

전기 유압 시스템의 비선형 주파수 응답 해석에 관한 연구

이용주*, 전봉근**, 송창섭***

A Study on Analysis of Non-linear Frequency Response of Electro-Hydraulic Systems

Yong Joo Lee*, Bong Geon Jun**, Chang Seop Song***

ABSTRACT

In this paper, the frequency response characteristics of the velocity controlled EHS system obtained by linear simulation method, nonlinear simulation method, and experimentation are compared one another, in order to verify propriety of the linearization method in case of analysis of hydraulic systems. The Bode diagrams are obtained by transforming time domain data of experimental results and nonlinear simulated ones with Fourier transform. The results of nonlinear simulation are more similar to the frequency response of the real systems than those of linear simulation. It is found that nonlinearity of hydraulic systems is mainly occurred from servo valve, and nonlinearity is increased as displacement of servo valve pool increases.

Key Words : Frequency Response Characteristics(주파수 응답 특성), EHS System(전기 유압 서보 시스템), Linear Simulation Method(선형 모의 실험 방법), Nonlinear Simulation Method(비선형 모의 실험 방법), Bode Diagram(보드 선도), Fourier Transform(푸리에 변환)

1. 서론

유압 서보 시스템은 출력 응답이 우수하고 소형의 장치로도 큰 힘을 얻을 수 있을 뿐만 아니라 액추에이터의 속도를 무단으로 자유로이 변속시킬 수 있는 장점으로 인하여 산업용으로 널리 사용되고 있다. 그러나 유압 시스템의 변수들이 서로 종속되어 있고 비선형적인 특징을 지니고 있기 때문에 시스템의 정확한 특성을 알아내기 위한 모델링이 쉽지 않으므로 종래에는 주로 선형화 방법을 사용하여 유압 시스템의 응답 특성의 해석을 수행하였다.

본 연구에서는 유압 시스템을 선형화 방법을 사용하여 주파수 응답을 구한 경우와 비선형화 방법을 사용하여 얻어진 주파수 응답을 실험 결과와 비교하여 그 차이를 검토하였다.⁽¹⁾

2. 모델링

2.1 선형화를 통한 응답 특성 해석

2.1.1 서보 밸브 (servo valve)의 모델링

* 두원공과대학 동력기계과
** 한양대학교 대학원
*** 한양대학교 기계공학부

Fig. 1에 나타낸 서보 밸브는 전기적인 입력신호에 따라 유량의 흐름을 제어하는 유압요소로서, 입력신호에 따라 스톱의 변위를 변화시키는 전기-기계 변환 부분과 기계적인 변위량에 따라 유량을 조절하는 부분으로 구성된다.

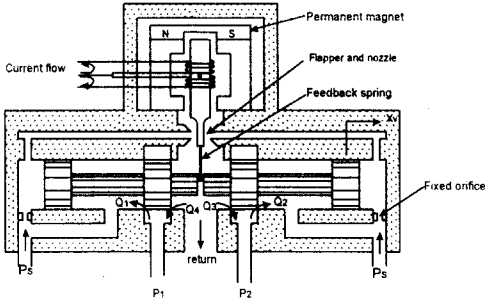


Fig. 1 Electro-hydraulic servo valve

스톱의 동특성을 결정하는 부분은 전달함수 내의 가장 낮은 이탈 주파수(break frequency) 임을 고려하여 서보 밸브의 입력 전압 $E_i(t)$ 와 스톱 변위 x_v 와의 관계를 식(2.1)과 같이 간략하게 표시할 수 있다.⁽²⁾

$$\frac{x_v(s)}{E_i(s)} = \frac{K_v}{1 + \tau_v s} \quad (2.1)$$

여기서 K_v 는 서보 밸브의 게인, τ_v 는 시상수이다. 본 논문에서 오리피스는 쌍대적(matched)이고 대칭적(symmetrical)이라고 가정하였고 또한 밸브는 임계 중립형 밸브(critical center valve)이며, 압축 유량은 영(zero)으로 가정하면 부하유량 Q_L 은 식(2.2)과 같다.

