

論文99-36S-6-6

위너-호프 제어기법을 이용한 BTT 유도탄의 자동조종장치 설계

(Design of an Autopilot for the Bank-to-Turn Missile using Wiener-Hopf Methods)

閔德基*, 朴基憲*

(Deukgi Min and Kiheon Park)

요 약

본 논문에서는 추종 성능을 향상시키기 위해 표준모델의 2자유도 위너-호프 제어 기법을 이용하여 BTT 유도탄의 자동조종장치를 설계하였다. 유도탄의 비선형 방정식으로부터 여러 동작점에 대한 선형화 모델을 구하여 선형 제어를 설계하였으며 최종 자동조종장치는 설계된 제어기들을 이득 계획 기법을 이용하여 구성하였다. 실제 적용성을 검증하기 위하여 유도탄의 정확한 비선형 방정식과 공력 계수의 변화 등을 포함하는 6 자유도 방정식 프로그램을 이용하여 유도탄의 비행 동작에 대한 모의실험을 수행하였다.

Abstract

This paper presents a method for designing an autopilot of the BTT missile using 2DOF Wiener-Hopf control technique to improve tracking performance. Linear controllers are designed based on the linearized models which are obtained from the nonlinear missile dynamic equations at various operating points. The gain scheduling technique is used to implement the final autopilot. A simulation on the flight of missiles is carried out through the use of 6DOF equation program including exact nonlinear equations of the missile and the variations of aerodynamic variables in order to check applicability of the suggested method in real situation.

I. 서 론

유도탄의 개발 내용 중 자동조종장치의 설계는 가장 핵심적인 사항 중의 하나이다. 유도탄 제어 방식으로는 받음각(angle of attack)과 횡전각(sideslip angle) 조정으로 유도탄 가속도의 크기 및 방향을 변경하는 STT(Skid-to-Turn)방식과 롤 각의 조정으

로 유도탄 가속도 방향을 변경하는 BTT(Bank-to-Turn) 방식이 있다^[1].

BTT 방식은 유도탄이 대칭형일 필요가 없으므로 무게와 관성 분포가 효과적으로 표현되며, 공기 흡입 추진(ram-jet) 방식 사용으로 같은 무게의 연료로 운항 거리가 더욱 긴 효율적인 설계가 가능하다는 장점을 갖는다. 따라서 최근에는 BTT 유도탄의 자동조종장치 개발이 많이 연구되고 있다^[2-13].

그러나 BTT 유도탄은 롤 각을 변화시켜 원하는 기동성을 획득하므로 롤 각속도(roll rate)가 0이 아니다. 이로 인해 요와 피치 사이에는 롤 각속도에 비례하는 상호 간섭이 발생하여 요와 피치 방향의 운동이 서로 영향을 주므로 제어기 설계가 어렵다는 단점을 갖는다. 최근 30여년 사이에 다변수 시스템을 다룰 수 있는

* 正會員, 成均館大學校 電氣 電子 및 컴퓨터工學部
(School of Electrical and Computer Engineering, Sungkyunkwan University)

※ 이 논문은 성균관대학교의 1997년 성균학술연구비에 의하여 연구되었음.

接受日字:1999年2月4日, 수정완료일:1999年5月3日

현대 제어기법들이 연구되면서 LQG (Linear Quadratic Gaussian), LQG/LTR, 적응제어기법, H_2 제어기법, H_∞ 제어기법 등이 BTT 유도탄의 자동조종장치 설계에 적용되고 있다^[2-13]. 다입력·다출력(MIMO) 제어기법들은 단입력·단출력 제어기법에 비해 유도탄을 모델링할 때 나타나는 간섭들을 다룰 수 있다는 장점을 가진다. 그러나 이러한 대부분의 현대 제어기법들은 상대적으로 유도탄의 비선형성 및 외란에 의한 계수 변화에 대한 강인성 확보에 주력하여, 유도탄의 가장 근본적인 요구사항인 임의의 유도명령에 대한 추종 성능이 저하될 가능성을 갖고 있다.

이들 제어 기법은 제어를 설계할 때 유도명령을 상수라고 가정하고, 정상상태(steady-state) 오차만 점근적으로 없애는 방식을 채택하고 있다. 그러나 실제 유도명령은 상수가 아니며, 목표물의 움직임에 따라 많은 변화를 하게 된다. 따라서 기존의 방식들은 실제 적용할 때 만족스럽지 못한 결과를 가져올 수 있으며, 과도한 최종 오차거리(terminal miss distance)를 발생시킬 여지를 갖는다.

본 논문에서는 BTT 유도탄에 대한 기존의 제어기법의 문제점을 개선하기 위하여 강인성과 추종 성능을 동시에 고려할 수 있는 표준 모델(standard model) 2자유도 제어기 구조와 제어기의 평가함수를 최소화시키는 위너-호프(Wiener-Hopf) 제어기법을 사용하여 BTT 유도탄의 자동조종장치를 설계하는 기법을 제안하였다. 자동조종장치는 동작점에 따라 제어를 달리 하는 이득 계획(gain scheduling) 기법을 적용하여 여러 개의 제어기로 구성되어 동작점 영역에 따라 해당 동작점에서 설계되어진 제어가 동작하는 방식을 채택하였다.

또한 실제 적용성을 검증하기 위하여 유도탄의 정확한 비선형 방정식과 공력 계수의 변화 등을 포함하는 6 자유도 방정식 프로그램을 이용하여 유도탄의 비행 동작에 대한 모의실험을 수행하였다.

II. BTT 유도탄의 선형화 모델

이 장에서는 BTT 유도탄을 수학적 식으로 모델링하게 되는데 비행체의 운동 방정식을 구하기 위하여 비행체는 강체이고, 동체 좌표축은 관성 주축임을 가정하고, phugoid 운동은 무시하기로 한다. 이상의 가정들로부터 비행체의 운동 방정식은 다음과 같이 병진

운동 방정식(translation dynamics)과 회전 운동 방정식(rotational dynamics)으로 표현된다.

$$m(\dot{u} + qw - rv) = F_x + g_x \quad (1)$$

$$m(\dot{v} + rw - pu) = F_y + g_y \quad (2)$$

$$m(\dot{w} + pv - qu) = F_z + g_z \quad (3)$$

$$I_{xx}\dot{p} - (I_{yy} - I_{zz})qr = L \quad (4)$$

$$I_{yy}\dot{q} - (I_{zz} - I_{xx})rp = M \quad (5)$$

$$I_{zz}\dot{r} - (I_{xx} - I_{yy})qp = N \quad (6)$$

여기서 F_x , F_y , F_z 와 L , M , N 은 공력에 의해 비행중인 강체에 작용하는 힘과 모멘트들로서 비행체의 받음각(α), 횡전각(β), 제어편각(control deflection angle, δ_p , δ_q , δ_r) 및 비행속도 V 등의 비선형 함수로 주어지기 때문에 비행체의 제어를 어렵게 만드는 기본적인 요인으로 작용한다. 이 공력 힘과 모멘트는 풍동 실험을 통하여 구한 공력 계수(aerodynamic coefficients)들에 의해 표현된다.

