

인벌류트 곡선의 Biarc Curve Fitting 최적화에 관한 연구

조승래*, 이춘만**

A Study on the Optimized Biarc Curve Fitting of Involute Curve

Seung-rae Cho*, Choon-man Lee**

ABSTRACT

The determination of the optimum biarc curve passing through a given set of points along involute curve is studied. The method adopted is that of finding the optimum number of span and the optimum length of the span such that the error between the biarc curve and involute curve is minimum. Iterative method is effectively used to find the optimum number and length of the span on involute curve with reduced length of NC-code.

Key Words : Biarc curve fitting(2개의 원호 곡선 보간법), Involute curve(인벌류트 곡선), Gear(기어)

1. 서론

기어는 물리는 이(Tooth)에 의해 운동을 전달시키는 기계요소로서 정확한 속도비와 큰 회전력을 아주 작은 구조로도 전달할 수 있다. 이러한 기어를 설계하여 가공하는데 있어 가장 중요한 것은 기어 이를 형성하는 인벌류트 곡선(Involute curve)을 어떤 Curve fitting법으로 묘사하며, 이렇게 묘사한 곡선을 NC 공작기계에서 가공오차를 얼마만큼 줄여서 인벌류트 곡선과 가까운 곡선을 가공할 수 있는냐 하는 것이다.

입의의 연속적인 점 Data가 주어졌을 때 이 점들을 연속적으로 연결하여 합성 곡선을 얻는 방법에는 여러 가지가 있다. 그 중에서도 각 점 사이에 접하는 두 개의 원호를 끼워 넣음으로써 곡선을 묘사하는 방법을 Biarc curve fitting 법이라고 한다. 이 방법은 범용 NC Controller에 내장되어 있

는 원호보간 기능을 그대로 사용할 수 있으므로 매우 간편하고, NC-code의 길이를 줄일 수 있는 장점이 있어 가장 많이 사용하는 방법중의 하나이다. 이러한 Biarc curve를 이용한 Fitting법에 대한 연구로서 K. M. Bolton⁽¹⁾은 두 점과 접선각을 이용하고 두 원호의 반지름차를 최소화하도록 하는 원호를 구하여 Biarc curve를 묘사하였고, D. B. Parkinson과 D. N. Moreton⁽²⁾은 주어진 점을 가지고 3점을 잇는 2차식의 곡선을 이용하여 Biarc curve를 묘사한 바 있다. 또한 D. S. Meek 와 D. H. Walton⁽³⁾은 부드러운 Spline 곡선을 이루는 점 Data를 얻어 그 점을 지나는 원호와 직선을 이용하여 Biarc curve를 묘사하였고, J. Schonherr⁽⁴⁾는 접하는 두 원호의 곡률을 최소화하는 방법으로 Biarc curve를 묘사한 바 있다. 본 연구자 등⁽⁵⁾은 Biarc curve fitting을 하기 위한 인벌류트 곡선상의 점을 구하기 위하여 지수(Exponent)식에 의한

* 창원대학교 기계설계공학과 대학원

** 창원대학교 기계설계공학과

부등분할법을 제시한 바 있다. 즉, 인벌류트 곡선을 부등간격으로 분할할 수 있는 수식을 제안하고 부등분할의 효과를 토론하였다. 이 때 구간길이를 지수(Exponent)에 의하여 정량화 시켰는데 지수를 도입한 수식이 복잡하였고, 모듈이나 압력각 등의 변수가 바뀔 때마다 최적지수를 알아야 하는 결점이 있었다.

본 연구에서는 Bolton⁽¹⁾이 제시한 Biarc curve 이론을 바탕으로 인벌류트 곡선을 묘사하였다. 이 경우 원호에 의해 임의곡선을 근사로 나타내므로 두 곡선 사이에는 피할 수 없는 오차(Error)가 발생한다. 이 때 발생하는 오차는 곡선 전체를 몇 개의 구간수(Number of span)로 분할하며, 분할된 구간의 구간길이(Length of span)를 어떻게 하느냐에 따라 큰 영향을 받는다. 구간수를 증가시키면 오차를 감소시킬 수 있지만 NC-code 길이가 길어진다. 그러므로 본 연구에서는 인벌류트 곡선을 GSS(Golden section search)법을 이용하여 오차의 한도, 즉, 허용오차 범위에 드는 구간길이를 구하고, 최적분할 할 수 있는 반복법(Iterative method)을 제안하여 최적분할의 효과를 토론하고자 한다. 즉, 각각의 구간에서 허용오차 범위에 드는 구간길이를 구하여 최적의 구간수를 구하도록 한다.