$$Q_L = \frac{\partial Q_L}{\partial x_v} \Big|_0 \Delta x_v + \frac{\partial Q_L}{\partial P_L} \Big|_0 \Delta P_L = K_q x_v - K_c P_L \quad (2.2)$$

여기서 $K_q = C_d w_v \sqrt{\frac{(P_s - P_L)}{\rho}}$ 는 밸브의 유량 게인, $K_c = \frac{C_d w_x x_v \sqrt{(1/\rho)(P_s - P_L)}}{2(P_s - P_L)}$ 는 밸브의 유량 압력 계수, x_v 은 서보 밸브의 변위, P_L 은 부하 압력이다.

2.1.2 유압 모터의 모델링

Fig. 2에 나타난 유압 모터내의 압력분포는 일정하고 공동형상(cavitation)은 발생하지 않는 것으로 가정하고, 유압모터의 누설과 유체의 압축성을

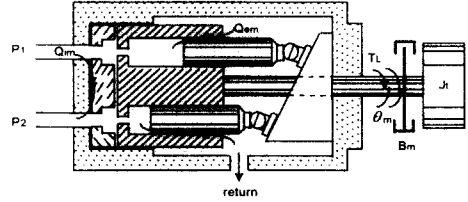


Fig. 2 Hydraulic Motor

고려하여 연속방정식을 세우면 식(2.3)과 같다.⁽³⁾

$$Q_L(s) = D_m s \theta_m(s) + C_{tm} P_L(s) + \frac{V_t}{4\beta_c} s P_L(s) \quad (2.3)$$

여기서 D_m 은 모터의 배제용적, C_{tm} 은 모터의 총 누설계수, β_c 는 작동유의 체적탄성계수, V_t 는 모터 챔버의 총 부피 그리고 θ_m 은 모터의 각도이다. 스프링부하가 없을 때의 모터와 부하의 토크 균형방정식은 식(2.4)과 같다.⁽⁴⁾

$$T_g(s) = P_L(s) D_m = J_t s^2 \theta_m(s) + B_m s \theta_m(s) + T_L(s) \quad (2.4)$$

여기서 T_g 는 모터에서 발생된 토크, J_t 는 모터의 총 관성 모멘트, B_m 은 모터의 감쇄 계수, T_L 은 부하 토크이다. 식(2.2), 식(2.3), 식(2.4)을 연립하면 식(2.5)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \theta_m(s) &= \frac{\frac{K_q}{D_m} x_v(s) - \frac{K_{cc}}{D_m} \left(1 + \frac{V_t}{4\beta_c K_{cc}} s\right) T_L}{\frac{V_t J_t}{4\beta_c D_m^2} s^2 + \left(\frac{B_m V_t}{4\beta_c D_m^2} + \frac{J_t K_{cc}}{D_m^2}\right) s + \frac{B_m K_{cc}}{D_m^2} + 1} \\ &= \frac{\frac{K_q}{D_m} x_v(s) - \frac{K_{cc}}{D_m} \left(1 + \frac{V_t}{4\beta_c K_{cc}} s\right) T_L}{\frac{s^2}{\omega_{hm}^2} + 2 \frac{\zeta_{hm}}{\omega_{hm}} s + 1} \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\text{여기서, } K_{cc} = K_c + C_{tm}, \quad \omega_{hm} = \sqrt{\frac{4\beta_c D_m^2}{V_t J_t}}$$

$$\zeta_{hm} = \frac{K_{cc}}{D_m} \sqrt{\frac{\beta_c J_t}{V_t}} + \frac{B_m}{4D_m} \sqrt{\frac{V_t}{\beta_c J_t}} \text{ 이다.}$$

2.2 비선형성을 고려한 응답 특성 해석

2.2.1 해석 방법

유압 시스템의 비선형 방정식을 선형화시키지 않고 그대로 적분기(integrator)를 사용하여 적분하여 각각의 변수에 대한 해를 일정 시간 간격마다

