

본 연구는 1997년도 계명대학교 비사연구기금으로 이루어 졌음.

# 피로 균열 형상 진전의 수치 모델링 기법에 관한 연구

한문식\*

## A Numeric Modelling Technique for the Shape Development of Fatigue Crack

Moon Sik Han\*

### ABSTRACT

This paper describes a versatile finite element technique which has been used to investigate of wide range of structural defects of practical importance. The procedure automatically remeshes the three-dimensional finite element model during the stages of crack growth. Problems analyzed to date include the surface cracks in leak-before-break situations, the development of quarter-elliptical corner defects, planar semi-elliptical surface defects and the fatigue growth of defects.

**Key Words** : Finite element method(유한요소법), Linear elastic fracture mechanics(선형 파괴역학), Crack growth(균열성장), Fatigue(피로), Opening mode stress intensity factor(모드 I 응력확대계수), Shape development(형상진전)

### 1. 서론

하중을 받는 실제 수송기기를 포함하는 기계 및 압력용기 구조물에 발생하는 이른바 자연크랙은 특수한 경우를 제외하고는 표면크랙 또는 평면크랙이나 3차원 피로특성을 지닌 크랙형태로 나타나는 것이 보통이며, 안전설계 및 안전성 검토시 이러한 크랙에 대한 거동파악이 여러 선진국에서 필수적으로 수행되어지고 있다<sup>(1,2)</sup>.

또한 최근에는 수송기기를 포함하는 기계 및 압력용기 구조물에서 보다 정확한 안전설계 및 안전성 평가를 위하여 구조분야에서 각광을 받고 있는 유한요소법과 거의 정립단계에 있는 선형파괴

역학을 이용하여 수치기법을 통한 평가 수법의 검토가 제공되어지고 있다<sup>(3-13)</sup>.

크랙진 기계 및 구조물의 피로수명과 크랙크기의 변화는 응력확대계수에 의하여 의존되기 때문에 보다 정확한 피로수명 예측 및 크랙 크기 변화를 구하기 위해서는 응력확대계수의 정확한 추정이 요구된다. 실제 구조물에 존재하는 여러 가지 복잡한 크랙형태에 대한 응력확대계수 추정을 위하여 여러 가지 수치방법들이 사용되어지고 있으며, 이러한 다양한 크랙에 대하여 응력확대계수의 해가 체적력, 경계요소, 유한요소 및 기타 다양한 변화기법을 통하여 정리되어지고 있다. 많은 경우 이러한 방법들이 사용되어지고 있으며, 이러한

\* 계명대학교 자동차공학부

다양한 크랙에 대하여 응력확대계수의 해가 체적력, 경계요소, 유한요소 및 기타 다양한 변화기법을 통하여 정리되어지고 있다. 많은 경우 이러한 방법들에 의해서 오차가 발생되므로 보다 합리적인 피로수명 추정이 단계별 크랙성장의 특성에 따라 요구되어 진다.

Parks<sup>(3)</sup>와 Hellen<sup>(4)</sup>은 Virtual crack extension 기법으로 응력확대계수를 계산하였고, Henshell과 Shaw<sup>(5)</sup>, Barsoum<sup>(6)</sup>은 크랙진 물체에서  $1/\sqrt{r}$ 의 특이성을 더 정확하게 하기 위하여 크랙면에서 1/4점을 옮기는 특이요소를 사용하여 보다 정도좋은 응력확대계수를 계산하였다. 또한, 임의의 형태의 결함에 대한 유한요소기법들이 Blackburn<sup>(7)</sup>와, Soboyejo<sup>(8)</sup>, deLorenzi<sup>(9)</sup>, Nikshkov와 Atluri<sup>(10)</sup> 등에 의해서 사용 개발되었다. ASTM(E740-80)에서 권장하는 Newman 및 Raju<sup>(11,12,13)</sup>의 반타원형 표면 결함에 대한 응력확대계수 계산식은 크랙 선단의 nodal force를 이용한 유한요소해석을 활용하여 제안되었다. 또한, 관련 범용 유한요소 프로그램의 지속적인 개발로 실제 기계 및 구조물에서의 피로하중 하에서 크랙 진전 현상도 수치예측이 가능할 수 있게 되었다.

