

## 비침투적인 생체 경조직의 음향진단을 위한 기초실험

박 무 훈\*

\*창원대학교 공과대학 전자공학과  
(1996년 9월 23일 접수, 1999년 1월 16일 채택)

### A Method for Non-invasive Diagnosis of bone by Measuring Phase Velocity

M.H. Park\*

\*College of Engineering, Chang-Won National University  
(Received September 23, 1996, Accepted January 16, 1999)

**요 약 :** 본 논문에서는 기술적으로 실용화가 비교적 용이(容易)한 저주파대역에서, 뼈의 기계적인 성질을 계측하기 위한 진단법에 대하여 연구를 하고 있다. 종래의 연구에서는 여러 가지 문제점을 해결하고 보다 정확하게 뼈를 진단하기 위하여 초음파도플러법을 이용해서 In-vivo에서 측정하는 방법을 제안한다. 측정한 속도분포를 분포정수선로모델에 적용해 구해진 위상속도를 이용해서 종파의 전파속도를 구한다.

**Abstract :** We propose a new method for measuring the frequency characteristics of phase velocity along a bone for bending vibration modes to diagnose its mechanical characteristics. By introducing a simple model of a distributed-constant-network, the phase velocity is determined for each frequency from the spatial distribution of velocity along a radius bone surface which is measured by the ultrasonic Doppler method.

**Key words :** phase velocity, radius, ultrasonic Doppler

### 서 론

최근의 음향진단의 연구는 심음·심진동(心音·心振動)의 계측과 심장질환(心臟疾患)의 진단[1], 뇌혈관(腦血管)장애의 진단[2], 폐(肺)진단을 위한 폐음(肺音)검출[3] 등에 최신의 계측·신호처리기술을 적용하고 있다. 그리고 비진동조직이나 장기(臟器)를 대상으로, 외부에서 저주파수의 진동을 가해서 진동상태에 있는 생체 연조직(生體軟組織)[4], 장기(臟器), 뼈(骨), 근육(筋肉)의 응답을 조사하는 연구도 행해지고 있다. 그 밖에 치료시의 감시수단으로써, 체외충격파를 이용해서 결석(結石)을 파괴할 때 발생하는 방사음(放射音)을 해석[5]하는 연구도 행해지고 있다. 음향진동의 검출방법에는 마이크로폰이 이용되는 경우가 많으나, 최근에는 초음파를 이용해서 체내심부의 국소적

인 변위진동을 계측하고 있다[4].

초음파를 이용한 초음파진단기술은 일상의 임상(臨床)검사에서 큰 성과를 올리고 있다. 지금까지의 초음파진단장치는 순환기(循環器), 소화기(消化器), 비뇨기(泌尿器), 태아(胎兒)검사 등의 초음파의 투과감쇠가 적은 생체 연조직을 대상으로 하고 있다.

최근 골다공증(Osteoporosis)이라는 뼈의 질환이 주목을 받고 있다. 뼈와 같은 생체 경조직(生體硬組織)에 초음파를 투과시키는 것은 곤란하기 때문에, 생체 경조직을 대상으로 한 초음파진단법은 크게 개발되어지지 않았다.

골다공증이란 뼈를 형성하고 있는 칼슘, 인, 콜라겐이 감소한 상태이고, 이 질환은 노령에 발생하기 쉬운 골절의 주요한 요인이 되고 있다. 오래된 뼈는 파괴·흡수되어 같은 양의 새로운 뼈로 바뀌어지지만 이런 뼈의 흡수성분의 균형이 무너지는 상태도 골다공증이라 한다.

조사에 의하면 80세 이상의 여성의 경우에 급격히 골절자가

많다. 그리고 남성과 여성의 비교에서는 연령에 관계없이 여성에 골절자 수가 많고, 특히 폐경 후의 여성에게 많은 경향이 나타난다. 이러한 이유로 뼈의 밀도가 저하되는 골다공증의 진행이 여성호르몬인 에스트로겐의 감소와 인과관계가 있는 것으로 생각된다[6]. 다가올 초고령화 사회에서 노인인구의 비율이 증가하는데 비례해서 골다공증의 환자 수가 증가하는 것은 확실하며, 이에 대한 진단법의 개발이 절실했던 상황이다.

현재, 골다공증의 진단기술로써는 X선과 QCT(Quantitative Computed Tomography)법 등이 있다. 다양한 진단에 이용되고 있는 X선과 QCT법 진단은 인체에 대하여 위험도가 크고, 경비가 많이 들고, 시스템이 거대하다는 결점이 있다. 더욱이 조기진단을 위해서는 X선과 QCT법과 같은 침투적인 방법이 아니고 자각증상이 없는 무정후성 상태에서부터의 반복적이고 정량(定量)적인 진단이 필요하고, 치료 효과의 정량적인 평가를 위해서도 반복가능한 비침투적인 진단기술의 개발이 필요하다.

