ 는  $\{i-1\}$  좌표계의 단위벡터를 나타낸다. 구형조인트의 위치를  $\{i-1\}$  좌표계로 나타내면 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{O_{i-1}C_1} &= \overrightarrow{O_{i-1}B_1} + l_1 \vec{w}_1 \\ &= \{r_b - l_1 \cos(\theta_1)\} \vec{i}_{i-1} + l_1 \sin(\theta_1) \vec{k}_{i-1} \\ \overrightarrow{O_{i-1}C_2} &= \overrightarrow{O_{i-1}B_2} + l_2 \vec{w}_2 \\ &= \frac{1}{2} \{-r_b + l_2 \cos(\theta_2)\} \vec{i}_{i-1} \\ &\quad + \frac{\sqrt{3}}{2} \{r_b - l_2 \cos(\theta_2)\} \vec{j}_{i-1} \\ &\quad + l_2 \sin(\theta_2) \vec{k}_{i-1} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{O_{i-1}C_3} &= \overrightarrow{O_{i-1}B_3} + l_3 \vec{w}_3 \\ &= \frac{1}{2} \{-r_b + l_3 \cos(\theta_3)\} \vec{i}_{i-1} \\ &\quad + \frac{\sqrt{3}}{2} \{-r_b + l_3 \cos(\theta_3)\} \vec{j}_{i-1} \\ &\quad + l_3 \sin(\theta_3) \vec{k}_{i-1} \end{aligned}$$

상판에 위치한 구형조인트의 위치를 이용하여 다음 구속조건을 만족하는 해,  $\theta_{ij}, j=1, 2, 3$ 을 Newton-Raphson 방법을 이용하여 구하며 양의 값을 취한다.

$$|\overrightarrow{C_1C_2}| = |\overrightarrow{C_2C_3}| = |\overrightarrow{C_3C_1}| = \sqrt{3} r_m \quad (15)$$

$\theta_{il}, \theta_{l2}, \theta_{l3}$ 를 식(14)에 대입하면 구형조인트의 위치벡터를 구할 수 있다. 각 모듈에 부여된 두 좌표계 사이의 좌표변환은 두 좌표계의 원점을 대한 상대 위치 벡터와 좌표축 사이의 회전각의 함수로 표현할 수 있으며 다음과 식으로 나타난다.

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \vec{x}_i & \vec{y}_i & \vec{z}_i & \vec{p}_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

여기서,  $\vec{p}_i$ 는  $\{i\}$ 좌표계의 원점을  $\{i-1\}$  좌표계로 나타낸 값이며  $\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i$ 는  $\{i\}$ 좌표계의 축방향 단위벡터를  $\{i-1\}$ 좌표계로 나타낸 값이고 상판에 위치한 구형조인트의 위치벡터를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \vec{p}_i &= \frac{\overrightarrow{O_{i-1}O_i}}{\overrightarrow{O_{i-1}C_1} + \overrightarrow{O_{i-1}C_2} + \overrightarrow{O_{i-1}C_3}} \\ \vec{x}_i &= \frac{\overrightarrow{O_iC_1}}{|\overrightarrow{O_iC_1}|} = \frac{\overrightarrow{O_{i-1}C_1} - \overrightarrow{O_{i-1}O_i}}{|\overrightarrow{O_{i-1}C_1} - \overrightarrow{O_{i-1}O_i}|} \\ \vec{z}_i &= \frac{\overrightarrow{O_iC_1} \times \overrightarrow{O_iC_2}}{|\overrightarrow{O_iC_1} \times \overrightarrow{O_iC_2}|} \\ &= \frac{\{\overrightarrow{O_{i-1}C_1} - \overrightarrow{O_{i-1}O_i}\} \times \{\overrightarrow{O_{i-1}C_2} - \overrightarrow{O_{i-1}O_i}\}}{|\{\overrightarrow{O_{i-1}C_1} - \overrightarrow{O_{i-1}O_i}\} \times \{\overrightarrow{O_{i-1}C_2} - \overrightarrow{O_{i-1}O_i}\}|} \\ \vec{y}_i &= \vec{z}_i \times \vec{x}_i \end{aligned} \quad (17)$$