자동조종장치의 상태는 제어 편각을 일으키는 구동기(actuator) 모델의 종류에 따라 달라진다. 본 논문에서는 각 물리적 제어면 구동기의 동력학을

$$\frac{\delta(s)}{u_\delta(s)} = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2} \quad (7)$$

의 2차 시스템으로 가정한다. 이때 δ 와 u_δ 는 각각 실제 제어면 편각과 제어 편각에 대한 입력 신호이다.

자동조종장치 설계에 이득 계획 기법을 적용하기 위해서는 위의 BTT 유도탄 공력학 모델을 특정 동작점(operating point)에서 선형화 할 필요하다. 선형화 방법은 [2, 14]의 방법을 따랐다.

유도탄의 자동조종장치는 유도 시스템에서 지정하는 가속도 명령(commanded acceleration) a_{zc} , a_{yc} 를 추종하도록 설계되어야 하므로 a_z , a_y 를 상태변수로 표시하면

$$a_z = Z_a a + Z_\delta \delta_a \quad (8)$$

$$a_y = Y_\beta \beta + Y_\delta \delta_b \quad (9)$$

로 나타낼 수 있다. 따라서 $\dot{a}_z = Z_a \dot{a} + Z_\delta \dot{\delta}_a$,

$\dot{a}_y = Y_\beta \beta + Y_\delta \delta$, 인데 $\dot{a} = \dot{w}/u$, $\beta = \dot{v}/u$ 임을 이용하여 식(2), (3)을 대입하면

$$\begin{aligned} \dot{a}_z &= \frac{Z_{a1}}{V} a_z + Z_{a1} a + Z_{\delta_1} \delta_1 - p \frac{Z_a}{Y_\beta} a_y \\ &+ p \frac{Z_a Y_{\delta_1}}{Y_\beta} \delta_1, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \dot{a}_y &= \frac{Y_{\beta 1}}{V} a_y - Y_{\beta 1} r + Y_{\delta_1} \delta_r + p \frac{Y_\beta}{Z_a} a_z \\ &- p \frac{Y_\beta Z_{\delta_1}}{Z_a} \delta_1 \end{aligned} \quad (11)$$

또한 식(4), (5)로부터

$$\begin{aligned} \dot{q} &= \frac{M_a}{Z_a} a_z + M_a a + (M_{\delta_1} - \frac{Z_{\delta_1} M_a}{Z_a}) \delta_1 \\ &+ p \frac{I_{xz} - I_{xy}}{I_{yy}} r, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \dot{r} &= \frac{N_\beta}{Y_\beta} a_y + N_r r + (N_{\delta_1} - \frac{Y_{\delta_1} N_\beta}{Y_\beta}) \delta_1 \\ &+ p \frac{I_{xz} - I_{xy}}{I_{zz}} q \end{aligned} \quad (13)$$

을 얻을 수 있다. 그리고 식(7)로부터

$$\delta_1 = \frac{d\delta_a}{dt}, \quad \delta_1 = \omega^2 (u_{\delta_1} - \delta_1) - 2\xi\omega \frac{d\delta_1}{dt} \quad (14)$$

$$\delta_r = \frac{d\delta_r}{dt}, \quad \delta_r = \omega^2 (u_{\delta_r} - \delta_r) - 2\xi\omega \frac{d\delta_r}{dt} \quad (15)$$

를 구할 수 있다. 또한 롤(roll) 각도의 오차 e_ϕ 를

$$e_\phi = \arctan\left(\frac{a_{yc}}{a_{zc}}\right) \text{로 정의하면}$$

$$\dot{e}_\phi = p \quad (16)$$

가 됨을 알 수 있고, 식(4)에서 I_{yy} 와 I_{zz} 값이 거의 같다는 가정 하에

$$\dot{p} = L_p p + L_\delta u_\delta + L_\beta \beta \quad (17)$$

의 방정식을 세울 수 있다. 식(10)부터 (17)까지의 운동 방정식들은 롤 각속도 p 가 곱해지는 항이 있기 때문에 비선형 상태 방정식이다. p 의 값이 작은 경우에는 p 가 포함된 항을 외란으로 간주하여 무시하고 선형화 시키는 기법이 유효하지만 BTT 유도탄의 경우 p 값이 무시할 수 없을 정도의 크기이기 때문에 피치, 요 채널이 롤 채널과 결합되는 것을 피하기가 어

렵고 따라서 기존의 선형 제어 이론을 적용할 수가 없게 된다. 이 부분은 아직 뚜렷한 해결 방법이 없는 부분인데 Williams 등^[2]은 “adiabatic” 가정 하에서 p 값을 상수로 처리하여 피치/요 채널과 롤 채널을 분리시켜 제어하고 후에 피치/요 채널의 제어가 이득 상수를 p 에 대해 이득 계획 기법을 사용하였다. 그러나 p 값은 매우 빠르게 변화하는 양이기 때문에 이득 계획 개념을 적용시키는 것은 다소 무리가 있으나, Williams 등은 “adiabatic” 가정 하에 구한 제어가 잘 동작됨을 모의실험을 통하여 보여주었다 이러한 기법의 설계는 이론적인 보장이 더 필요한 것은 사실이지만, 이외의 뚜렷한 방법이 없기 때문에 본 논문에서도 “adiabatic” 가정을 사용하여 선형화 하였다. 선형화에서의 문제점은 롤 채널의 운동 방정식에 포함되어 있는 횡전각 β 에 대한 미분식을 고려할 수 없기 때문에 β 를 상태 변수로 생각할 수 없다는 것이다. 따라서 롤 채널의 선형 상태 방정식에서는 β 가 상태 변수에서 제외되고 외란으로 간주된다. p 값을 상수로 간주하고 피치/요와 롤 채널을 분리하여 각각의 변수들을 정리하면 먼저 피치/요 채널의 상태변수와 출력변수(측정 가능한 변수)는 $a_z, a, \delta_1, \delta_r, a_y, r, \delta_r$, δ_1 이고 입력변수는 u_{δ_1}, u_δ 이다. 다음으로 롤 채널의 상태변수와 출력변수는 e_ϕ, p 이고 입력변수는 u_δ 이다. 이와 같은 변수 설정 하에서 식(16)-(23)의 결과를 이용하면 각 채널의 상태 방정식을 $\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx$ 의 형태로 정할 수 있고 따라서 선형 폐환 제어기의 설계가 가능해진다.

