

짝이 되는 두 부품의 경제적 선택조립 절차

권혁무* · 김광재**

An Economic Selective Assembly Procedure for Two Mating Components

Hyuck-Moo Kwon* · Kwang-Jae Kim**

■ Abstract ■

An economic procedure of selective assembly is proposed when a product is composed of two mating components. The major quality characteristic of the product is the clearance between the two components. The components are divided into several classes prior to assembly. The component characteristics are assumed to be independently and normally distributed with equal variance. The procedure is designed so that the proportions of both components in their corresponding classes are the same. A cost model is developed based on a quadratic loss function and methods of obtaining the optimal class limits as well as the optimal number of classes are provided. Formulas for obtaining the proportion of rejection and the unavailability of mating components are also provided. The proposed model is compared with the equal width and the equal area partitioning methods using a numerical example.

1. 서론

재료, 기계, 작업자, 도구, 측정 등의 차이로 인해 같은 공정을 거쳐 제조된 부품이라 하더라도 그 특성에 어느 정도의 변동이 있게 된다. 이와 같은 변동을 완전히 제거한다는 것은 불가능하기 때문

에 어느 범위 내에서의 변동은 허용되어 다음 공정으로 넘겨지며, 허용공차는 제품의 기능과 원가를 고려하여 결정된다. 엄격한 공차는 품질을 향상시키는 반면 원가상승의 원인이 되고, 느슨한 공차는 원가의 감소를 가능하게 한다. 따라서 제조원가와 품질의 양면을 고려하여 공차수준을 정하는 것이

* 부경대학교 산업시스템. 안전공학부

** 포항공과대학 산업공학과

바람직하다.

대부분의 공차문제에서, 조립품의 공차는 부품 공차의 합에 의해 결정된다. (Zhang and Huq (1992)). 그 결과, 조립품에 요구되는 정밀도를 충족시키기 위해서는 각 부품들은 보다 정밀하게 제조되어야 한다. 그러나 경우에 따라서는 정밀도가 비교적 낮은 부품을 사용하여 정밀도가 높은 제품을 만들 수 있다. 예로서 연료분사장치의 노즐과 같이 두 부품(니들과 보디) 사이의 틈이 주 품질 특성인 조립품을 생각해보자. 조립에 앞서 각 부품을 분류하여 결합시킴으로써 틈의 공차는 상당히 감소될 수 있다. 이와 같은 선택 조립에 의해 조립품에 허용된 공차를 부품특성치의 산포가 무작위 조립하에서 허용되었던 것보다 더 큰 경우에도 만족시킬 수 있다. 특히 제조공정의 근본적인 개선에 많은 비용이 소요될 경우 선택조립은 제품특성의 산포를 감소시키는 경제적인 수단이 된다. 선택조립방식은 볼베어링과 자동차산업 등에서 널리 사용되고 있다.

선택 조립에서는 상충하는 두 요소 즉, 조립품의 정밀도와 부품의 불균형을 동시에 고려하여 조립방식을 결정해야 한다. 조립품의 정밀도가 떨어지면 부적합품의 비율이 높아진다. 반면 정밀도를 높이기 위해 선택조립의 계급수를 증가시키면 각 계급에 속한 부품수가 일치하지 않을 가능성이 커져 제조원가가 상승하게 된다. 이 두 요소는 계급의 수와 계급경계치의 결정방법에 의존한다. 기존의 연구에서는 대부분 각 계급이 동일한 간격을 가지도록 계급의 경계치를 정하였다. (Mansoor(1961), Rabinovich(1968), Rabinovich과 Kesoyan(1980), Rubenchik et al.(1979), 그리고 Pugh(1986)). 부품 특성의 산포가 서로 다를 경우, 등간격 분할은 필연적으로 부품의 불균형을 초래하게 된다. Desmond 와 Setty(1962), Boyer(1984), Boyer 그리고 Nazemetz(1985), and Pugh(1992)는 부품 불균형 문제를 피하기 위해 다른 대안을 제시했다. 그러나 이 방법은 제품에 대한 요구 정밀도를 달성하는데 있어서 비교적 비능률적인 것으

로 판명되었다. Mansoor(1961)는 정밀도가 높은 부품 공정의 목표치를 몇 가지로 나누어 설정하여 생산함으로써 각 부품의 산포가 거의 같게 되도록 하는 방안을 제안했다. Pugh(1992)는 조립 대상 부품의 산포가 같게 되도록 하기 위해 정밀도가 낮은 공정에서 생산된 부품을 사전에 어느 한계치 이내에 드는 것만 선별하여 등확률 분할을 하도록 제안했다.

부품의 산포가 같을 때 불균형 부품수의 기대값은 0이다. 그러나 이 경우에도 대응계급에 상대 부품이 없어서 특정 시점에서 조립이 불가능할 수도 있다. 부품의 불가용성은 계급의 수가 늘어갈수록 증가할 것이다. 반면에, 계급의 수가 작아질수록 조립 정밀도는 떨어질 것이다. 따라서 계급의 수와 분할 방법을 체계적으로 결정하는 방법을 찾아내는 것이 바람직 할 것이다. 여기서 부품의 산포가 같다는 가정하에서 최적 계급수와 최적 계급 경계치를 결정하는 새로운 선택조립방법을 제안하였다. 2절에서 2차 손실함수를 이용하여 선택 조립에 대한 비용 모형을 개발하였다. 3 절에서는 최적 계급수와 최적 계급경계치를 결정하기 위한 알고리즘을 제시하였다. 4절에서 불량률과 짝부품의 불가용성을 구하고, 5절에서는 예를 통하여 제안된 모형을 등간격 및 등확률 방법과 비교하였다.

