

엔드밀링에서의 동절삭력 모델을 이용한 채터예측

황철현*, 조동우**

Chatter Prediction in Endmilling Using Dynamic Cutting Force Modeling

Cheol Hyun Hwang *, and Dong-Woo Cho **

ABSTRACT

Cutting process, in general, is a closed-loop system consisting of structural dynamics and cutting dynamics, with the cutting forces and the relative displacements between tool and workpiece being the associated variables. There have been a number of works on modeling the cutting process of endmilling, most of which assumed that either one of the tool or workpiece be negligible in its displacement. In this paper, the relative displacement between tool and workpiece was considered. The proposed model used experimental modal analysis for structural dynamics and an instantaneous uncut chip thickness model for cutting dynamics. Simulation of the model, a time varying cutting system, was performed using 4-th order Runge-Kutta method. Subsequent simulation results were utilized to predict chatter over a variety of cutting speeds. The predicted axial depths of cut at stability limits were compared with those obtained by cutting experiments in slotting operation, showing good agreement.

Key Words : endmilling (엔드밀링), dynamic cutting force (동절삭력), chatter (채터), relative displacement (상대 변위)

1. 서론

공작기계 연구분야에서 최근의 추세중의 하나로 가상 공작기계(Virtual CNC, VCNC)의 개념이 등장하였다. 이는 CAD/CAM, CIM, CAPP 등과 같이 컴퓨터를 이용하여 생산현장에서의 효율성을 극대화 하고자 하는 시도중의 하나이며, 가공의 전 과정을 컴퓨터 상에서 보여줌으로써, 실제로 가공하지 않고도 가공시의 문제점이나 가공 후 상태를 예측하고 보상할 수 있도록 하기 위한 것이다. 이는 또한 컴퓨터를 이용한 다른 개념들과 연계하여 사용이 가능하다. 즉, 가상 공작기계와의 인터

페이스를 통하여, CAD/CAM, CAPP 등의 개발 및 시험에 이용할 수 있다.

본 연구에서는 산업현장에서 많이 이용되고 있는 엔드 밀링의 절삭 시스템을 모델링함으로써 가공 조건에 따른 절삭력의 변화를 보여 주고, 채터의 발생 유무를 판단하여 채터가 발생하지 않는 한계 절삭 조건을 예측할 수 있도록 하고자 한다. 이는 VCNC의 중요한 한 부분으로서, 컴퓨터 상에서 공작기계 및 절삭과정의 동특성을 파악할 수 있도록 한다.

일반적으로, 절삭 시스템은 잘 알려진 바와 같이 구조 동역학과 절삭 동역학이 폐회로를 이루고 있기 때문에 특정 한계 이상의 가공 조건에서는 자력 진동(self excited vibration)으로 인해 절삭이

* 현대정공기술연구소 차량시험부 NVH Team
** 포항공과대학교 기계공학과

불안정하게 이루어질 뿐만 아니라, 공구의 마모, 소음, 가공 정도의 저하 등 많은 문제점이 발생한다.

엔드 밀 가공의 경우 공구가 회전함에 따라 날이 절삭하는 칩의 두께가 계속 변할 뿐 아니라 단속 절삭(interrupted cutting)이 이루어지기 때문에 절삭력이 시간에 따라 계속 변하게 된다. 그리고, 절삭력에 의해 발생하는 공구 공작물간의 상대 운동 때문에 가공물 표면이 wave 형으로 남게 되는데, 이전 날에 의해 발생된 이러한 wave 형 표면의 안쪽을 다시 다음날이 깎게 되므로 절삭 깊이에 변화가 생겨 절삭력의 변동을 유발하게 된다. 이러한 과정을 재생효과(regenerative effect)라고 하며, 이는 불안정 절삭 상태인 채터(chatter)를 발생시키는 주된 요인이라고 할 수 있다.

지금까지 엔드 밀링의 절삭 공정에 관한 연구로는 크게 절삭력 모델링과 전달함수를 이용한 채터 예측 등이 있으며, 현재도 연구가 활발히 진행되고 있다. 엔드 밀링의 절삭력을 계산하기 위해 Kline, Devor[1], Tlusty[2] 등이 공구와 공작물을 강체로 가정한 절삭력 모델을 제시하였고, Tlusty[3][4][5] 등은 공구의 정적 처짐을 고려한 모델, Sutherland[6] 등은 공구의 runout 을 고려한 모델을 제시하였다. 그리고, Ismail[8], Smith, Tlusty[12] 등 몇몇 연구자들에 의해 주파수 영역에서의 stability chart 나 시간 영역에서의 시뮬레이션을 통해 채터 발생 절삭조건에 관한 연구가 활발하게 진행되고 있다. 하지만, 이들 모델에서는 엔드 밀 공구가 장착된 스핀들 계를 강체로 가정한 채 공구의 휨이나 또는 변위만 고려한 경우가 대부분이었다.

본 연구에서는 모드 해석을 이용하여 구조동역학을 해석함으로써 공작기계 전체의 거동을 고려할 수 있었으며, 가공부위의 공구와 공작물의 변위를 구하여 이들 사이의 상대 운동을 절삭력 모델에서 반영할 수 있도록 하였다. 그리고, 주어진 절삭 조건에 대하여 시간 영역에서 절삭력의 변화를 보여 줌으로써 가공 안정성을 판단할 수 있도록 하였고, 다양한 절삭속도에 대해서 채터가 발생하지 않는 한계 절삭 깊이를 찾아내어 이를 실험과 비교하였다.

2. 구조 진동 해석

2.1 모드 해석

Fig. 1 과 같이 공구 끝단을 point 1, 공작물을 point 2 라하여 머시닝 센터에 전체 n 개의 point 를 취하고 z 방향의 자유도를 무시하면, 전체 2n 개의 자유도를 생각할 수 있다. 그리고, 가공 시 구조물에 가해지는 외력으로는 point 1 과 point 2 가해지는 절삭력만 존재한다고 가정하면, 운동방정식은 식 (1)과 같다

$$[M] \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{y}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \\ \ddot{y}_2(t) \\ \vdots \\ \ddot{x}_n(t) \\ \ddot{y}_n(t) \end{Bmatrix} + [C] \begin{Bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{y}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{y}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) \\ \dot{y}_n(t) \end{Bmatrix} + [K] \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ y_1(t) \\ x_2(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \\ y_n(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{x1}(t) \\ F_{y1}(t) \\ F_{x2}(t) \\ F_{y2}(t) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Normal mode 와 proportional damping 을 가정하고, 식 (1)을 모드 좌표계로 표현하면 다음과 같다.