따라서, 내부조직의 점·탄성특성을 비침투적으로 계측 가능한 음향진단에 근거한 뼈의 새로운 진단법의 개발은 새로운 의료진단기술의 개발이라고 하는 공학적인 의의(意義)와, 뼈의 진단이라고 하는 사회복지적인 의의도 크다고 생각된다.

음향진단에 근거한 골다공증과 같은 질환의 진행도를 진단하기 위해서 뼈의 기계적인 특성의 비침투적인 평가에 대하여, 지금까지의 연구는 외부에서 진동을 가했을 때 저주파 대역에서의 평가법과 초음파를 이용한 고주파 대역에서의 평가법으로 구분할 수 있다. 우선, 전자의 저주파 대역에서의 평가법으로써, Kinsel과 Fray는 뼈의 종파전파속도, 밀도, 탄성계수의 관계를 나타내고 음속측정에서 구해진 Young율은 뼈의 평가를 위해서는 유력한 근거가 된다는 것을 나타내었다[7]. Jourist는 대형스피커를 이용해서 척골을 진동시키고 가속도측정기로 척골의 공진주파수를 측정함으로써 뼈의 탄성응답을 *in vivo*에서 평가하였다[8]. 그 공진주파수와 뼈의 길이의 적(積)은 그 뼈의 종파의 음속도에 비례하고, 음속은 Young율/밀도의 1/2승에 비례하기 때문에 구해진 Young율은 정상인과 골다공증 환자의 차이를 나타낸다. Thompson은 정현적인 진동을 뼈에 가해서 진동점에서의 임피던스를 측정함으로써 뼈의 기계적인 성질을 평가했다[9]. 古渡는 임펄스(impulse)충격 시의 경골의 길이와 고유진동수에서 얻어진 Young율/밀도의 값은 뼈의 역학적 특성을 나타내는 지표로써 골절의 치유과정의 정량적인 평가방법을 제안했다[10]. Mather도 뼈의 특성평가를 위한 Young율의 유효성을 평가하였다[11]. 谷口는 생체내 경골의 랜덤(random)파응답에서 고유진동수와 동강성(動剛性)을 구해서 뼈의 동적 특성과 그 평가에 대하여 설명하고, 고유진동수보다는 강성(剛性)이 뼈의 노화에 민감한 파라미터가 되며, 남녀 불문하고 연령이 높을수록 감소 경향이 있다고 보고했다[12].

한편, 후자의 초음파를 이용한 고주파 대역에서의 평가법으로 Katz는 공진주파수가 5MHz인 두 개의 초음파 트랜스듀서(transducer)를 이용해서 대퇴골의 종파의 전파시간을 측정해서

초음파의 종파전파속도(주파수 범위는 1MHz~10MHz)를 구하고, 이 종파전파속도와 뼈의 이상파의 관련성으로 인하여 진단의 가능성을 나타냈다[13]. Katz와 같은 기초적인 평가는 Meunier에 의해서도 보고되었다[14]. Craven은 요골(radius)을 재료로 사용하여 초음파의 전파시간을 측정하고 X선 사진으로부터 초음파가 통과한 피질의 두께를 측정하여 초음파의 전파속도는 피질이 얇은 환자의 경우 정상보다 느리다는 것을 보고 했다[15]. Heaney는 비교적 해면질이 많은 뼈를 재료로 초음파 트랜스듀스를 이용해서 100kHz~600kHz에서 측정한 초음파의 종파의 전파시간과 뼈의 두께에서 산출한 종파전파속도가 골다공증의 환자와 건강한 여성간에 명료한 차이를 나타내고 있다고 보고했다[16]. Brandenburger도 같은 결과를 나타내었다[17].

본 연구에서는 기술적으로 실용화가 비교적 용이(容易)하다고 생각되는 저주파 대역에서의 뼈의 기계적인 성질을 계측하기 위한 진단법에 대하여 언급하고자 한다.

종래의 저주파 대역에서의 뼈의 기계적특성의 진단법에 관한 연구에서는 *in vivo*에서 가속도측정기를 사용해서 뼈의 진동을 측정했기 때문에, 정확한 뼈의 기계적 특성을 진단하기 위해서는 뼈와 피부 사이에 존재하는 근육에 의한 진동의 영향을 고려해야 하고, 진동시에 다양한 진동모드가 생길 가능성이 있으므로 진동의 공간분포를 측정해야 했었다. 또한, 초음파를 이용한 고주파 대역에서의 측정에서는 높은 주파수를 이용한 측정이므로 전파감쇠가 크다는 결점이 있다.

한편, 본 연구에서는 종래의 연구에서의 여러 가지 문제점을 해결하고 보다 정확하게 뼈를 진단하기 위해, 우선 대형진동기로 저주파의 백색잡음(white-noise)을 이용해 외부에서 생체 조직을 진동시키 뼈 표면상의 굴곡파(flexural wave)중 정재파(standing wave)의 속도분포를 초음파 도플러법을 이용해서 *in vivo*에서 측정하는 방법을 제안한다. 그리고 측정한 속도분포를 분포정수선로모델을 이용해서 뼈의 진동을 봉(bean)[18]의 굴곡진동이라고 가정했을 때, 정재파의 파장에서 구해진 위상속도를 이용해서 종파의 전파속도를 구한다.

