

혼돈기법을 이용한 주가의 비선형 결정론적 특성 검증 및 예측

김성근* · 윤용식*

An Empirical Study on Verification and Prediction of Non-Linear Dynamic Characteristics of Stock Market Using Chaos Theory

Sung K. Kim* · Yongsik Yoon*

Abstract

There have been a series of debates to determine whether it would be possible to forecast dynamic systems such as stock markets. Recently the introduction of chaos theory has allowed many researchers to bring back this issue. Their main concern was whether the behavior of stock markets is chaotic or not. These studies, however, present divergent opinions on this question, depending upon the method applied and the data used. And the issue of predictability based on the nonlinear, chaotic nature was not dealt extensively. This paper is to test the nonlinear nature of the Korea stock market and accordingly attempts to predict its behavior. The result indicates that our stock market represents a chaotic behavior. We also found out based on our simulation that executing buy/sell transactions based upon forecasts which were derived using the local approximation method outperforms the decision of holding without a buy/sell transaction.

* 본 연구는 중앙대학교 학술연구비 지원으로 수행되었음.
* 중앙대학교 경영학과

1. 서 언

자연현상을 보다 정확하게 설명하려는 우리 인간의 노력은 오래 전부터 지속되어왔다. 물리학, 생물학, 천문학 등 자연과학 분야에서 진행되어온 이들 노력은 주어진 시스템을 미분방정식으로 묘사하는 모델을 구축하고 이에 따른 예측을 수행하는 것이었다. 20세기 중반에 들어 이들 자연현상으로부터 발견되는 혼돈적(chaotic) 양상을 보다 효과적으로 설명하기 위해서는 비선형적 모형의 필요성이 제기되었다. 이에 따라 혼돈이론이 등장하게 되었다. 이 이론의 핵심은 무작위하게 보이는 자연현상이라 할지라도 단순한 결정론적 시스템에 의해 발생한 것이며, 또한 나아가서 이들 무작위성은 해당 시스템의 초기 조건에 따라 민감하게 반응한 결과에 지나지 않는다는 점이다. 따라서 장기적으로는 힘들겠지만 단기적으로는 주어진 자연현상을 나름대로 예측할 수 있다는 것이다 [Lorenz 1963].

자연현상을 새롭게 설명하려는 이러한 노력은 얼마 안 있어 사회과학 분야에서도 관심을 끌게 되었다. 1988년 산타페 연구소(Santa Fe Institute)에서는 복잡한 경제현상을 비선형적 동적(dynamic) 시스템으로 이해하려는 노력이 시도되었다[Anderson et al. 1988]. 이에 힘입어 가장 복잡한 경제시스템으로 꼽히는 주식시장에 이러한 혼돈이론이 적용되기 시작하였다[Peters 1989, 1991; Scheinkman & LeBaron 1989; Hsieh 1991]. 이들 연구의 대부분은 자본시장에 비선형적 특성이 존재하고 이에 따른 적합한 모형개발의 필요성을 주장하였다.

국내 주식시장에 관한 비슷한 시도가 1990년대 중반에 들어 여러 차례 이루어졌다. 그러나 주가흐름의 비선형성을 다룬 이들 연구는 분석방법에 따른 상이한 결과를 보여주고 있다. 하지원[1995]과 김현석[1998]은 주가수익률이 혼돈적 특성을 갖고 있다는 결과를 얻었음에 비해, 이일균[1994]의 연구는 우리 나라 주식시장이 무작위 행보를 따른다고 주장하였다. 또한 김영규와 배재봉[1994]

의 연구는 시계열의 구성 방법에 따라 혼돈적 특성이 존재하거나 또는 랜덤워크(random walk)에 가까운 결과를 얻었다.

위에서 보는 바와 같이 이들 연구들은 서로 상이한 결과를 보여주고 있어 혼란을 초래하고 있다. 이는 각 연구들이 활용하는 자료와 혼돈이론의 세부적용 기법상의 차이에서 기인한 것이라고 볼 수 있다. 따라서, 혼돈이론을 이용한 국내 주식시장의 비선형적 특성을 재분석하여, 기존의 연구와의 차이점을 비교해 보고, 이와 같은 차이점이 생기게 된 이유를 밝혀 볼 필요가 있다.

또한 주식시장에 비선형성이 존재한다면 이의 파악을 통한 예측이 가능한가는 자연스러운 연구의 연장이라고 볼 수 있다. 일본의 Yota & Iitsuka [1993]는 TOPIX 지수에 비선형 결정론적 요인이 있는가를 검정하고 예측을 시도하였다. 그 결과로 TOPIX 지수에 결정론적 요인은 발견하지 못했으나, 실제 비선형 예측모형을 이용한 예측을 통해 이익을 올릴 수 있음을 주장하였다.

그러나 앞에서 언급한 국내 연구의 대부분은 주식시장의 비선형성 파악에 머무르고 있고, 혼돈적 특성을 이용한 예측시도는 없었다. 따라서, 국내 주식시장에 혼돈적 특성이 존재한다면, 혼돈적 특성을 이용한 예측을 통해 수익을 올릴 수 있는가를 알아보는 것도 가치있는 연구주제라고 하겠다.

이에 본 연구에서는 가장 최근까지의 주가자료를 수집하여 국내 주식시장의 비선형성 특성이 존재하는지의 여부를 분석하고 나아가서 이 비선형성 기법을 이용한 주가예측을 시도한다. 특히 주가흐름의 예측으로는 주가의 상승 및 하락을 예측할 수 있는지 그리고 이 정보에 입각한 매도 및 매수 결정을 내렸을 경우 보유하는 경우와 어떤 다른 결과를 보여주는 지를 분석하려고 한다.

서언에 이어 2절에서는 혼돈이론 및 주식시장의 혼돈적 특성을 다룬 기존 연구를 간략하게 묘사한다. 3절에서는 본 논문의 혼돈 특성 분석 및 예측에 관련된 기본 모형을 제시한다. 그리고 우리 나라 주식시장의 종합주가지수 자료를 이용한 혼돈 특성 분석 및 예측의 실증적 분석결과를 4절에서

설명한다. 마지막으로 5절에서는 본 연구를 요약한 후 논문의 한계점 및 향후 연구과제를 제시하기로 한다.

2. 혼돈을 이용한 주기분석 기존 연구

혼돈이론은 복잡한 자연현상을 보다 정확하게 묘사하려는 자연과학 분야에서 태동되었다. 혼돈이론에 따르면, 자연계내의 복잡하게 보이는 현상들은 무작위하게 움직이는 것처럼 보이지만 사실은 숨은 질서가 존재하는 비선형 결정론적인 과정에 따르며, 초기상태에 민감하게 의존한다는 것이다[Peters 1991].

이 복잡하게 움직이는 현상 즉, 동적인 시스템이 시간 흐름에 따라 움직이는 궤적을 위상공간(phase space)으로 묘사할 수 있다. 예를 들면 시계추는 그 추의 위치 및 움직이는 속도라는 두 변수로 2차원적 위상공간으로 묘사된다. 초기에 한 번만 힘이 가해진 시계추는 일정한 시간이 지난 후 제자리에 정지한다. 이 현상을 위상공간으로 나타내면 나선형 모양을 그리다가 원점으로 귀착한다. 만일 영원히 움직일 수 있도록 시계추에 정기적으로 에너지가 제공된다면 정확하게 원의 형태로 묘사될 것이다. 이와 같이 소멸적(dissipative) 시스템의 균형상태를 끌개(attractor)라고 묘사한다. 전자의 예는 점(point) 끌개라고 하고, 후자를 한계 싸이클(limit cycle) 끌개라고 한다.

또다른 형태의 끌개가 존재한다. 이게 바로 혼돈적(chaotic 또는 카오스성) 끌개로서, 위상공간에 묘사된 궤적은 위상공간의 동일한 영역을 왔다 갔다 하지만, 특정 점으로 모이지는 않는 형태를 취한다. 1963년 Lorenz에 의해 처음 발견된 로렌즈 끌개가 그 대표적 예이다[Lorenz, 1963]. 이와 같은 카오스성 끌개가 갖고 있는 특성중의 하나는 초기 조건에의 민감한 의존성이다. 즉 해당 시스템의 비선형성 때문에 초기 조건을 측정할 때의 조그만 오차가 시간이 지남에 따라 기하급수적으로 증가하여 해당 시스템이 장기적으로 어떤 상태

로 전개될 것인지를 예측하기란 거의 불가능하다는 점이다.