$$[I] \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1(t) \\ \ddot{q}_2(t) \\ \ddot{q}_3(t) \\ \ddot{q}_4(t) \\ \vdots \\ \ddot{q}_{2n-1}(t) \\ \ddot{q}_{2n}(t) \end{Bmatrix} + [2\zeta\Omega] \begin{Bmatrix} \dot{q}_1(t) \\ \dot{q}_2(t) \\ \dot{q}_3(t) \\ \dot{q}_4(t) \\ \vdots \\ \dot{q}_{2n-1}(t) \\ \dot{q}_{2n}(t) \end{Bmatrix} + [\Omega^2] \begin{Bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ q_3(t) \\ q_4(t) \\ \vdots \\ q_{2n-1}(t) \\ q_{2n}(t) \end{Bmatrix} = [U]^T \begin{Bmatrix} F_{x1}(t) \\ F_{y1}(t) \\ F_{x2}(t) \\ F_{y2}(t) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

절삭력에 영향을 미치는 자유도는 x_1, y_1, x_2, y_2 이며, 이들을 모달 좌표계로 표시하면 아래와 같다.

$$\begin{Bmatrix} x_1(t) \\ y_1(t) \\ x_2(t) \\ y_2(t) \end{Bmatrix} = q_1(t) \begin{Bmatrix} x_1(1) \\ y_1(1) \\ x_2(1) \\ y_2(1) \end{Bmatrix} + q_2(t) \begin{Bmatrix} x_1(2) \\ y_1(2) \\ x_2(2) \\ y_2(2) \end{Bmatrix} + \dots + q_n(t) \begin{Bmatrix} x_1(n) \\ y_1(n) \\ x_2(n) \\ y_2(n) \end{Bmatrix} \quad (3)$$

식 (3)으로부터 x_1, y_1, x_2, y_2 는 $\{x_1^{(i)}, y_1^{(i)}, x_2^{(i)}, y_2^{(i)}\}^T$ 를 성분으로 하는 n 개의 모달 벡터와 n 개의 모달 좌표계 계수 q 에 의해 결정됨을 알 수 있다. 이 n 개의 모달 좌표계 계수 q 는 식 (2)에 의해 결정된다. 식 (2)의 우변에서 보는 바와 같이 절삭력이 가해지지 않는 곳은 외력이 0이라고 가정하였으므로 모달 벡터의 나머지 성분들 $x_3, y_3, \dots, x_n, y_n$ 은 q 의 결정에 아무런 영향을 줄 수 없음을 알 수 있다.

결국, 절삭 시스템 해석에 필요한 $x_1(t), y_1(t), x_2(t), y_2(t)$ 를 예측하기 위해 구해야 할 파라메타는 n 개의 모달 감쇠비, 모달 고유주파수, $\{x_1(i), y_1(i), x_2(i), y_2(i)\}^T$ 를 성분으로 하는 모달 벡터임을 알 수 있고, 이는 모달 테스트를 통해 구할 수 있다.

2.2 모달 테스트

모달 파라메타를 구하기 위해 설정한 실험 장치는 Fig.2와 같다. 엔드 밀 가공의 특성상 가공 중의 응답신호를 공구 부위에서 측정하기 힘들기 때문에 공구가 회전하지 않는 상태에서 측정하였다. 가능한 절삭시의 상황을 잘 반영하기 위해 엔드 밀 가공 중에 정지시켜 엔드 밀의 날이 소재에 물려 있는 상태에서 실험하였다.

충격 해머로 가진한 신호와 가속도계에서 나온 신호를 동시에 FFT의 입력으로 하여 각 방향으로의 주파수 응답함수를 얻어냈다. x_1, y_1, x_2, y_2 총 4개의 자유도를 고려하여, 가진은 y_2 방향으로만 하였고 가속도계에서 나온 응답은 x_1, y_1, x_2, y_2 모든 방향에서 측정하였다. 20번 측정하여 이들을 ensemble average 함으로써 잡음의 영향을 줄였으며, 임팩트 해머는 넓은 주파수 대역에서 가진 특성이

좋은 steel tip 을 이용하였다. 사용한 임팩트 해머는 DYTRAN 5800A, 가속도계는 KISTLER c58496, c58497이며, FFT는 HP3566A이다.

FFT로 구해진 4개의 주파수 응답함수를 모달 해석 프로그램인 SMS사의 STAR 프로그램을 이용하여 해석하였다. Normal mode로 가정하고 커브 피팅하여 0 ~ 3 kHz 대역에서 총 13개의 모드를 구하였고, 각 모드에 해당하는 고유 주파수, 감쇠비, 모달 벡터를 구해냈다. 모달 벡터는 모달 질량이 1이 되도록 스케일링 하였으며, 그 결과는 Table 1과 같다. Fig.3은 구해진 모달 파라메타로 주파수 응답함수를 재현하여 원래의 주파수 응답 함수와 비교한 예이다.

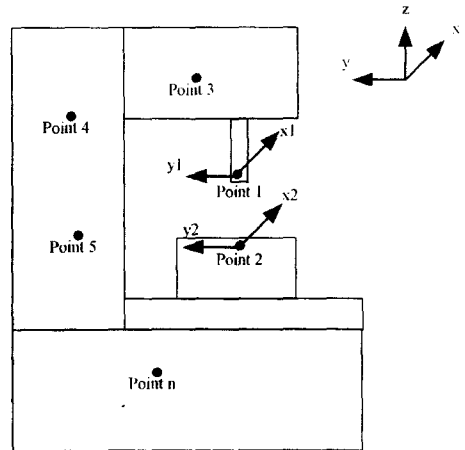


Fig. 1 Degree of freedom of a machining center

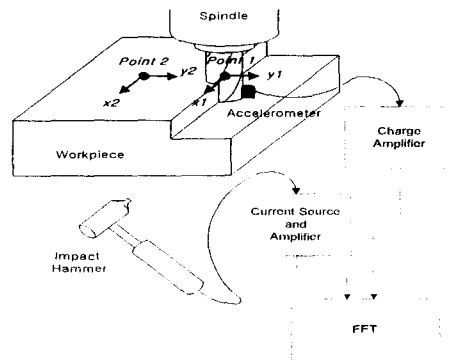


Fig. 2 Schematic diagram of modal testing

Table 1 Results of the modal testing

Mode #	Freq. (Hz)	Damping ratio	Mode shape scaled to unit modal mass			
			X1	Y1	X2	Y2
1	576	0.020142	-0.064280	0.192284	-0.069403	0.288106
2	606	0.011425	-0.030443	0.098911	-0.037479	0.143760
3	845	0.014588	-0.032907	0.305201	-0.087088	0.360517
4	891	0.013287	-0.018414	0.108879	-0.057941	0.224464
5	917	0.023738	-0.035602	0.308591	-0.140831	0.490594
6	959	0.012484	0.174545	0.153292	-0.106878	0.332612
7	988	0.009501	0.516126	-1.049251	-0.045232	0.065350
8	1017	0.012734	0.290594	-0.443910	0.135812	-0.314376
9	1083	0.026476	0.053007	-0.374977	0.118934	-0.484214
10	1159	0.014652	0.006315	-0.120701	0.108896	-0.339595
11	1361	0.014048	-0.153638	-0.151464	-0.131787	-0.274011
12	2143	0.013486	0.113997	0.089176	-0.307496	-0.046745
13	2259	0.005953	0.031041	-0.160951	0.229316	-0.071567

3. 절삭력 모델

3.1 엔드 밀의 기하학적 형상

엔드밀은 날의 인선이 나선형으로 되어 있으므로 절삭력의 모델링이 복잡해 질 수 있다. 그러므로, 이를 단순화하기 위해 축 방향으로 잘게 나눈 미소 날들의 절삭력을 계산하고, 나중에 이들을 합하여 엔드밀에 걸린 절삭력을 구하도록 한다.