본 논문은 생체 경조직의 대부분을 차지하고 있는 뼈를 대상으로 하고, 생체경조직의 일부분에 진동을 가해서 전파하는 음향진동 특성을 해석하는 새로운 초음파진단장치를 제안하고, 그 장치를 실현하기 위해서 기초실험 및 측정원리를 확립하고, 종래 연구의 문제점들을 해결하고, 보다 정확하고 비침투적인 뼈의 진단을 목표로 한다.

본 연구에서는 진동시키기 쉽고 측정하기 쉬우며 재현성이 있고 연령에 따른 변화도 알기 쉬운 이유[19]에서 인체에서 긴뼈인 요골(radius)을 계측부위로 선택했다.

*In vivo*에서의 측정법으로써 우선 Laser 도플러법과 초음파 도플러법을 이용해서 생체 경조직의 진동을 측정한다. 그 결과에 의해 초음파 도플러법을 이용해서 진동되어진 뼈의 표면의 속도분포를 *in vivo*에서 측정하고 그 결과를 분포정수선로모델에 대응시켜 뼈의 진동을 봉의 굴곡진동에 근사시켰을 때, 정재

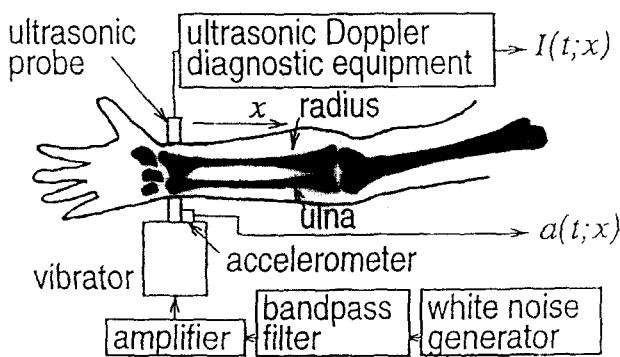


그림 1. 초음파 도플러법에 의한 진동계측 시스템

Fig. 1. Block diagram of in vivo measurement of forced bending vibration of surface of radius using ultrasonic Doppler diagnosis equipment

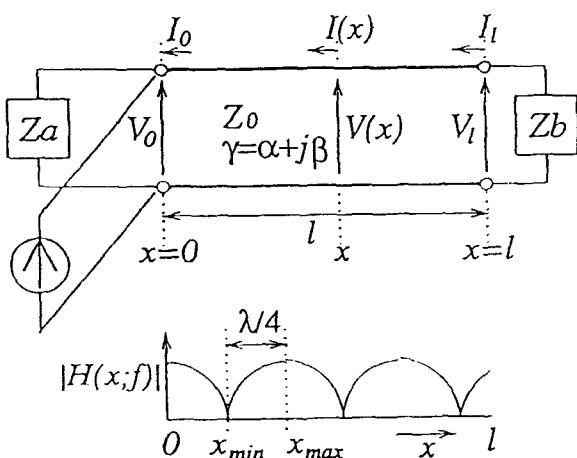


그림 2. 분포정수선로모델

Fig. 2. Distributed-constant-network model and standing-wave distribution

파의 파장에서 측정원리를 이용해서 위상속도를 산출한다.

### 속도분포 측정시스템

초음파 도플러법[20]을 이용해서 뼈의 표면의 속도분포를 *in vivo*에서 측정하는 시스템을 그림 1에 나타냈다. 그림 2에서는 하나의 뼈를 분포정수선로모델로 모델화하고, 분포정수선로모델의 양단에 존재하는 기계적인 임피던스를  $Z_a$ ,  $Z_b$ 라고 할 때, 분포정수선로모델에 발생하는 정재파에서 위상속도를 구하는 원리에 대하여 나타냈다. 백색잡음(white-noise)  $a(t;x)$ 가 입력된 진동기(vibrator)로 원손 쥐골(radius)의 손목 부분을 진동시킨다. 여기에서 진동기로 손목을 진동시킨 이유는 다른 부분보다 피부의 영향이 작고 진동시키기 쉽기 때문이다. 원쪽 손목의 반대쪽 요골(radius)의 위치를  $x=0$ 로 하고 그곳에서 초

음파 프로브(probe)를 2cm간격으로 팔목 방향으로 이동하면서 요골표면의 진동  $I(t;x)$ 를 초음파 도플러진단장치를 이용해서 측정하고, 진동기에 입력된 신호  $a(t;x)$ 에서 초음파 도플러진단장치로 측정한 출력신호  $I(t;x)$ 에의 전달함수  $H(f;x)$ 와 상관함수  $|\gamma(f;x)|^2$ 를 FFT 분석기를 이용해서 구한다. 여기서 구해진 속도분포의 절대치  $|H(f;x)|$ , 즉 정재파의 파장에서 위상속도를 산출한다. 여기서, 전달함수  $H(f;x)$ 는 다음의 식으로 나타낼 수 있다[21].