2.1 혼돈적 특성의 검정방법

혼돈적 특성은 프랙탈(fractal) 구조, 카오스성 끌개의 존재, 초기조건에의 민감한 의존성과 같이 세가지로 요약될 수 있다. 따라서, 어떤 시스템이 혼돈적 특성을 갖는가를 검정하는 방법은 대상시계열의 프랙탈구조를 검정하는 과정과 카오스성 끌개의 존재여부를 검정하는 과정 그리고 초기조건에의 민감한 의존성을 보이는가를 검정하는 3가지 과정으로 나누어 볼 수 있다. 프랙탈구조 검정은 대상시계열이 분포상으로 프랙탈적 구조를 가지는가를 검정하는 과정으로 해당시계열에 혼돈모형의 일반적인 특징인 자기유사성과 장기종속성이 존재하는가를 알아보는 것이다. 카오스성 끌개의 존재검정은 대상시계열에 시계열의 시간적 운동을 결정하는 결정변수인 카오스성 끌개가 존재하는가를 검정하는 과정이다. 그리고 대상시계열이 초기조건에 민감한 의존성을 보이는가를 검정하는 과정은 대상시스템이 혼돈모형의 또다른 특징인 초기조건에의 민감한 의존성이 있는가를 알아보는 것이다. 본 절에서는 프랙탈구조를 검정하기 위한 R/S(rescaled range)분석을 통한 Hurst지수의 측정방법과 카오스성 끌개의 존재여부를 검정하기 위한 상관차원계측방법 그리고 초기조건에의 민감한 의존성을 검정하기 위한 Lyapunov지수의 계산방법을 간략하게 소개한다.

2.1.1 R/S분석을 이용한 Hurst지수 측정

Hurst지수는 1940년대에 Hurst에 의해 개발되었고, Mandelbrot[1972]에 의해 발전된 개념이다. Hurst는 1907년부터 40년간 저수정책의 효과를 조사하여, 저수량이 시간에 따라 평균수준에서 어떻게 변동하는가를 측정하였는데, 그 변동범위는 측정시간의 길이에 따라 변화하는 것으로 나타났다. 만약 시계열들이 무작위하다면, 변동범위는 시간의 제곱근으로 증가할 것이다. 이를 $T^{1/2}$ Rule이

라 한다. 그는 이러한 측정을 시간에 따라 표준화하기 위해 변동범위의 값을 관측치의 표준편차로 나눔으로써 무차원비율(dimensionless ratio)을 만들었다. 따라서 이 분석을 R/S분석(rescaled range analysis)이라고 한다. Hurst지수는 이러한 무차원 비율에 대수방정식을 이용한 최소자승법을 적용하여 구해지며, 상세한 계산방법은 참고문헌[Peters 1993]에 소개되어 있다.

Hurst지수가 0.5일 경우, 시계열자료가 랜덤워크임을 의미하며, 정규분포를 갖게 된다. Hurst지수가 0.5가 아닐 경우에는 단기 및 장기 기억효과(memory effect)를 갖는다. Mandelbrot에 따르면 이는 정의된 시계열 자료간에 상관성이 존재함을 의미한다[Peters 1993].

Hurst지수가 0과 0.5사이에 있을 경우에는, 단기적 역전현상을 보이는 경우로서 대상시계열이 전기에 상승(하락) 하였을 경우, 당기에는 하락(상승)하는 형태를 갖게 된다.

또한 Hurst지수가 0.5와 1사이에 있을 경우에는 장기적 추세를 갖는 형태로서 대상시계열이 전기에 상승(하락)하였을 경우, 당기에 상승(하락)할 가능성이 높은 경우이다. 따라서, 대상시계열의 Hurst지수가 0.5이상인 것으로 밝혀진다면, 대상시계열은 무작위하게 움직인다기보다는 자기유사성과 장기종속성을 보이는 프랙탈적 구조를 가지고 있으며, 과거의 자료를 이용한 예측의 시도가 의미를 갖는다고 할 수 있다.

2.1.2 상관차원의 계측

상관차원(correlation dimension)은 시스템의 특성을 몇 개의 요인으로 정의할 수 있는가를 나타내는 것으로 Grassberger & Procaccia[1983]에 의해 제시된 개념이다. 이는 결정론적 시스템에 의하여 생성되는 데이터와 무작위 확률적 과정에 의하여 생성되는 데이터를 구별할 수 있게 해준다 [김영규 · 배재봉 1994].

상관차원은 어느 한 점에서 다른 점까지의 특정한 거리가 임의의 값 R보다 작을 가능성을 발견함으로써 끌개가 얼마나 밀접하게 상위의 위상공간

을 채우는가를 측정하는 것이다. 시계열 자료가 혼돈적 특성을 갖는다면 높은 내재차원(embedding dimension)에서 끌개가 충분한 공간을 다 채우지 못하게 되고, 무작위 확률론적 특성을 가진다면 수증기가 퍼지듯이 내재차원이 증가하여도 끌개가 모든 위상공간을 채우게 될 것이다.

어떤 시스템이 혼돈적인 패턴을 보이는 경우에 끌개 내에서 멀리 떨어진 m 차원의 두 개의 점을 고려해 보자. 초기조건에 민감한 혼돈적 특성 때문에 작은 예측오차가 지수함수처럼(exponentially) 확대되어 위 두 개의 점은 상관성이 없는 것처럼 보일 수 있다. 그러나 두 개의 점이 끌개 내에 있을 경우에는 시간이 지남에 따라 m 차원 위상공간내의 두 개의 점은 접근하게 될 것이고 분석기간을 무한대로 할 경우 혼돈 시스템상의 점들은 끌개에 집중될 것이다.

Peters의 연구[1989, 1991]에는 이러한 특성을 이용하여 두 점간의 m 차원 공간에서 상관성의 계산방법이 자세히 소개되어 있다. 혼돈시스템의 경우 내재차원(m)이 증가할수록 상관차원은 특정 값에 수렴하게 되며, 내재차원이 증가함에 따라 상관차원이 계속 증가한다면 확률적 과정, 즉, 자유도가 무한대인 과정으로 정의할 수 있다. 따라서 상관차원 분석을 통하여 분석대상 시스템이 비선형 결정론적 시스템인지 확률적 시스템인지를 구분할 수 있다[김영규 · 배재봉 1994].

2.1.3 Lyapunov지수의 추정

혼돈시스템의 중요한 특성중의 하나는 초기조건에의 민감한 의존성이다. 이러한 의존성에 대한 시스템의 민감도(susceptibility)는 근접한 궤도들이 위상공간에서 얼마나 빨리 이탈(diverge)되는가, 다시 말해 혼돈모형의 예측력이 얼마만큼의 크기로 감소해 가는가를 보여주는 Lyapunov지수에 의해 측정될 수 있다.

위상공간의 각 내재차원에 대해서 각각의 Lyapunov지수를 측정할 수 있다. 양의 Lyapunov지수는 위상공간에서 근접한 점들의 발산정도를 의미하며, 음의 Lyapunov지수는 근접한 점들이 수

렴하는 정도를 의미한다. 즉, Lyapunov지수는 시스템의 근접한 초기 점들이 멀어지거나 가까워지는 속도를 표시한다. 위상공간상의 근접한 두 점 사이의 거리가 시간이 지남에 따라 멀어진다면 Lyapunov지수는 양의 값을 갖게 되며 혼돈적 특성을 갖는다고 할 수 있다. 시간이 지남에 따라 근접한 두 점 사이의 거리가 가까워진다면 Lyapunov지수는 음의 값을 갖게 되며, 끌개는 안정적인 특정한 한 개의 점이 된다[Lorenz 1993]. 그러므로, 양의 Lyapunov지수는 초기조건에 민감한 종속성이 존재한다는 것을 의미하며, 이는 시스템에 희귀한 끌개(strange attractor)가 존재한다는 것을 의미한다. 즉, 어떠한 시스템이 혼돈성을 갖기 위해서는 가장 큰 Lyapunov지수가 양의 값을 가져야 한다.