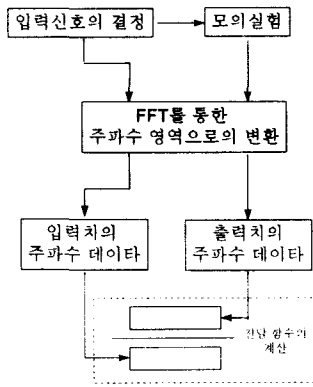


Fig. 3 Algorithm of non-linear analysis

구한다. 이전 시각의 변수의 해는 다음 시각에서의 방정식의 상수로 사용되어 연속적인 해를 구하게 된다. 이렇게 시뮬레이션을 통해 구한 데이터를 빠른 푸리에 변환시켜서 주파수 영역의 데이터로 변환을 하고, 이 데이터를 사용하여 주파수 해석을 한다. Fig. 3은 비선형 주파수 응답특성을 구하기 위한 전체 알고리즘으로 다음과 같은 순서로 해석한다.

- 유압 시스템의 주파수 응답 특성을 위해서 우선 목표로 하는 주파수대를 포함한 입력 신호를 결정한다.
- 시간 영역에서 모의실험을 하여 출력 신호 값을 얻는다.
- 입력 신호와 출력 신호 값을 빠른 푸리에 변환을 거쳐 주파수 영역의 데이터로 변환을 한다.
- 입력 신호와 출력 신호의 주파수 영역으로 변환된 값을 비교하여 시스템 전달 함수의 각 주파수 대의 계산 값을 얻는다.

2.2.2 시뮬레이션 프로그램

비선형성을 고려한 유압 시스템의 응답 특성 해석은 이용주 등이 개발한 유압 회로 특성 해석 및 설계 시스템을 사용하였다.⁽⁵⁾ 이 설계 시스템의 알고리즘은 유압 시스템의 각종 요소들을 모듈화시켜 각 모듈 양단의 압력 차에 의해 각 모듈에 발생하는 유량 Q를 계산한 후, 이 유량 Q에 의하여 각 모듈에서의 챔버(chamber)에 발생하는 압력의 변화

(ΔP)를 계산하는 반복적인 루프를 수행함으로써 시스템의 시간 영역의 데이터를 얻을 수 있도록 되어 있다. 본 연구에서 사용된 유압 시스템의 비선형 모델은 다음과 같다.

① 서보 밸브

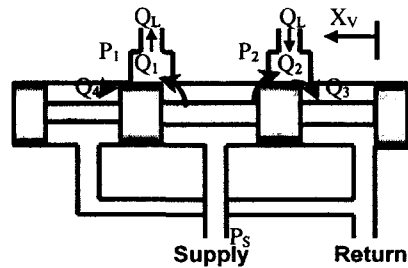


Fig. 4 Schematic diagram of servo valve

밸브 스톱의 움직임은 식(2.6)을 사용하여 나타낸다.

$$\tau_v \frac{dx_v}{dt} + x_v = k_v e_i \quad (2.6)$$

여기서 e_i 는 서보 밸브의 입력 전압이다. 밸브 스톱의 변위에 따른 유량은 식(2.7)으로 표시한다.

$$\begin{aligned} Q_1 &= C_d w_v x_v \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_s - P_1)} \\ Q_3 &= C_d w_v x_v \sqrt{\frac{2}{\rho} P_2} \quad (x_v > 0 \text{ 일때}) \\ Q_2 &= Q_4 = 0 \\ Q_2 &= C_d w_v x_v \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_s - P_2)} \\ Q_4 &= C_d w_v x_v \sqrt{\frac{2}{\rho} P_1} \quad (x_v < 0 \text{ 일때}) \\ Q_1 &= Q_3 = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

여기서 C_d 는 밸브의 오리피스 상수, w_v 는 밸브 스톱의 면적 구배, ρ 는 유체의 밀도, P_s 는 밸브의 공급 압력, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 는 각각 서보 밸브의 각 포트의 유량, 그리고 P_1, P_2, P_3, P_4 는 각 포트의 압력이다.