$$H(f;x) = \frac{E[Y(f;x) \cdot U^*(f;x)]}{E[|U(f;x)|^2]} \quad (1)$$

여기서,  $E[\cdot]$ 는 평균화를 나타내고,  $*$ 는 공역복소수를 나타내며,  $U(f;x)$ 와  $Y(f;x)$ 는 입력신호  $a(t;x)$ 와 출력신호  $I(t;x)$ 의 Fourier변환을 나타낸다.

### Laser 도플러법과 초음파 도플러법의 비교

그림 1과 같은 조건으로 Laser 도플러법과 초음파 도플러법을 이용해서 30~350Hz의 백색잡음(white-noise)으로 진동시킨 요골의 위치  $x$ 에 대하여 피부 표면과 뼈 표면의 진동  $I(t;x)$ 를  $x=0$ cm와  $x=15$ cm에서 각각 측정했다. 이 때 진동기의 진폭은  $0.679\mu\text{m}$ 이다. 그림 3(a)와 (b)는 각각 Laser 도플러법과 초음파 도플러법으로 전달함수  $H(f;x)$ 를 측정했을 때의 상관함수  $|\gamma(f;x)|^2$ 를 나타내고 있다. 그림 3(a)에서 나타난 것과 같이 Laser 도플러법을 이용해서 백색잡음(white-noise)으로 진동되어진 피부 표면의 측정에서는 뼈의 진동의 계측이 불가능하였다. 이것은 뼈의 굴곡진동이 뼈에서 피부 표면까지 전파되어지는 동안 감쇠되어진 것으로 생각되어진다. 한편 그림 3(b)의 초음파 도플러법을 이용한 측정에서는 상관함수가 50~250Hz의 대역에서 거의 1이기 때문에, 뼈 표면의 진동은 초음파 도플러법을 이용해서 측정하는 것이 바람직하다.

### 위상속도와 굴곡파의 전파속도 산출법

외부에서 진동을 가했을 때 뼈 표면에서 측정한 속도분포의 정재파의 파장  $\lambda$ 와 정재파의 주파수  $f$ 를 구함으로써 위상속도  $c$ 는 다음 식을 이용해서 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} c &= \lambda \cdot f \\ &= 4 f |x_{\max} - x_{\min}| \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $x_{\max}$ 는 전류 최대의 점들 중에서  $x=0$ 에 가장 가까운 점,  $x_{\min}$ 는 전류 최소의 점들 중에서  $x=0$ 에 가장 가까운 점을 나타낸다.

한편, 굴곡파의 전파속도는 주파수  $f$ 와 봉의 반경  $a$ 에 관계되어 다음 식으로 표시할 수 있다[22].