2.2 혼돈이론을 이용한 주식시장의 분석 연구

주가흐름에 혼돈기법을 적용한 연구는 국내에서 다수 이루어졌다. 여기서는 대표적인 외국 연구와 국내 적용 연구를 간략하게 묘사하고자 한다.

미국의 Peters[1989]는 1989년 발표한 논문에서 자본시장에서 전통적으로 인정되는 효율적 시장가설의 기본가정인 순수한 랜덤워크와는 대조적인 편이된 랜덤워크 또는 프랙탈 브라운 운동에 초점을 맞추어 장기 기억과정을 설명하였다. 이를 위해 R/S분석을 사용하여 S&P 500지수와 T-Bond 수익률을 추정된 결과 S&P 500지수에 대한 Hurst 지수는 0.61로 추정되었고, T-Bond의 경우 Hurst 지수가 0.64로 증권시장에 비해 좀더 영속적 추세를 보이는 것으로 나타났다. 이는 기억효과가 장기간 지속되며, 순수한 랜덤워크 이론이 자본시장에 적용될 수 없다는 것을 의미한다.

그는 이어 1991년에 발표한 논문에서 S&P 500 지수에 카오스성 끌개가 존재하는지를 검증하였다. Grassberger와 Procaccia[1983]가 고안한 상관차원을 측정한 결과 2.33으로 나타났고, 이는 시스템을 모형화 하는데 3개 이상의 변수가 필요하다는 것을 의미한다. 또한 카오스성 끌개가 초기조건에

민감한 의존성을 보이는 것을 이용하여 비선형 모형의 예측능력 손실을 측정하는 Lyapunov지수를 측정하였다. 양의 Lyapunov지수가 존재한다는 것은 카오스성 끌개가 존재한다는 증거이며, Lyapunov의 역수는 예측능력의 상실기간을 의미한다. 이 연구에서 추세를 제거한 S&P 500 지수의 월별 시계열은 내재차원 4, 시차 12개월, 전개기간(evolution time) 6개월에서 Lyapunov지수가 0.0241 bit/month로 안정적으로 수렴한다는 것을 발견하였다. 이는 예측능력은 1/Lyapunov지수 즉, 약 42개월이 지나면 없어진다는 것을 의미한다. Peters는 이러한 결과를 통해 자본시장에 비선형적인 특성이 존재하며, 모형개발의 필요성을 주장하였다.

일본의 Yota & Iitsuka[1993]는 TOPIX 지수에 비선형 결정론적 요인이 있는가를 검증하고 예측을 시도하였다. 그 결과로 TOPIX 지수에 결정론적 요인은 존재하지 않으나, 실제 예측을 통해 이익을 올릴 수 있음을 주장하였다. TOPIX지수의 카오스성을 검증하기 위하여 상관차원계측, 예측오차의 변화율 측정의 2가지 방법을 사용하였다. 실증분석결과 상관차원이 일정한 값에 수렴하는지는 알 수 없었지만, 내재차원이 증가함에 따라 상관차원의 증가율이 완만해지므로 랜덤프로세스와는 다른 기하학적 특성이 있는 것으로 나타났다. 또한, 국소근사법을 이용한 예측을 시행하고 실제치와 비교하여 본 결과, 예측기간이 길어질수록 예측오차가 증가하지 않고 일정한 범위에서 변동하는 것으로 나타나 카오스성을 발견하지 못했다고 결론지었다. 그러나, 카오스성의 여부와는 별도로 국소근사법을 이용한 예측의 유효성 검정을 위해 실제의 매매를 가정한 매매시물레이션을 실시하였으며, 예측을 통한 매입/매도의 경우가 매매가 없는 보유의 경우보다 3배정도의 이익을 올리는 것으로 나타났고, 따라서 예측기법이 유효하다고 주장하였다.

이러한 외국 연구가 국내에서 소개됨에 따라 비슷한 시도가 국내에서도 이루어졌다. 아래에서는 이들 연구를 간략하게 묘사하고자 한다.

우선 김영규·배재봉[1994]은 비선형적인 제반

특성을 종합적으로 반영하여 혼돈이론을 종합주가지수 수익률의 시계열자료에 적용하여 주식수익률의 비선형적 형태를 실증적으로 분석하였다. 자료는 시장전체의 가격지수로부터 계산된 주별 수익률 및 일별 수익률을 이용하였다. 이들은 주식수익률의 시계열 자료상에 혼돈적 특성이 존재하며, IID(Independent and identically distributed)를 기각하는가를 살펴보기 위하여 주별 수익률의 상관차원을 구한 결과, 내재차원 14일 때, 상관차원이 5-6사이에서 수렴하여, 혼돈적 특성이 존재하는 것으로 나타났다.

또한, Wolf 등이 제시한 방법에 따라 Lyapunov 지수가 일정한 양의 값에 수렴하는지를 검정하였다. 주별수익률의 Lyapunov지수는 일정한 양의 값 0.0109에 근사적으로 수렴하므로 주별수익률은 혼돈적 특성을 가지고 있으며, 이는 $1/0.0109$ 즉 92주 후에는 모든 수익률 예측효과가 없어진다고 주장하였다. 일별수익률의 Lyapunov지수 추정결과는 0.0024에 근사적으로 수렴하므로 혼돈적 특성을 가지고 있으며, 약 417일 후에는 모든 수익률의 예측효과가 없어진다고 주장하였다.

이러한 분석결과를 종합하여 주식수익률의 시계열적 형성과정은 혼돈적 과정을 따른다고 결론 내리고, 기존의 약형 효율적 시장가설이나 선형모형에 기초를 두고 있는 CAPM 등의 자산가격결정모형을 이용하여 연구의 결론을 유도하고자 하는 것은 원천적 오류가 있을 수 있음을 시사하였다. 그러나, 이 연구는 R/S분석을 통한 평균순환주기의 측정과정에 대한 자세한 언급이 없으며, 상관차원과 Lyapunov지수의 계산과정에서 위상공간을 재구성하기 위해 필요한 시차와 평균궤도주기의 설정에 관한 언급이 없다.

이일균[1994]은 기존의 효율적 시장에 대해서 분석한 연구결과들이 암시하는 주가의 장기적 예측가능성과 주기가 존재한다는 점에 관심을 가지고 설명하였다. 그리고 이를 전제로 우리나라 증권시장에서 주가가 Hurst 프로세스를 따르는지에 대해 검정하고, 장기기억과정인지를 판별하고, 나아가 주기(periodic cycle)를 갖는 지를 분석하였

다. 분석자료는 1980~1993년의 일별 종합주가지수의 로그수익률을 사용하였고, 이 로그수익률을 자기회귀분석(auto regression : AR이라고 표시함)을 시행한 후, 잔차를 이용하여 R/S 분석을 수행하였다.

실증분석을 통해 얻은 Hurst 프로세스의 회귀분석에서 Hurst지수는 0.52이고, 우리나라 증권시장은 무작위 행보를 따른다고 결론지었다. 그러나 이 연구에서는 R/S분석에 앞서 자료의 선형성을 제거하기 위하여 AR분석을 시행하였다. 이로 인해 대상 시계열자료는 선형성이 이미 제거되었으므로 R/S 분석의 결과 무작위한 행보를 보이는 것이다. 이는 대상 시계열에 자료간의 상관성이 있는가를 보고자하는 R/S분석의 본래의 의도를 이해하지 못한 것으로 사료된다.

하지원[1995]은 주식수익률의 생성과정이 IID가 아니라는 가정 하에 비선형적인 접근방법을 이용하여 우리나라 주식시장에서 주가수익률의 움직임이 결정론적인 혼돈과정을 따르는지를 분석하였다. 연구결과, 상관차원은 내재차원이 10일 때 2.70이고, Lyapunov지수는 0.01455bit/week로 주가수익률에 혼돈적 특성이 존재한다는 것을 보여주었다. 이는 우리나라 주식시장을 모형화할 때, 3개 이상의 변수가 필요하며, 주식가격의 예측능력은 약 7주 정도가 지속된다는 것을 의미한다. 그러나, 이 연구에서는 위상공간을 재구성하기 위한 시차와 주기에 대한 언급이 없고, 상관차원계측 및 Lyapunov지수 측정과정에 의문이 제기 된다.