엔드밀을 축 방향으로 잘게 나누었을 때, XY 평면에 투영한 미소날의 각도 위치는 Fig.4 와 같다.

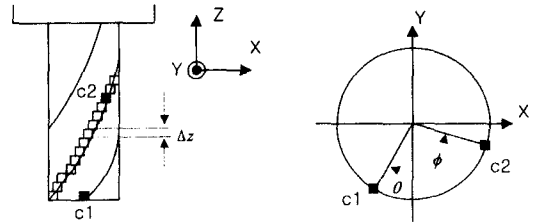


Fig. 4 Angular position of cutting edge

시간을 Δt 간격으로 나누었을 때, 엔드밀의 회전각 θ 는 회전속도 ω 와 아래와 같은 관계에 있다.

$$\theta = j * \Delta t * \omega \tag{4}$$

따라서, 엔드밀 밀면의 기준 미소 날(c1)이 θ 만큼 회전했을 때, 임의의 위치의 미소 날(c2)의 각도 위치 ϕ 는 식(5)와 같이 구해질 수 있다.

$$\phi(i, j, k) = (i-1) * \frac{2\pi}{m} - j * \Delta t * \omega + \frac{\tan \beta}{r} * (k * \Delta z - \frac{\Delta z}{2}) \tag{5}$$

- i : flute index (1.2... M)
- j : time index (0.1... $\frac{ADC}{\Delta t}$)
- k : axial depth index (1... $\frac{ADC}{\Delta z}$)
- Δt : time step
- ADC : axial depth of cut
- Δz : axial depth of disk
- ω : spindle speed
- β : helix angle

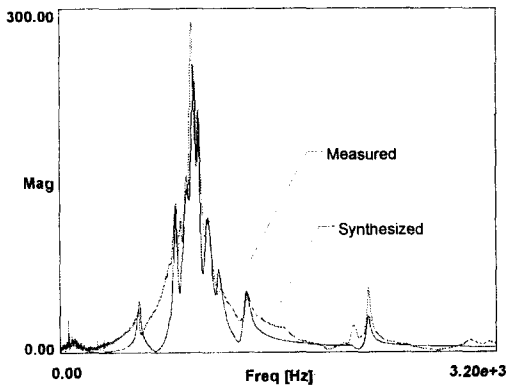


Fig. 3(a) Measured and synthesized frequency response functions y1/y2

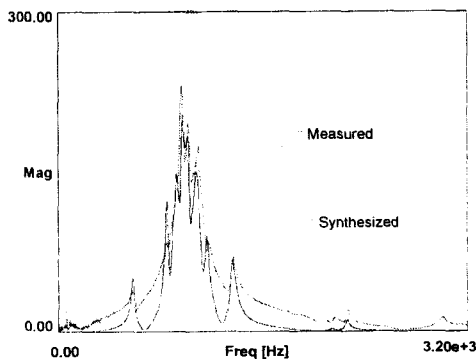


Fig. 3(b) Measured and synthesized frequency response functions y2/y2

r : radius of cutter
 m : # of flute

3.2 공구 공작물 간의 상대 운동을 고려한 절삭력 모델

절삭력은, 공구 공작물 간의 상대 변위를 고려하여 모델링하였다. 절삭 전 칩의 두께를 구하기 위해 미소 날의 절삭 궤적을 생각하면 Fig.5 와 같다. 여기서 $P_n(t)$ 는 현재 날의 명목상의 궤적이고, $P_a(t)$ 는 날의 실제 궤적이며, $P_n(t-\tau)$ 와 $P_a(t-\tau)$ 는 각각 이전 날의 명목상의 궤적과 실제 궤적이다. 그리고, $R(t)$ 와 $R(t-\tau)$ 는 각각 현재 날과 이전 날의 공구-공작물 간의 반경 방향 상대 변위이다. 공구의 변위를 (x_1, y_1) , 공작물의 변위를 (x_2, y_2) 라 하면 절삭전 칩의 두께 $W(t)$ 는 날당 이송량 f_i 와 각도 위치 ϕ 를 이용해서 식(6)과 같이 나타낼 수 있다.

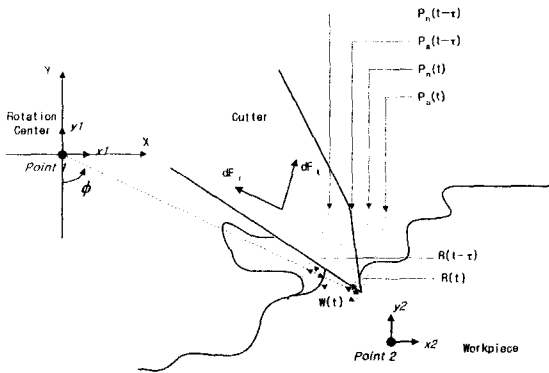


Fig. 5 Trajectory of cutting edge

$$\begin{aligned}
 W(t) &= P_n(t) - P_n(t-\tau) \\
 &= P_n(t) - P_n(t-\tau) + R(t) - R(t-\tau) \\
 &= f_i \sin \phi + \{(x_1(t) - x_2(t)) \sin \phi - (y_1(t) - y_2(t)) \\
 &\quad * \cos \phi\} - \{(x_1(t-\tau) - x_2(t-\tau)) \sin \phi - (y_1(t-\tau) \\
 &\quad - y_2(t-\tau)) * \cos \phi\}
 \end{aligned} \tag{6}$$

한편 공구와 공작물 간의 상대 속도에 의해 미소 날의 절삭 속도의 방향이 달라질 수 있으며 이를 도식화하면 Fig.6 과 같다. 여기서 V_n 은 명목상의 절삭속도이고 V_a 는 실제의 절삭속도이다. 주어진 절삭 속도에 비해 상대 속도의 크기는 매우 작다고 가정하면 실제 절삭 속도의 각 변화 λ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\lambda \approx \left(\frac{V_r'}{V_n} \right) \tag{7}$$