본 연구의 목적은 기어의 인벌류트 곡선을 Biarc curve fitting 할 때 두 곡선 사이의 오차를 최소화시키기 위한 가장 적절한 구간수와 구간길이를 찾아내어 오차가 작은 기어를 가공할 수 있는 NC-code를 생성하는데 있다. 본 연구에서 생성한 NC-code를 상용 외국산 프로그램의 결과와 비교해 보았다.

2. 이론

2.1 기어와 인벌류트 곡선

기어는 평행 축간에 회전운동을 전달하기 위해 사용된다. 피치원 지름을 D_0 , 이수를 Z 라고 하면 원주피치 p 와 모듈 m 은 다음 식(1)과 같이 정의된다.

$$p = \frac{\pi D_0}{Z}, \quad m = \frac{D_0}{Z} \quad (1)$$

Fig. 1에서와 같이 기초원 R_g 상의 한 점 T에 접하는 선과 만나는 인벌류트 곡선상의 한 점 Q를

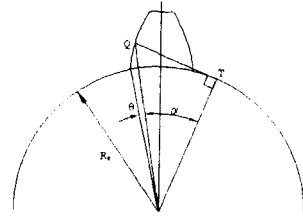


Fig. 1 Involute curve

정하고, 그 때의 압력각을 α 라 할 때 인벌류트 함수는 식(2)와 같이 정의된다.

$$\theta = \tan \alpha - \alpha = \text{inv } \alpha \quad (2)$$

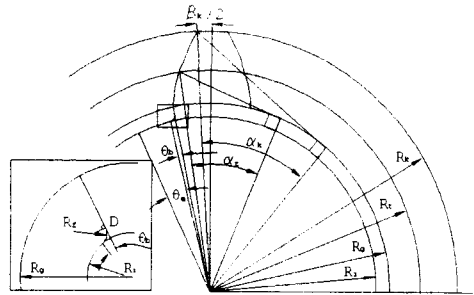


Fig. 2 Half description of gear tooth

Fig. 2에는 평기어(Spur gear) 이 반개를 나타내었다. 그리고 기어 이 반개를 다음의 수식들에 의해 묘사하였다. 기초원의 반지름을 R_g , 인벌류트 곡선상의 한점까지의 반지름을 R_t 라고 하면, 그 점에서의 압력각 α_t 는

$$\alpha_t = \cos^{-1} \left(\frac{R_g}{R_t} \right) \quad (3)$$

이 된다. 이끝원 반지름 R_k 에서 압력각 α_k 는 식(3)에서 R_t 대신에 R_k 를 대입하면 구할 수 있다.

피치원의 반지름을 R_0 , 전위계수를 x , 피치원

상의 압력각을 α_0 라고 하면 피치원에서 이의 두께 T_0 는 식(4)와 같다.

$$T_0 = \left(\frac{\pi}{2} + 2x \tan \alpha_0\right) m \quad (4)$$

여기서 전위기어가 아닌 표준기어를 묘사하려면 전위계수를 영(Zero)으로 대입하여 계산하면 된다.