② 유압 모터

유압 모터를 통하여 흐르는 유량 Q_L 은 식(2.8)과 같고,

$$Q_L = D_m \frac{d\theta_m}{dt} \quad (2.8)$$

스프링 부하가 없을 때의 유압 모터의 토오크 평형 방정식은 식(2.9)과 같다.

$$T_q = P_L D_m = J_t \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} + B_m \frac{d \theta_m}{dt} + T_L \quad (2.9)$$

③ 압력 방정식

서보 밸브와 유압 모터의 연결부 체적 V_1, V_2 의 압력을 구하는 방정식은 식(2.10)과 같다.

$$\frac{dP_1}{dt} = \begin{cases} \frac{\beta_c}{V_1} (Q_1 - C_t P_L - Q_L) & [x_v > 0] \\ \frac{\beta_c}{V_1} (Q_L - C_t P_L - Q_4) & [x_v < 0] \end{cases}$$

$$\frac{dP_2}{dt} = \begin{cases} \frac{\beta_c}{V_2} (Q_L + C_t P_L - Q_3) & [x_v > 0] \\ \frac{\beta_c}{V_2} (Q_2 + C_t P_L - Q_L) & [x_v < 0] \end{cases} \quad (2.10)$$

여기서 P_1, P_2 은 각각 체적 V_1, V_2 의 압력, $Q_L = Q_1 - Q_4, Q_L = Q_3 - Q_2, C_t$ 는 밸브의 총 누설 계수, $P_L = P_1 - P_2$ 이다.

2.2.3 주파수 해석

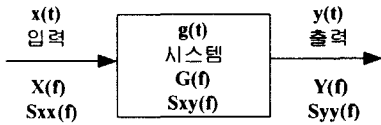


Fig. 5 Input/output of systems

Fig. 5와 같은 시스템에 입력 $x(t)$ 를 가하여 출력 $y(t)$ 를 얻을 경우 전달 함수, $G(f)$ 는 식 (2.11)과 같이 표시할 수 있다.

$$S_{xy}(f) = G(f) \cdot S_{xx}(f) \quad (2.11)$$

여기에서 $S_{xy}(f)$ 는 $x(t)$ 와 $y(t)$ 의 CSD(Cross Spectral Density), $S_{xx}(f)$ 는 $x(t)$ 의 PSD(Power Spectral Density)이며 식(2.12)과 같이 나타낼 수 있다.^{(6),(7)}

$$S_{xy}(f) = kX^*(f)Y(f), \quad S_{xx}(f) = kX^*(f)X(f) \quad (2.12)$$

여기에서 $X(f)$ 는 $x(t)$ 의 푸리에 변환, $Y(f)$ 는 $y(t)$ 의 푸리에 변환, *는 공액 복소수를, k 는 스케일 상수를 의미한다. 시간영역의 연속 함수, $h(t)$ 의 푸리에 변환은 식(2.13)과 같다.

$$H(j \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j \omega t} dt \quad (2.13)$$

식(2.13)을 이산화 하여 이산신호에 대한 푸리에 변환하면 식(2.14)을 얻는다.

$$H_k = \sum_{n=0}^{N-1} h_n e^{jk \omega} \quad (2.14)$$

따라서 입력함수 $e_i(t)$ 를 가하여 출력함수 $\theta_m(t)$ 를 얻는 경우, 시스템의 주파수 응답특성 $G(j \omega)$ 는 식(2.15)과 같다.

$$G(j \omega) = \frac{\Omega_m(j \omega)}{E_i(j \omega)} \quad (2.15)$$

여기서 $E(j \omega)$ 는 입력 신호의 파워 스펙트럼(power spectrum), $\Omega_m(j \omega)$ 는 출력 신호의 파워 스펙트럼이다. 본 논문에서는 푸리에 변환의 도구로서 FFT(Fast Fourier Transform)을 사용하였다.

Table 1은 시뮬레이션에서 사용한 파라미터들을 나타낸 것이다.