식(16)을 이용하면 각 모듈에 부착된 액츄에이

터의 변위상태(On-Off)를 알고 있을 때 말단 조작자에 위치한 좌표계의 위치를 기준좌표계에 대하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$T_m^0 = T_1^0 T_2^1 T_3^2 \dots T_i^{i-1} \dots T_m^{m-1} \quad (18)$$

여기서,  $m$ : 모듈의 개수

2진 로봇 머니풀레이터의 역기구학적 해석은 앞에서 언급한 바와 같이 기준 좌표계에 대하여 말단 조작자의 위치가 주어질 때 각 조인트의 변위 상태를 구하는 것이다. 본 논문에서는 순기구학적 해석을 통하여 로봇 머니풀레이터가 미리 만들 어진 등뼈곡선을 따라가도록 적응시켜 역기구학적 해석을 수행한다. 그림 2에 나타난 바와 같이 먼저 등뼈곡선을 모듈의 개수만큼 등간격으로 나누어 중간 목표위치,  $P_i$ ,를 결정하고 각 중간 목표위치에서 등뼈곡선의 접선,  $\vec{\tau}_i$ ,을 구한다음 각 모듈의 상판에 위치한 좌표계의 원점이 중간 목표위치에 가장 근접하고  $z_i$ 방향이 등뼈곡선의 접선과 가장 일치할 수 있는 경우를 취한다. 이때  $i$ 번째 모듈형상을 구하기 위하여  $i$ 번째 모듈과  $i+1$ 번째 모듈을 동시에 고려하는 다음 식을 만족하는 조인트 변수를 구한다.

$$\min_{\mathbf{q}_i} \{f_i + \beta \cdot f_{i+1}\} \quad (19)$$

여기서

$$f_i = |\overrightarrow{P_i O_i}| + \gamma \arccos(\vec{\tau}_i \cdot \vec{z}_i),$$

$$f_{i+1} = |\overrightarrow{P_{i+1} O_{i+1}}| + \gamma \arccos(\vec{\tau}_{i+1} \cdot \vec{z}_{i+1}),$$

$$\mathbf{q}_i = [q_1, q_2, q_3, q_{(i+1)1}, q_{(i+1)2}, q_{(i+1)3}]^T,$$

그리고  $\beta$ 와  $\gamma$ 는 가중치를 나타낸다.  $f_i$ 와  $f_{i+1}$ 은  $i$ 번째 모듈과  $i+1$ 번째 모듈의 대하여 등뼈곡선에 근접하는 각 모듈의 형상을 찾는 과정으로서 각각의 첫 번째 항은 중간 목표위치와의 일치성 두 번째 항은 등뼈곡선의 접선과의 일치성을 나타낸다. 각 조인트 변수는 2가지 상태만을 가지므로  $\mathbf{q}_i$ 는 64가지 조합을 갖는다. 64가지 조합에 대한 순기구학적 해를 미리 테이블화 하고 이중에서 식(19)를 만족시키는 조인트 변수를 찾

아  $i$ 번째 모듈의 해,  $q_1, q_2, q_3$ 로 정한다. 이러한 과정을 첫 번째 모듈부터 순차적으로 진행한다. 등뼈곡선의 초기 접선의 룰각과 피치각  $\phi_0, \theta_0$ 는 첫 번째 모듈에서  $\overrightarrow{O_o O_1}$ 의 룰각과 피치각으로 선정한다. 첫 번째 모듈은 8개의 형상을 가지고 있으므로 8개의 초기 접선에 대하여 등뼈곡선을 구할 수 있다. 여기서는 8개의 등뼈곡선에 대해 식(19)를 순차적으로 풀어 오차가 가장 작은 형상을 역기구학적 해로 선정하였다. 이와 같이 구한 역기구학적 해는 식(3)의 해가 되지는 못하나 목표 위치에 말단조작자를 매우 근접시킬 수 있고, 등뼈곡선이 주어진 경우는 역기구학적 해석을 실시간으로 수행할 수 있는 장점이 있다.