김현석[1998]은 종합주가지수와 여러 가지 업종별 지수의 수익률자료를 이용하여 우리나라 증권시장의 혼돈적 특성에 대해서 실증분석을 실시하였다. 실증분석과정은 먼저 주가 수익률의 분포적 특성에 대하여 살펴보고, R/S분석을 통해 프랙탈적 특성을 알아보고, 상관차원계측, Lyapunov지수의 추정을 통하여 주가수익률의 혼돈적 특성에 대하여 분석하였다. 연구결과, Hurst지수가 0.631, 평균순환주기가 40주, 상관차원은 2~3사이, Lyapunov지수가 0.024로 나타나 카오스적 특성을 가지고 있다고 결론지었다.

그러나, 이 연구에서는 R/S분석을 통한 Hurst지수의 추정과정이 기존의 분석방법과는 약간의 차이가 있어 실제 Hurst지수값 보다 낮은 값으로 추정하였으며, 평균순환주기도 정확한 주기가 산출되었다고 보기 어렵다. 또한, 상관차원분석에서 모수의 선정상의 문제로 인해 상관차원의 추정값이 너무 낮게 평가되었다. 그리고, Lyapunov지수를 추정하는 데 사용한 내재차원과 시차가 구체적으로 언급되지 않았다.

이러한 국내의 연구들을 비교한 내용은 <표 1>에 제시되어 있다. 상기의 여러 연구들을 종합적으로 비교해 볼 때 R/S분석으로 통한 Hurst지수의 추정 및 평균순환주기의 도출, 이를 통한 상관차원의 계측과 Lyapunov지수의 추정과정이 일관되게 행해져야 하나, 이전의 국내연구들에서는 이러한 과정이 생략되거나 미비한 것으로 여겨진다. 따라서, 혼돈성의 검정과정을 재검토해보고 이들 연구와의 차이점을 분석해볼 필요성이 있다고 생각된다. 또한, 혼돈적 특성의 검정을 통한 비선형 결정론적 시스템의 예측이 이루어지지 않았으므로, 혼돈적 특성의 검정과정을 통해 도출된 모수를 이용하여 비선형 예측모형에 대한 연구가 이루어야 한다고 생각한다.

3. 비선형 시계열의 예측방법 및 예측 오차의 평가방법

본 연구에서는 국내 주식시장의 흐름이 카오스적 특성을 갖는가에 머무르지 않고 시계열 예측을 하고 또 이 예측오차의 평가를 시도한다. 아래에서는 카오스 이론을 이용한 비선형 시계열의 예측방법과 예측오차의 평가에 관해 간략하게 묘사하기로 한다.

3.1 비선형 시계열의 예측방법

비선형시계열의 예측모형에는 다항식(polynomials), 추론함수(rational function), 방사기분함수(radial basis function), 인공신경망(neural nets), 근사법(approximation method) 등이 있으며, 혼돈이론을 이용한 비선형 시계열의 예측모형에는 근사법이 주로 사용된다. 본 절에서는 이에 대해 간략하게 설명하기로 한다.

혼돈이론을 이용한 비선형 시계열의 예측방법은 단일시계열을 사용하므로, 시스템내의 시계열을 예측하기 위해 지연시간(delay time)을 이용하여 위상공간을 재구성하여야 한다. 재구성방법은

<표 1> 국내 혼돈관련 연구들의 비교

연구자	사용자료 및 기간	혼돈성 검정 기법	결 과	비 교
김영규, 배재봉 (1994)	1980.1~1992.6 종합주가지수 일별로그수익률 주별로그수익률	상관차원분석 Lyapunov지수추정 Kolmogorov entropy 의 근사치추정	주별,일별수익률의 상관차원이 5~6에 수렴하고, Lyapunov지수가 0.0109, 0.0024로 나타나고, Kolmogorov entropy의 근사치가 -0.25 ± 0.05 의 유한한 값을 가지므로 혼돈성이 있음을 시사한다고 주장함	R/S분석을 통한 평균순환주기의 도출과정이 없고, 상관차원계측시 시차 및 주기의 언급이 없음
이일균 (1994)	1980~1993 종합주가지수 일별로그수익률	AR(1)분석후 잔차를 이용한 R/S분석	종합주가지수의 Hurst지수가 0.52로 나타나 혼돈성이 없고 무작위행보를 따른다고 주장함	AR분석후 잔차를 이용한 분석이므로 대상시계열이 왜곡될 가능성 있음
하지원 (1995)	주별수익률	상관차원분석 Lyapunov지수추정	상관차원이 2.7이고 Lyapunov지수가 0.01455로 혼돈성이 있다고 시사	상관차원계측시 시차와 주기에 대한 언급이 없음
김현석 (1998)	1980.1~1998.6 종합주가지수 주별로그수익률 일별로그수익률	R/S분석 상관차원분석 Lyapunov지수추정	일별, 주별자료의 Hurst지수가 0.612, 0.631로 나타나고, 상관차원이 2~3에 수렴하고 Lyapunov지수가 0.024로 측정되어 혼돈성이 있다고 주장	R/S분석시 Hurst지수 및 평균순환주기의 정확한 추정이 이루어지지않음

우선 위상공간상에 순차적인 점들을 나타내고, 현재상태 $X(t)$ 와 미래의 상태 $X(t+T)$ 사이의 함수적 관계를 다음 식과 같이 가정한다.

$$X(t+T) = f_T(X(t)) \quad (3.1)$$

함수 f_T 의 근사값 f 를 추정하기 위해서는 포괄 근사법(global approximation method)과 국소근사법(local approximation method)의 두 가지 방법이 사용된다. 포괄근사법은 예측을 위해 모든 과거의 정보를 사용하고, 국소근사법은 과거자료중 일부만을 사용한다는 점이 다르다.

3.1.1 포괄근사법

포괄근사법은 근사값 f 를 추정하기 위해 다음과 같은 다항식을 사용한다.

$$f(x) = \sum_i a_i X^i \quad (3.2)$$

예를들어, 지연수법을 사용하여, 좌표 $x_1(t) = x(t)$ 와 $x_2(t) = x(t+T)$ 를 갖는 2차원 위상공간을 재구성할 때, 재구성된 위상공간내에는 좌표 $(x(t), x(t+t))$ 인 한 점과, 좌표 $(x(t+t), x(t+2T))$ 인 다른 한 점들의 순차적인 점들이 있게 된다. 위상공간내의 m 개의 점들의 함수관계를 다음 식으로 가정한다.

$$\begin{aligned} x(t+T) &= a_0 + a_1x(t) + a_2x(t)^2 + a_3x(t)^3 + \dots \\ x(t+2T) &= a_0 + a_1x(t+T) + a_2x(t+T)^2 + a_3x(t+T)^3 + \dots \\ &\vdots \\ x(t+mT) &= a_0 + a_1x(t+(m-1)T) + a_2x(t+(m-1)T)^2 + a_3x(t+(m-1)T)^3 + \dots \end{aligned} \quad (3.3)$$

식(3.3)의 계수값들을 계산함으로써 근사함수 f 를 추정할 수 있고, 근사함수 f 를 사용하여 $x(t+(m+1)T)$ 를 예측한다. 포괄근사법은 단순하고 계산이 쉬운 반면, 몇기 후를 예측하기 위해 예측기간이 길어지면 예측치를 이용하여 다시 예측

을 행하게 됨으로써 예측치가 과도하게 왜곡될 수 있다. 즉, 이 방법을 통한 예측은 예측오차가 지수적으로 증가한다. 이는 예측시점마다 새로운 f_T 를 다시 계산함으로써 해결가능하나, 이 방법은 대상 시계열이 Smooth 함수인 경우에만 적합하며, 혼돈적 특성을 지닌 시계열은 Smooth 함수가 아니므로 본 연구에서 고려하지 않았다.

3.1.2 국소근사법

Farmer와 Sidorowich[1987]이 제안한 국소근사법은 일반적으로 복잡한 형태를 보이는 함수에 포괄근사법보다 더 정확한 결과를 나타낸다. 국소근사법은 예측함수 f 를 추정하기 위해 재구성된 위상공간내에서 현재상태와 가장 가까운 상태들만을 이용한다.