인벌류트 곡선상의 한점에서의 이 두께 T_i 는 식(5)와 같이 된다.

$$T_i = 2 R_f \left(\frac{T_0}{2R_0} + \text{inv} \alpha_0 - \text{inv} \alpha_i\right) \quad (5)$$

인벌류트 곡선의 끝점에서의 이 두께 T_k 는 식(5)에서 R_f 대신 R_k , α_i 대신 α_k 을 대입하면 구할 수 있다. 이 사이각 β_k 는 식(6)과 같이 정의된다.

$$\beta_k = \frac{T_k}{2R_k} \quad (6)$$

이뿌리원 R_f 와 기초원 R_g 사이에는 다음 식(7)로 정의되는 필릿 원을 삽입하고, D점에서 기초원까지는 직선으로 연결하였다.

$$R_f = C_f m, \quad \theta_b = \sin^{-1} \left(\frac{R_f}{R_i + R_f}\right) \quad (7)$$

여기서 C_f 는 필릿 상수를 나타낸다.

기초원 R_g 에 대응하는 각도 θ_a 는 식(8)로 구할 수 있다.

$$\theta_a = \frac{\pi}{2} - \beta_k - (\tan \alpha_k - \alpha_k) - \theta_b \quad (8)$$

2.2 Biarc curve fitting법

본 연구에서 사용된 Biarc curve fitting법에 관한 이론은 Bolton⁽¹⁾이 제시한 것을 사용하였다. 원래 이론은 변곡(Inflection) 및 비변곡(No-inflection) 구간 모두에 대해 전개되어 있지만, 인벌류트 곡선 묘사에는 변곡구간이 없으므로 비변곡구간에 대한 이론만 사용하였다. 이 방법은 NC Controller의 원호보간 기능을 활용할 수 있어 NC-code의 길이를 줄일 수 있을 뿐만 아니라 정밀한 가공이 가능하다. 이 이론에 대한 상세한 내용은

은 본 연구자 등⁽⁷⁾의 논문에 나와있다.

인벌류트 곡선을 Biarc curve로 묘사하기 위해서는 우선 인벌류트 곡선을 분할하여 분할점들을 구한 다음 각 분할점에서의 접선각을 구하고, 이점을 지나는 원호를 Biarc curve fitting법에 의해 계산한다. 이 과정에서 필요한 접선각은 인벌류트 곡선상의 점에서의 압력각을 접선각으로 사용하였다.

2.3 인벌류트 곡선의 최적분할과 오차계산

Biarc curve fitting의 첫 번째 단계는 인벌류트 곡선상의 점을 구하는 것이다. 이때 인벌류트 곡선을 몇 개의 구간수(Number of span)로 나누고 구간길이(Length of span)를 어떻게 하느냐가 중요하다. 이 점들은 Biarc curve fitting에서의 기준점이 되고, 점간의 간격은 인벌류트 곡선과 Biarc curve 사이의 오차에 영향을 주게된다. 본 연구에서는 인벌류트 곡선과 Biarc curve 사이에서 발생하는 오차의 한도를 정하여 허용오차(ϵ_a)라 하고, 허용오차 범위에 드는 인벌류트 곡선상의 점을 구하기 위하여 반복법(Iterative method)인 GSS(Golden section search)법을 사용하였다. 이렇게 구한 점들에 의해 Biarc curve fitting을 하게 되면 모든 구간에서의 오차는 허용오차 범위에 들게 되고, 구간수 또한 줄어들어 NC-code를 줄일 수 있다. 즉, Biarc curve fitting법을 사용하면 각 구간마다 2개의 NC-code block이 생성되는데, 인벌류트 곡선을 N 개의 점으로 분할하면 구간수 M 은 $N-1$ 개가 되고, NC-code block수는 $2M$ 개가 된다. 구간길이를 늘리면 구간수가 감소하고 오차는 증가하지만 NC-code의 길이는 감소한다. 그러므로 NC-code의 길이를 줄이기 위해서는 허용오차 범위에 드는 최적구간길이를 구하여야 한다.