피치/요 채널에 대한 선형 제어기(linear controller) 설계를 위한 한 동작점에서의 피치/요 채널의 식을 상태 모델로 정리하면 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{Z_a}{V} & Z_a & 0 & Z_a & -p \frac{Z_a}{Y_\beta} & 0 & p \frac{Z_a Y_{\delta_1}}{Y_\beta} & 0 \\ \frac{Z_a}{V} & M_a & (M_a - \frac{Z_a M_a}{Z_a}) & 0 & 0 & p \frac{(I_{xz} - I_{xy})}{I_{yy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2\xi\omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{Y_\beta}{Z_a} & -Y_\beta & 0 & Y_\beta \\ 0 & p \frac{Y_\beta Z_{\delta_1}}{Z_a} & 0 & \frac{Y_\beta}{Z_a} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p \frac{(I_{xz} - I_{xy})}{I_{yy}} & 0 & 0 & \frac{Y_\beta}{Y_\beta} & N_r & (N_r - \frac{Y_{\delta_1} N_r}{Y_\beta}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega^2 & -2\xi\omega \end{bmatrix}$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega^2 \end{bmatrix}, \quad C = I_8 \quad (18)$$

롤 채널의 상태 공간 모델은 식(16), (17)와 β 를 외란으로 간주하여 구할 수 있다. 롤 채널에 대한 선형 제어기 설계를 위한 롤 채널 상태 공간 모델은 다음과

같다.

$$\dot{x} = A_r x + B_1 u + B_2 d, \quad y = C_r x \quad (19)$$

$$A_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & L_p \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ L_d \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ K_d \end{bmatrix}, \quad C_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

위 행렬에서 K_d 는 L_d 이다. 이것은 실제 제어기를 설계할 때 외란측 기증치로 고려된다.

III. 위너-호프 제어기를 이용한 자동조종장치의 설계

이 장에서는 표준 모델의 2자유도 위너-호프 제어 기법을 제시하고, 이를 이용하여 한 동작점에 대한 자동조종장치를 설계하는 방법을 제시한다. 2자유도 위너-호프 제어기의 자세한 내용은 참고문헌 [17]을 참조하기 바란다.

1. 2자유도 제어기 설계기법

본 논문에서 사용할 제어 시스템 구조는 그림 1과 같은 2자유도 제어기 구조이다^[15-17].

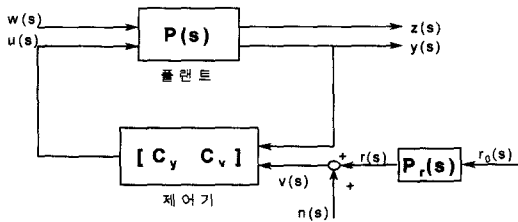


그림 1. 표준모델에 대한 2자유도 제어 시스템
Fig. 1. Standard model adopting the 2DOF controller.

그림으로부터 플랜트 및 제어기의 입·출력 관계식은 다음과 같다:

$$\begin{bmatrix} z(s) \\ y(s) \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} w(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(s) \\ u(s) \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$u(s) = C_y(s)y(s) + C_v(s)v(s) \quad (22)$$

그림에서 기준입력 $r_0(s)$ 는 $r_0(t) = a\delta(t)$ 의 형태이

며 a 는 평균값이 0인 불규칙 변수 벡터이고 $\delta(t)$ 는 임펄스(impulse) 함수를 나타낸다. 공분산 행렬 $\langle aa^T \rangle$ 를 단위행렬(identity matrix)로 가정할 때 $r(s)$ 의 파워 스펙트럼 밀도 $G_r(s)$ 는

$$\begin{aligned} G_r(s) &= \langle r(s)r_r(s) \rangle = \langle P_r(s) r_0(s) r_0^*(s) P_r^*(s) \rangle \\ &= P_r(s) P_r^*(s) \end{aligned} \quad (23)$$

로 정의된다. 이때 $P_r^*(s)$ 는 $P_r^T(-s)$ 를 표시한다.

일반적으로 표준모델의 경우에는 $z(s)$ 의 평균과위를 평가함수로 생각하지만 본 논문에서는 기준입력을 별도로 고려하므로 평가함수를 오차항 $e(s) = z(s) - T(s)r(s)$ 의 평균과위로 생각한다. 즉, 평가함수는 다음과 같이 주어진다^[17].

$$E = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{Tr } G_e(s) ds \quad (24)$$

위너-호프 제어 문제는 페루프 시스템을 내부적으로 안정화시키며 식(24)의 평가 함수를 최소화시키는 제어기를 찾는 문제이다. 먼저 그림 1의 $P_r(s)$ 와 $P(s)$ 의 상태공간 계수가

$$\begin{aligned} P_r(s) &= \left[\begin{array}{c|c} F_r & G_r \\ \hline H_r & 0 \end{array} \right], \\ \left[\begin{array}{cc|cc} P_{11} & P_{12} & F & G_1 & G_2 \\ \hline P_{21} & P_{22} & H_1 & 0 & J_{12} \\ & & H_2 & J_{21} & J_{22} \end{array} \right] & \quad (25) \end{aligned}$$

으로 주어진다고 할 때, 다음 내용을 가정하자.

- 가정 : (1) (F_r, G_r, H_r) 과 (F, G_2, H_2) 는 제어 가능하고 관측 가능하다.
(2) J_{12} 와 J_{21} 은 각각 열(column)과 행(row) 계수를 갖는다.
(3) F 은 개좌평면 고유치는 없고 (F_r, G_r, H_r) 은 최소구현이다.

최적 위너-호프 제어기의 상태 변수 식은 다음 정리와 같다.

정리^[17]: 최적 2자유도 제어기 전달행렬 $[\tilde{C}_y, \tilde{C}_v]$ 의 상태 모델

$$[C_y, C_v] = \left[\begin{array}{cc|c} F - G_2 K_1 - K_2 H_2 + K_3 J_{12} K_1 & -G_2 K_1 + K_2 J_{12} K_1 & K_2 \quad 0 \\ 0 & F - K_2 H_2 & 0 \quad -K_2 \\ \hline -K_1 & -K_1 & 0 \end{array} \right] \quad (26)$$