이러한 배경에서 본 연구에서는 기계 및 구조물의 안전설계 및 피로균열 수명예측 기술의 핵심 부분으로서, 임의의 평면 또는 표면크랙에 대한 피로수명 예측 및 파괴강도 평가를 위한 3차원 수치모델링 기법을 유한요소법과 선형파괴역학을 이용하여 실제 기계 및 구조물에 흔하게 내재하는 반타원형 표면결함 및 모서리 결함이 초기결함에서 관통될 때까지의 수명에 대한 크랙 진전현상 및 파괴강도를 예측 평가하는 기법을 제시하고 기존의 해석방법과는 해석의 정확성을 비교·검토하였다.

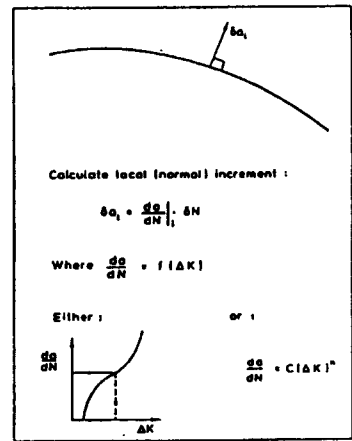
## 2. 해석절차

본 연구에서는 Fig.1(a)에 보여진 것처럼 크랙면을 따라 수직인 점에서의 평면을 정의한 다음, 선택된 면에서의 크랙선단 주위 절점변위를 유한요소해석으로부터 계산하였다. 이것은 Paris와 Erdogan(1963)<sup>(14)</sup>의 크랙면에서의 각 점에 대한 파괴강도, 즉 응력확대 계수를 결정하기 위하여 크랙선단 주위 응력장 방정식을 사용하였으며, 특

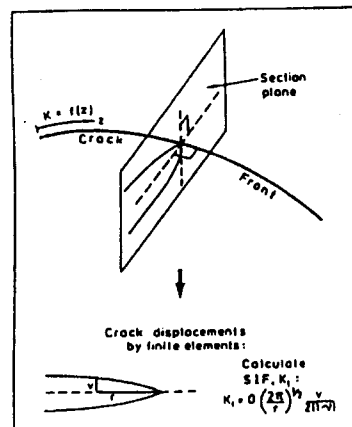
히 응력확대계수의 해석정도를 높이기 위하여 Henshell과 Barsoum 등이 사용한 1/4 절점 변위법을 사용하였다. 이때 사용한 응력확대계수식은 아래와 같다.<sup>(6)</sup>

$$K = G \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \cdot \frac{\nu}{2(1-\nu)} \quad (1)$$

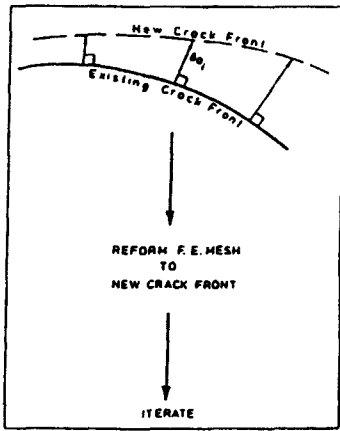
여기서  $r, \nu$  는 크랙 선단으로부터 1/4 절점거리, 크랙 선단 뒤 1/4 절점에서의 크랙 개구변위이며  $G, \nu$  는 전단계수, 포와송비이다.



(a)



(b)



(c)

Fig. 1 Modelling the growth of crack fronts with varying stress intensity factors,  $K_1$ , using finite elements and LEFM.

Fig.1(b)에 보인 것처럼 Paris의 크랙성장률 방정식은 크랙면의 점들에 따라 크랙면에 수직방향에 대한 응력확대 계수의 변이를 계산하는데 사용하였다. 이때 계산된 응력확대 계수 범위인  $\Delta K$ , 재료상수  $c, m$ 에 의해서 사이클(cycle) 증분에 대한 균열길이 증분( $\delta a_i$ )이 계산되었다. 이때 사용된 재료상수  $c, m$ 은  $8.02 \times 10^{-9}$ , 2.92 이다<sup>(15)</sup>. 또한 정해진 최종 사이클수에 대한 크랙진전도를 계산할 수 있었으며, Fig.1(c)에서 처럼 반복수행작업을 통하여 크랙의 진전형태를 알 수 있다. Fig.2는 해석절차에 대한 작업 흐름도(Flow chart)를 나타내고 있으며 이를 요약하면 다음과 같다.