### 3. 예제

로봇 머니풀레이터 모듈의 상판과 하판의 반경이 5이고 조인트의 최소 변위( $q_{\min}$ )와 최대 변위( $q_{\max}$ )가 각각 8과 10이며 모듈의 개수가 10인 경우에 대하여 역기구학적 해석을 수행하였다. 이 때 각 모듈은 8~10사이의 길이를 갖고, 등뼈곡선의 룰방향 최소 반경은  $37.60147 \times 1.3$ 이며 피치방향 최소 반경은  $34.59555 \times 1.3$ 이며  $\alpha$ 는 0.01이다. 등뼈곡선의 길이는 로봇 머니풀레이터의 각 액츄에이터의 최소길이와 최대길이의 평균값을 취하여 모듈이 10개이므로 90으로 하였으며 가중치  $\beta$ 와  $\gamma$ 는 각각 0.2와 1.0으로 하였다. 2진 로봇 머니풀레이터는 기하학적 특성상 각 모듈은 8가지의 형상을 가지고 있으며 각 형상에 대하여 상판의 중심위치와 룰, 피치 및 요각이 표 1에 나타나 있다. 표 1에 나타나 있듯이 요각의 크기는 피치각이나 룰각에 비하여 작은 값이고 변화가 거의 없으므로 등뼈곡선을 창출할 때 요각은 무시하여도 된다. 위에서 주어진 3차원 2진 로봇 머니풀레이터의 역기구학적 해석을 위하여 DIRCOL 프로그램<sup>(8)</sup>을 사용하여 등뼈곡선을 창출하였으며 역기구학 해석을 수행한 결과는 표 2에 나타나 있다. 표에서 2진수는 각 액츄에이터의 On-Off상태를 나타내며 1인 경우는 On(최대변위), 0인 경우는 Off(최소변위)를 의미한다. 그림 4는 (a)경우에 대하여 주어진 구속조건을 만족하는 등뼈곡선을 나타내고 있으며 역기구학적 해석을 수행한 로봇

머니플레이터의 형상은 그림 5에 나타나 있다. 그림에서 점선은 등뼈곡선을 “○”는 각 모듈이 따라가야 할 등뼈곡선에 위치한 중간 목표위치를 그리고 “\*”는 목표위치를 나타낸다. 이 경우는 목표위치가 작업영역 내에 있을 경우의 해석 결과이고 (b)의 경우는 목표위치가 작업영역 밖에 위치하는 경우에 대한 해석 결과이며 그때의 로봇 머니플레이터의 형상은 그림 6에 나타나 있다. 목표위치가 작업영역 내에 있는 경우에는 비교적 적은 오차범위 내에서 역기구학적 해석을 수행 할 수 있었으며 작업영역 밖에 위치하는 경우에도 목표위치에 가장 근접하는 로봇 머니플레이터의 형상을 구할 수 있었다. 그림 7은 모듈의 개수가 50인 경우에 대하여  $\beta$ 와  $\gamma$ 는 각각 0.2와 0.0 그리고 등뼈곡선의 길이는 450으로 하고 목표위치가 (100.0, 100.0, 100.0)인 경우에 대한 해석 결과이며 이 경우 거리오차는 1.277로 나타났다. 이상의 예제에 나타난 결과는 2차원 2진 로봇 머니플레이터<sup>(6)</sup>의 결과에 비하여 목표위치와의 거리 오차가 커게 나타나게 되는데 그 이유는 표1에서 알 수 있듯이 각 모듈이 가질수 있는 롤각과 피치각의 조합이 2차원에 비하여 경우의 수가 적게 나타나게 되어 유연성이 떨어지기 때문이다.