식 (7)에서 V_r' 은 공구 공작물 간의 상대 운동에 의한 반경 방향 상대 속도이며, 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 V_r' &= (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) * \sin \phi - (\dot{y}_1(t) - \dot{y}_2(t)) \\
 &\quad * \cos \phi
 \end{aligned} \tag{8}$$

따라서, 상대 속도에 의한 절삭 방향의 변화를 고려하면 절삭 전 칩의 두께는 최종적으로 식 (9)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 W(t) &= f_i * \sin(\phi + \lambda) + \{(x_1(t) - x_2(t)) \\
 &\quad * \sin(\phi + \lambda) - (y_1(t) - y_2(t)) * \cos(\phi + \lambda)\} \\
 &\quad - \{(x_1(t-\tau) - x_2(t-\tau)) * \sin(\phi + \lambda) \\
 &\quad - (y_1(t-\tau) - y_2(t-\tau)) * \cos(\phi + \lambda)\}
 \end{aligned} \tag{9}$$

미소 날의 절삭을 2 차원 수직 절삭(orthogonal cutting)이라 가정하면, 미소 날에 가해지는 접선 방향과 법선 방향 절삭력은 비절삭 저항을 이용하여 식 (10)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 dF_t &= K_t \Delta z W(t) \\
 dF_r &= K_r K_t \Delta z W(t)
 \end{aligned} \tag{10}$$

식 (10)의 미소 날의 절삭력을 X, Y 방향으로 좌표변환하면 식 (11)과 같다.

$$\begin{aligned}
 dF_x &= dF_t * \cos(\phi + \lambda) - dF_r * \sin(\phi + \lambda) \\
 dF_y &= dF_t * \sin(\phi + \lambda) + dF_r * \cos(\phi + \lambda)
 \end{aligned} \tag{11}$$

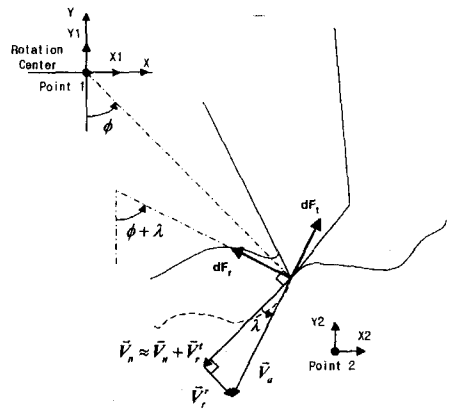


Fig. 6 Penetration effect

공구에 걸리는 순간 절삭력은 절삭에 참여하는 미소 날들에 가해진 절삭력의 벡터합으로써 구해진다. 절삭 영역은 식(12)와 같이 정할수 있고, 절삭전 칩의 두께가 0 보다 클때에만 절삭이 일어나므로, 식 (12)와 식 (13)을 만족하는 미소 절삭 날에 대해서만 벡터합을 행한다.

$$\phi_{lower} \leq \phi(i, j, k) \leq \phi_{upper} \quad (12)$$

여기서

$$\begin{aligned} \phi_{lower} &= 0 \text{ and } \phi_{upper} \\ &= \cos^{-1} \left(\frac{r - RDC + y_1(t) - y_2(t)}{r} \right) \end{aligned}$$

이며, RDC는 Radial Depth of Cut 이다.

$$W(t) > 0 \quad (13)$$

결국 순간절삭력은 식 (14)와 같이 나타내진다.

$$\begin{aligned} F_x(j\Delta t) &= \sum dF_x = \sum_{\substack{i,k \\ (\phi_{lower} \leq \phi \leq \phi_{upper})}} [dF_i \cos\{\phi(i, j, k) \\ &+ \lambda(j)\} - dF_i \sin\{\phi(i, j, k) + \lambda(j)\}] \\ &= \sum_{\substack{i,k \\ (\phi_{lower} \leq \phi \leq \phi_{upper})}} [\cos\{\phi(i, j, k) + \lambda(j)\} \\ &- K_r \sin\{\phi(i, j, k) + \lambda(j)\}] K_r \Delta z W(i, j, k) \\ F_y(j\Delta t) &= \sum dF_y = \sum_{\substack{i,k \\ (\phi_{lower} \leq \phi \leq \phi_{upper})}} [dF_i \sin\{\phi(i, j, k) \\ &+ \lambda(j)\} + dF_i \cos\{\phi(i, j, k) + \lambda(j)\}] \\ &= \sum_{\substack{i,k \\ (\phi_{lower} \leq \phi \leq \phi_{upper})}} [\sin\{\phi(i, j, k) + \lambda(j)\} \\ &+ K_r \cos\{\phi(i, j, k) + \lambda(j)\}] K_r \Delta z W(i, j, k) \end{aligned} \quad (14)$$

3.3 절삭 계수의 결정

절삭 계수는 공구의 기하학적 형상과 재질, 공작물의 재질의 상수로 볼 수 있으며, 절삭 실험에서 얻은 절삭력 신호를 이용하여 구할 수 있다.

공구나 공작물의 운동을 고려한 동적 절삭력 모델에서는 절삭력이 상대변위와 더불어 폐회로를 이루고 있으므로, 계산이 매우 복잡하게 된다. 따라서, 기존의 몇몇 논문에서는 공구와 공작물을 강체로 가정한 모델[1]을 이용하는 방법을 택하고 있다. 즉, 다양한 절삭 조건에서의 절삭력 신호를

측정한 뒤 강체 모델에 적용하여 절삭 계수를 구한 뒤 절삭 계수를 절삭 조건이나 절삭 파라메타에 대해 피팅하는 방법을 취하고 있다. 강체모델과 다르게 실제 절삭에 있어서는 공구의 휨 등 기타 요인에 의해 강체 모델에서보다 작은 칩의 단면적을 절삭하게 되어 절삭 조건에 따라 달라지므로 절삭계수를 절삭 조건에 따라 피팅하는 방법을 취하고 있는 것이다. 그러나, 이러한 방법은 접선 방향 절삭력이 절삭 전 칩의 단면적에 비례한다는 비절삭 저항의 기본가정에 위배된다고 볼 수 있다.