여기서

$$K_1 = R_1^{-1} (J_{12}^T H_1 + G_2^T M_1), \quad R_1 = J_{12}^T J_{12}$$

$$K_2 = (M_2 H_2^T + G_1 J_{21}^T) R_2^{-1}, \quad R_2 = J_{21} J_{21}^T$$

$$K_3 = M_3 H_2^T G_n^{-1}, \quad K_4 = R_1^{-1} (G_2^T M_4 + J_{12}^T T H_r)$$

이고 M_1, M_2, M_3 는 다음 세 개의 ARE의 안정한 해이고 M_4 는 식(30)의 해이다;

$$(F - G_2 R_1^{-1} J_{12}^T H_1)^T M_1 + M_1 (F - G_2 R_1^{-1} J_{12}^T H_1) - M_1 G_2 R_1^{-1} G_2^T M_1 + H_1^T (I - J_{12} R_1^{-1} J_{12}^T) H_1 = 0 \quad (27)$$

$$(F - G_1 J_{21}^T R_2^{-1} H_2)^T M_2 + M_2 (F - G_1 J_{21}^T R_2^{-1} H_2) - M_2 H_2^T R_2^{-1} H_2 M_2 + G_1 (I - J_{21}^T R_2^{-1} J_{21}) G_1^T = 0 \quad (28)$$

$$F_r M_3 + M_3 F_r^T = -G_r G_r^T + M_3 H_r^T G_n^{-1} H_r M_3 \quad (29)$$

$$(F - G_2 K_1)^T M_4 + M_4 F_r = -(H_1 - J_{12} K_1)^T T H_r \quad (30)$$

2. 피치/요 채널 자동조종장치

유도탄의 피치/요 채널의 제어 목표는 가능한 한 작은 횡전각을 유지하며 명령 가속도 중 피치 성분을 추종하는 것이다. 피치/요 채널을 표준모델 2자유도 제어 시스템 구조로 구성하면 그림 2와 같이 된다.

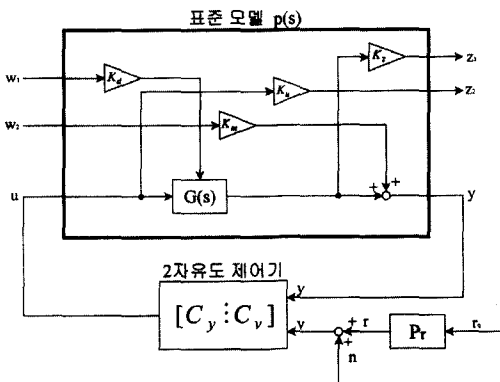


그림 2. 유도탄 피치/요 채널 표준 모델 2자유도 제어 시스템

Fig. 2. Standard model adopting the 2DOF controller for the pitch/yaw channel.

그림 2에서 $G(s)$ 는 식(18)로부터 결정되는 전달함

렬이고 K_u 와 K_z 는 플랜트 입·출력에 대한 가중치 행렬이고 K_a 와 K_m 은 외란과 측정 잡음에 대한 가중치 행렬이다. 본 논문에서 사용하는 제어기는 입력추종 문제와 외란 및 측정 잡음에 대한 민감도 문제를 독립적으로 다룰 수 있는 2 자유도 제어기 구조이므로 가중치 행렬 K_u, K_z 와 K_a, K_m 은 독립적으로 조정할 수 있다는 것이 설계 상의 큰 장점이다.

플랜트의 표준 모델은 식(18)의 상태 모델과 가중치 행렬들 K_u, K_z, K_a, K_m 의 결선으로부터 결정되며 다음과 같다;

$$F = A, \quad G_1 = [K_d \quad 0], \quad G_2 = B$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} K_z C \\ 0 \end{bmatrix}, \quad J_{11} = 0, \quad J_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ K_n \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$H_2 = C, \quad J_{21} = [0 \quad K_m], \quad J_{22} = 0$$

가중치 행렬을 결정할 때 고려할 사항은, 피치/요 채널의 제어 목표가 가능한 한 횡전각을 작게 유지하며 명령 가속도 중 피치 성분을 신속하게 오차를 줄이며 따라가는 입력 추종 성능이 좋아야 하고, 피치/요 채널과 롤 채널을 분리시켜 제어기를 설계할 때 롤 각 속도 p에 의한 외란 간섭 효과를 줄여야 한다는 것이다. 이 중 전자의 사항은 가중치 행렬 K_z 의 조정으로 해결하고 후자는 가중치 행렬 K_a 의 조정으로 해결한다. 대상 BTT 유도탄의 경우 가중치 행렬은 각각 다음 값을 가질 때 만족할만한 응답을 나타내는 것을 확인하였다.

$$K_u = \text{diag}([10 \quad 10]), \quad K_m = I_8, \quad G_n = 0.001$$

$$K_d = \text{diag}([1000 \quad 1000 \quad 1 \quad 1 \quad 1000 \quad 1000 \quad 1 \quad 1])$$

$$K_z = \text{diag}([1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 10 \quad 0 \quad 1 \quad 1]) \quad (32)$$

선형 모델의 응답 특성을 확인하기 위하여 유도탄의 동작범위 내에서 선택한 유도탄의 동작점은 다음과 같다.

$$\text{추력} = \text{없음}, \quad Q_0 = 3000, \quad \alpha = 0, \quad p(0) = 5,$$

$$q(0) = 0, \quad r(0) = 0$$

유도탄 피치/요 채널의 선형 상태 모델은 식(18)과 이들 공력 변수 값들로부터 구해진다. 위 가중 행렬을 가지는 경우 이 동작점에서의 선형 최적 2자유도 위너

-호프 제어기의 상태 모델은 다음과 같다.

$A_c =$

-3414.51	-5764.19	-0.0012	-75.34	-10.51	1.14	368.22	0.0078	0
860.36	-509.58	-13.53	0.30	0.39	4.57	-0.0022	0.024	0
-0.0012	-0.0011	-0.0048	1.41	-0.00068	0.00062	0	0	0
-3147.37	1288794.82	-467810.08	-3990.62	-6706.74	-777192.02	218925.81	10.58	-3259.61
5.65	0.40	4.50	0.0051	-1908.35	1674.19	0.0034	25.18	0
1.14	-5.33	0.00062	-0.0070	-652.46	-751.74	-7.20	0.59	0
-0.00016	-0.00022	0	0	0.0034	-0.0019	-0.0048	1.41	0
688.28	-373858.98	59083.60	10.58	-4964.45	328992.14	-1030757.62	-4184.04	-1957.54
0	0	0	0	0	0	0	0	-31.62

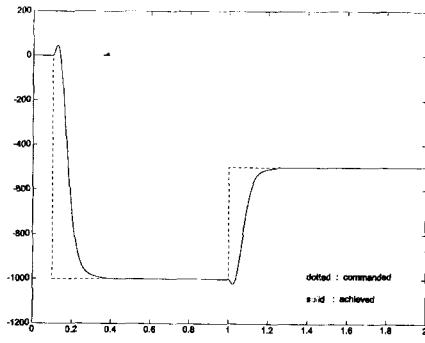
$B_c =$

3410.92	-860.36	0.0012	-0.21	-3.89	-1.14	0.00016	-0.0078	0
-860.36	509.58	0.0011	-0.30	-0.39	0.38	0.00022	-0.024	0
0.0012	-0.0011	-0.0048	-0.41	0	0	0	0	0
-0.21	-0.30	-0.41	95.58	-0.0051	0.0070	0	0	0
-3.89	-0.39	0	-0.0051	1907.98	65290	-0.0034	0.76	0
-1.14	0.38	0	0.007	652.20	751.71	0.0019	-0.59	0
0.00016	0.00022	0	0	-0.0034	0.0019	0.0048	-0.41	0
-0.0078	-0.024	0	0	0.76	-0.59	-0.41	95.58	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-31.62