Table 1 Eight configurations of each module

case	state of joint (q <sub>11</sub> , q <sub>12</sub> , q <sub>13</sub> )	center position of upper plate (x, y, z)	roll	pitch	yaw (degree)
1	0 0 0	0.0, 0.0, 0.0	0.0,	0.0,	0.0
2	0 0 1	0.045, 0.078, 8.655	-13.449,	7.648,	-0.903
3	0 1 0	0.045, -0.078, 8.665	13.449,	7.648,	0.903
4	1 0 0	-0.091, 0.0, 8.665	0.0,	-15.437,	0.0
5	1 1 0	0.045, 0.078, 9.332	13.508,	7.680,	0.911
6	1 0 1	0.045, -0.078, 9.332	-13.508,	-7.680,	0.911
7	0 1 1	0.091, 0.0, 9.332	0.0,	15.503,	0.0
8	1 1 1	0.0, 0.0, 10.0	0.0,	0.0,	0.0

Table 2 Result of inverse kinematic analysis

	target position (x <sub>t</sub> , y <sub>t</sub> , z <sub>t</sub> )	dist. error	state vector of actuators at each module									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	(40,35,50)	2.092	000	011	011	001	001	001	001	111	001	101
b	(80,80,80)	56.8412	001	001	011	001	111	111	111	000	111	000

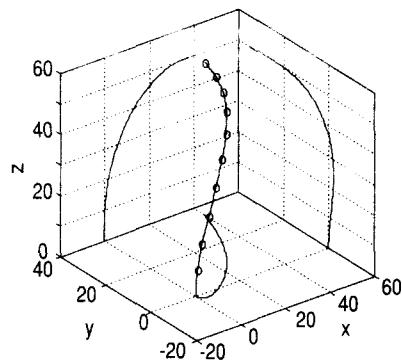


Fig. 4 Generated backbone curve for case (a)

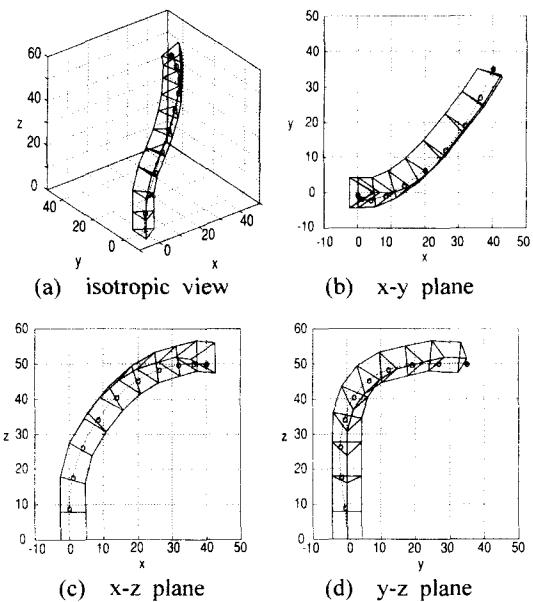
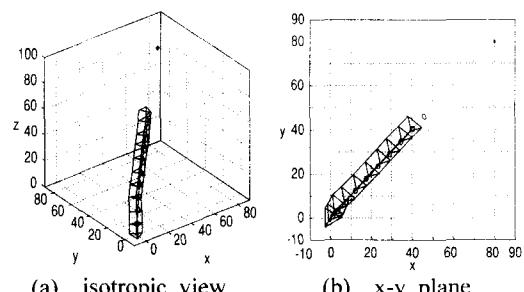


Fig. 5 Configuration of a robot manipulator of case(a)



(a) isotropic view (b) x-y plane

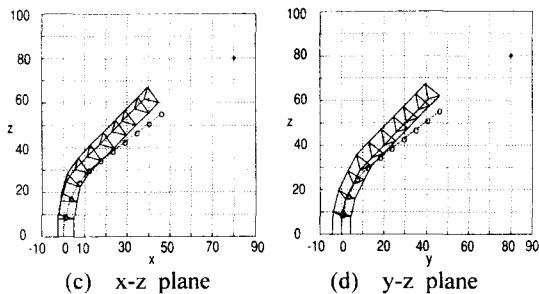


Fig. 6 Configuration of a robot manipulator of case(b)