본 논문에서는 공구 공작물 간의 상대 변위가 아주 작은 약한 절삭 조건에서 절삭력을 측정한다. 이를 공구와 공작물을 강체로 가정한 절삭력 모델에 적용하여 절삭 계수를 구하도록 하였으며, 절삭 조건에 따라 변하지 않고 같은 공구와 같은 재질의 공작물에 대해서 항상 같다고 가정하였다. 강체 모델에서의 절삭력은 식 (15)와 같으며, 공구가 한 회전할 동안의 절삭력을 평균하면 식 (16)과 같다.

$$\begin{aligned} F_x(j\Delta t) &= \sum_{i,k} [\cos\{\phi(i, j, k)\} \\ &- K_r \sin\{\phi(i, j, k)\}] K_r \Delta z f_i \sin\{\phi(i, j, k)\} \\ F_y(j\Delta t) &= \sum_{i,k} [\sin\{\phi(i, j, k)\} \\ &+ K_r \cos\{\phi(i, j, k)\}] K_r \Delta z f_i \sin\{\phi(i, j, k)\} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \bar{F}_x &= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \sum_{i,k} [\cos\{\phi(i, j, k)\} \\ &- K_r \sin\{\phi(i, j, k)\}] K_r \Delta z f_i \sin\{\phi(i, j, k)\} \\ \bar{F}_y &= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \sum_{i,k} [\sin\{\phi(i, j, k)\} \\ &+ K_r \cos\{\phi(i, j, k)\}] K_r \Delta z f_i \sin\{\phi(i, j, k)\} \end{aligned} \quad (16)$$

실험에서 얻은 절삭력 신호를 공구가 한 회전을 할 동안 평균하여 식 (16)의 좌변에 대입하고, K_v , K_f 을 제외한 나머지 값들을 절삭 조건을 이용하여 계산하면 식 (16)은 K_v , K_f 에 대한 연립방정식이 되므로 K_v , K_f 을 쉽게 구할 수 있다.

실제로 K_v , K_f 을 구하기 위해 회전속도 1000

rev/min, 이송속도 25mm/min, 반경 방향 절입 깊이 2mm, 축 방향 절입 깊이 2mm 의 절삭 조건에서 x, y 방향의 절삭력을 측정하였으며, 위와 같은 방법으로 구한 결과는 다음과 같다.

$$K_t = 3209.277 \text{ N/mm}^2$$

$$K_r = 0.475$$

4. 절삭 시스템 시뮬레이션

4.1 절삭 시스템

전술한 구조 동역학 모델과 절삭력 모델을 토대로한 절삭 시스템의 전체 운동 방정식은 다음과 같다.

$$[M]\ddot{\bar{x}}(t) + [C]\dot{\bar{x}}(t) + [K]\bar{x}(t) = \bar{F}(t) + [A_r]\{\bar{x}(t) - \bar{x}(t - \tau)\} + f_r \bar{a}_r \quad (17)$$

절삭력은 공구와 공작물 사이에 서로 반력으로 작용하므로 x 방향과 y 방향 절삭력을 각각 $F_x(t)$, $F_y(t)$ 라 하면 변위벡터 $\bar{x}(t)$ 와 외력 벡터 $\bar{F}(t)$ 는 각각 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \bar{x}(t) &= \{x_1(t), y_1(t), x_2(t), y_2(t), \dots, x_n(t), y_n(t)\}^T \\ \bar{F}(t) &= \{F_x(t), F_y(t), -F_x(t), -F_y(t), 0, 0, \dots, 0, 0\}^T \end{aligned} \quad (18)$$

식 (17)에서 $[A_r]$ 와 \bar{a}_r 는 공구 공작물 간의 상대변위를 고려한 절삭력 모델에 의해 결정되는 시변 상수이며, 식 (19)의 간략화를 통해 식 (20)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} XS &= \sum_{i,k} \{(\cos(\phi + \lambda) - K_r \sin(\phi + \lambda))K_r \Delta z \sin(\phi + \lambda)\}_{\phi_{min} \leq \phi \leq \phi_{max}} \\ XC &= \sum_{i,k} \{(\cos(\phi + \lambda) - K_r \sin(\phi + \lambda))K_r \Delta z \cos(\phi + \lambda)\}_{\phi_{min} \leq \phi \leq \phi_{max}} \\ YS &= \sum_{i,k} \{\sin(\phi + \lambda) + K_r \cos(\phi + \lambda)\}K_r \Delta z \sin(\phi + \lambda)_{\phi_{min} \leq \phi \leq \phi_{max}} \\ YC &= \sum_{i,k} \{\sin(\phi + \lambda) + K_r \cos(\phi + \lambda)\}K_r \Delta z \cos(\phi + \lambda)_{\phi_{min} \leq \phi \leq \phi_{max}} \end{aligned} \quad (19)$$

$$[A_r] = \begin{bmatrix} XS & -XC & -XS & XC & 0 & \dots & 0 \\ YS & -YC & -YS & YC & 0 & \dots & 0 \\ -XS & XC & XS & -XC & 0 & \dots & 0 \\ -YS & YC & YS & -YC & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{a}_r = \begin{bmatrix} XS \\ YS \\ -XS \\ -YS \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

전체 절삭 시스템을 block diagram 으로 나타내면 Fig.7 과 같다.

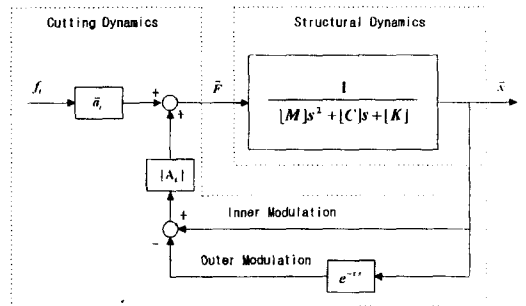


Fig. 7 Block diagram of cutting system

4.2 수치 적분

식 (17)로 표현되는 절삭 시스템에 4th order Runge-Kutta Method 를 이용하여 수치 적분함으로써 공구 공작물 간의 상대 운동을 시뮬레이션할 수 있으며 이를 절삭력 계산에 반영한다. 계산상의 편의를 위하여 모달 좌표계 계수인 $\bar{q}(t)$ 를 이용하였으며, 아래와 같이 수식화할 수 있다.

식 (17)을 모달 좌표계로 표현하면 식 (21)과 같다.

$$[I]\ddot{\bar{q}}(t) + [2\sigma]\dot{\bar{q}}(t) + [\Omega^2]\bar{q}(t) = [U]^T \{[A_r][U]\{\bar{q}(t) - \bar{q}(t - \tau)\} + f_r \bar{a}_r\} \quad (21)$$

Runge-Kutta Method 를 적용하기 위해 식 (21)을 다음과 같이 변형한다.

$$\begin{Bmatrix} \dot{\bar{q}}(t) \\ \ddot{\bar{q}}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ [U]^T[A_i][U] - [\Omega^2] & -[2\sigma] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{q}(t) \\ \dot{\bar{q}}(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \bar{\theta} \\ [U]^T[A_i][U]\bar{q}(t-\tau) + f_i[U]^T\bar{a}_i \end{Bmatrix} \quad (22)$$

여기서 $\bar{Q}(t) = \begin{Bmatrix} \bar{q}(t) \\ \dot{\bar{q}}(t) \end{Bmatrix}$ 라 정의하면, 결국 식 (23)

과 같이 정리되어진다.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{Q}}(t) &= \bar{f}(\bar{Q}, t) \\ \bar{f}(\bar{Q}, t) &= \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ [U]^T[A_i][U] - [\Omega^2] & -[2\sigma] \end{bmatrix} \bar{Q} + \begin{Bmatrix} \bar{\theta} \\ [U]^T[A_i][U]\bar{q}(t-\tau) + f_i[U]^T\bar{a}_i \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

5. 실험 및 결과

절삭력 측정과 채터 판별을 위한 실험은 수직형 머시닝센터(ACE V30, ㈜대우중공업)에서 수행하였고, 사용된 공구는 직경 20mm, 4 flute, overhang 59.6mm 인 고속도강 플랫 엔드 밀이며, 공작물은 Al 2014-T6 를 이용하였다. 공구 동력계와 charge Amplifier 를 거쳐서 나온 x, y 방향의 절삭력 신호를 low pass filter 를 이용하여 5kHz 이하로 cut-off 시킨 후, A/D converter 에서 12kHz 로 샘플링하고 컴퓨터에 저장하였다.