Fig. 3은 본 연구에서 사용한 알고리즘에 대한 전체적인 흐름도이다. 이수, 모듈, 압력각 및 허용오차 등의 입력변수가 입력되면 이의 형상에 관련된 모든 변수가 계산된다. 그리고, (A) loop의 계산에서 허용오차 범위에 드는 최적구간길이를 계산하고, (B) loop의 계산에서 구간수를 증가시켜 전체 인벌류트 곡선을 분할한다. 첫 번째 구간의 길이를 가정하여, Biarc curve fitting을 한 다음, 인벌류트 곡선과 Biarc curve 사이의 오차가 가장

큰 위치를 GSS법으로 찾는다. 이 때의 오차가 허용 오차보다 크면 GSS법으로 구간길이를 조정하여 허용오차 범위에 들 때까지 반복계산하고, 허용오차 범위에 들면 구간수를 증가시켜 두 번째 구간의 계산으로 넘어간다. 두 번째 구간길이가 $1/\mu m$ 보다 크게 남아있으면 두 번째 구간길이에 대한 (B) loop 계산을 반복하고, 두 번째 구간길이가 $1/\mu m$ 보다 적게 남아있으면 구간수와 NC-code를 생성하고 프로그램을 종료한다.

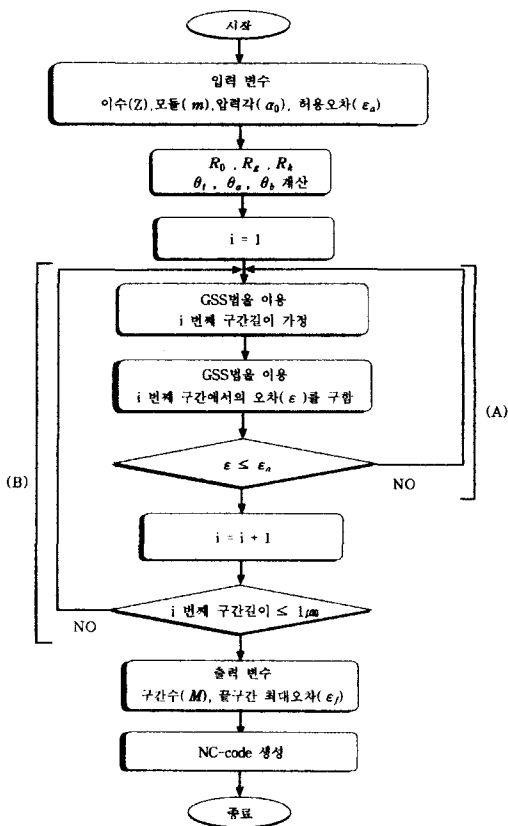


Fig. 3 Flow chart of biarc curve fitting

Fig. 4는 인벌류트 곡선 전체를 1개의 구간으로 하였을 때, 즉 2개의 원호에 의해 Fitting한 개략도이다. Biarc curve fitting은 원호의 연속에 의해 인벌류트 곡선을 묘사하므로 두 곡선사이에는 피할 수 없는 오차(Error)가 발생한다. 인벌류트 곡선 상의 한 점 P와 한 원호의 중심 C_1 점까지의

거리를 D_1 , P점과 다른 원호의 중심 C_2 점까지의 거리를 D_2 라고 하면 인벌류트 곡선과 Biarc curve와의 오차 ϵ 은 식(9)와 같다.

$$\epsilon = D_1 - R_1 \quad \text{또는} \quad \epsilon = D_2 - R_2 \quad (9)$$

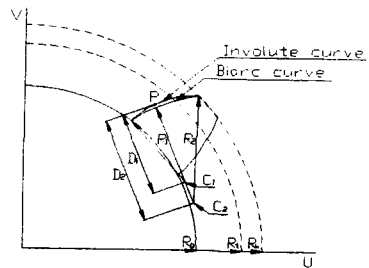


Fig. 4 Error between biarc curve and involute curve

오차는 인벌류트 곡선을 기준으로 하므로 (\pm) 값을 가질 수 있다. 부호가 (+)인 경우는 Biarc curve가 인벌류트 곡선보다 더 작게 묘사하는 경우이며, 부호가 (-)인 경우는 Biarc curve가 인벌류트 곡선보다 더 크게 묘사하는 경우를 나타낸다.

그리고, 마지막 구간에서의 최대오차를 끝구간 최대오차(ϵ_f : Maximum error of final span)라 한다.