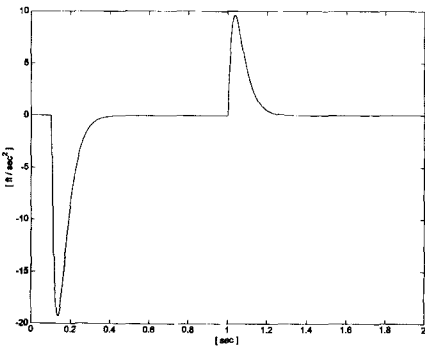
$C_c =$

-0.083	33.89	-11.30	-0.099	-0.18	-20.44	5.7	0.00028	-0.0867
0.018	-9.83	1.55	0.00028	-0.13	86	-26.11	-0.1	-0.051

(33)



(a) a_z



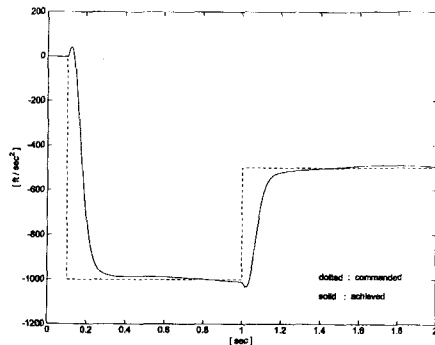
(b) a_y

그림 3. 피치/요 채널 선형 모델 출력응답
Fig. 3. Output responses of the linearized model for the pitch/yaw channel/yaw channel.

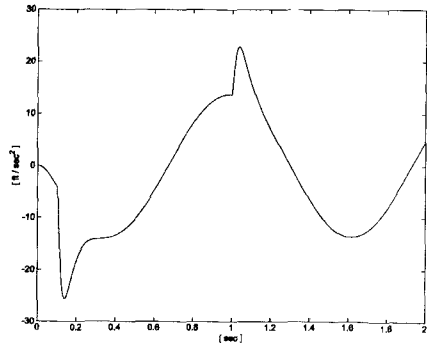
또한 외란 감쇄 현상을 확인하기 위해 선형 모델에

외란을 포함시켜야 한다. 이 경우 간섭이 있는 곳에 외란을 추가시켜 모의실험 모델을 수행하였다. 이 때 외란은 사인파이고 크기는 간섭 항들 사이의 상대적 크기로 선정하였다.

그림 3과 4는 각각 외란이 없는 경우와 외란을 포함한 경우의 선형 모델 모의실험 결과이다. (a)와 (b)는 각각 a_z 와 a_y 에 대한 시간 응답을 보여준다. 그림 3과 4로부터 선형 모델의 경우 요 가속도가 크지 않으면서 유도 명령 중 피치 가속도 명령을 만족스럽게 추종하고 있음을 확인할 수 있다.



(a) a_z



(b) a_y

그림 4. 피치/요 채널 선형 모델(외란 있는 경우) 출력응답

Fig. 4. Output responses of the linearized model for the pitch/yaw channel with disturbance.

3. 롤 채널 자동조종장치

유도탄 롤 채널의 제어 목적은 피치/요 채널에서 다룰 수 없는 가속도 명령의 요(yaw) 성분을 최소화하며, 유도탄의 롤 오차각(e_ϕ)을 조정(regulating)하기 위해 유도탄을 경사(bank)시키는 것이다. 유도탄 롤

채널을 표준모델 2자유도 제어 시스템 구조로 나타내면 그림 5와 같다.

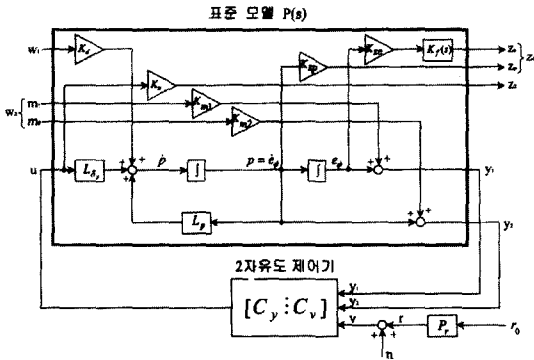


그림 5. 유도탄 롤 채널 표준모델 2자유도 제어 시스템

Fig. 5. Standard model adopting the 2DOF controller for the roll channel.

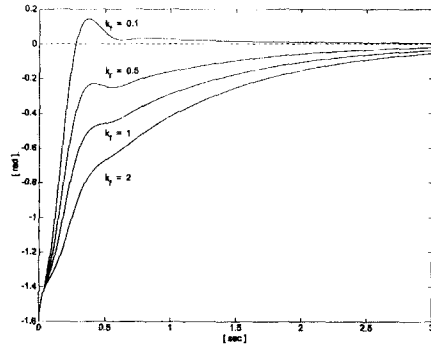
롤 채널 제어는 조정 문제이므로 본 논문에서는 빠른 조정을 위해 조정변수 e_ϕ 측에 다음과 같은 저주파 필터(low-pass filter)를 추가하고 k_f 를 변화시켜가며 롤 채널의 응답 특성을 관찰하였다;

$$K_f(s) = \frac{1}{s + k_f} \quad (34)$$

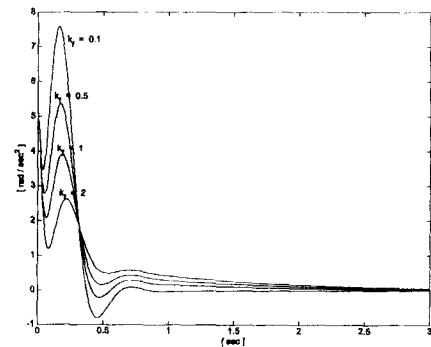
그림 5에서 K_v , K_{ze} , K_{sp} 는 플랜트 입·출력에 대한 이득치, K_o 는 외란에 대한 이득치이고 K_{m1} , K_{m2} 은 측정잡음에 대한 이득치이다.