$x(t+T)$ 를 예측하기 위해 먼저 $\| \cdot \|$ 으로 표시되는 위상공간상에 두 상태점 사이의 거리를 측정하는 측정치를 도입한다. 그리고 $x(t)$ 와 가장 가까운 거리에 있는 k 개의 상태점들을 구한다. 즉 $t < t'$ 인 조건하에서 $\|x(t) - x(t')\|$ 이 작은 순서로 $x(t')$ 를 k 개 구한다. 그 다음에 시계열자료 범위내의 상태점 $x(t')$ 와 상태점 $x(t'+T)$ 의 관계를 이용하여 예측치를 구한다.

가장 간단한 접근방법은 현재상태와 가장 가까운 하나의 상태점을 이용하는 것이다. 즉, 0차 근사라고도 하며, $k=1$ 이고 $X_{pred}(t, T) = x(t+T)$ 가 된다. 조금 더 나은 접근방법은 1차 또는 선형근사법이다. 즉, 상관차원계측을 통해 추정된 상관차원(D)을 이용하여, $d > D$ 인 d 차원의 근사인 경우, $k > d$ 인 k 개의 $(x(t'), x(t'+t))$ 의 쌍을 선형다항식으로 만든후 최소사승법으로 근사함수 f_T 를 추정하는 것이다. $k=d+1$ 일 때, 선형보간법과 같으나, 결과값의 안정성을 확보하기 위해, $k > d+1$ 로 하는 것이 유리하다[Farmer & Sidorowich 1987].

3.2 예측오차의 평가

예측오차의 평가는 특정시점에서 예측모형을 통한 예측을 시도할 때, 근거거리의 예측치와 원거리의

예측치가 각각의 실제치와 얼마만큼의 차이를 보이는가를 알아봄으로써 예측거리가 변화할 때 실제치와의 오차는 어떻게 변화하는가를 평가하는 것으로 대상시계열의 혼돈성 여부를 판단하는 또 다른 지표가 될 뿐만 아니라, 예측의 정확도를 평가하는 척도가 된다.

예측오차의 평가는 국소근사법을 이용한 예측결과와 실제치와의 오차를 예측기간 T(몇 기후의 예측을 하는가)에 대하여 구하는 것으로 실시한다. 평가방법은 다음과 같다.

첫째, 예측의 정확성 평가를 위해 다음의 계산식을 이용하여, $\sigma_d(T)$ 즉, RMSE(Root Mean Square Error)를 계산한다.

$$\sigma_d(T) = \left(\frac{\sum_{t=1}^N [X_{pred}(t+T) - X(t+T)]^2}{N} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.4)$$

N : 예측횟수

T : 예측시점으로부터의 예측기간(몇 기 후의 예측인지)

둘째, 다음 식을 통해, 각 예측기간별 RMSE를 실제치 전체시계열의 RMS편차로 정규화시킨다.

$$\sigma_x = \left(\frac{\sum_{t=1}^N (X_t - X_N)^2}{N} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.5)$$

N : 전체자료의 수

X_N : X_t 의 평균

$$E = \frac{\sigma_d(T)}{\sigma_x} \quad (3.6)$$

E : 정규화 Error

대상시계열이 랜덤워크를 따른다면 이를 통한 예측치와 실제치의 차이인 RMSE는 예측거리에 상관없이 0을 중심으로 일정한 범위 내에서 분포하게 된다. 그러므로, 예측거리가 증가할수록 예측오차가 증가할 경우에는 혼돈성이 있는 것으로, 예측거리가 증가하여도 예측오차가 일정한 경우에는 혼돈성이 없는 것으로 판정할 수 있다. 또한 정규화 Error는 예측의 정확도를 평가하는 척도로서 E=0 이면 예측은 완벽하고, E=1이면 예측실행이

상수예측치 $X_{pred(t, T)} = X_N$ 보다 못하다고 할 수 있다.

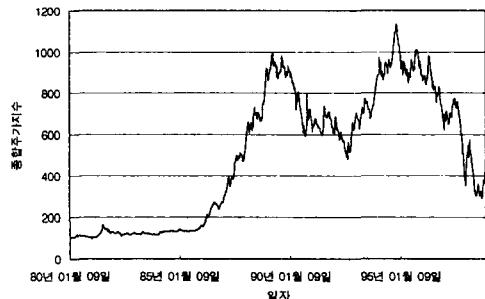
4. 혼돈이론을 이용한 분석 및 예측의 실증적 분석

본 장에서는 우리나라 주식시장의 종합주가지수 자료를 이용하여 상기에서 설명된 혼돈이론을 이용한 시계열의 비선형성 검증 및 예측을 시도하고 예측의 정확도와 예측오차의 평가를 실시한 실증분석결과를 제시하기로 한다.

4.1 시계열자료

본 연구에 사용된 시계열자료는 인터넷을 통해 한국증권거래소 홈페이지(www.kse.or.kr)에서 무료로 다운로드 받은 자료이다. 한국증권거래소에서는 일별종합주가지수 및 거래량을 연도별로 정리하여 텍스트파일형태로 다운로드받을수 있도록 서비스 하고 있다.

일별종합주가지수를 주별종합주가지수로 변환하기 위해 80년 1월 4일부터 98년 11월 30일까지의 일별종합주가지수자료중 매주 수요일의 자료만을 골라 1980년 1월 첫 주부터, 1998년 11월 마지막 주까지의 983주의 주별종합주가지수를 구하였다. 수요일이 공휴일인 경우에는 그다음날인 목요일의 종합주가지수를 사용하였다. 이러한 과정을 통해 추출된 주별종합주가지수의 전체시계열은 (그림 1)과 같다.



(그림 1) 종합주가지수 시계열

4.2 R/S 분석

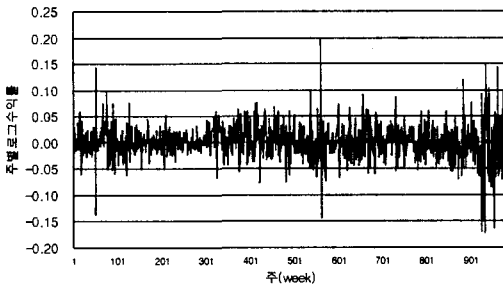
R/S 분석을 통해 Hurst지수 및 평균주기를 계산하기 위해 종합주가지수를 식(4.1)을 이용하여 로그수익률의 형태로 변환하여, 982개의 시계열자료로 재구성하였다. 주별로그수익률의 시계열변동은 (그림 2)와 같다.

$$S_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (4.1)$$

S_t : t기의 log 수익률

P_t : t기의 종합주가지수

R/S분석에서는 주가수익률로 많이 사용되는 수익률보다 로그수익률이 더 적절하다. 이는 R/S분석에 사용되는 범위(Range)가 평균으로부터의 누적편차이고 로그수익률은 수익률의 누적된 합계이기 때문이다[Peters 1991].

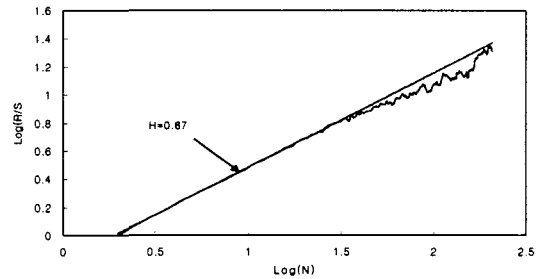


(그림 2) 주별로그수익률의 시계열변동

Hurst지수의 분석결과는 (그림 3)과 같으며, Hurst지수는 최대값이 0.67로 나타났다. Hurst지수의 값이 0.5이상이면 해당시계열에 장기적 추세 및 기억효과가 존재한다고 할 수 있다. 혼돈이론에 따르면, 이는 주가수익률 시계열이 랜덤워크모형을 따르지 않고 자기유사성 및 장기종속성이 존재하며, 비선형 동태적 특성이 있음을 나타내고, 시계열의 변동에 추세가 존재함을 나타낸다. 따라서 비선형 예측방법으로의 예측이 의미있다고 할 수 있다.