Table 1 Input parameters of the simulation

Component	Parameter	Symbol	Value
Servo Valve	Supply Pressure	P_s	7.0e6 N/m ²
	Gain of Valve	K_v	6.17e-5 m/V
	Time Constant	τ_v	2.3 ms(70Hz)
	Discharge coeff.	C_d	0.61
	Flow Gain	K_q	1.3344 m ³ /sec/m
	Flow-Pressure coeff.	K_c	3.0e-12 m ⁴ /sec/kg
	Valve gradient	w	2.494e-2 m
	Max. Valve Disp.	x_m	0.4572 mm
Hydraulic Motor	total leakage coeff.	C_t	0.0 m ³ /sec / N/m ²
	Internal leakage coeff.	C_{im}	0.0 m ³ /sec / N/m ²
	External leakage coeff.	C_{em}	0.0 m ³ /sec / N/m ²
	Total Volume	V_t	4.48e-5 m ³
Oil	Volumetric Disp.	D_m	7.162e-7 m ³ /rad
	Bulk Modulus	β_e	3.5e8 N/m ²
Load	Density	ρ	8.8e2 kg/m ³
	Load Mass	J_t	3.4e-3 kg-m ²
Tachometer	Viscous Damping	B_m	0.080119
	Tachometer Gain	K_t	26 mV/rad/sec

3. 실험장치 및 방법

3.1 실험 장치

전기모터로 구동되는 정용량 펌프에 의해 공급 압력 7 [MPa]의 작동유가 서보 밸브에 공급되고, 전기적 입력신호에 따라 제어되는 밸브 스펄(spool)의 개도에 의해 유압 모터에 공급되는 유량이 조절되어 유압 모터의 속도가 결정된다. 서보 밸브에 공급되는 입력 신호는 타코미터(tachometer)로 측정된 출력 신호와 입력 신호의 차이에 의한 오차 신호가 된다.

3.2 실험 방법

실험은 Fig. 6 에서와 같이 함수 발생기(function generator)에서 일정한 주기 함수를 발생시켜 기준 입력 신호를 만들고, 함수 발생기에서 발생한 신호와 타코미터(tachometer)로 통하여 측정된 모터의 속도를 오실로스코프(oscilloscope)에서 측정한다. 실험에서 얻은 시간 영역의 데이터를 윈도우잉(windowing)과 푸리에 변환을 거쳐서 시스템의 주파수 영역 특성을 계산한다.^{(8),(9)}

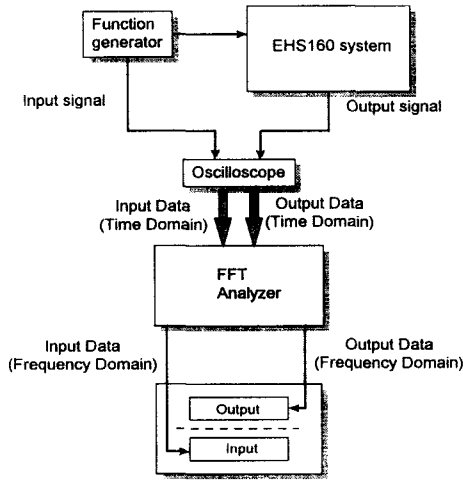


Fig. 6 Algorithm of experiment analysis

4. 실험 결과 및 고찰

시스템의 입력 신호는 임펄스 신호, pseudo random binary 신호, 구형파 신호 등이 있으나 임펄스 신호는 서보 밸브의 입력 전압으로 부적절하며 pseudo random binary 신호는 제작이 불가능하여 구형파 신호의 주파수를 변경시키면서 시스템의 주파수 응답을 고찰하였다. Fig. 7, Fig. 8은 각각 0.603V, 0.127V의 구형파 신호를 가했을 경우 시스템의 주파수 응답을 실험과 비선형 시뮬레이션, 선형 시뮬레이션의 결과를 비교한 것이다. 각 결과를 보면 비선형 시뮬레이션을 통하여 구한 보드 선도(Bode plot)와 실험을 통하여 구한 보드 선도는 대체적으로 잘 일치함을 보이나 선형화를 통한 시뮬레이션의 경우에는 입력전압이 적은 0.127V의 경우에는 어느 정도 일치하나 입력 전압이 증가함에 따라 오차가 증가하여 0.603V의 경우에는 상당한 차