5.1 절삭력 비교

Fig.8 과 Fig.9 는 CASE 1(RPM 1000 rev/min, Feed Rate 100 mm/min, RDC 8 mm, ADC 8 mm)의 절삭 조건에서 측정된 절삭력과 시뮬레이션된 절삭 력이다.

그리고, Fig.10 과 Fig.11 은 CASE2(RPM 1500 rev/min, Feed Rate 100 mm/min, RDC 8 mm, ADC 8 mm)에서의 측정값과 시뮬레이션 결과이다. 시뮬레이션에서는 처음 한 주기 즉, 공구가 90° 회전 각 운동의 이전 날의 동적 성분을 0으로 초기화 하였으며, 공구가 20 회 이상 회전할 동안 시뮬레이션하여 절삭력 신호가 정상상태에 도달되었을때, 한 회전 동안의 결과를 보인 것이다. CASE 2 의 시뮬레이션 결과에서는 한 주기동안의 파형에 보이는 고주파성분이 실험치와 유사함을 알 수 있는

데, 이는 공구 공작물 간의 상대 운동으로 인해 발생된 wave 형의 절삭 전 칩의 두께가 절삭력에 반영되었기 때문이다.

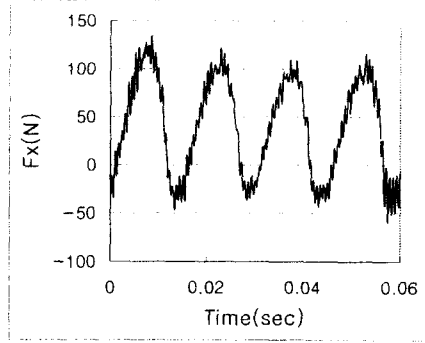


Fig. 8(a) Measured cutting force for CASE in x-direction

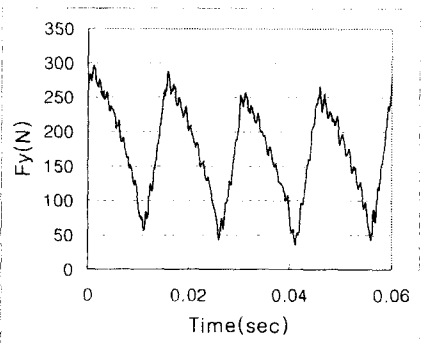


Fig. 8(b) Measured cutting force for CASE in y-direction

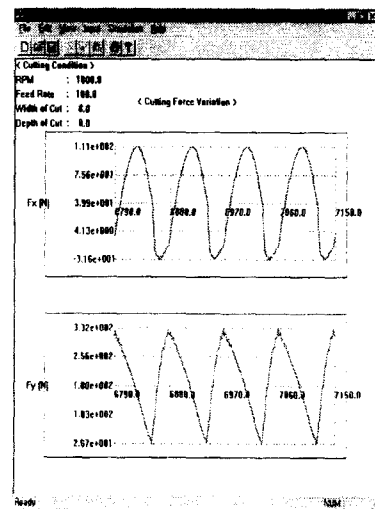


Fig. 9 Simulated cutting force for CASE 1

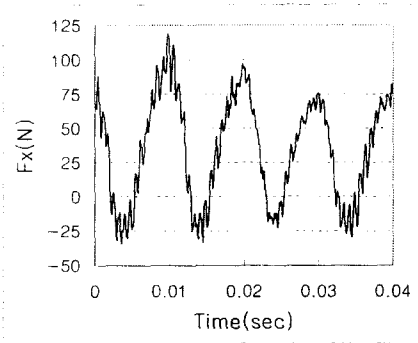


Fig. 10(a) Measured cutting force for CASE 2 in x-direction

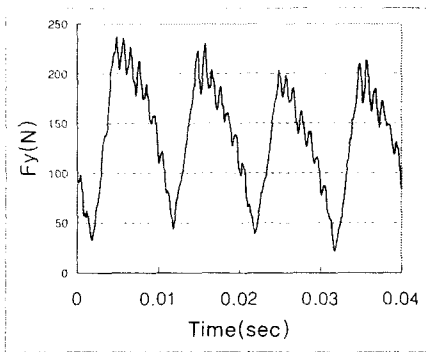


Fig. 10(b) Measured cutting force for CASE 2 in y-direction

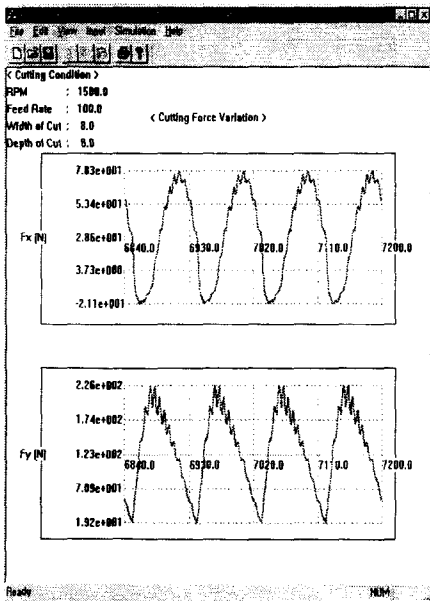


Fig. 11 Simulated cutting force for CASE 2

5.2 한계 절삭 깊이 예측

채터가 발생하지 않는 한계 절삭 깊이를 구하기 위한 실험에서는 주축부위에 가속도계를 추가 부착하여 질삭력 신호와 같이 측정하였다. 채터의 판별은 가공 시 질삭력 신호와 가속도 신호를 0 ~ 5kHz 주파수 영역에서 관측하여 공구 통과 주파수가 아닌 다른 주파수에서의 성분이 공구 통과 주파수 성분보다 커질 때를 채터가 발생했다고 판단하였다.

채터의 발생 유무가 뚜렷한 슬롯 가공 조건하에서 실험하였으며, 100 mm/min의 이송속도에서 공구의 회전속도가 500, 1000, 1500, 2000 rpm 일 때의 한계 절삭 깊이를 1mm 까지의 정도로 찾아냈다.