이는 김현석[1998]의 연구결과인 H=0.631과 비

슷한 결과이다. 그러나, 김현석의 연구에서 도출된 Hurst지수는 Log(N)과 Log(R/S)의 전체 회귀식의 기울기를 구한 것으로 사료되며, 이는 관측치의 수(N)를 증가시켜가며, Log(N)과 Log(R/S)의 회귀식의 최대기울기를 구하는 본래의 R/S분석 본래의 의도와는 다른 것이다.



(그림 3) Hurst지수 분석결과

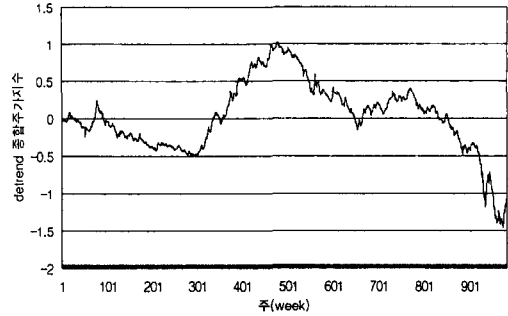
주가수익률의 평균순환주기의 분석결과는 (그림 4)와 같으며, 평균순환주기는 30주로 나타났다. 이것은 김현석의 연구에서의 40주와는 다른 결과이다. 그러나 김현석의 연구에서는 평균순환주기 추정시 N의 값을 순차적으로 증가시키지 않고, 총시계열 자료수의 약수로만 설정하여 정확한 주기가 산출되었다고 보기 어렵다.



(그림 4) 평균순환주기 분석결과

평균순환주기는 우리나라 종합주가지수가 정확히 30주의 순환주기를 갖는다기보다는 평균 30주의 주기로 순환한다는 것을 의미한다. 분석결과상으로는 여러 개의 평균순환주기가 관측되었으나, 측정된 주기가 의미를 가지려면 그 주기의 10배정

도의 자료를 대상으로 분석을 실시하여야 한다 [Peters 1993]. 그러므로, 대상자료수가 982주 인 것을 감안한다면, 100주 이내의 주기만이 의미있는 결과를 나타내므로, 100주 이내의 각 N 마다의 Hurst 지수를 측정한 결과 30주 정도에서 최대값을 갖는 것으로 나타났다. 따라서, 30주의 평균순환주기를 이용해 상관차원분석 및 Lyapunov지수의 추정을 실시하기로 하였다.



(그림 5) 추세가 제거된 종합주가지수

4.3 상관차원분석과 Lyapunov지수추정

본 절에서는 종합주가지수가 몇 개의 요인으로 결정지어질 수 있으며, 초기조건에 얼마만큼 민감한 의존도를 보이는 가를 밝히기 위해 상관차원분석과 Lyapunov지수 추정을 실시한 과정 및 결과를 제시한다.

상관차원분석 및 Lyapunov지수의 추정에는 종합주가지수를 식 (4.1)을 이용하여 추세가 제거된 982개의 시계열로 재구성한 자료를 사용하였다. 이는 주가지수 자체의 움직임만을 보기 위해서 주가지수에서 인플레이션의 영향을 제거하기 위한 방법이다[Peters 1991]. 주별 소비자물가지수나 경제성장률을 이용하여 추세를 제거하는 방법이 더 효과적이지만, 소비자물가지수와 경제성장률에 대한 주별자료의 획득에 어려움이 있어서, 기(time)와 종합주가지수와의 회귀식을 통해 절편(a)과 상수(constant)를 추정하여 추세가 제거된 시계열을 구성하였다. 이와 같이 구해진 추세가 제거된 시계열은 (그림 5)와 같다.

$S_i = \log_e(P_i) - (a * i + constant)$ 식(4.1)의 재구성

S_i : 추세가 제거된 주가지수

P_i : 종합주가지수 원시계열

i : 관측치의 수 ($i=1, 2, \dots, N$)

$$m \times t = Q \tag{4.2}$$

m : 내재차원

t : 시차

Q : 평균레도기간(주기)

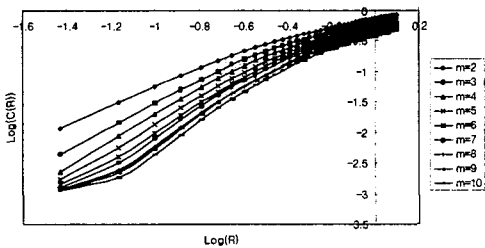
상관차원은 대상시계열이 몇 개의 비선형 결정 변수로 모델화 될 수 있는가를 나타낸다. 내재차원(m)은 2부터 10까지 사용하였고, 지연시간(τ)은 R/S분석을 통해 도출된 30주의 평균순환주기를 식 (4.2)에 적용하여 구한 근사값을 사용하였다.

$\log(R)$ 과 $\log(Cm(R))$ 의 회귀식이 최대의 기울기를 나타낼 수 있도록 모수의 값을 선정하였다. 기준거리(R)는 시계열의 범위(최대값-최소값)의 1/400의 값을, 증가값(dt)은 1/80의 값을 사용하였으며, 각 내재차원별로 16개의 R 과 $Cm(R)$ 을 구한 후, $\log(R)$ 과 $\log(Cm(R))$ 의 회귀식의 최대기울기를 그 내재차원의 상관차원으로 추정하였다. 내재차원을 2에서 10까지 증가시키며 추정한 $\log(R)$ 과 $\log(C(R))$ 의 도식화 결과는 (그림 6)과 같다. $\log(R)$ 과 $\log(C(R))$ 의 최소사승법을 이용한 상관차원의 분석결과는 <표 2>와 (그림 7)과 같다.

내재차원이 증가함에 따라, 상관차원은 2.53정도에 수렴하는 것으로 나타났다. 혼돈이론에 따르면 대상시계열이 랜덤프로세스에 따른다면 내재차원이 증가하여도 상관차원이 특정값에 수렴하지 않고, 지속적으로 증가한다. 따라서, 이와 같은 결과는 대상시계열에 카오스성 끝개가 존재함을 의미한다. 또한, 상관차원이 2.53에 수렴하므로 대상시계열은 3차 이상의 비선형함수로 모델화 될 수 있음을 의미한다.

이와 같은 결과는 김영규·배재봉[1994]의 연구에서 상관차원이 5~6에 수렴한 것과는 많은 차이

를 보이고 있다. 그러나 김영규·배재봉의 연구에서는 인플레이션의 영향을 제거하지 않은 주가수익률을 사용한 결과이며, 인플레이션을 제거한 자료를 대상으로 한다면 다른 결과를 보일 것이다. (참고로 본 연구에서도 인플레이션의 영향을 제거하지 않는 주가수익률 자료를 이용하여 상관차원을 계산하여 본 결과 5~6에 수렴하는 결과를 얻었다.) 또한, 김현석의 연구는 본 연구와 비슷한 결과를 보이고 있으나, 김현석의 연구는 상관차원 분석에서 $\log(C_m(R))$ 과 $\log(R)$ 의 회귀식의 최대 기울기를 구하는 원래 분석방법과는 달리, dt 값을 너무 크게 설정하여 $C_m(R)$ 값이 1에 가까운 자료가 많이 포함되어 상관차원의 추정값이 너무 낮게 평가된 것으로 사료된다. 김현석의 연구와 김영규·배재봉의 연구는 인플레이션이 제거되지 않은 주가수익률 자료를 사용하였으므로 같은 결과를 보여야 함에도 불구하고 다른 결과가 나온 것은 바로 이 자료처리의 상이함에서 나왔다고 볼 수 있다.