- a. 크랙진 구조물의 유한요소 모델링
- b. 크랙 주위에서의 응력확대계수 계산
- c. 크랙면에 따라 피로크랙 진전을 계산하기 위한 응력확대계수 변이 이용
- d. 새로운 크랙 앞 위치를 정하기 위한 고안된 유한요소 분할
- e. b에서 d과정 반복작업

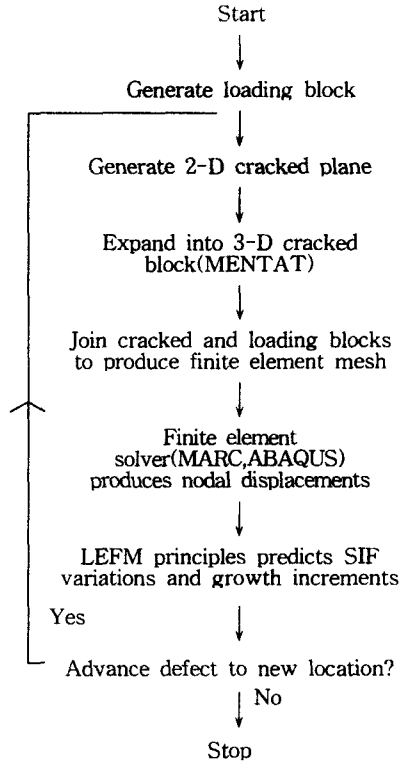


Fig. 2 Schematic of modelling procedure

### 3. 실제 응용

#### 3.1 유한요소 모델링

크랙진 3차원 구조물해석을 위하여 Fig.3과 같이 2 block으로 나누어 크랙이 없는 하중블럭 (loading block)에서는 작용하중 조건 및 모델(model)크기를 크게 분할하였고 상대적으로 크랙이 있는 균열진 블럭(cracked block)에서는 작게 분할하였다. 균열진 블럭은 결함주위에서 재료의 작은 체적을 나타내면서 보다 정확한 해를 구하기 위하여 아주 미세하게 요소분할하였고 이 크랙진 블럭은 크랙성장에 따라 계속적으로 요소 분할시켰다. Fig.4에 하중블럭을 보였으며 Fig.5에서는 크랙진 블럭의 2차원 요소분할에 3차원으로 확장된 3차원 모델을 나타내었다.