롤 채널의 기준입력은 $e_{\phi c} = 0$ 이므로 이는 조정 문제로 설정된다. 따라서 이 경우 오차항의 정의에 사용되는 행렬 $T(s)$ 값은 $T(s) = [0 \ 0 \ 0]^T$ 이다. 조정 문제에서는 외란에 의한 영향을 최소화하는 것이 주 관심사이므로 이득치를 결정할 때 이를 고려하여야 한다. 조정 성능을 위한 이득치 K_{ze} 와 필터의 상수 k_f 를 조정하기 위해 롤 오차각이 초기치($e_\phi(0) = -90$ [deg] = -1.5708 [rad])를 갖는 경우 먼저 K_{ze} 를 고정한 후 k_f 의 변화에 따른 롤 오차각과 롤 각속도의 응답과 k_f 를 고정한 후 K_{ze} 의 변화에 따른 롤 오차각과 롤 각속도의 응답을 확인할 필요가 있다. 이 결과는 다음 그림 6, 7과 같다. 그림 6은 k_f 를 변화시켰을 때의 모의실험 결과이고 그림 7은 K_{ze} 를 변화시켰을 때의 모의실험 결과이다. (a)와 (b)는 각각 롤 오차각과 롤 각속도의 출력 응답이다.

그림 6을 보면 k_f 의 크기를 크게 할수록 롤 각속도 롤 각속도는 개선되나, 롤 오차각은 나빠지고 있음을 볼 수 있다. 따라서 롤 채널의 주목적인 롤 오차각 조정 성능을 위해 $k_f = 0.1$ 로 선정하였다.



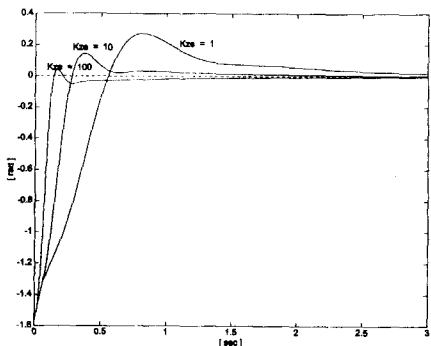
(a) 롤 오차각



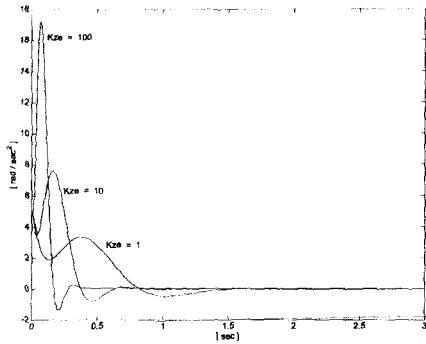
(b) 롤 각속도

그림 6. 롤 채널 선형 모델 출력 응답(K_{ze} 고정(=10), k_f 가변)

Fig. 6. Output responses of the linearized model for the roll channel.



(a) 롤 오차각



(b) 롤 각속도

그림 7. 롤 채널 선형 모델 출력 응답(K_{ze} 가변, k_f 고정(=0.1))
Fig. 7. Output responses of the linearized model for the roll channel.

그림 7을 보면 K_{ze} 의 크기를 크게 할수록 롤 오차 작은 개선되나 롤 각속도는 급격하게 나빠지고 있음을 볼 수 있다. 롤 각속도 동작범위 내에서 롤 오차각 조정 성능 개선을 위해 $K_{ze} = 10$ 로 선정하였다. 또한 외란의 영향을 최소화하기 위해 $K_d = 1000$ 로 선정하였다. 그외 가중치는 각각 $K_u = 1$, $K_{\dot{u}} = 0$, $K_{m1} = 10$, $K_{m2} = 10$, $G_n = 0.001$ 로 선정한 경우 만족할만한 응답을 나타내는 것을 확인하였다.

IV. 6 자유도 모의실험

이 장에서는 전 장에서 제안한 표준모델 2자유도 위너-호프 제어기법에 의해 설계된 자동조종장치를 BTT 유도탄에 적용한다. 본 논문에서는 실제 적용성을 검증하기 위하여 유도탄의 정확한 비선형 방정식과 공력 계수의 변화 등을 포함하는 6 자유도 모의실험 프로그램을 이용하여 유도탄의 비행 동작을 모의실험하였다^[14]. 즉, 각 동작점들에 대한 제어기를 구하여 자동조종장치를 구성하고, 유도 계통까지 포함시킨 유도탄 제어 시스템을 프로그램 하여 유도탄의 발사 순간부터 목표물의 적중 순간까지의 모든 동작을 실제 데이터에 의거하여 모의실험 하여 설계된 제어기의 실용성을 검증하였다.

1. 자동조종장치

자동조종장치 설계 대상인 BTT 유도탄은 롤 각속

도와 동압 변동이 심한 시스템이다. 따라서 자동조종장치를 구성하는 제어기는 여러 동작점에서 설계되며, 피치/요 채널은 동압, 롤 각속도에 따라 제어기를 달리하는 이득 계획 기법이 그리고 롤 채널은 동압에 따라 제어기를 달리하는 이득 계획 기법이 사용된다.

본 논문에서는 유도탄의 모든 비행 상태를 고려하여 롤 각속도와 동압의 동작점을 각각 다음과 같이 선택하였다.

- 롤 각속도의 동작점 : -7, -4, -2, 0, 2, 4, 7 [rad / sec]
- 동압의 동작점 : 1000 ~ 9000 [lb / ft²]
- 사이 250 간격으로 선택

이 경우 피치/요 채널은 231개의 동작점, 롤 채널은 33개의 동작점에 대해 제어기를 설계하여 자동조종장치를 구성하였다.

자동조종장치의 성능을 평가하기 위해서는 제어기 설계뿐만 아니라 목표물의 운동 방정식과 유도 법칙을 포함하는 목표물과 유도탄의 가상 공중전을 수행하여야 한다. 이러한 요격 시나리오를 위한 유도법칙은 Williams 등이 사용한 방법을 채택하였다^[21].

2. 적용 예

설계된 자동조종장치의 성능을 평가하기 위하여 페루프 공대공(air-to-air) 목표 요격(target intercept) 시나리오를 도입한다. 모의실험은 추력을 갖는 BTT 유도탄의 발사 순간부터 목표물의 적중 순간까지의 모든 동작을 실제 데이터에 의거하여 실행한다. 추력은 유도탄 발사 초기에 큰 값을 가지며 그후 작은 값을 갖다가 일정시간 이 후에는 0의 값을 갖는다.

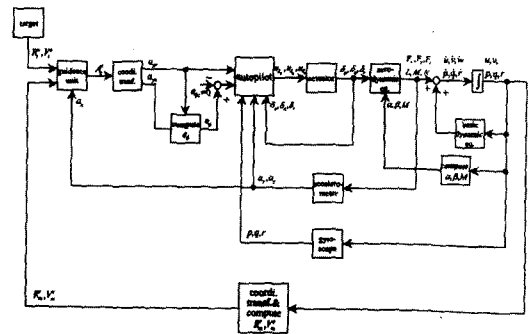


그림 8. 6자유도 모의실험 블록선도
Fig. 8. 6DOF simulation block diagram.