(그림 6) 상관차원 분석결과 I

<표 2> 내재차원과 상관차원

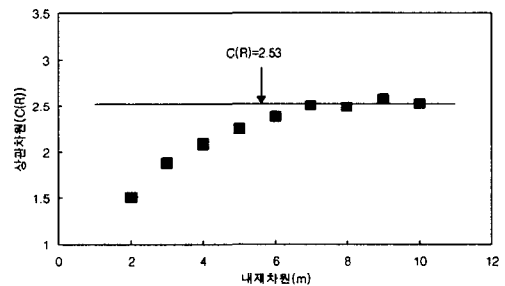
내재차원	상관차원
2	1.50
3	1.88
4	2.09
5	2.25
6	2.38
7	2.50
8	2.48
9	2.58
10	2.53

Lyapunov지수의 추정은 대상시계열이 혼돈적

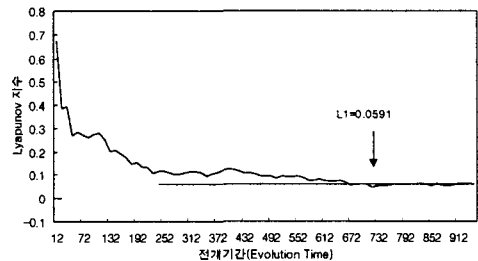
특성중의 하나인 초기조건에의 민감한 의존성을 보이는 가를 검정하는 과정이며, 아울러 대상시계열의 정보기억효과의 감소정도를 알수 있다.

본 연구에서는 Lyapunov지수의 추정을 위해 내재차원이 3인 경우만을 고려하였다. 이는 일반적으로 특정 내재차원(m)에서의 Lyapunov지수를 측정하려면, 최소한 10^m 개의 자료와 $10^{(m-1)}$ 번의 순환주기가 필요하기 때문이다[Peters 1991].

내재차원이 3이므로, 시차(t)는 R/S분석을 통해 도출된 30주의 평균순환주기를 식(4.2)에 적용하여 구한 10을 사용하였다. 그리고, 기타의 모수들은 Peters[1991]가 권고한 값을 적용하여 분석을 진행하였다. 즉, 최대허용거리 및 증가값(dt)은 시계열의 범위(최대값-최소값)의 1/10의 값으로, 최소허용거리는 범위의 1/100의 값을 사용하였으며, 전개기간(evolution time)은 12를 사용하였다.



(그림 7) 상관차원 분석결과 II



(그림 8) Lyapunov 지수의 분석결과

추정 결과, Lyapunov지수가 (그림 8)과 같이 0.0591의 양의 값을 가지는 것으로 나타났다. 이는 대상시계열에 혼돈적 특성중의 하나인 초기조건에

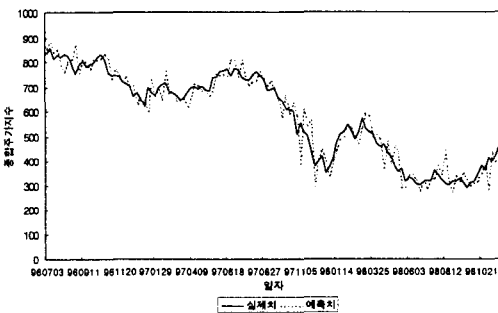
의 민감한 의존성이 존재하며, 주당 0.0591Bit의 크기로 기억효과가 감소하여, 약 17주 후에는 그 영향이 모두 소멸한다는 것을 나타낸다.

이러한 결과는 기존의 연구들과 다소 다른 결과를 보여주고 있으나, 이는 본 연구에 추세가 제거된 주가수익률자료를 사용하였고, 추정시 사용된 내재차원 및 평균순환주기, 기타의 모수들의 차이 때문인 것으로 사료된다.

4.4 국소근사법을 이용한 예측

본 절에서는 상기에서 나타난 결과를 바탕으로 과거의 종합주가지수 자료를 이용하여 미래의 종합주가지수를 예측하는 것이 의미있는 것인가를 확인하기 위해 비선형예측모형을 통한 예측의 실증분석을 실시하고 그 결과를 제시하기로 한다.

비선형예측모형으로는 과거의 종합주가지수 자료중 일부의 자료만을 이용하는 국소근사법을 이용하기로 한다. 특정시점까지의 과거 종합주가지수 자료를 통한 예측을 시도하고, 그 예측치와 실제치와의 비교 시뮬레이션을 통해 예측력을 측정하였다. 예측치와 실제치의 시계열은 (그림 9)와 같다



(그림 9) 예측치와 실제치의 시계열 변동

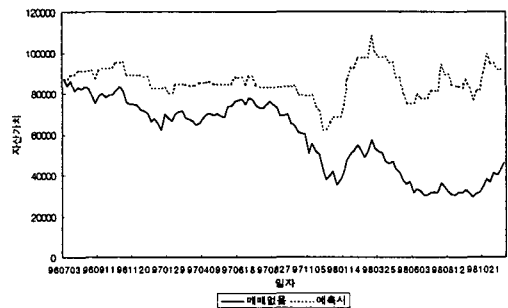
예측 시뮬레이션의 절차는 다음과 같다. 96년 6월 마지막주 현재의 보유주식수를 100주로 정하고, 96년 6월 마지막주 까지의 종합주가지수 자료를 통해 1주후의 종합주가지수를 예측하여, 예측

치가 현재지수보다 높으면 매입Signal로 판단하여 매입을 시도하고, 예측치가 현재지수보다 낮으면 매도Signal로 판단하여 매도를 행한다. 이를 1주후의 실제 주가수익률 자료와 비교하여, 매입, 매도시의 주가지수의 변동을 평가한다. 그리고, 1주후인 96년 7월 첫째 주까지의 종합주가지수 자료를 통해 그 다음주의 종합주가지수에 대한 예측을 반복적으로 실시한다. 이를 통해 예측을 통한 매입/매도시와 매매가 전혀 없을시의 최종주가지수를 비교할 수 있다.

예측력은 예측종합주가지수와 실제 종합주가지수의 방향이 일치하는 회수가 전체 시뮬레이션기간의 예측시도회수에서 차지하는 비율로 평가하였다. 시뮬레이션 결과는 (그림 10)과 같다.

상승/하락만을 대상으로 할 때, 매입/매도 Signal이 실제치와 일치하는 경우가 총 예측횟수에서 차지하는 비율을 측정한 결과, 최대 59.5%정도의 정확도를 가지는 것으로 나타났으며, 예측을 통한 매매활동의 경우가 매매가 없는 보유의 경우보다 최대 2.57배정도 더 높은 수익을 나타내었다. 이는 비선형 예측모형을 이용한 예측을 통해 수익을 올릴수 있음을 의미한다.

국내에는 국소근사법을 이용한 예측시도가 없었으므로, 일본의 Yota & Iitsuka[1993]의 연구와 비교하여 볼 때, 최종적인 수익의 크기만 다를 뿐 보유의 경우보다 높은 수익을 올릴 수 있다는 동일한 결과를 나타내었고, 수익 크기의 차이는 시뮬레이션기간의 차이에 크게 기인한다고 볼 수 있다.

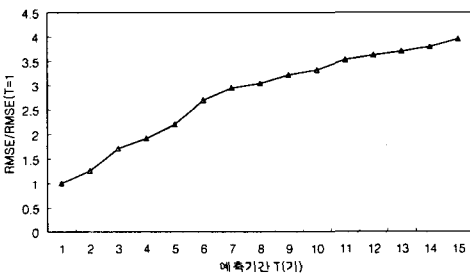


(그림 10) 예측을 통한 매매시와 매매없는 보유시의 자산가치 비교

4.5 예측오차의 평가

예측오차의 평가는 혼돈이론의 특성중의 하나인 초기조건의 민감한 의존성을 측정하는 또 다른 방법이다. 대상시계열의 과거자료를 바탕으로 예측을 실시한 후 예측치와 실제치의 차이인 오차를 계산해 봄으로써 예측거리가 길어질수록 예측오차가 어떻게 변화하는지를 측정하는 방법이다. 혼돈이론에 따르면, 대상시계열이 무작위적인 행보를 보인다면 그에 대한 예측오차는 예측거리에 관계없이 어떤 범위 내에서 분포하게 되며, 혼돈적인 특성을 보인다면 예측오차는 예측거리가 길어질수록 증가하게 될 것이다.

(그림 11)은 종합주가지수에 대해 국소근사법을 이용하여 예측을 하고, 예측오차의 평가를 실시한 결과이다. 예측거리를 증가시키에 따라 예측치와 실제치의 오차가 증가하는 가를 검증하기 위해 RMSE(root mean squared error)를 측정하였다. 예측거리가 증가할수록 RMSE가 증가함으로써 종합주가지수가 랜덤워크 모형을 따르지 않고 혼돈적 특성중의 하나인 초기조건에의 민감한 의존성이 있음이 검증되었고, 예측이 유효함을 의미한다고 할 수 있다.