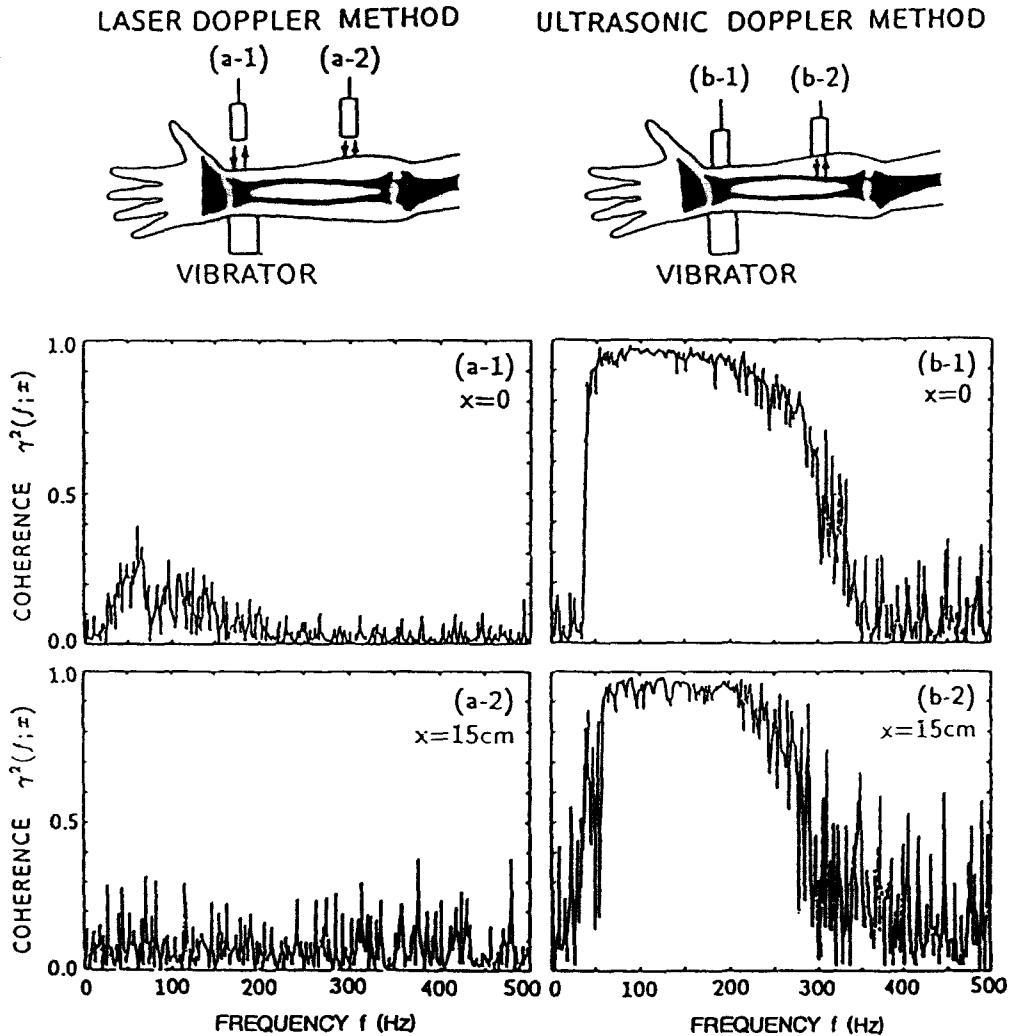


그림 3. Laser 도플러법과 초음파 도플러법의 비교  
 (a-1) Laser 도플러법,  $x=0$ , (a-2) Laser 도플러법,  $x=15\text{cm}$   
 (b-1) 초음파 도플러법,  $x=0$ , (b-2) 초음파 도플러법,  $x=15\text{cm}$

Fig. 3. Comparison of laser Doppler method and ultrasonic Doppler method  
 (a-1) Laser Doppler method,  $x=0$ , (a-2) Laser Doppler method,  $x=15\text{cm}$   
 (b-1) Ultrasonic Doppler method,  $x=0$ ,  
 (b-2) Ultrasonic Doppler method,  $x=15\text{cm}$

$$c_B = \sqrt{\pi a c_L} \quad (3)$$

여기서,  $c_L$ 는 종파의 전파속도를 나타낸다.

### 속도분포의 In-vivo 계측

그림 4(a)는 피험자 A(건강한 남성, 27세)를 대상으로, 점  $x = 14\text{cm}$ 에서 측정한 초음파 Doppler 신호의 출력  $I(t; x)$ 의 파워 스펙트럼(power spectrum)을 나타낸다. 그 중에서  $f = 111\text{Hz}$ 의 공진주파수를 이용해서 얻어진 요골의 속도분포의 절대치  $|H(f; x)|$ 를 그림 4(b)에 나타낸다. 그림 4(c)는 이

때의 진폭2승 상관함수  $|\gamma(f; x)|^2$ 를 나타낸다. 상관함수의 값이 거의 1이기 때문에 이 계측을 신뢰할 수 있다. 구해진 속도분포의 정재파의 파장  $\lambda$ 에서 산출되어지는 위상속도  $c$ 의 값과 굴곡파의 전파속도  $c_B$ 의 값을 측정원리를 이용해서 계산하면 다음과 같다.

$$c = c_B = 86.78\text{m/s} \quad (f=111\text{Hz})$$

피험자 A의 뼈의 두께를  $h = 2\text{cm}$ 라고 가정하고, 굴곡파의 전파속도  $c_B$ 의 값에서 종파전파속도  $c_L$ 의 값을 계산할 수 있다. (3)에서 구해진 뼈의 종파전파속도  $c_L$ 의 값은 다음과 같다.