Fig. 5는 GSS법에 의해서 허용오차 범위에 드는 최적구간길이를 계산하는 과정을 요약한 그림으로, n 번째와 $n+1$ 번째의 반복계산(Iteration) 상태를 보여주고 있다. 수평축은 기초원 R_g 에서 이끌원 R_k 까지 나타낸 것이며, 수직축은 오차 ϵ 을 나타낸 것이다. 기초원 R_g 에서 인벌류트 곡선이 시작되므로 오차는 영(Zero)이 되고, R_k 에서의 오차는 ϵ_k 가 된다. GSS법의 n 번째 계산에서 인벌류트 곡선상의 임의의 두 점까지의 거리를 $(R_1)_n$, $(R_2)_n$ 이라고 하면, 각각의 오차는 $(\epsilon_1)_n$, $(\epsilon_2)_n$ 이 되며오차간의 차이는 $(\Delta\epsilon)_n$ 이 된다. GSS법의 $n+1$ 번째 계산구간의 결정에 필요한 $(R_1)_{n+1}$, $(R_2)_{n+1}$ 은 다음식 (10)으로 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} (R_1)_{n+1} &= (R_1)_n + (1-\tau)\Delta R_n \\ (R_2)_{n+1} &= (R_1)_n + \tau\Delta R_n \end{aligned} \quad (10)$$

단, $\Delta R_n = (R_2)_n - (R_1)_n$

$\tau = 0.618$ (Golden section ratio)
 $n = 1, 2, 3, \dots$

여기서 $|\epsilon_a - (\epsilon_2)_{n+1}| < |\epsilon_a - (\epsilon_1)_{n+1}|$ 이면 R_t 는 $(R_1)_{n+1}$ 과 $(R_2)_n$ 사이에 존재하게 되고, $n+1$ 번째 계산구간은 $(R_1)_{n+1}$ 과 $(R_2)_n$ 사이의 구간으로 줄어들게 된다.

그러나, $|\epsilon_a - (\epsilon_2)_{n+1}| > |\epsilon_a - (\epsilon_1)_{n+1}|$ 이면 R_t 는 $(R_1)_n$ 과 $(R_2)_{n+1}$ 사이에 존재하게 되고, $n+1$ 번째 계산구간은 $(R_1)_n$ 과 $(R_2)_{n+1}$ 사이의 구간으로 줄어들게 된다. 이와 같은 과정을 반복계산 하면 계산구간은 점점 줄어들게 되고 허용오차에 해당하는 분할점 R_t 를 계산할 수 있다.

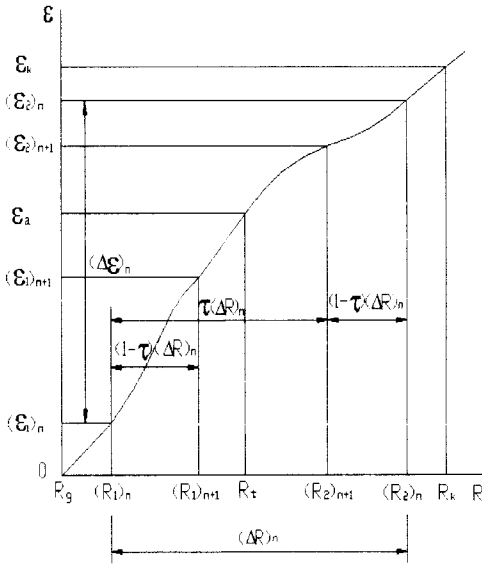


Fig. 5 Computation of optimized point on involute curve by golden section search method

2.4 접선각의 계산

위와 같이 구한 인벌류트 곡선상의 한점에서 Biarc curve fitting을 하기 위한 접선각을 구하

는 방법은 Fig. 6에 나타나 있다. 본 연구에서는 그 점에 대한 압력각을 계산하여 접선각으로 하였다. 이끝원에서의 접선각 θ_k , 기초원에서의 접선각 θ_g 라고 하면 인벌류트 곡선상의 한점에 대한 접선각 θ_t 는 다음 식(11)로 구할 수 있다.