2. 모 형

두 부품 사이의 틈이 주 품질 특성인 조립품을 생각해보자. 부품특성을 X 와 Y 라 하고, Δ 를 조립특성의 이상적인 값, μ_x 와 μ_y 는 각각 X 와 Y 의 평균이라 하자. 부품제조 공정은 $\mu_y - \mu_x = \Delta$ 이 되도록 설정되어 있다고 하고 X 와 Y 는 서로 독립이고 분산이 σ^2 인 정규분포를 따른다고 가정하자.

선택 조립을 위해서는 미리 정해진 계급의 수와 각 계급 경계치가 있어야 한다. 계급의 수를 n , 그리고 X 와 Y 에 대한 계급 경계치를 각각

$(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$ 과 $(y_1, y_2, \dots, y_{n-1})$ 라고 하자. 선택조립은 다음과 같이 실행된다.

i) 부품 1의 검사와 분류

각 부품에 대해 X 의 측정치 x 를 얻는다. x 에 근거하여 각 부품을 적절한 계급으로 배정한다. 만약 $x_{i-1} < x \leq x_i, i=1, 2, \dots, n$ ($x_0 = -\infty, x_n = \infty$)이면 i 번째 계급으로 배정한다.

ii) 부품 2의 검사와 분류

각 부품에 대해 Y 의 측정치 y 를 얻는다. y 에 근거하여 각 부품을 적절한 계급으로 배정한다. 만약 $y_{i-1} < y \leq y_i$ ($y_0 = -\infty, y_n = \infty$)이면, i 번째 계급으로 배정한다.

iii) 조립

부품 1의 i 번째 계급에서 하나의 부품을 무작위로 선택한다. 부품 2의 대응하는 계급으로부터 하나의 부품을 무작위로 선택한다. 두개의 선택된 부품을 조립한다.

여기서 결정해야 할 것은 $n, (x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$ 과 $(y_1, y_2, \dots, y_{n-1})$ 이다. 불균형 부품수의 기대값을 최소화하기 위해 계급경계치를 i 번째 계급에 속한 각 부품의 비율이 같도록 하고 이를 P_i 로 나타내면,

$$p_i = P(x_{i-1} < X \leq x_i) = P(y_{i-1} < Y \leq y_i), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

선택조립방식의 설계에 있어서 고려해야 할 세 가지 비용요소는 고정비, n 에 따른 변동비용, 그리고 조립품의 품질비용이다. 변동비는 부품분류 비용, 재고비와 부품 분류에 관련된 행정 비용을 포함한다. 계급의 수가 클수록 분류에 더 많은 노력이 요구되고 조립시 부품의 가용성을 확보하기 위해 보다 높은 재고수준이 요구된다. 등식(1)이 성립하더라도 특정 조립시점에서 상응하는 계급

내에 부품의 재고가 없어서 조립이 불가능할 수도 있다. 이와 같은 불균형은 n 이 증가할수록 심화된다. 그래서, 고정비용과 변동비용의 합 $C(n)$ 은 n 의 증가함수로 나타난다.

조립의 품질비용은 조립특성치의 실제 값과 이상적인 값 Δ 의 차이로 인해 발생한다. 이런 차이는 조립품 품질에 영향을 미치고 이후의 손실의 원인이 된다. 우리는 이 비용에 대해 Taguchi의 2차손실함수를 사용한다. X_1 와 Y_1 를 각각 (x_{i-1}, x_i) 와 (y_{j-1}, y_j) 에 정의되는 X 와 Y 의 절단 확률변수라 하자. 이때 i 번째 계급의 조립품 품질 특성치는 $Y_i - X_i$ 이고 품질비용은 k 를 양의 상수라 할 때, $k(Y_i - X_i - \Delta)^2$ 이다. 그러므로, 어느 한 계급의 조립품 품질비용은

$$Q_n = \sum_{i=1}^n D_i [k(Y_i - X_i - \Delta)^2], \quad (2)$$

단, 주어진 조립이 i 번째 계급에서 일어졌다면 $D_i = 1$, 그렇지 않으면 $D_i = 0$.

그러므로 조립품당 총비용은 다음과 같다.

$$TC = C(n) + Q_n. \quad (3)$$

Q_n 이 확률변수를 포함하므로, 설계문제는 TC 의 기대값 ETC 를 최소화시키는 $n^*, (x_1^*, x_2^*, \dots, x_{n-1}^*), (y_1^*, y_2^*, \dots, y_{n-1}^*)$ 을 찾는 것이다.

$$ETC = C(n) + E(Q_n). \quad (4)$$

3. 최적해

표준화된 계급경계치를 u_i 라 하면 $u_i = (x_i - \mu_x)/\sigma = (y_i - \mu_y)/\sigma, i = 1, 2, \dots, n-1, u_0 = -\infty, u_n = \infty$ 이 된다. 이 절에서는 ETC 를 최소화하는 $(n^*, u_1^*, u_2^*, \dots, u_{n-1}^*)$ 를 찾는 방법

을 제시한다. 일단 u_i^* 가 결정되면, 최적 계급 경계치는 $x_i^* = \mu_x + u_i^* \sigma$ 와 $y_i^* = \mu_y + u_i^* \sigma$ $i = 1, 2, \dots, n-1$ 와 같이 구할 수 있다.