모든 모의실험 결과는 Mathworks사의 Matlab/Simulink^[18]을 이용하여 구하였다. 그림 8은 6자유도 모의실험의 블록선도(block diagram)이다.

유도탄 자동조종장치의 피치/롤 동작 성능을 확인하기 위해 그림 9와 같은 시나리오를 적용하여 모의실험을 수행하였다. 유도탄과 목표물의 초기 고도는 10,000 [ft]이다.

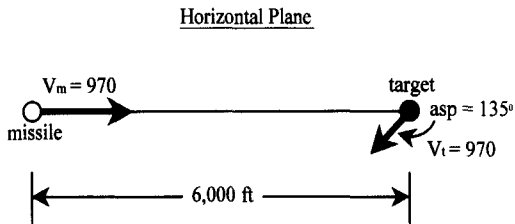


그림 9. 요격 시나리오
Fig. 9. Intercepting scenario.

모의실험의 결과는 그림 10에 제시되어 있다. 그림(a)는 유도탄 발사 순간부터 목표물 요격 순간까지 공간상에서의 목표물과 유도탄의 비행 궤적을 나타낸다. 이 그림으로부터 유도탄이 목표물 요격에 성공했음을 확인할 수 있다. 그림(b)는 유도 명령 중 피치 가속도 명령에 대한 실제 유도탄의 피치 가속도를 보여주고 있다. 초기의 과도 응답 현상 후에 유도탄의 실제 피치 가속도가 피치 가속도 명령을 추종하고 있음을 확인할 수 있다.

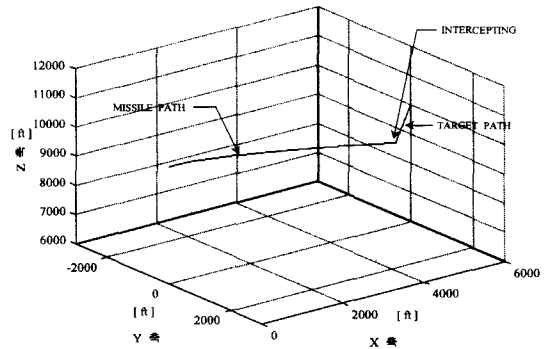
다음 그림(c)는 유도 명령 중 요 가속도 명령에 대한 실제 유도탄의 요 가속도를 보여주고 있다. 또한 유도탄의 실제 요 가속도는 큰 요 가속도 명령에도 불구하고 $-40 \sim 70 [ft/sec^2]$ 으로 조정되고 있음을 확인할 수 있다.

그림(d)에서 롤 오차각이 시간 경과에 따라 점차 작아짐을 확인할 수 있다.

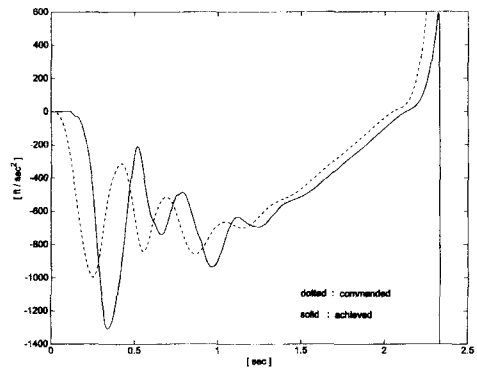
다음 그림(e), (f), (g)는 각각 롤 각속도와 반음각, 그리고 횡전각의 결과를 보여주고 있다. 초기의 큰 롤 각속도에도 불구하고 자동조종장치가 횡전각을 작게 (약 2도 미만) 유지함을 확인할 수 있다. 이 경우 유도탄과 목표물의 최종 오차거리는 0.65258 [ft]이다.

모의실험 결과로부터 피치 동작뿐만 아니라 롤 동작이 있는 경우에 제안된 자동조종장치가 우수한 성능을 보

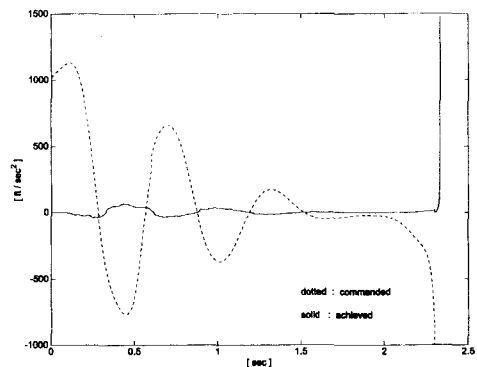
임을 확인할 수 있다. 롤 각속도 $\dot{\phi}$ 는 매우 빠르게 변화하는 양이기 때문에 이득 계획 개념을 적용시키는 것은 다소 무리가 있으나 자동조종장치가 잘 동작됨을 모의실험을 통하여 확인할 수 있다.



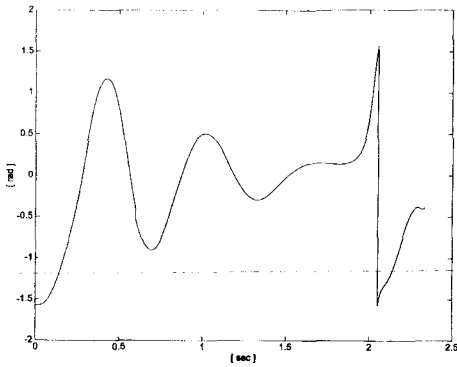
(a) 비행 궤적



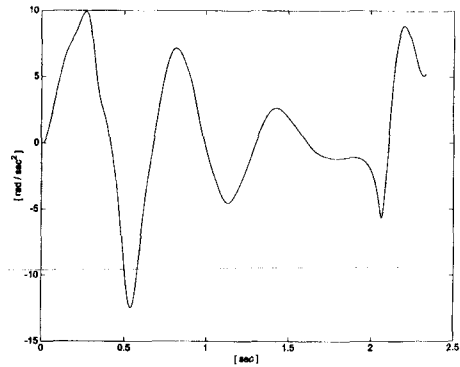
(b) a_z



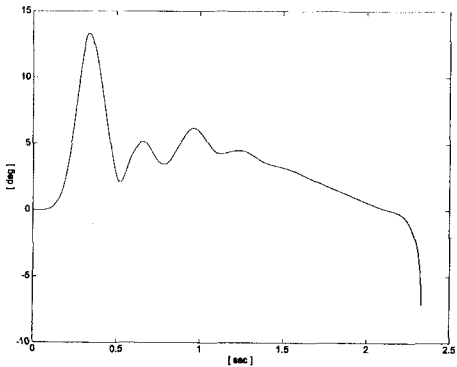
(c) a_y



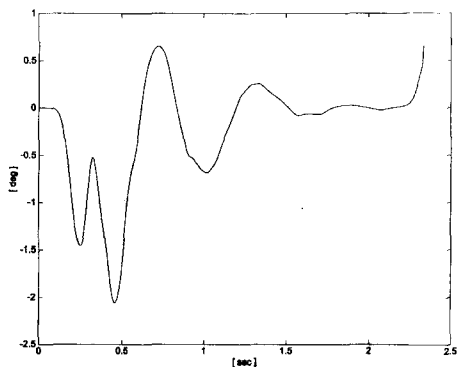
(d) 롤 오차각



(e) 롤 각속도



(f) 받음각



(g) 횡전각

그림 10. 적용 예의 출력 응답
Fig. 10. Output responses for Scenario.