$$\theta_t = \text{Inv } a_k + a_k - (\text{Inv } a_t + a_t) \quad (11)$$

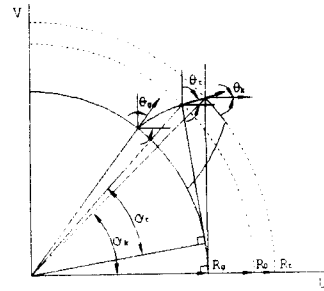


Fig. 6 Slope of biarc curve

3. 결과 및 토론

허용오차를 크게 하면 구간수(Number of span)는 감소하고, 허용오차를 작게 하면 구간수는 늘어난다. 구간수의 감소는 NC-code 길이의 절약을 가져오나 각 구간에서의 최대오차는 증가함을 알 수 있다. 반대로 구간수의 증가는 더욱더 정밀한 인벌류트 곡선을 얻을 수 있으나 NC-code의 길이가 길어지므로 허용오차 범위에 드는 적절한 구간수가 몇 개 정도인지를 고찰하였다. 본 연구는 허용오차를 $1\mu\text{m}$ 로 하여 Biarc curve fitting을 하였다. 왜냐하면 Wire-cut 방전가공기에서 가공오차를 $5\mu\text{m}$ 이내로 하여 가공하기는 어려우므로 더 이상 허용오차를 줄여도 별 의미가 없기 때문이다. Table 1은 각 이수에 대한 본 연구의 결과와 부등분할법(7)의 결과를 비교한 것이다. 본 연구에 의한 방법이 이수 50개 이하의 구간에서 대부분 1개 정도의 구간수가 줄어들어 더욱 효과적임을 알 수 있다. 그 이유는 본 연구의 방법은 허용오차 범위에 드는 가장 긴 구간길이를 구간을 나누었기 때문이다. 그리

고, 이것은 NC 공작기계에서 기어를 가공하는 경우 NC-code의 길이를 줄여 주는 효과를 가져온다. Table 1의 이수 30개와 40개 사이에서 최적구간수의 변동이 심한 것은 이뿌리원 반경 R_i 가 기초원 반경 R_g 보다 커지면서 생기는 현상이다.

Table 1 Optimal number of span for number of teeth ($m = 4, \alpha_0 = 20^\circ$)

이수 (Z)	본 연구에 의한 최적구간수 (M)	지수 방법 ⁽¹⁾ 에 의한 최적구간수 (M)
4~	4	4
10~	4	4
15~	3	4
20~	3	4
30~	3	4
40~	4	3
50~	3	2
60~	2	2
80~	2	2

Table 1에서 알 수 있듯이 기어의 이수가 증가할 경우 허용오차 범위에 드는 구간수는 적어짐을 알 수 있다.

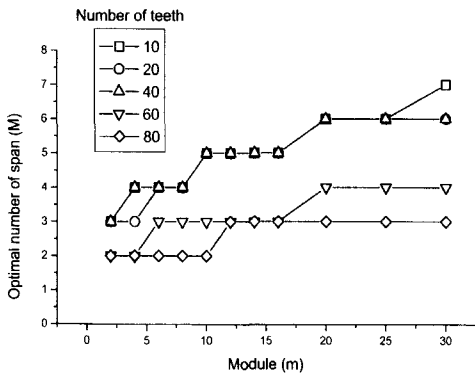


Fig. 7 Effect of module on optimal number of span

Fig. 7은 허용오차 $1\mu\text{m}$, 압력각이 20° , 모듈을 4, 8, 14, 20 등으로 변화시키고, 이수가 10, 20, 40, 60, 80인 기어의 최적구간수를 나타내었다. 위

그림에 의하면 각각의 이수에 대하여 모듈이 증가할수록 곡선의 길이가 길어지므로 최적구간수는 증가함을 알 수 있다.

Fig. 8은 허용오차 $1\mu\text{m}$, 압력각이 20° , 이수를 4, 10, 15, 20 등으로 변화시키고, 모듈이 4, 8, 14, 20, 30인 기어의 최적구간수를 나타내었다. 위 그림에 의하면 각각의 모듈에 대하여 이수가 증가할수록 최적구간수는 감소함을 알 수 있다. 그 이유는 이수가 증가할수록 인벌류트 곡선 형상이 퍼져서 곡률의 차이가 작아지기 때문이다.