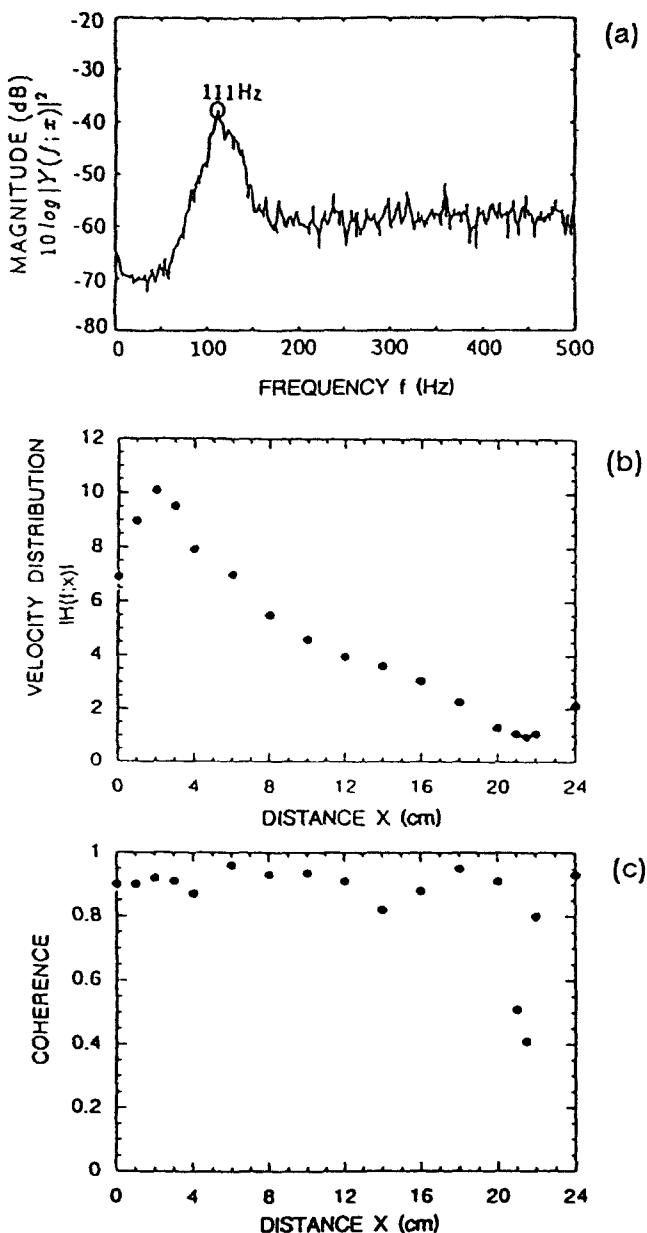


그림 4. 초음파 도플러법에 의한 진동계측 결과 (피험자 A)

(a) 초음파 도플러 출력의 파워 스펙트럼

(b) 전달함수의 진폭의 공간분포,  $f=111\text{Hz}$ 

(c) 상관함수

Fig. 4. In vivo experimental results in a normal human subject (A)

(a) Power spectrum

(b) Spatial distribution of magnitude of transfer function at  $f = 111\text{Hz}$ 

(c) Squared magnitude of coherence function

$$c_L = 2160\text{m/s} \quad (f=111\text{Hz})$$

이 실험에서  $f=111\text{Hz}$ 의  $x_{max}$ 점에 대한 뼈의 횡방향의 진동 속도는  $0.084\text{mm/s}$ 이다. 문헌[17]에서의 정상적인 뼈의 종파 전파속도의 값은 다음과 같다.

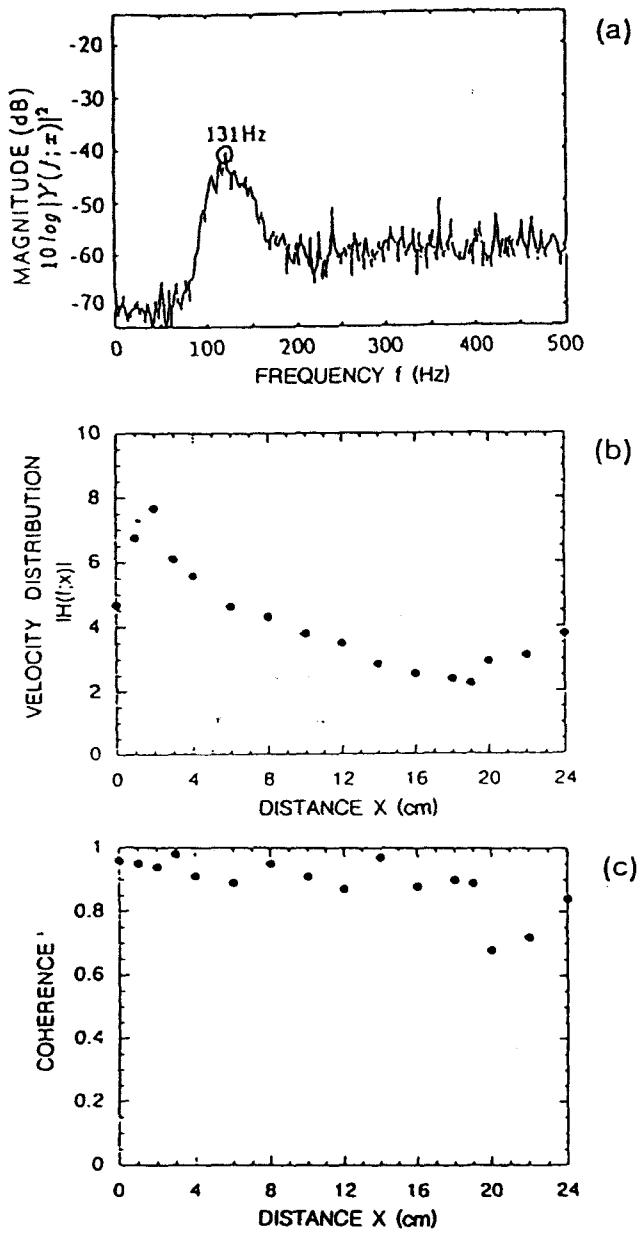


그림 5. 초음파 도플러법에 의한 진동계측 결과 (피험자 B)