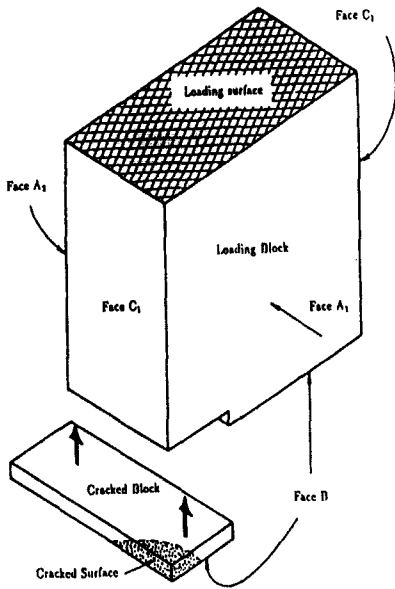


Fig. 3 Creation of 3D finite element model from separate blocks

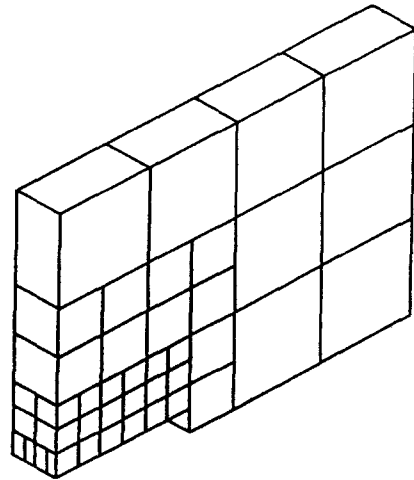


Fig. 4 (b). Loading block for cracked compact tension specimen

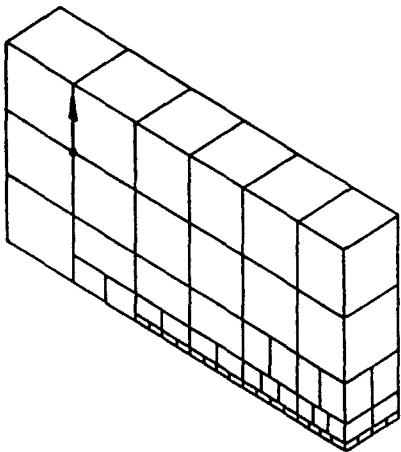


Fig. 4 (a). Loading block for cracked thin thickness plate

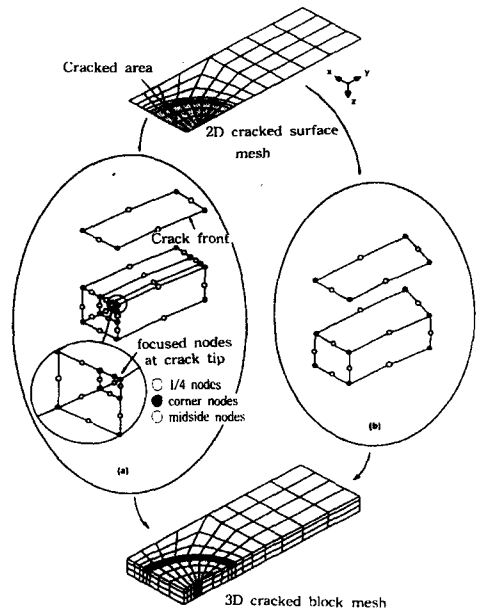


Fig. 5 Expansion of 2D cracked plate into 3D cracked block

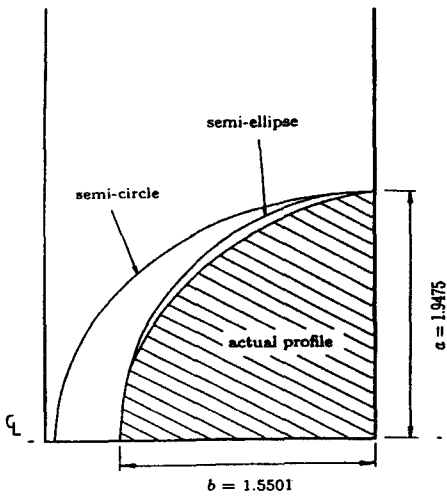


Fig. 6 Intermediate growth profile of surface defect with semi-elliptical and semi-circular fits

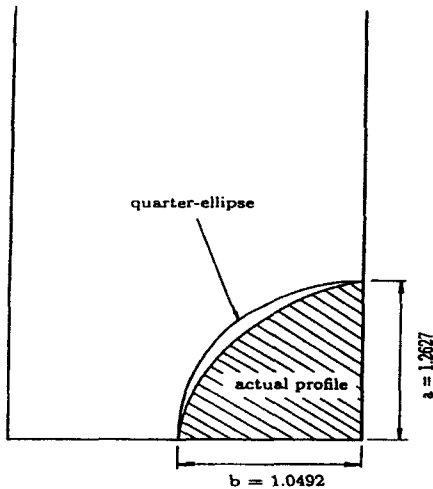


Fig. 7 Intermediate growth profile of corner defect with quarter-elliptical fit

Fig.5에는 본 연구에서 사용된 크랙진 블록안에 3차원 크랙선단의 요소를 보였다. 특히 크랙면에서는 중간절점이 요소 모서리(edge)로부터 1/4점으로 이동된 특이요소를 사용하였다<sup>(12)</sup>. 또한, 크랙진 블록과 하중블럭을 접합시켜 해석을 실시하였다.