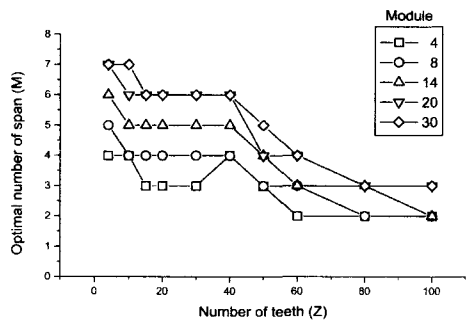


Fig. 8 Effect of number of teeth on optimal number of span

Fig. 9는 이수 20개, 허용오차 $1\mu\text{m}$, 모듈(m)을 2, 4, 6, 8, 10, 20, 30 등으로 변화시키고, 압력각 20° 와 14.5° 인 기어에 대한 최적구간수를 나타내었다.

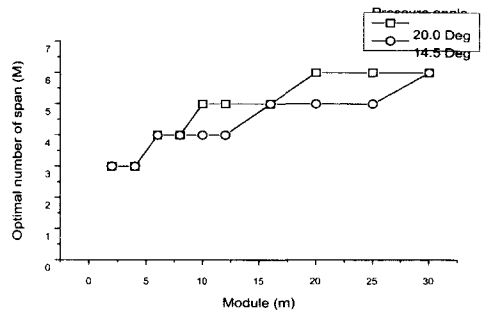


Fig. 9 Effect of module on optimal number of span

모듈이 8이하에서는 각각의 압력각에 대한 최

적구간수는 같고, 모듈이 8이상에서는 압력각 14.5° 인 경우가 20° 일 때 보다 최적구간수가 1개 정도 더 많음을 알 수 있다. 그러므로 최적구간수는 압력각에는 큰 영향을 받지 않음을 알 수 있다.

Fig. 10은 압력각을 같게 하고 허용오차를 1 μ m로 하여 모듈과 이수를 증가시키면서 끝구간 최대오차를 그래프로 그려보았다. 이수가 증가할 때 끝구간의 오차가 줄어들다가 급격히 늘어나는 이유는 끝구간의 최대오차가 점점 감소하다가 영(Zero)에 가까운 값이 되면 구간수가 하나 줄어들기 때문이다.

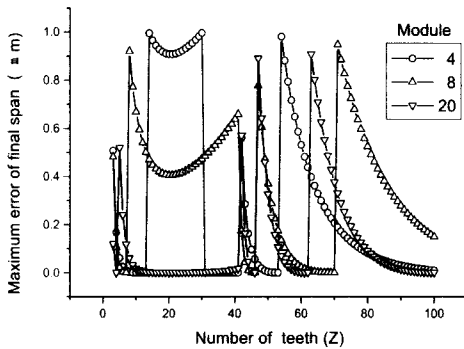


Fig. 10 Effect of module and number of teeth on maximum error of final span

구간수가 줄어들 때 끝구간의 최대오차를 나타냈으므로 오차가 급격히 늘어나는 것처럼 보인다.

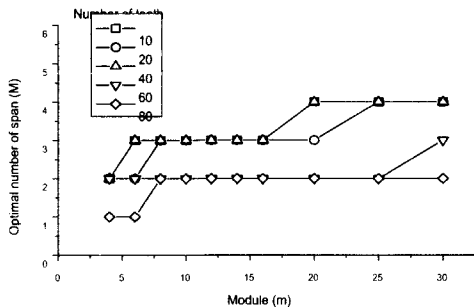


Fig. 11 Effect of module on optimal number of span

반대로 오차가 증가하다가 급격히 감소하는 경

우는 끝구간의 최대오차가 증가하다가 허용오차 1 μ m를 넘게 되면 구간이 하나 늘어난 것이다.