Fig.12와 Fig.13은 각각 채터가 발생하지 않았을 때와 발생했을 때의 가속도 신호와 질삭력 신호이다.

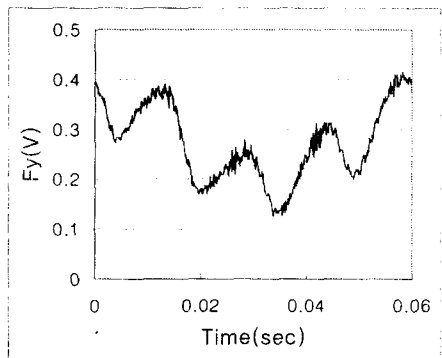


Fig. 12(a) Cutting force signal in time domain during stable cutting

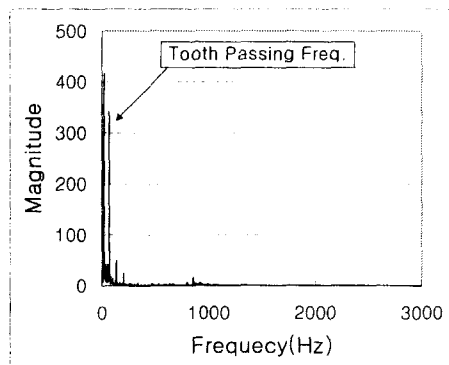


Fig.12(b) Cutting force signal in frequency in frequency domain during stable cutting

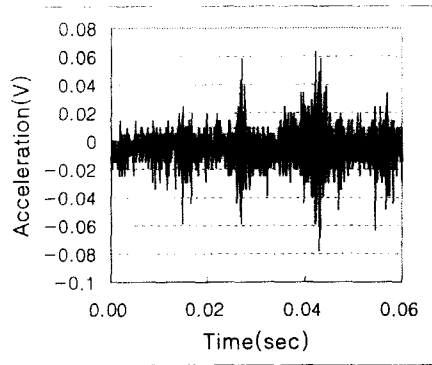


Fig. 12(c) Acceleration signal in time domain during stable cutting

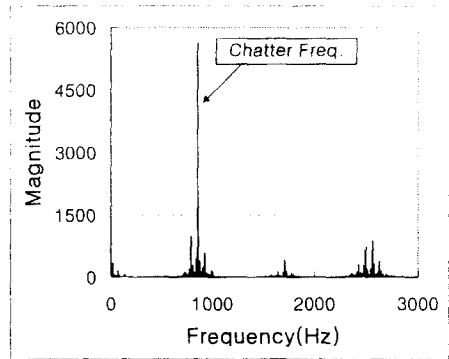


Fig. 13(b) Cutting force signal in frequency domain when chatter occurred

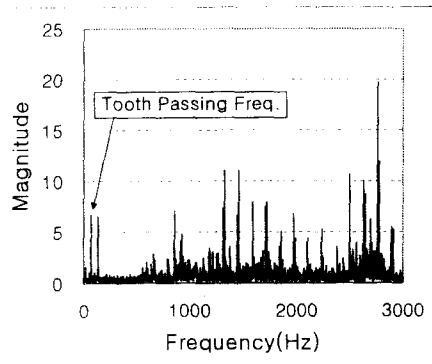


Fig. 12(d) Acceleration signal in frequency domain during stable cutting

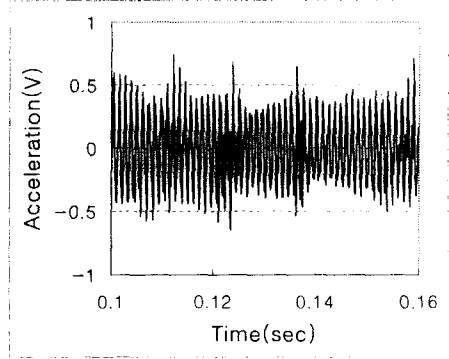


Fig. 13(c) Acceleration signal in time domain when chatter occurred

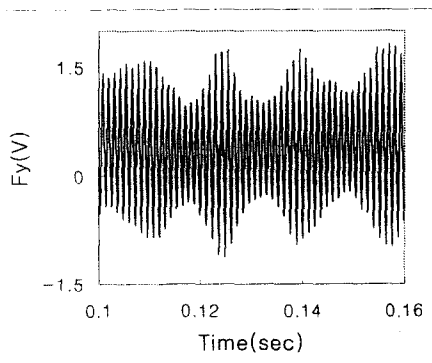


Fig. 13(a) Cutting force signal in time domain when chatter occurred (rpm 1000, feed rate 100mm/min, RDC 20mm, ADC 8mm)

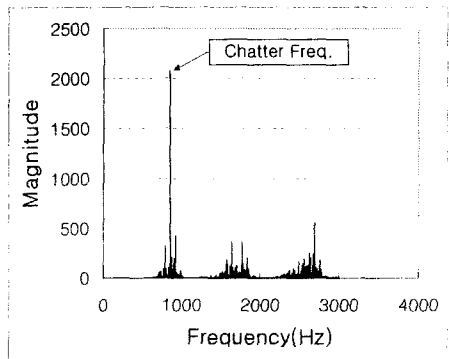


Fig. 13(d) Acceleration signal in frequency domain when chatter occurred

주파수 영역에서 볼 때, 채터가 발생하지 않은

경우는 공구 통과 주파수 성분이 가장 크게 나타나고, chatter 발생시에는 다른 주파수 성분이 뚜렷하게 나타날 뿐만 아니라 신호의 크기도 급격히 증가함을 알 수 있다. 실제 절삭 가공 중 chatter가 일어날 때에는 큰 굉음이 발생하였고, 가공 후 가공물 표면에 물결모양의 chatter 마크가 생김을 확인할 수 있었다.

Fig.14 와 Fig.15는 각각 시뮬레이션으로 구한 chatter 발생 조건에서의 절삭력 신호를 시간영역과 주파수 영역에서 나타낸 것이다. 그리고, 시뮬레이

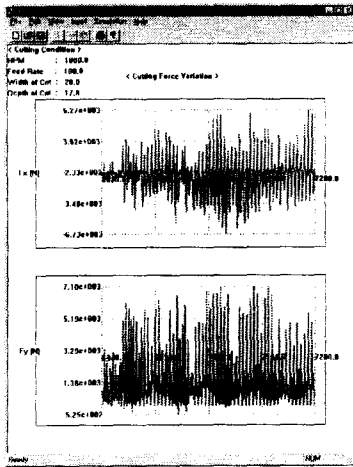


Fig. 14 Cutting force signal when chatter occurred [Simulation]

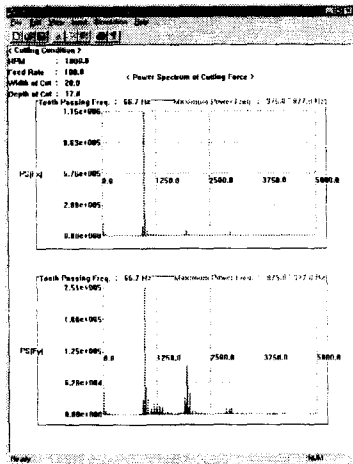


Fig. 15 Power spectra of cutting force signals when chatter occurred [Simulation]

션으로 구한 각 회전속도별 한계 절삭 깊이와 회전속도를 실험값과 비교하면 Fig.16 과 같다.