### 3.2 표면 크랙과 모서리크랙에서의 응력 확대계수의 검증

해석대상인 표면크랙과 모서리 크랙의 파괴강도 즉 응력확대계수의 정확도를 검증하기 위하여 Fig.6과 Fig.7에 같은 실제 결합형태 및 해석을 위한 타원형, 원형으로 가정했을 경우를 Newman과 Raju해<sup>(13)</sup>와 본 연구에서 실시한 해를 비교하였다. 이때 초기 반타원 형태의 실제 결합형상은 관통되기 전까지 반타원 형태로 진전되므로 표면에서 균열길이가 같은 형태의 경우, 즉 반타원 형태의 초기 실제결합형상, 반타원결합, 원형결합 때의 응력확대계수를 비교·검토하였다. Fig.8은 표면결합에서의 상세 부호 표시를 나타내고 있다. 계산된 결과는 표면결합의 경우 Fig.9과 모서리결합의 경우는 Fig.10에 나타내었다. 표면결합에서 반타원형 경우 Newman Raju의 응력확대계수값은 본 유한요소 연구결과인 실제 결합형상에서의 표면점과 최심점에서 값보다 16%, 11% 크게 나왔으며 평균적으로는 Newman Raju의 K값보다 5% 낮게 나왔다. 반원형 결합인 경우 역시 Newman과 Raju해가 4% 크게 나왔다.

Newman과 Raju해를 본 수치해석해와 비교할 때 5%이내의 해를 얻기 때문에 분명히 본 연구의 해석의 정도를 확인할 수 있으며, 좀더 중요한 것은 반타원 형상이 실제 형상의 결합보다 큰 것으로 보아 상기내용이 확실하다는 것을 확인할 수 있다. 모서리 크랙에서도 마찬가지로 실제 결합형상과 1/4타원형 결합형상의 해가 교차되는 부분을 제외한 모든 점에서 K값이 거의 일치하며 평균적으로 5% 이내로 Newman Raju 해가 크기 때문에 본 해석의 정확성이 확인될 수 있었고, 또한 실제 결합형상과 Newman과 Raju해 차이는 크랙형태에서의 영역의 차이에서 기인된다는 것을 알 수 있다. 따라서 전체적으로 본 연구에서 채

택된 표면결함과 모서리 결함에서의 응력확대계수의 수치해석기법의 정확성을 확인하였다.

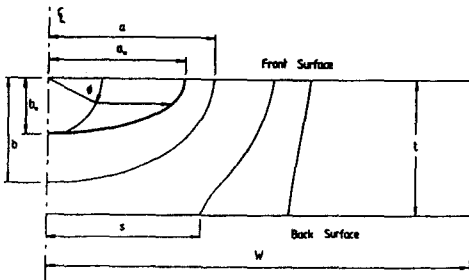


Fig. 8 Nomenclature used to define growth of surface defects.