V. 결 론

본 논문에서는 2자유도 위너-호프 제어기법을 이용한 BTT 유도탄의 새로운 자동조종장치 설계기법을 제시하였다.

본 논문의 결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, BTT 유도탄에 대한 기존 자동조종장치의 문제점을 개선하기 위하여 강인성과 추종 성능을 동시에 고려할 수 있는 표준 모델의 2자유도 제어기 구조와 제곱형의 평가함수를 최소화시키는 위너-호프 제어기법을 사용하여 BTT 유도탄의 자동조종장치를 설계하는 기법을 제시하였다. 최종 제어기는 제곱형 평가함수를 최소화시키는 최적 제어기이며, 여러 설계 명세

를 고려하여 가중치 선택을 조정할 수 있다.

둘째, 유도탄의 정확한 비선형 방정식과 공력 계수의 변화 등을 포함하는 6 자유도 방정식을 유도탄과 목표물 사이의 요격 시나리오 프로그램에 적용하여 유도탄의 비행 동작에 대한 모의실험을 수행하여 설계된 자동조종장치의 실용성을 검증하였다.

자동조종장치의 설계는 유도탄의 각 동작점에 대한 선형화를 통하여 선형 제어를 설계한 후 이득 설계기법을 적용하는 방법이 사용되었다. 이 기법은 대표 동작점의 수가 많을수록 정교한 제어가 될 것으로 기대되지만 너무 많은 대표 동작점의 선택은 제어기의 형태를 복잡하게 하여 실제 구현에 문제가 생기게 된다. 따라서 유도탄의 추종 성능을 충분히 보장하면서

대표 동작점의 수를 최소로 줄이는 방법이 필요하다. 가장 바람직한 것은 강인 제어 기법을 도입하여 특정 동작점에 대한 안정도 여유까지는 그 제어기가 동작하고 다른 영역에선 해당 안정도 여유에 속하는 동작점에 대해 설계되어진 제어기가 동작하게 하는 것이다. 따라서 향후 연구과제로는 대상 시스템이 불확실성을 갖는 경우로 확장하여 최적성 뿐만 아니라 강인성을 갖는 자동조종장치를 설계하는 문제를 생각할 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] J. H. Blakelock, *Automatic Control Aircraft and Missiles*, New York: John Wiley & Sons, Inc., 1991.
- [2] D. E. Williams, B. Friedland and A. N. Madiwale, "Modern Control Theory for Design of Autopilots for Bank-to-Turn Missiles", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 10, pp. 378-386, 1987.
- [3] A. Arrow, *An Analysis of Aerodynamic Requirements for Coordinated Bank-to-Turn Autopilots*, NASA-CR-3644, 1982.
- [4] A. Arrow and D. E. Williams, "Comparison of Classical and Modern Missile Autopilot Design and Analysis Techniques", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 12, pp. 220-227, 1989.
- [5] J. R. Cloutier, J. H. Evers and J. J. Feely, "An Assessment of Air-to-Air Missile Guidance and Control Technology", *Proceedings of the 1988 American Control Conference*, Atlanta, GA, pp. 133-142, 1988.
- [6] J. Krause and G. Stein, "A General Adaptive Control Structure with a Missile Application", *Proceedings of the 1988 American Control Conference*, Atlanta, GA, pp. 561-566, 1988.
- [7] M. A. Langehough and F.E. Simons, "6DOF Simulation Analysis for a Digital Bank-to-Turn Autopilot", *Proceedings of the 1988 American Control Conference*, Atlanta, GA, pp. 573-578, 1988.
- [8] C. L. Sheperd and L. Valavani, "Autopilot Design for Bank-to-Turn Missiles using LQG/LTR methodology", *Proceedings of the 1988 American Control Conference*, Atlanta, GA, pp. 579-586, 1988.
- [9] K. M. Sobel and E. Y. Shapiro, "Application of Eigenstructure Assignment to Flight Control", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 10, pp. 529-531, 1987.
- [10] K. A. Wise, "Missile Autopilot Robustness using the Real Mutiloop Stability Margin", *Proceeding of AIAA GNC Conference*, Part 2, pp. 232-241, 1990.
- [11] K. A. Wise and K. Poolha, "Missile Autopilot Design using H_{∞} Optimal Control with μ -Synthesis", *Proceedings of the 1990 American Control Conference*, pp. 2362-2367, 1990.
- [12] K. A. Wise, "Bank-to-Turn Missile Autopilot Design using Loop Transfer Recovery", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 13, pp. 145-152, 1990.
- [13] C. F. Lin, *Advanced Control System Design*, Prentice-Hall, 1994.
- [14] 민덕기, 위너-호프 제어기법을 이용한 고속 비행체의 자동조종장치 설계, 성균관 대학교 공학박사 학위논문, 1998
- [15] J. J. Bongiorno and D. C. Youla, *On the Design of Two-Degree-of-Freedom Multivariable Feedback Control System*, Report 1452-86, Weber Research Institute, Ploytechnic University, 1986.
- [16] D. C. Youla and J. J. Bongiorno, "A Feedback Theory of Two-Degree-of-Freedom Optimal Wiener-Hopf Design", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 30, pp. 652-665, 1985.
- [17] 조용석, 표준 모델의 2자유도 위너-호프 제어기 설계에 관한 연구, 성균관대학교 공학박사 학위논문, 1997
- [18] The Math Works, Inc., *MATLAB & SIMULINK User's Guide For Microsoft Windows*, 1996.

저 자 소 개



閔德基(正會員)

1968년 2월 17일생. 1990년 성균관대학교 전기공학과 졸업. 1993년 동대학원 전기공학과 졸업(석사). 1999년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박사). 현재 성균관대 강사



朴基憲(正會員)

1955년 7월 5일생. 1978년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1980년 동대학원 전기공학과 졸업(석사). 1980년 ~ 1983년 해군사관학교 전기공학과 전임강사. 1987년 미국 Polytechnic University 졸업(공학박사). 1988년 ~ 1990년 한국전자통신연구소 선임연구원. 현재 성균관대학교 전기전자 및 컴퓨터 공학부 교수