3.1 최적계급경계치의 결정

$U_i = (X_i - \mu_x)/\sigma, V_i = (Y_i - \mu_y)/\sigma, i = 1, 2, \dots, n$ 라 하면 U_i 와 V_i 는 독립이고 동일한 확률분포를 따르며 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$f_i(z) = \frac{1}{p_i} \phi(z), \quad u_{i-1} \leq z < u_i, \\ i = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

단, $\phi(\cdot)$ 는 표준 정규 확률밀도함수이고, p_i 는 (1)에서 정의된 값이다. 기대값 $E(U_i), E(V_i), E(U_i^2), E(V_i^2)$ 은

$$E(U_i) = E(V_i) = \frac{1}{p_i} [\phi(u_{i-1}) - \phi(u_i)], \quad (6)$$

$$E(U_i^2) = E(V_i^2) = 1 + \frac{1}{p_i} [u_{i-1}\phi(u_{i-1}) - u_i\phi(u_i)]. \quad (7)$$

식 (6), (7) 및 $\Delta = \mu_y - \mu_x$ 을 이용하여 $E[k(Y_i - X_i - \Delta)^2]$ 을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$E[k(Y_i - X_i - \Delta)^2] = 2k\sigma^2 \left\{ 1 + \frac{u_{i-1}\phi(u_{i-1}) - u_i\phi(u_i)}{p_i} - \left[\frac{\phi(u_{i-1}) - \phi(u_i)}{p_i} \right]^2 \right\}. \quad (8)$$

여기서 $\Phi(\cdot)$ 는 표준정규분포의 누적분포함수이고 $E[D_i] = P[D_i = 1] = p_i, p_i = \Phi(u_i) -$

$\Phi(u_{i-1})$ 이다. (2)와 (8)을 이용하여 조립품에 대한 품질비용의 기대값을 구하면 다음과 같다.

$$E(Q_n) = 2k\sigma^2 \left\{ 1 - \sum_{i=1}^n \frac{[\phi(u_{i-1}) - \phi(u_i)]^2}{\Phi(u_i) - \Phi(u_{i-1})} \right\}. \quad (9)$$

주어진 n 에 대해서 $E(Q_n)$ 은 다음 식을 만족하는 $(u_1^0, u_2^0, \dots, u_{n-1}^0)$ 에서 최소값을 갖는다.

$$u_1^0 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\phi(u_{i-1}^0) - \phi(u_i^0)}{\Phi(u_i^0) - \Phi(u_{i-1}^0)} + \frac{\phi(u_i^0) - \phi(u_{i+1}^0)}{\Phi(u_{i+1}^0) - \Phi(u_i^0)} \right\} \quad (10)$$

부록에 식 (10)의 유도과정이 나와 있다.

$n = 2$ 일 때 (10)은 $u_1^0 = \{-1 / \Phi(u_1^0) + 1 / [1 - \Phi(u_1^0)]\} \phi(u_1^0) / 2$ 로 간략화 된다. 따라서, 직관적인 해 $u_1^0 = 0$ 는 등식을 만족하므로 최적해가 된다. $n \geq 3$ 일때 최적해 $(u_1^0, u_2^0, \dots, u_{n-1}^0)$ 는 수치적으로 다음 알고리즘으로 얻어진다.

i) 적절한 계산오차한계 ϵ 를 정한다.

ii) u_i 들의 초기값을 다음과 같이 둔다.

$$u_i = \Phi^{-1}(i/n), \quad i = 1, 2, \dots, n-1,$$

단, $\Phi^{-1}(\cdot)$ 는 표준정규분포함수의 역함수

iii) 만약 $\left| u_i - \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{p_i} [\phi(u_{i-1}) - \phi(u_i)] + \frac{1}{p_{i+1}} [\phi(u_i) - \phi(u_{i+1})] \right\} \right| < \epsilon$ 이면 v)로 그렇지 않으면 iv)로 간다.

iv) u_i 들의 새로운 값을 $\frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{p_i} [\phi(u_{i-1}) - \phi(u_i)] + \frac{1}{p_{i+1}} [\phi(u_i) - \phi(u_{i+1})] \right\}$ 로 두고 $i = 1, 2, \dots, n-1$ 에 대해 p_i 값을 계산한 후 iii)을

반복한다.

$$v) u_i^0 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{p_i} [\phi(u_{i-1}) - \phi(u_1)] + \frac{1}{p_{i+1}} [\phi(u_i) - \phi(u_{i+1})] \right\}, i = 1, 2, \dots, n-1$$

로 두고 $ETC_n^0 = (u_1^0, u_2^0, \dots, u_{n-1}^0)$ 에서의 ETC 를 계산한다.