Fig. 11은 허용오차 5 μ m, 압력각이 20°, 모듈을 4, 8, 14, 20 등으로 변화시키고, 이수가 10, 20, 40, 60, 80인 기어의 최적구간수를 나타내었다. 그리고, Fig. 12는 허용오차 5 μ m, 압력각이 20°, 이수를 4, 10, 15, 20 등으로 변화시키고, 모듈이 4, 8, 14, 20, 30인 기어의 최적구간수를 나타내었다. 허용오차를 1 μ m에서 5 μ m로 크게 하면 최적구간수는 2~7 정도에서 1~5 구간 정도로 상당히 줄어들음을 알 수 있다.

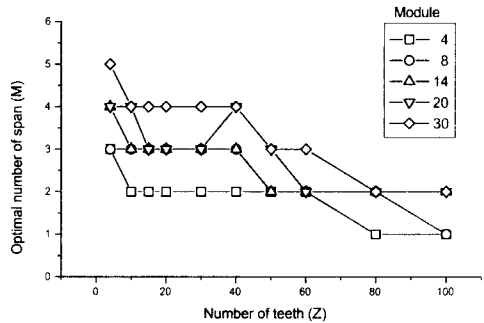


Fig. 12 Effect of number of teeth on optimal number of span

본 연구에서 개발한 System과 FANUC의 상용 프로그램의 결과를 서로 비교해 보면 같은 구간수에서는 본 System의 허용오차가 더 작은 결과를 나타내었다. 그러므로 FANUC사의 최대오차와 본 System의 허용오차를 같게 한 경우 발생하는 구간수는 본 System이 더 적게 되어 NC-block 수가 줄어들 것으로 예상된다.

4. 결론

본 연구에서는 기어의 인벌류트 곡선을 Biarc curve fitting 할 때 허용오차 범위에 드는 인벌류트 곡선상의 점을 구하는 방법으로서 GSS법에 의한 반복법을 제안하였고, 인벌류트 곡선과 Biarc curve 사이의 오차를 계산하는데도 같은 방법을 사용하였다. 이 방법으로 오차가 일정 허용범위에 들

수 있도록 하는 최적구간길이와 구간수를 구할 수 있었다.

공학회지, 제13권, 제12호, 1996.

- 1) 최적화된 구간길이와 구간수를 이용하여 최소의 NC-code를 얻으므로 본 연구에 의한 방법이 지수식에 의한 부등분할법보다 더욱 효과적이다.
- 2) 최적구간수는 모듈의 증가에 따라 점차적으로 증가하고, 이수가 증가할수록 감소한다.
- 3) 압력각의 변화에 대한 최적구간수는 큰 영향을 받지 않는다.
- 4) 허용오차를 $1\mu\text{m}$ 으로 하면 모듈이 8 이하인 소형기어는 최적구간수가 3~4개 정도가 되고, 모듈이 25인 대형 기어에서는 최적구간수가 5~6개 정도가 된다.
- 5) 허용오차를 크게 하면 최적구간수는 상당히 줄어든다.

후기

본 연구는 한국과학재단 지정 창원대학교 공작 기계기술연구센터의 지원에 의한 것입니다.

참고문헌

1. K. M. Bolton, "Biarc curves," Computer-Aided Design, Vol. 7, No. 2, pp. 89-92, 1975.
2. D. B. Parkinson and D. N. Moreton, "Optimal biarc curve fitting," Computer-Aided Design, Vol. 23, No. 6, pp. 411-419, 1991.
3. D. S. Meek and D. H. Walton, "Approximation of discrete data by G1arc spline," Computer-Aided Design, Vol. 24, No. 6, pp. 301-306, 1992.
4. J. Schonherr, "Smooth biarc curves," Computer-Aided Design, Vol. 25, No. 6, pp. 365-370, 1993.
5. I. D. Faux and M. J. Pratt, "Computational Geometry for Design and Manufacture," John Wiley & Sons, 1981.
6. 최병규, "CAM 시스템과 CNC 절삭 가공," 청문각, 1993.
7. 이춘만, 이승훈, 조승래, "Involute Curve의 Biarc Curve Fitting에 관한 연구," 한국정밀