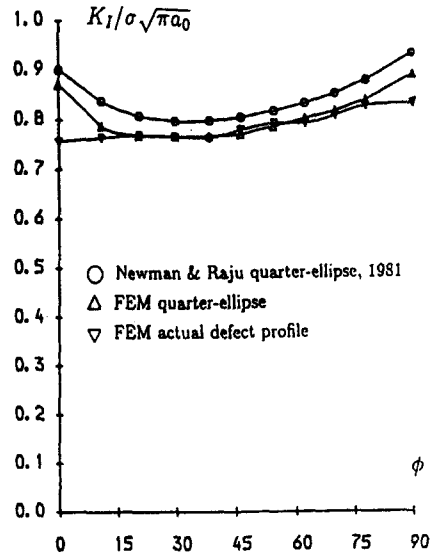


Fig. 10 K variation around tension

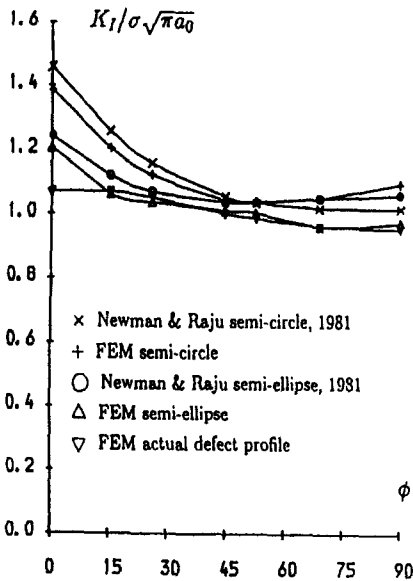


Fig. 9 K variation around tension fatigued surface defects

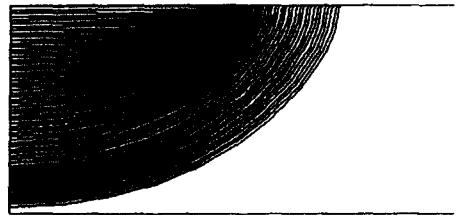


Fig. 11 Fatigue growth of surface slot crack for DOB=0.0

### 3.3 해석 크랙 모델의 기하학적 형상 및 하중조건

Fig.8에서 t는 판두께, w는 반폭길이, c는 결함의 표면길이, s는 후표면길이, a는 깊이 방향의 길이를 나타낸다. 각 치수를 좀 더 편리하게 정의하기 위하여 반표면크랙길이에 대한 깊이 방향크랙 길이의 비(Aspect ratio) c/a, 판두께에 대한 깊이 방향 a/t, 반폭길이에 대한 판두께 t/w로 나

다낼 수 있다. 본 연구에 해석했던 하중형태와 초기형상은 Table.1과 같다.

Table 1 Initial geometric profile of surface defects

치수비 하중형태	a/c		a/t		t/w	
인장 (DOB=0.0)	0.006 (0.15/25)	0.006 (10/25)	0.006 (0.15/25)	0.006 (10/25)	0.006 (25/400)	0.006 (25/400)
굽힘 (DOB=1.0)	0.006	0.4	0.006	0.4	0.0625	0.0625

### 3.4 해석결과 및 고찰

Fig.11에 보여진 크랙진전 형상은 인장하중 상태하의 형상비(aspect ratio) a/c가 0.006 판두께에 대한 깊이 방향 a/t가 0.006. 반폭깊이에 대한 판두께 t/w가 0.06일 경우 상기 해석절차에서 밝힌 대로 일련의 71번 반복계산으로부터 얻어진 미리 예측된 크랙진전형상의 모습이다.

Fig.12은 인장하중 상태하에 피로수명에 따른 깊이 방향의 크랙성장 변이를 나타냈다. Fig.12을 통하여 누수직전의 경우보다 초기부분에서부터 누수이전까지 수명이 거의 소모됨을 알 수 있다. 파손기준 설계시 피로수명에 이러한 내용을 연관시켜 누수전 크랙성장 예측에 활용할 수 있음이 중요하다고 사료된다. Fig.12에서 피로 표면크랙진전에 관한 Newman과 Raju의 제안식과 수정제안식<sup>(13)</sup> 즉, Paris표면성장률 계수  $C_c$ 가 Paris의 깊이 방향 성장률계수  $C_a$ 와 같을 때, 0.9°일 경우를 이번 연구에서 채택한 해석방법의 해와 비교·검토하였다. 여기서 n은 Paris의 피로크랙진전률 지수이다. 본 연구에서 채택한 해석방법은 Newman과 Raju에 의해서 수정제안된 식과 비교적 잘 일치함을 알 수 있다.

Fig.13에서는 형상비(aspect ratio)가 다른 인장상태의 피로성장의 해석결과를 나타냈다. 이 그림을 통하여 결함의 표면길이가 결함초기 또는 성장모습의 예측에 의해 주어진 관통두께 성장이 계산되어질 수 있으므로 안전검사와 보수기술에 유용하게 활용될 수 있다. 결과적으로 결함의 표면길이를 직접 측정을 통하여 관통두께까지의 성장 임계양을 연관시켜 예측시킬 수 있다. 표면에서

결함성장은 형상비가 1보다 적고  $0.5 \leq a/c \leq 0.7$ 로 향하는 경향이 있으며 관통되어 새는 부분의 깊이방향 결함이 이때를 초과할 경우 발생한다. 이것은 똑같은 초기 형상비의 결함들은 똑같은 경향으로 성장하며 이때 초기 상대적 크랙깊이는 결함 형상비영향이 크며 결함들은 점진적으로 누수 형상비로 향하여 성장하는 것으로 보여지며 누수형상비는 초기 형상비와 초기 균열 깊이에 의해 크게 영향을 받는다.