일단 n 이 주어지면, $(u_1^0, u_2^0, \dots, u_{n-1}^0)$ 은 $k\sigma^2$ 이나 $C(n)$ 의 함수형에 의해 영향을 받지 않는다. 따라서 n 의 여러 값에 대해 미리 $(u_1^0, u_2^0, \dots, u_{n-1}^0)$ 의 표를 준비함으로 풀이과정을 쉽게 할 수 있다. <표 1>은 $n = 2, \dots, 10$ 에 대한 최적표준계급경계치를 나타낸다. 음의 경계치는 다음식에 의해 구할 수 있다.

$$u_{n/2-i}^0 = u_{n/2+i}^0, \text{ } n \text{이 짝수인 경우,}$$

$$u_{(n+1)/2-i}^0 = u_{(n-1)/2+i}^0, \text{ } n \text{이 홀수인 경우, (11)}$$

단, i 는 $i < n/2$ 인 양의 정수.

<표 1> $n \leq 10$ 에 대한 최적 표준 계급 경계치

n	경 계 치
2	(0.000)
3	(0.612)
4	(0.000, 0.982)
5	(0.382, 1.244)
6	(0.000, 0.659, 1.447)
7	(0.280, 0.874, 1.611)
8	(0.000, 0.501, 1.050, 1.748)
9	(0.222, 0.681, 1.198, 1.865)
10	(0.000, 0.405, 0.834, 1.325, 1.968)

주) 표에는 비율의 경계치만 나타내었음.

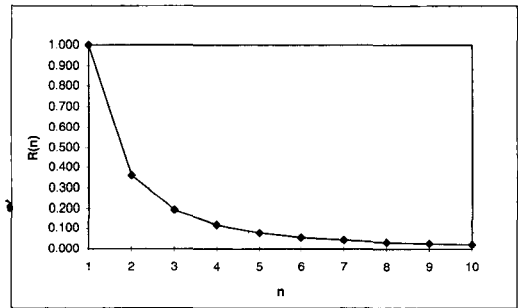
3.2 최적 계급수의 결정

$C(n)$ 은 n 의 증가 함수이고 $E(Q_n)$ 은 감소 함수이므로 두 함수가 불록함수이면, ETC 를 최소화하는 n 의 최적값이 반드시 존재한다. 최적값

n^* 는 $C(n)$ 과 $E(Q_n)$ 의 함수형에 좌우될 것이다. $R(n)$ 을 $(u_1^0, u_2^0, \dots, u_{n-1}^0)$ 에서의 $E(Q_n) / (2k\sigma^2)$ 이라 하면

$$R(n) = 1 - \sum_{i=1}^n \frac{[\phi(u_{i-1}^0) - \phi(u_i^0)]^2}{\Phi(u_i^0) - \Phi(u_{i-1}^0)} \quad (12)$$

이고 $n = 2, \dots, 10$ 일 때의 수치 값은 <표 1>을 이용하여 구할 수 있다. [그림 1]에 도시된 $R(n)$ 의 그래프는 $R(n)$ 이 n 의 불록함수임을 보여준다.



[그림 1] $R(n)$ 의 그래프

ETC 를 최소화하는 것은 다음식을 최소화하는 것과 같다.

$$\overline{ETC}(n) = \overline{C}(n) + R(n), \quad (13)$$

단, $\overline{C}(n) = C(n) / (2k\sigma^2)$. 만약 $\overline{C}(n)$ 이 n 의 불록함수이면 n^* 가 존재하고 최적해 $(n^*, u_1^*, u_2^*, \dots, u_{n-1}^*)$ 은 다음 절차에 의해 구할 수 있다.

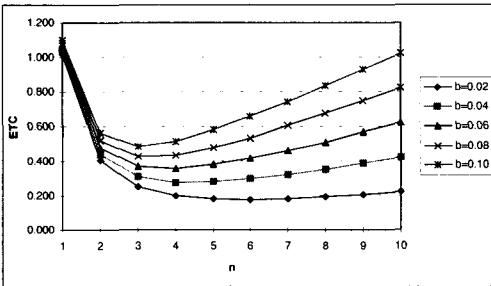
- i) $n = 1$ 로 둔다.
- ii) $\overline{C}(n)$ 과 $R(n)$ 을 구한다.
- iii) $\overline{ETC}(n)$ 를 계산한다. 만약 $n = 1$ 이면 n 을 1 증가시키고 ii)로 간다. 만약 $n \geq 2$ 이면 $\overline{ETC}(n-1)$ 과 $\overline{ETC}(n)$ 을 비교한다.
- iv) 만약 $\overline{ETC}(n-1) > \overline{ETC}(n)$ 이면 n 을 1 증가

시키고 ii)로 간다. $\overline{ETC}(n-1) \leq \overline{ETC}(n)$ 이면 $n^* = n-1$ 이라 두고 $(u_1^*, u_2^*, \dots, u_{n^*-1}^*)$ 을 구한다. ($n^* \leq 10$ 이면 <표 1>을 이용할 수 있다.)