이를 보이는 것을 볼 수 있다. 이는 입력 전압이 클수록 서보 밸브의 개도가 증가하므로 서보 밸브의 선형화 모델에 오차가 증가하기 때문이다. Fig. 9, Fig. 10, 및 Fig. 11을 살펴보면 실험과 비선형 시뮬레이션의 경우는 약 30Hz부근에서 한번의 선도변화가 있는 것을 볼 수 있으나 선형화를 통한 시뮬레이션의 경우에는 나타나지 않는 현상을 볼 수 있다. 이는 서보 밸브의 오리피스 방정식 즉 식(2.2)을 선형화 하는 과정에서 Taylor급수의 일차항만 채용하고 2차 이상의 항을 정리하였는데 이때 고차 항을 정리함으로 하여 발생하는 현상으로 사료된다. 또한 입력전압의 크기에 따라서 선도의 공진 주파수 ω_r 이 변화하는 것을 볼 수 있는데 이는 시스템의 감쇄 계수가 변화함에 따라서 발생하는 현상이다. 밸브의 스펴 변위 x_v 가 증가하면, 밸브의 유량-압력 계수 K_c 가 증가한다. K_c 가 증가하면, 식(2.5)에서 시스템의 감쇄 계수인 ζ_{hm} 을 증가시키게 된다. 이때, 시스템의 공진 주파수 ω_r 은 식(3.1)과 같이 표현되므로,

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta_{hm}^2} \quad (0 \leq \zeta_{hm} \leq 0.707) \quad (3.1)$$