따라서, 본 연구에서 채택된 해석방법이 Newman과 Raju에 의해서 수정 제안된 방법과 비교적 잘 일치함을 보이고 있다.

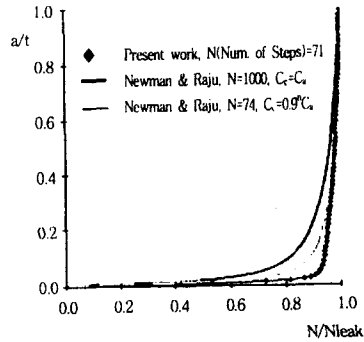


Fig. 12 Variation of crack depth with fatigue life for DOB=0.0

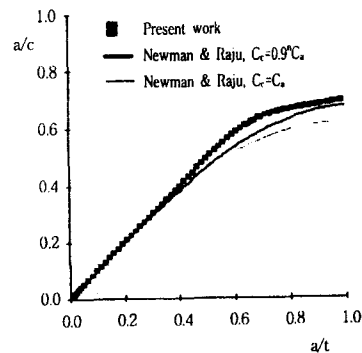


Fig. 13 Variation of aspect ratio for surface slot crack, DOB=0.0



Fig. 14 Fatigue growth of surface slot crack for DOB=1.0

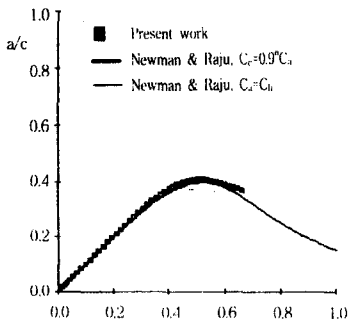


Fig. 15 Variation of aspect ratio for surface slot crack, DOB=1.0

Fig.14과 Fig.15은 굽힘하중하에서 앞절 해석절차에 따라 얻어진 크랙형상의 진전모습이며 같은 하중형태에서 형상비가 다른 피로성장 해석결과를 나타내고 있다. 여기에서도 본 해석방법이 기존의 Newman과 Raju가 수정제안한 해와 잘 일치함을 알 수 있다.

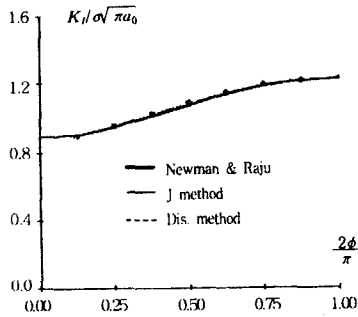


Fig. 16 Comparison of SIF for a semi-elliptical surface crack, DOB=0.0

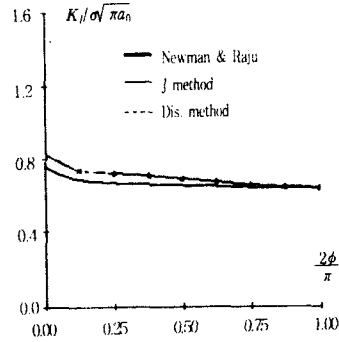


Fig. 17 Comparison of SIF for a semi-elliptical surface crack, DOB=1.0

본 연구의 응력확대계수의 해석에 있어서 표면결함에 대한 인장하중상태, 굽힘하중상태에 대하여 Newman과 Raju가 제안한 방법과 본 연구에서 검토된 내용을 적용한 변위법<sup>(5,6)</sup> 및 J적분법<sup>(9,10)</sup>에 의해서 계산된 표면결함에서 관통될 때까지의 응력확대 계수값을 Fig.16 및 Fig.17에 보였다. 이때 J적분은 범용 유한요소 프로그램 ABAQUS를 사용하였다.