$C(n) = a + bn$ (단, a 와 b 는 상수, $b > 0$)일 경우를 생각해 보자. a 는 n^* 을 결정하는데 어떤 역할도 하지 않으므로 $a = 0$ 으로 두면 (13)으로부터 $\overline{ETC}(n)$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$\overline{ETC}(n) = \bar{b}n + R(n), \quad (14)$$

단, $\bar{b} = b / (2k\sigma^2)$. [그림 2]는 $\bar{b} = 0.02, 0.04, 0.06, 0.08, 0.10$ 에 대한 $\overline{ETC}(n)$ 을 그린 것이다. [그림 2]로부터 $\bar{b} = 0.02, 0.04, 0.06, 0.08, 0.10$ 에 대하여 각각 최적 n^* 는 6, 4, 4, 3, 3 임을 알 수 있다. 즉, n^* 는 \bar{b} 가 증가할수록 감소한다. 직관적으로 변동비가 커질수록 (작아질수록) 더 작은 (더 큰) 계급 수를 택하는 것이 바람직하다. <표 1>과 [그림 2]는 \bar{b} 값에 대해 최적해 $(n^*, u_1^*, u_2^*, \dots, u_{n^*-1}^*)$ 을 찾는데 이용된다.



[그림 2] $\bar{b} = 0.02, 0.04, \dots, 0.10$ 에 대한 $\overline{ETC}(n)$ 의 그래프

$C(n)$ 은 반드시 선형함수의 형태로 정의될 필요는 없다. 만약 $C(n)$ 이 n 의 블록 함수이면 같은 절차를 적용할 수 있다.

예) 연료 분사장치에 사용되는 노즐을 생각해보

자. 노즐은 니들과 보디의 두 핵심부품으로 구성되어 있다. 품질특성은 이상치가 $\Delta = 5(\mu\text{m})$ 인 조립된 노즐의 니들과 보디 사이의 틈이다. 니들의 외부지름(X)과 보디의 내부지름(Y)이 독립이고 평균이 각각 μ_x 과 μ_y 표준편차는 똑같이 $\sigma = 3(\mu\text{m})$ 인 정규분포를 따른다고 가정하자. 공정은 $\mu_y - \mu_x = 5(\mu\text{m})$ 으로 설정되어 있다고 하자. 선형비용함수를 적용할 수 있고 비용모수는 $a = 0.00, b = 0.72, k = 1$ 이라고 가정하자.

(풀이) 먼저 $\bar{b} = (0.72) / (2 \times 1 \times 3^2) = 0.04$ 이므로 $\overline{C}(n) = 0.04n$. [그림 1]로부터 $n = 1, \overline{C}(n) = 0.04, R(n) = 1$ 일때 $\overline{ETC}(1) = 0.04 + 1 = 1.04$ 을 구할 수 있다. 같은 방법으로 $\overline{ETC}(2) = 0.443, \overline{ETC}(3) = 0.310, \overline{ETC}(4) = 0.277, \overline{ETC}(5) = 0.280$ 을 구할 수 있고 따라서 $n^* = 4$ 이고 <표 1>로부터 $(u_1^*, u_2^*, u_3^*) = (-0.982, 0.000, 0.982)$ 이다. 이 때, 조립품 당 총기대비용은 $ETC = (0.277)(2 \times 1 \times 3^2) \approx \4.99 이다.

4. 불량률과 짝부품의 불가용성

이 절에서는 불량률과 짝부품의 불가용성에 대해 살펴본다. 여기서 불량률은 규격을 벗어난 조립품의 비율, 불가용성은 대응 부품의 재고가 없기 때문에 조립이 불가능한 확률을 의미한다.

4.1 불량률

규격한계 $\Delta \pm \delta\sigma$ 가 가정하자. π_i 를 i 번째 계급의 조립이 불량일 확률이라 하면 는 다음과 같이 구해진다.

$$\pi_i = \frac{2}{p_i^2} \left\{ \left[\Psi\left(u_i, -\frac{\delta}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \Psi\left(u_{i-1}, -\frac{\delta}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \right] \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & - \left[\Psi \left(u_i, -\frac{u_i - u_{i-1}}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right. \\
 & \left. - \Psi \left(u_{i-1}, -\frac{u_i - u_{i-1}}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right] \\
 & \quad , 0 < \delta < u_i - u_{i-1} \text{ 일 때} \\
 & = 0, \quad \text{그렇지 않을 때,} \quad (15)
 \end{aligned}$$

단, $\Psi(\dots, \rho)$ 는 상관계수 ρ 를 가지는 이변량 표준정규분포함수이고 (15)의 유도과정은 부록에 있다. 불량률 π 는 π_i 의 가중평균

$$\pi = \sum_{i=1}^n p_i \pi_i. \quad (16)$$

으로 구한다.

무작위 조립에 대한 불량률은 $u_0 = -\infty$, $u_1 = \infty$, $p_1 = \Phi(\infty) - \Phi(-\infty) = 1$ 과 (15), (16)을 이용하여 $\pi = 2\Phi(-\delta/\sqrt{2})$ 와 같이 구해진다. 만약 $(n^*, u_1^*, u_2^*, \dots, u_{n-1}^*)$ 의 값과 δ 가 주어지면 π 는 SAS와 같은 컴퓨터 소프트웨어를 이용함으로써 쉽게 구할 수 있다.