감쇄 계수 ζ_{hm} 이 증가함에 따라 공진 주파수 ω_r 은 감소하게 된다.⁽⁹⁾

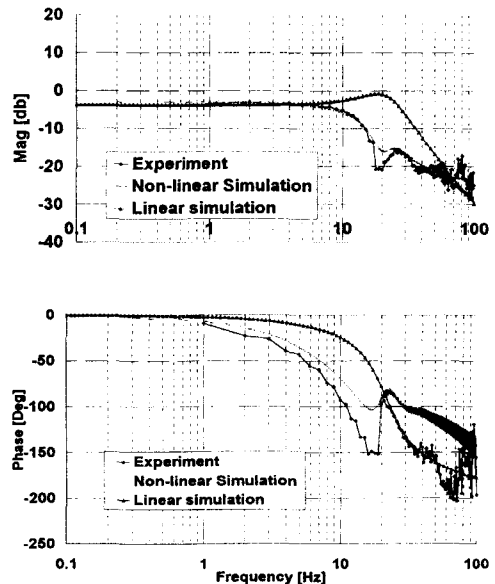


Fig. 7 Bode diagram of experiment and non-linear simulation to 0.603V input

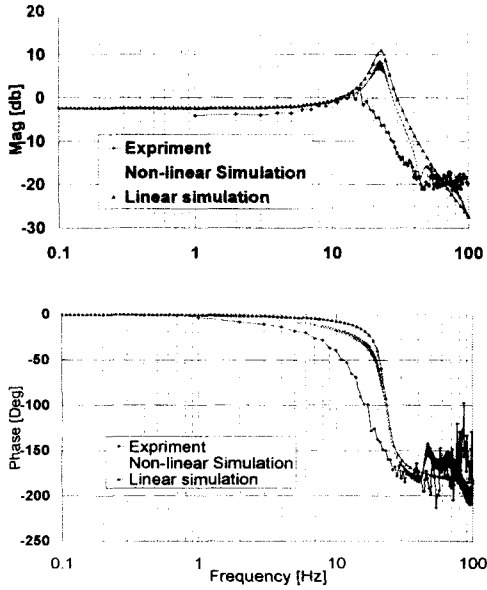


Fig. 8 Bode diagram of experiment and non-linear simulation to 0.127V input

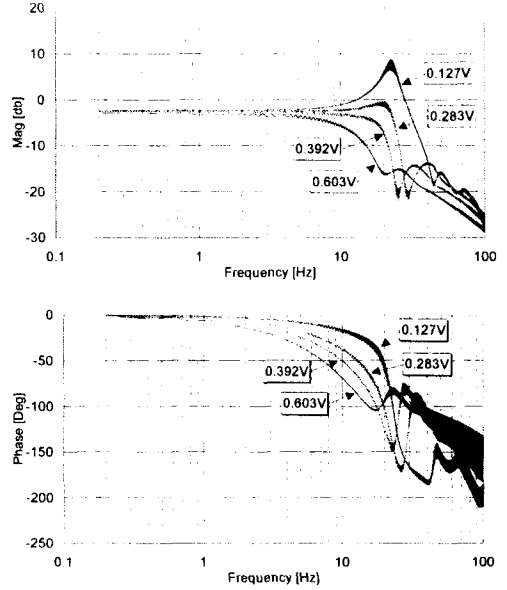


Fig. 10 Variation of bode diagram due to input voltage in non-linear simulation

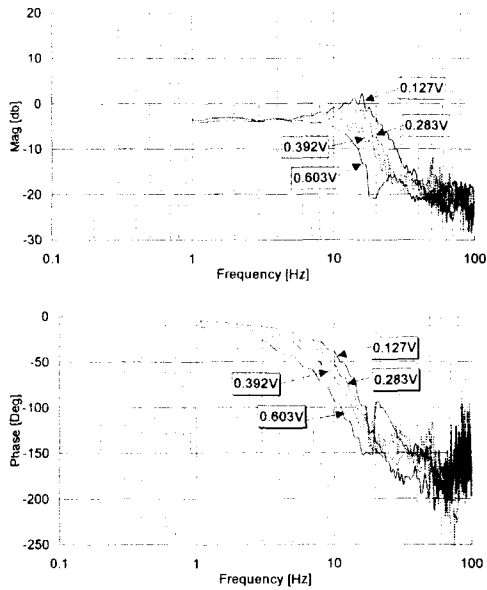


Fig. 9 Variation of bode diagram due to input voltage in experiment

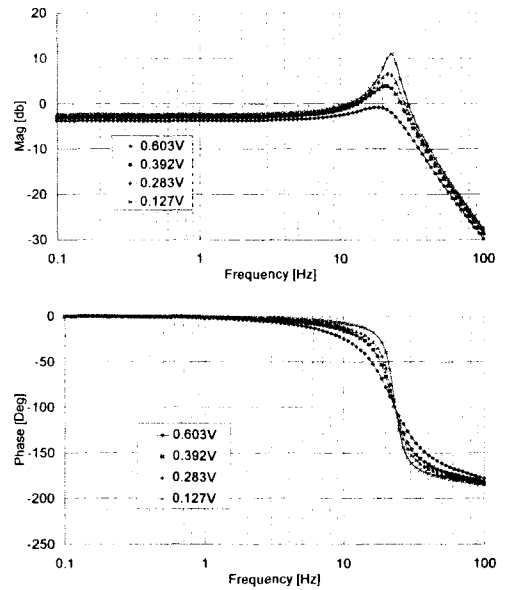


Fig. 11 Variation of bode diagram due to input voltage in linear simulation

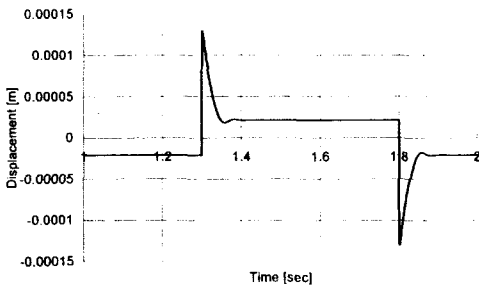


Fig. 12 Displacement of valve spool with 0.603V step input in non-linear simulation