대체로 본 연구에서 채택된 J적분법, 변위법은 Newman과 Raju가 제안한 해와 비교적 잘 일치됨을 알 수 있어 본 해석기법으로 구해진 응력확대계수가 정확성이 있음을 알 수 있다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 현재 각종 대형사고의 주원인이 되고 있으며 기기 및 구조물에서 주로 내재하는 3차원 표면크랙, 모서리크랙 등의 피로수명 예측 및 파괴강도 평가의 피로 안전 설계를 위한 수치모델링 기법에 대하여 중점적으로 다루었다. 본 연구에서는 크랙형상 변화의 평가에 핵심이 되는 응력확대계수의 정도를 다양하게 검토하여 본 해석기법의 신뢰성을 확인하였다. 본 연구에서 검토된 유한 요소법에 의한 수치해석기법은 공학상의 실제 문제인 다양한 형태의 3차원 초기 표면결함에서 관통될 때까지의 피로 크랙형상, 피로 수명예측 및 파괴강도 해석에 많은 잇점이 있을 것



으로 사료되며 특히, 본 연구에서 제시된 크랙 부위의 3차원 자동 요소분할, 크랙 부위와 하중부위의 분할 및 집합기법은 해석방법이 보다 간편하며 정확성 또한 충분함이 확인되었다.

### 참고문헌

1. British Standards Institution, "Guidance on some methods for the derivation of acceptance levels for defects in fusion welded joints," Section 3, BSI PD 6493, 1980.
2. ASME Boiler and pressure vessel code, section XI, Rules for in-service inspection of nuclear power plant components, 1977.
3. Parks, D. M., "A stiffness derivative finite element technique for determination of elastic crack tip stress intensity factors," Int. J. Fracture 10, pp487-502, 1974.
4. Hellen, T. K., "On the method of virtual crack extension," Int. J. num. Meth. Engng 9, pp187-207, 1975.
5. Henshell, R. D. and Shaw, K. G., "Crack tip finite elements are unnecessary," Int. J. num. Meth. Engng 9, pp495-507, 1975.
6. Barsoum, R. S., "On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics," Int. J. Numer. Methods in Engng., 10, pp25-37, 1976.
7. Remzi, E. M., Blackburn, W. S. and Hellen, T. K., "Automatic growth of planar cracks in three dimensional geometries," Proceedings of 5th International Conference on Numerical Methods in Fracture Mechanics, pp129-140, 1990.
8. Soboyejo, W. O., Kishimoto, K., Smith, R. A. and Knott, J. F., "A study of the interaction and coalescence of two coplanar fatigue cracks in bending," Fatigue Engng Mater. Struct. 12(3), pp167-174, 1989.
9. deLorenzi, H. G., "On the energy release rate and the J-integral for 3-D crack configuration," Int. J. Fracture 19, pp183-193, 1982.
10. Nikishkov, G. P. and Atluri, S. N., "Calculation of fracture mechanics parameters for an arbitrary three- dimensional crack, by the 'equivalent domain integral' method," Int. J. num. Meth. Engng. 24, pp1801-1821, 1987.
11. Raju, I. S. and Newman, J. C., Jr., "Three-dimensional finite-element analysis of finite-thickness fracture specimens," NASA TN D-8414, 1977.
12. Raju, I. S. and Newman, J. C., Jr., "Stress intensity factors for a wide range of semi-elliptical surface cracks in finite thickness plates," Engng Fract. Mech. 11(4), pp817-829, 1979.
13. Newman, J.R & Raju, I.S., "An empirical review of crack tip stress intensity factors for semi-elliptic crack," Eng. Fract. Mech., 15, pp185-92, 1981.
14. Paris, P. C. and F. Erdogan, "Critical analysis of crack propagation laws. J. Basic Engng.," ASME, Series D, 85, (4), pp528-534, 1963.
15. Hancock, J. W., D. S. Gill and X. Huang, "Fatigue crack growth due to random loading in air and sea water with applications to the growth of semi-elliptical cracks in tubular welded joints of offshore structures," Proc. Instn Mech. Engrs, C144/86, 1986.