4.2 짝부품의 불가용성

계급의 수가 1보다 크면, 각 부품을 같은 양만큼 생산한다고 하더라도 조립을 위해 사용 가능한 짝부품이 항상 적어도 한쌍이 있다고 보증할 수는 없다. 하나 이상의 재고를 양 쪽 다 동시에 보유하고 있는 계급이 하나도 없다면, 적어도 하나의 맞는 짝이 생산될 때 까지는 조립이 행해질 수 없다. 이것을 피하기 위해 각 부품에 대한 적절한 재고수준이 유지되어야 한다. 재고수준은 짝부품의 불가용성을 고려하여 결정될 수 있다.

M_{1i} 과 M_{2i} 를 두 부품에 대한 i ($i=1, 2, \dots, n$)번째 계급에 속한 단위의 수라고 두자. 만약 $\sum_{i=1}^n M_{1i} M_{2i} = 0$ 이면 조립은 불가능하다. 주어진 m 에 대해서 $(M_{11}, M_{12}, \dots, M_{1n})$ 과 $(M_{21},$

$M_{22}, \dots, M_{2n})$ 은 서로 독립이고 각각 다항분포를 따른다. 즉, M_{1i} 혹은 M_{2i} 의 관측치를 m_i , $i=1, 2, \dots, n$ 이라 하면,

$$\begin{aligned}
 g(m_1, m_2, \dots, m_n) \\
 = \frac{m!}{m_1! m_2! \dots m_n!} P_1^{m_1} P_2^{m_2} \dots P_n^{m_n} \quad (17)
 \end{aligned}$$

이다. 단, $m = \sum_{i=1}^n m_i$ 은 재고 수준이고 $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ 이다. $\sum_{i=1}^n M_{1i} M_{2i} = 0$ 이 되는 모든 경우를 고려하고 (17)을 이용하면, 주어진 $(n, p_1, p_2, \dots, p_n)$ 과 m 의 값에 대해 짝부품의 불가용성이 구해진다. 만약 이 확률을 $\tau_n(m)$ 으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \tau_1(m) &= 0, \\
 \tau_2(m) &= \sum_{((i),(j))} \{p_i^m\} \{p_j^m\}, \\
 \tau_3(m) &= \sum_{((i),(j,k))} \{p_i^m\} \{(p_j + p_k)^m\} \\
 & \quad + \sum_{((i),(j),(k))} \{(p_i + p_j)^m - (p_i^m + p_j^m)\} \{p_k^m\}, \\
 \tau_4(m) &= \sum_{((i),(j,k,l))} \{p_i^m\} \{(p_j + p_k + p_l)^m\} \\
 & \quad + \sum_{((i),(j),(k,l))} \{(p_i + p_j)^m - (p_i^m + p_j^m)\} \{(p_k + p_l)^m\} \\
 & \quad + \sum_{((i),(j,k),(l))} \{(p_i + p_j + p_k)^m \\
 & \quad - [(p_i + p_j)^m + (p_i + p_k)^m + (p_j + p_k)^m] \\
 & \quad + (p_i^m + p_j^m + p_k^m)\} \{p_l^m\}, \\
 & \quad \vdots \\
 & \quad m = 1, 2, \dots \quad (18)
 \end{aligned}$$

단, \sum 기호의 합은 덧셈은 $(1, 2, \dots, n)$ 의 서로 다른 모든 조합에 대해 행해진다. 예로서 $(1, 2, 3, 4)$ 로부터 $((i), (j, k, l))$ 의 서로 다른 모든 조합은 $((1), (2, 3, 4)), ((2), (1, 3, 4)), ((3), (1, 2, 4)), ((1), (2, 3, 4))$ 이다.

5. 다른 방법들과의 비교

이 절에서는 제안된 경제적 모형과 전형적인 선택적 조립 방법인 등간격 분할법과 등확률 분할법을 비교한다. 경제적 모형과 똑같은 가정하에서 이 두 방법에 대한 계급의 수와 계급한계를 정하였다.

등간격 분할법에서 계급 수 n 은 $(d-c)/n \leq \delta$ 이 성립하도록 정해진다. 여기서, $[c, d]$ 는 부품 특성의 표준화된 범위를 나타낸다. 계급 경계치는 모든 계급이 같은 간격을 갖도록 정해진다. 즉,

$$u_i = c + \left(\frac{d-c}{n}\right)i, \quad i = 1, 2, \dots, n-1. \quad (19)$$

부품특성들이 정규분포를 따르는 것으로 가정하였기 때문에 $c = -3$, $d = 3$ 이라 둔다. 등확률 분할법에서는 계급경계치를 다음과 같이 구한다.

$$u_i = \Phi^{-1}\left(\frac{i}{n}\right), \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (20)$$

δ 가 주어지면 두 방법에 대한 계급의 수와 계급 경계치가 결정될 수 있다. 예를 들어, $\delta = \sqrt{0.5}$ 이면 $((3) - (-3))/n \leq \sqrt{0.5}$ 의 식으로부터 계급 수는 $n = 9$ 이 된다.

3절의 예에서 불량 조립품의 단위비용이 $c_r = 9$, $k = c_r/(\delta^2 \sigma^2)$ 이고 $C(n) = bn$ 이라고 하자. δ 가 주어지면 제안된 모형의 최적 계급 수는 $\bar{b} = b/(2k\sigma^2) = 0.04\delta^2$ 이므로 [그림 2]로부터 얻어지고 그에 따라 ETC와 π 도 구할 수 있다. <표 2>는 세가지 선택조립과 무작위 조립의 ETC와 π 를 비교하고 있는데 이로부터 다음 사항을 알 수 있다.