(a) 초음파 도플러 출력의 파워 스펙트럼

(b) 전달함수의 진폭의 공간분포,  $f=131\text{Hz}$ 

(c) 상관함수

Fig. 5. In vivo experimental results in a normal human subject (B)

(a) Power spectrum

(b) Spatial distribution of magnitude of transfer function at  $f = 131\text{Hz}$ 

(c) Squared magnitude of coherence function

$$c_L = 1780\sim 2250\text{m/s} \quad (f=100\text{kHz}\sim 600\text{kHz})$$

이 실험결과에서 초음파 도플러법에 의해서 산출된 뼈의 종파 전파속도  $c_L$ 의 값은 실제로 알려진 정상적인 뼈의 종파전파속도의 값과 거의 일치하고 있다.

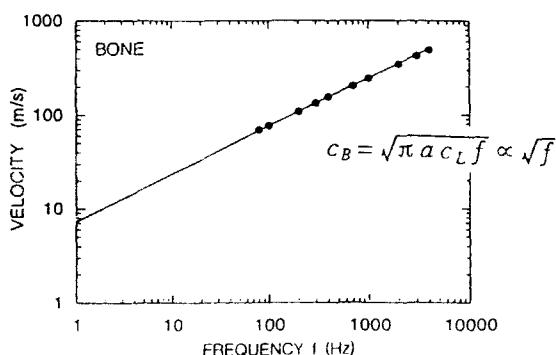


그림 6. 진동의 전파속도분산의 측정결과

Fig. 6. Frequency characteristics of the measured velocity of bending vibration

그림 5(a)는 피험자 B(건강한 남성, 31세)를 대상으로, 점  $x = 14\text{cm}$ 에서 측정한 초음파 도플러신호의 출력  $I(t; x)$ 의 파워스펙트럼을 나타낸다. 그 중에서  $f = 131\text{Hz}$ 의 공진주파수를 이용해서 얻어진 요골의 속도분포의 절대치  $|H(f; x)|$ 를 그림 5(b)에 나타낸다. 그림 5(c)는 이 때의 상관함수  $|\lambda(f; x)|^2$ 를 나타낸다. 상관함수의 값이 거의 1이기 때문에 이 계측을 신뢰할 수 있다. 구해진 속도분포의 정재파의 파장  $\lambda$ 에서 산출되어지는 위상속도  $c$ 의 값과 굴곡파의 전파속도  $c_B$ 의 값은 측정원리를 이용해서 계산하면 다음과 같다.

$$c = c_B = 89.25\text{m/s} \quad (f = 131\text{Hz})$$

여기에서도 피험자 B의 뼈의 두께를  $h = 2\text{cm}$ 라고 가정하고, 굴곡파의 전파속도  $c_B$ 의 값에서 종파전파속도  $c_L$ 의 값을 계산할 수 있다. 식(3)에서 구해진 뼈의 종파전파속도  $c_L$ 의 값은 다음과 같다.

$$c_L = 1935\text{m/s} \quad (f = 131\text{Hz})$$

이 실험결과에서 뼈의 굴곡진동의 전파속도분산을 측정한 결과를 그림 6에 나타냈다. 여기서 문헌[17]에서의 정상인 뼈의 종파전파속도의 값은 다음과 같다.

$$c_L = 1780 \sim 2250\text{m/s} \quad (f = 100\text{kHz} \sim 600\text{kHz})$$

이 실험결과에서 초음파 도플러법에 의해서 산출된 뼈의 종파전파속도  $c_L$ 의 값은 알려져 있는 정상적인 뼈의 종파전파속도의 값과 거의 일치하고 있다.

이상의 실험결과에 의해 본 연구에서 개발된 새로운 계측법의 유효성을 증명하였다.

## 결 론

Laser 도플러법과 초음파 도플러법을 이용한 *in vivo*에서의 비교실험 결과에서 생체 경조직의 표면진동은 초음파 도플러법

을 이용해서 측정하는 것이 유효하다는 것을 실험적으로 증명하였다. 이 실험결과에 근거해서 초음파 도플러법을 이용해서 백색잡음(white-noise)으로 진동되어진 뼈(radius)의 표면의 속도분포를 *in vivo*에서 측정하고, 그 결과를 분포정수선로모델에 대응시켜 속도분포의 정재파의 파장에서 산출되는 굴곡파의 전파속도로 부터 뼈에 대한 종파전파속도를 정확히 구했다. 그러나, 정확성이 보다 더 높은 진단을 하기 위해서는 같은 지점에서 데이터의 수를 여러번으로 늘려서 평균 및 편차를 내어야 하고, 보다 많은 피험자들을 대상으로 실험을 해야 할 것이다.