실험에서는 공구의 회전 속도가 500rpm 에서 절삭 깊이를 크게 하여도 chatter가 발생하지 않았으며, 회전 속도가 증가할수록 한계 절삭 깊이가 감소하는 경향을 나타내었다. 시뮬레이션에서도 한계 절삭 깊이의 값이 실험과 일치하지는 않으나, 대체적인 경향은 비슷하게 나타났다.

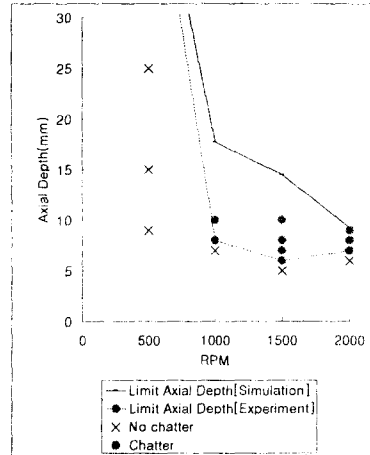


Fig. 16 Comparison between limit axial depths obtained by simulation and by experiment

6. 결론

본 연구에서는 엔드 밀링의 절삭 시스템을 모델링하였다. 모달 해석을 이용하여 공구 공작물 간의 상대 변위를 구할 수 있었고, 이를 절삭력 모델에 반영하고 시간영역에서 시뮬레이션함으로써 chatter의 발생 유무를 판단할 수 있었다. 그리고, 시뮬레이션 결과를 이용하여 chatter가 발생하지 않은 한계 절삭 깊이를 구하였다.

다음은 실험과 시뮬레이션을 통해 얻은 결론이다.

1. 엔드 밀링에서의 공구 공작물 간의 상대 변위를 모달 해석을 이용하여 구할 수 있었다. 이를 이용한 동절삭력 모델은 실험값과 잘 일치하는 결과를 주었다.
2. 종래의 연구와는 달리 절삭조건과 무관하게, 일정한 비 절삭저항 값을 사용하였다. 이는 절삭력 시뮬레이션 과정을 매우 간편하게 해 줄

수 있다.

3. 시뮬레이션을 통하여 다양한 절삭 조건에서의 절삭력의 변화를 관찰할 수 있었고, 채터의 발생 유무를 판단할 수 있었다. 엔드밀의 절삭 속도가 커질수록 채터가 발생하지 않는 한계 절삭 깊이가 작아지는 경향을 보였으며, 500 rpm 이하의 저속에서는 채터가 발생하지 않았다.

후 기

본 연구는 과학기술처 국제공동연구사업 (1997년-2000년, 과제번호: I-3-023) 으로 수행된 연구의 일부이며, 관계자 여러분께 감사 드립니다.

참고문헌

1. DeVor, R. E., and Kline, W. A., "A Mechanistic Model for the Force System in End Milling," Proc. of NAMRC 8, SME, pp. 297-303, May 1980.
2. Tlusty, J., and MacNeil, P., "Dynamics of Cutting Forces in End Milling," Annals of the CIRP, Vol. 24, pp. 21-25, 1975.
3. Tlusty, J., "Machine Dynamics," Handbook of High Speed Machining Technology, R. I. King, ed., Chapman and Hall, New York, 1985.
4. Hann, V., "Kinetik des Schafrtasens," Ph.D. Dissertation, Technischen Hochschule, Aachen, 1983.
5. Kline, W. A., DeVor, R. E. and Shareef, I. A., "The Prediction of Surface Accuracy in End Milling," ASME, Journal of Engineering for Industry, Vol. 104, pp. 272-278, Aug. 1982.
6. Sutherland, J. W., and DeVor, R. E., "An Improved Method for Cutting Force and Surface Error Prediction in Flexible End Milling Systems," ASME, Journal of Engineering for Industry, Vol. 108, pp. 269-279, Nov. 1986.
7. Smith, S. and Tlusty, J., "An Overview of Modeling and Simulation of the Milling Process," ASME, Journal of Engineering for Industry, Vol. 113, pp. 169-175, May 1991.
8. Ismail, F. and Bastami, A., "Improving Stability of Slender End Mills Against Chatter," ASME, Journal of Engineering for Industry, Vol. 108, pp. 264-268, Nov. 1986.
9. Tsai, M. D., Takata, S., Inui, M., Kimura, F., and Sata, T., "Prediction of Chatter Vibration by Means of a Model-Based Cutting Simulation System," Annals of the CIRP, Vol. 39, pp. 447-450, 1990.
10. Montgomery, D., and Altintas, Y., "Mechanism Cutting Force and Surface Generation in Dynamic Milling," ASME, Journal of Engineering for Industry, Vol. 113, pp. 160-168, May 1991.
11. Elbestawi, M. A., Ismail, F., Du, R., and Ullagaddi, B. C., "Modelling Machining Dynamics Including Damping in the Tool-Workpiece Interface," ASME, Journal of Engineering for Industry, Vol. 116, pp. 435-439, Nov. 1994.
12. Smith, S., and Tlusty, J., "Efficient Simulation Programs for Chatter in Milling," Annals of the CIRP, Vol. 42, pp. 463-466, 1993.
13. Gim, J. S., Cho, D. W., and Taraman, K. S., "Optimisation of Face-Milling Cutters by Use of a Computer-Aided Milling-System Simulator(CAMSS)," Int. J. Adv. Manuf. Technol., Vol. 6, pp. 263-284, 1991.
14. Sweeny, G., and Tobias, S. A., "Survey of Basic Machine Tool Chatter Research," Int. J. Mach. Tool. Des. Res., Vol. 9, pp. 217-238, 1969.
15. Smith, S., and Tlusty, J., "Update on High-Speed Milling Dynamics," ASME, Journal of Engineering for Industry, Vol. 112, pp. 142-149, May 1990.
16. 이상규, 고성림, "엔드밀 가공시 표면형성 예측을 통한 정밀 가공에 관한 연구," 한국정밀공학회, '97년도 춘계학술대회논문집, pp. 788-793, 1997.
17. 이기용, 강명창, 김정석, "엔드밀 가공시 동적 절삭력 모델에 의한 절삭력 및 표면형상 예측," 한국정밀공학회지, 제 14 권, 제 4 호, pp. 38-45, 1997년 4월.