- (i) 세가지 선택조립법 모두가 비용과 불량률 두 가지 면에서 무작위 조립법보다 우수하다.
- (ii) 경제적 모형은 다른 방법에 비해 ETC가 작다.
- (iii) 경제적 모형은 등간격 분할법보다 더 작은 계급 수를 필요로 한다.
- (iv) 경제적 모형의 불량률은 등간격 분할법보다 더 큰데 그것은 계급의 수가 작기 때문이다.

만약 짝부품의 불가용성이 증가하면 조립에 대한 부품의 가용성을 확실히 하기 위해서는 더 높은 재고수준이 필요하게 된다. <표 3>은 계급수 $n=4$ 일 때 세 방법의 조립품 $\tau_n(m)$ 에 대한 짝부품의 불가용성을 비교하고 있다. 표에 의하면 m 의 증가에 따라 $\tau_4(m)$ 이 빠르게 감소한다. $n=4$ 일때 95%의 확률로 조립을 위한 부품의 가용성을 확보하기 위해 $m=4$ 이면 된다. 등간격 분할법은 가장 적은 $\tau_4(m)$ 을 가지고 있다. 반면

<표 2> ETC와 π 의 비교

조립방법		$\delta = \sqrt{0.5}$	$\delta = \sqrt{1.0}$	$\delta = \sqrt{1.5}$	$\delta = \sqrt{2.0}$	$\delta = \sqrt{2.5}$
n	EM	6	4	4	3	3
	EW	9	6	5	5	4
	EA	9	6	5	5	4
	RA	1	1	1	1	1
ETC	EM	6.408	4.986	4.284	3.870	3.528
	EW	7.812	5.742	4.920	4.590	4.054
	EA	8.172	5.778	4.836	4.527	3.881
	RA	36.720	18.720	12.720	9.720	7.920
π	EM	0.0152	0.0189	0.0104	0.0150	0.0095
	EW	0.0002	0.0009	0.0011	0.0006	0.0004
	EA	0.0232	0.0196	0.0145	0.0087	0.0082
	RA	0.6171	0.4796	0.3865	0.3173	0.2636

주) EM : 제안된 모형, EW : 등간격 분할법, EA : 등확률 분할법, RA : 무작위 조립법

에 경제적 모형은 항상 적은 계급수를 가지고 있다. 예로서, <표 2>에서 $\delta = \sqrt{25}$ 일 때 등간격 분할법의 계급수는 4이지만 경제적 모형의 상응하는 계급수는 3이다.

<표 3> 짝부품의 불가용성

m	EM n=4 (n=3)	EW n=4	EA n=4
1	0.720 (0.643)	0.616	0.750
2	0.295 (0.206)	0.200	0.328
3	0.090 (0.053)	0.056	0.103
4	0.024 (0.013)	0.015	0.028

6. 결 론

우리는 제품이 짜이 되는 두 개의 부품으로 구성되어 있을 때 경제적 선택 조립 절차를 제시했다. 두 부품의 특성은 상호독립적이고 같은 분산을 가지는 정규분포를 따른다고 가정하였다. 조립 특성에 대한 2차 손실함수를 가정하고 최적 계급수와 최적 계급 경계치를 제시했다. 주어진 계급수에 대한 최적계급경계치의 표를 준비함으로써 풀이과정을 더 쉽게 할 수 있다. 또한 불량률과 짝부품의 불가용성을 계산하는 방법을 제시하고 제안된 모델을 다른 방법들과 비교하였다.

수치적 분석은 제안된 모형이 등확률 분할법보다 우수하다는 것을 말해준다. 경제적 모형의 불량률은 같은 계급수가 사용되었을 때 등간격 분할법보다 크다. 그러나 경제적 모형은 일반적으로 등간격 분할법보다 더 작은 최적 계급 수를 갖게 되고 비용측면에서 더 우월하다.

향후 부품특성의 분산이 같지 않거나 측정오차가 있을 경우로 확장된 연구가 기대된다.

부 록

1. (10)의 유도

$E(Q_n)$ 을 u_i 에 대해 미분하고 $[\phi(u_{i-1})$

$-\phi(u_i)] / [\Phi(u_i) - \Phi(u_{i-1})]$ 를 $E[U_i]$ 로 치환함으로써 다음 식을 얻는다.

$$\frac{\partial E(Q_n)}{\partial u_i} = 2k\sigma^2\phi(u_i)\{E[U_{i-1}] - E[U_i]\} \left\{ u_i - \frac{E[U_i] + E[U_{i+1}]}{2} \right\}, \quad (A1)$$

단, $i = 1, 2, \dots, n-1$. $u_{i-1} < u_i < u_{i+1}$ 이고 U_i 와 U_{i-1} 이 각각 $[u_{i-1}, u_i]$ 와 $[u_i, u_{i+1}]$ 내에서 정의된 확률변수이므로,

i) $E[U_i] < E[U_{i-1}]$,

ii) $\lim_{u_i \rightarrow u_{i-1}} \{u_i - (E[U_i] + E[U_{i-1}]) / 2\} < 0$
 $< \lim_{u_i \rightarrow u_{i+1}} \{u_i - (E[U_i] + E[U_{i+1}]) / 2\}$,

그러므로, 식 $\partial E(Q_n) / \partial u_i = 0$ 은 다음을 만족하는 u_i^0 에서 해를 가진다.

$$u_i^0 = \frac{E[U_i^0] + E[U_{i+1}^0]}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (A2)$$

단, U_i^0 는 $[u_{i-1}^0, u_i^0]$ 에 대응하는 U_i .