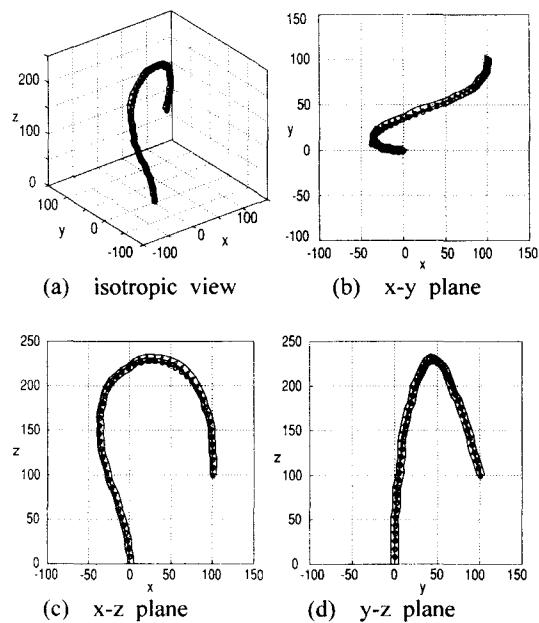


Fig. 7 Configuration of a robot manipulator (no. of modules : 50)

#### 4. 결론

2진 로봇 머니퓰레이터는 구동원의 가격이 저렴하고 폐루프 제어가 필요 없으며 잉여 로봇 머니퓰레이터의 형태이므로 고장에 견디는 성능이 우수하고 장애물 회피 능력이 뛰어나는 등 여러 장점을 지니고 있어 그 활용도가 높다. 본 논문에서는 3차원 2진 로봇 머니퓰레이터의 기하학적 특성과 최적화에 근거하여 등뼈곡선을 창출하는

방법에 대한 연구를 수행하였으며 이를 이용하여 역기구학적 해석을 수행하였다. 역기구학적 해석을 수행한 결과 목표위치에 근접하는 역기구학적 해를 안정적으로 구할 수 있었으며 역기구학적 해석결과는 로봇의 운용과 작업영역의 해석 및 경로계획에 이용할 수 있다.

#### 참고문헌

1. B.Padmanabhan, V.Arun, C.F.Reinholtz, "Closed-Form Inverse Kinematic Analysis of Variable-Geometry Truss Manipulators," Trans. of the ASME J. of Mechanical Design, Vol. 114, September, pp. 438-443, 1992.
2. M.Subramaniam, S.N.Kramer, "The Inverse Kinematic Solution of the Tetrahedron Based Variable-Geometry Truss Manipulator," Trans. of the ASME J. of Mechanical Design, Vol. 114, September, pp. 433-437, 1997.
3. G.S.Chirikjian, Joel W. Burdick, "Kinematically Optimal Hyper-Redundant Manipulator Configurations," IEEE Trans. on Robotics and Automation., Vol. 11, No. 6, pp.794-806, 1995.
4. G.S.Chirikjian, "Kinematic Synthesis of Mechanism and Robotic Manipulators with Binary Actuators," Trans. of the ASME J. of Mechanical Design, Vol. 117, December, pp. 573-580, 1995.
5. G.S.Chirikjian, "Inverse Kinematics of Binary Manipulators Using a Continuum Model," J. of Intelligent and Robotic System, Vol. 19, pp. 5-22, 1997.
6. 이인석, 류길하, "2진 병렬형 로봇 머니퓰레이터의 역기구학적 해석," KACC, pp.983-986, 1998.
7. Fletcher,R., Practical Methods of Optimization, 2nd ed., John Wiley, 1987.
8. Oskar von Stryk, "User's Guide for DIRCOL ver 1.2," Technische Uni. Munchen, August, 1997.