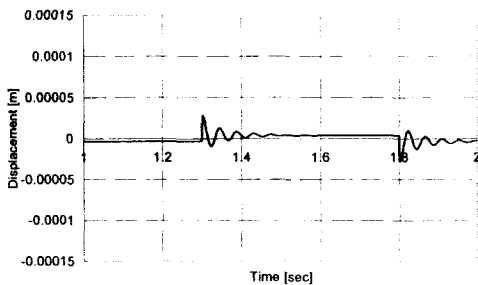


Fig. 13 Displacement of valve spool with 0.127V step input in non-linear simulation

Fig. 12, Fig. 13은 각각 0.603V, 0.127V의 스텝 입력이 가해진 경우 서보 밸브의 스톱의 변위를 나타낸 것이다. 입력전압이 감소함에 따라 밸브 스톱의 변위가 미소해지는 것을 볼 수 있으며, 미소한 입력 전압에서는 오실레이션이 발생하는 현상이 나타난다. 이는 스톱의 변위에 따라서 시스템의 감쇄 계수가 변화하는 것을 나타낸다.

5. 결론

본 논문에서는 전기 유압 서보 시스템의 속도 제어를 실험, 비선형화 시뮬레이션 및 선형화 시뮬레이션을 통하여 고찰한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 서보 밸브의 입력 전압의 변화에 따른 비선형화 시뮬레이션의 보드 선도가 선형화 시뮬레이션을 통한 보드 선도 보다 대체적으로 실험 결과와 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 이는 유압 서보 시스템의 비선형성에 주로 영향을 미치는 인자가 서보 밸브의 비선형 특성에 있음을 뜻한다.

2. 입력 신호의 크기를 변화함에 따라 실험 결과와 비선형 시뮬레이션의 결과의 보드 선도의 크기와 위상이 변화하는 것은 서보 밸브에서의 작동점의 변화에 기인한다.
3. 실험과 비선형 시뮬레이션의 경우 공진 주파수 부근에서 선형 시뮬레이션과 차이가 생기는 현상이 있는데, 이는 서보 밸브의 오리피스 방정식을 선형화 하는 과정에서 Taylor급수의 1차항만을 채용하고, 2차 이상의 항을 무시함으로써 발생된다고 사료된다.
4. 입력 전압의 크기가 변화함에 따라 시스템의 공진 주파수가 변하는 현상을 볼 수가 있는데 이는 입력 전압의 크기에 따라 시스템의 감쇄 계수가 변화하여 생기는 현상이다.

참고문헌

1. A. V. Oppenheim and R. W. Schaffer, "Discrete-time Signal Processing," Prentice-Hall Inc., pp514-580, 1989.
2. W. J. Thayer, "Transfer Function for Moog Servo-valves," Moog Tech. Bulletin 103 Servo controls Inc., 1965.
3. H. E. Merritt, "Hydraulic Control Systems," John Wiley & Sons Inc., pp 133-145, New York, 1967.
4. H. E. Merrit, and J. T. Gavin, "Friction Load on Hydraulic Servos," Proc. Natl. Conf. Indl. Hydraulics, Vol. 16, No. 174, 1962.
5. 이용주, 송창섭, "모듈화를 이용한 유압 시스템의 특성 해석 및 설계 시스템의 개발에 관한 연구," 한국정밀공학회지, 제14권, 제8호, pp. 40~48, 1997.
6. 대한기계학회, "스펙트럼 해석법의 공학적 응용 강습회," 대한기계학회, pp 7~18, 1984.
7. J. Watton, "Fluid Power Systems," Prentice-Hall Inc., pp 213~219, 1989.
8. R. B. Randall, B. Tech. "Frequency Analysis," Brüel & Kjær Korea Ltd., pp 146-184, 1987.
9. S. D. Stearns and R. A. David, "Signal Processing Algorithms in Matlab," Prentice-Hall Inc., 1996.