만약 $u_i < (E[U_i] + E[U_{i+1}]) / 2$ 이면 u_i 가 증가할수록 $E(Q_n)$ 은 감소하고, $u_i > (E[U_i] + E[U_{i+1}]) / 2$ 이면 u_i 가 증가할수록 $E(Q_n)$ 은 증가한다. 그러므로 해 u_i^0 는 $E(Q_n)$ 을 최소화하는 유일한 최적해이다.

2. (15)의 유도

i번째 계급의 조립품 특성을 $T_i = Y_i - X_i$ 라 하자. T_i 의 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$f_i(t) = \frac{1}{b_i^2\sigma\sqrt{2}} \left\{ \phi\left(\sqrt{2}\left[u_i - \frac{t - \Delta}{2\sigma}\right]\right) - \right.$$

$$\Phi\left(\sqrt{2}\left[u_{i-1} + \frac{|t-\Delta|}{2\sigma}\right]\right)\Phi\left(\frac{t-\Delta}{\sigma\sqrt{2}}\right),$$

$$\Delta - (u_i - u_{i-1})\sigma \leq t \leq \Delta + (u_i - u_{i-1})\sigma. \quad (A3)$$

만약 $\delta > u_i - u_{i-1}$ 이면 $\pi_i = P(\delta\sigma < |T_i - \Delta|) = 0$ 이고, 그렇지 않으면 π_i 는 다음과 같이 (A3)을 적분하여 얻어진다.

$$\begin{aligned} \pi_i &= \int_{\Delta + \delta\sigma}^{\Delta + (u_i - u_{i-1})\sigma} f_i(t) dt + \int_{\Delta - (u_i - u_{i-1})\sigma}^{\Delta - \delta\sigma} f_i(t) dt \\ &= \frac{2}{p_i^2} \int_{\delta/\sqrt{2}}^{(u_i - u_{i-1})/\sqrt{2}} [\Phi(\sqrt{2}u_i - z) - \Phi(\sqrt{2}u_{i-1} + z)] \phi(z) dz \\ &= \frac{2}{p_i^2} \left\{ \int_{\delta/\sqrt{2}}^{\infty} [\Phi(\sqrt{2}u_i - z) - \Phi(\sqrt{2}u_{i-1} + z)] \phi(z) dz - \int_{(u_i - u_{i-1})/\sqrt{2}}^{\infty} [\Phi(\sqrt{2}u_i - z) - \Phi(\sqrt{2}u_{i-1} + z)] \phi(z) dz \right\} \\ &= \frac{2}{p_i^2} \left\{ \left[\Psi(u_i, -\delta/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2}) - \Psi(u_{i-1}, -\delta/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}) \right] - \left[\Psi(u_i, -(u_i - u_{i-1})/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2}) - \Psi(u_{i-1}, -(u_i - u_{i-1})/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (A4)$$

참 고 문 헌

- [1] Boyer, David E., "Development and Investigation of Statistical Selective Assembly," Thesis, Oklahoma State University, (1984).
- [2] Boyer, D. and Nazemetz, J., "Introducing Statistical Assembly - a Means of Producing High Precision Assemblies from Low Precision Components," International Industrial Engineering Conference Proceedings, pp.562-570(1985).
- [3] Desmond, D. and Setty, C., "Simplification of Selective Assembly," International Journal of Production Research, Vol.1, No.3, pp 3-18(1962).
- [4] Mansoor, E., "Selective Assembly - Its Analysis and Applications," International Journal of Production Research, Vol.1, No.1, pp.13-24(1961).
- [5] Nelson, W., "The Truncated Normal Distribution - With Applications to Component Sorting," Industrial Quality Control, Vol.24, pp.261-271(1967).
- [6] Pugh, G. A., "Group Formation in Selective Assembly," SME Ultratech Conference Proceedings, pp.2.117-2.123(1986).
- [7] Pugh, G. A., "Partitioning for Selective Assembly," Computers and Industrial Engineering, Vol.11, pp.175-179(1992).
- [8] Rabinovich, L., "Improving the Characteristics of Selective Assembly," Russian Engineering Journal, Vol.48, pp.54-59(1968).
- [9] Rabinovich, L. A. and Kesoyan, A. G., "Investigating the Rational Sorting Accuracy for Selective Assembly of Precision Units," Russian Engineering Journal, Vol.60, pp.50-53(1980).
- [10] Rubenchik, V. Ya., K. V. Mentov, and V. V. Novikov, "Automatic Sorting of Rings by Size Prior to Selective Assembly," Measurement Techniques, Vol.22, No.1, pp.71-73(1979).
- [11] Zhang, H. C. and Huq, M. E., "Tolerancing Techniques: the state-of-the-art," Int. J. Prod. Res., Vol.30, No.9, pp.2111-2135(1992).