본 연구에서 개발된 초음파 도플러법에 의한 새로운 계측법이 의료용 계측의 새로운 기술로써 장래에 실용화되고, 뼈의 이상(골다공증, Osteoporosis)을 비침투적으로 진단하고 조기발견·조기치료가 가능해져 질환으로 고통받는 사람들에게 도움을 주기를 기대한다.

## 참 고 문 현

1. 金正浩外, “ダイナミクプログラミング用いた心臓壁面運動のトラギングによる心臓壁の微小な振動計測”, 日本音響學會誌, Vol. 50, No. 1, pp. 11-21, 1994.
2. Satoshi Hongo, Masato Abe, Yoshiaki Nemoto, Noriyoshi Chubachi, Yasunari Otawara, and Akira Ogawa, “Estimation of the location of intracranial vascular diseases using several sensors”, IEICE Transactions on Fundamental of Electronics, Communications and Computer Sciences, Vol. 42, pp. 1640-1648, 1995.
3. Gavriely N., Palti Y., and Alroy G., “Spectral Characteristics of Normal Breath Sounds”, J. Appl. Physiol. Vol. 50, pp. 307-314, 1981.
4. Yamakoshi Y., Sato J., and Sato T., “Ultrasonic Imaging of Internal Vibration of Soft Tissue under Forced Vibration”, IEEE Trans., Vol UFFC 37, No.2, pp. 45-53, 1990.
5. Kanai H., Jang Y., Chubachi N. and Tanahashi Y., “Power Difference in Spectrum of Sounds Radiation before and after the Break of Phantom by Piezoelectric Extracoporeal Shock Wave Lithotriptor”, Japan. J. Appl. Phys., Vol. 33, No. 5B, pp. 3159-3161, 1994.
6. 種谷眞一, やさしいレオロジー工學, 工業調査會, 1990年.
7. L. E. Kinsler, A. R. Frey, “Fundamental of Acoustics”, New York, Wiley, 1950, ch. 1-3
8. J. M. Jurist, “In-vivo determination of the elastic response of bone I. Method of ulnar resonant frequency determination”, Physics in medicine and Biology, Vol. 15, No. 3, pp. 417-426, 1984.
9. G. A. Thompson, “In-vivo determination of bone properties from mechanical impedance measurements”, Reprints,

- Annual Science Meeting Aerospace Medicine Association, Las Vegas, pp. 133-134, May 1973.
10. 古渡千圭外, “インパルス衝撃法による長脛骨骨折の治癒評価および健康人脛骨 力學的特性の生體内測定”, 電子情報信學會, MEとバイサイバネチクス研究會資料, 1992年9月.
  11. B. S. Mather, “Comparison of two formula for *in vivo* prediction of strength of femur”, Aerospace Medicine, Vol. 38, pp. 1270-1272, 1967.
  12. 谷口外, “生體内脛骨動的特性評價”, 日本機械學會, 第70期全國大會講演論文集, O. S. 36-428, 1992年9月.
  13. J. L. Katz, A. Meunier, H. S. Yoon, P. K. Das, L. Biro, R. Mahardige, F. Vosburgh, P. Christel, “An *in vitro* study of normal and pathological human femora”, Biomechanics in China, Japan, and U.S.A.(1984) Science Press, Beijing, China.
  14. A. Meunier, H. S. Yoon, J. L. Katz, “Ultrasonic characterization of some pathological human femora”, IEEE Ultrasonic Symposium, pp. 713-717, 1982.
  15. J. D. Craven, M. A. Costantini, M. A. Greenfield, R. Stern, “Measurement of the velocity of ultrasound in *human cortical bone and its potential clinical importance*”, Investigative Radiology, Vol. 8, pp. 72-77, March-April 1973.
  16. R. Heaney, L. Avioli, C. Chesnut III, J. Lappe, R. Recker, G. Brandenburger, “Osteoporotic bone fragility”, The journal of the American Medical Association, Vol. 261, pp. 2986-2990, 1989.
  17. G. brandenburger, L. Avioli, C. Chesnut III, R. Heaney, R. Poss, G. Pratt, R. Pecker, “In vivo measurement of osteoporotic bone fragility with apparent velocity of ultrasound”, IEEE Ultrasonics Symposium, pp. 1023-1027, 1989.
  18. 玉手 銃外, 材料力學, 森北出版株式會社, 1978.
  19. 板橋明, “骨量測定による治癒效果判定”, Clinical Calcium, Vol. 5, No. 11, pp. 75-78, 1995.
  20. 中島眞人, Clinical Ultrasound Series 9. 新しい超音波診断技術, 南江堂, 1991.
  21. 城戸建一, デジタル信號處理入門, 丸善株式會社, 1985.
  22. 能本乙彦, 固體中 超音波(I), 超音波の振動数における固體の固有振動, pp. 16-17, 1953, 日本音響學會誌第9卷第1号.