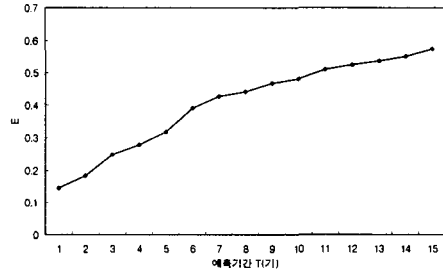


(그림 11) 예측오차의 평가결과

이러한 결과는 일본의 Yota & Iitsuka[1993]의 연구와는 다른 결과이다. 일본의 연구는 예측거리를 증가시켜도 RMSE가 증가하지 않고 일정 범위 내에서 변동하였고, 카오스성이 없는 것으로 결론 내렸다. 그러나, 일본의 연구는 평균 RMSE를 구해야 하는 본래 측정방법과는 다르게 1회의 측정으로

결과를 평가한 것으로 사료되며, 본 연구에서와 같이 평균RMSE를 이용한 오차의 평가를 사용한다면 다른 결과를 보일 수도 있으리라고 보여진다.

정규화 RMSE(normalized root means squared error)값인 E를 계산한 결과는 (그림 12)와 같으며, 이를 RMSE와 비교한 결과는 <표 3>과 같다.



(그림 12) Normalized RMS의 분석결과

<표 3> RMSE와 Normalized RMS의 비교

T	RMSE	RMSE/RMSE(T=1)	E (normalized RMSE)
1	45.82	1	0.1449
2	57.87	1.2631	0.1830
3	78.29	1.7087	0.2475
4	88.06	1.9218	0.2784
5	100.67	2.1971	0.3183
6	123.45	2.6943	0.3903
7	135.59	2.9593	0.4287
8	139.92	3.0539	0.4424
9	147.72	3.2240	0.4671
10	152.06	3.3187	0.4808
11	161.76	3.5306	0.5115
12	165.64	3.6152	0.5237
13	169.48	3.6990	0.5359
14	174.13	3.8003	0.5506
15	181.68	3.9653	0.5745

E값이 0에 가까울수록 예측이 완벽한 것임을 나타내므로, t=1에서 E값이 0.1449로 나타난 것은 예측이 어느 정도 유효한 것임을 의미한다. 또한, t값이 증가할수록 1에 가까워지므로 예측거리가 길어질수록 예측의 정확도가 떨어짐을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구는 혼돈이론을 이용하여 우리나라 주식

시장에서 주식수익률에 혼돈적 특성을 있는지의 검정 및 기존 연구들과의 비교분석을 실시하고, 비선형예측모형을 통한 종합주가지수의 예측을 시도하였다. 이를 위해 주식수익률의 비선형성 검정에는 R/S분석, 상관차원분석, Lyapunov지수의 추정, 예측오차의 평가를 실시하였고, 예측에는 비선형 시계열의 예측기법중의 하나인 국소근사법을 사용하였다. 본 연구의 분석결과는 다음과 같다.

첫째, 종합주가지수의 주별 로그수익률을 이용한 R/S분석 결과 Hurst지수가 0.67로 나타났다. 이는 우리나라 주식시장의 주식수익률 시계열이 랜덤워크 모형을 따르지 않고, 자기유사성 및 장기종속성이 존재하며, 장기적인 추세가 존재하는 비선형 동태적 특성을 나타낸다 할 수 있다.

둘째, R/S분석결과 주기가 30주일 때, Hurst지수가 최대값을 나타내므로, 평균순환주기가 30주인 것으로 측정되었다. 이는 종합주가지수가 평균 30주의 주기로 순환하며, 이를 바탕으로 상관차원 계측 및 Lyapunov지수의 추정이 이루어져야 함을 의미한다.

셋째, 상관차원이 2.53인 것으로 측정되었고, Lyapunov지수는 양의 값을 갖는 것으로 나타났다. 이는 국내 종합주가지수에 혼돈적 특성중의 하나인 카오스성 끌개가 존재하며, 3개 이상의 변수를 가진 비선형 함수로 예측모형을 개발할 수 있음을 의미한다.

넷째, 국소근사법을 이용한 주식수익률의 예측은 상승/하락만을 대상으로 할 때, 최대 59.5%의 예측력을 보이며, 예측에 의해 주식의 매도/매수를 실시하는 것이 매매를 하지 않고 보유하는 경우보다 최대 2.57배의 수익을 나타내는 것으로 나타났다. 이는 비선형 예측기법이 유효하고, 이 예측을 통해 수익을 올릴 수 있다는 것을 의미한다. 예측오차의 평가결과 예측오차인 RMSE가 예측거리가 길어질수록 증대하는 것으로 나타났다. 이는 대상시계열이 혼돈적 특성중의 하나인 초기조건에 민감한 의존성이 있음을 나타낸다고 할 수 있다.

그러나, 본 연구에서는 종합주가지수의 주별 자료만을 고려한 분석을 시행하였으므로, 일별자료

나 개별기업주가에 대한 분석을 통해 실제적인 예측 및 투자에의 응용에 대한 추가 연구가 필요하리라 사료된다. 또한, 비선형예측기법으로 국소근사법만을 이용하였으며, 혼돈적 인공지능망 등의 다른 예측기법과의 비교가 이루어지지 않았으므로 다른 예측기법과의 비교연구도 향후에 진행될 필요가 있을 것이다.

참고 문헌

- [1] 국형태, "Chaotic Time Series Analysis," 「카오스 이론의 기초와 응용」, 정보과학회 뉴로컴퓨팅 연구회, 카오스(혼돈) 응용 연구회, 1993, pp.75-108.
- [2] 김영규·배재봉, "혼돈 모형을 이용한 한국 주식시장의 비선형 동태적 특성에 관한 연구", 「재무관리연구」 제11권 제1호, 1994, pp.73-96.
- [3] 김현석, "한국증권시장의 혼돈적 특성에 관한 연구", 중앙대학교 석사학위논문, 1998.
- [4] 남재우·이희경, "시계열 자료에 나타나는 장기 기억 속성에 대한 추정 및 검정 : NYSE composite index에 대한 실증분석", 「한국경영과학회 '98추계학술대회 논문집」, 1998.
- [5] 배재봉, "한국 주식수익률의 비선형 동태적 특성에 관한 연구", 성균관대학교 박사학위논문, 1993.
- [6] 윤종훈·이경훈, "다변량 최근접예측모형 : 거래량을 고려한 종합주가지수의 예측", 「한국경영과학회 '98추계학술대회 논문집」, 1998.
- [7] 이원하, "경제 시계열데이터의 비선형성 및 예측모델의 예측력에 관한 연구", 한국외국어대학교 석사학위논문, 1997.
- [8] 이일균, "혼돈과 자본시장", 「재무관리연구」 제12권 제2호, 1994, pp.1-39.
- [9] 이장욱, "Forecasting of Time Series Using Chaos Theory : Application to Foreign Exchange Rates," 서울대학교 석사학위논문, 1997.
- [10] Ambrose, Brent W., Esther Weinstock Ancel and Mark D. Griffiths, "Fractal Structure in

- the Capital Markets Revisited," *Financial Analysts Journal*, May-June 1993.
- [11] Anderson, Philip, Kenneth Arrow, and David Pines, *The Economy As an Evolving Complex System*, Addison-Wesley Publishing, 1988.
- [12] Baumol, William J. and Richard E. Quandt, "Chaos models and their implications for forecasting," *Eastern Economic Journal*, Vol.XI, No.1, January-March 1985.
- [13] Farmer, J. Doyne and John J. Sidorowich, "Predicting Chaotic Time Series," *The American Physical Society Physical Review Letters*, Vol.59, August 1987, pp.845-848.
- [14] Hsieh, D. "Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets," *Journal of Finance*, Vol.46, 1991, pp.1839-1877.
- [15] Lorenz, E. N. "Deterministic Non-Periodic Flows," *Journal of Atmospheric Sciences*, Vol.20, 1963, pp.130-141.
- [16] Mandelbrot, B., "Statistical methodology for non-periodic cycles : from the covariance to R/S analysis," *Annals of Economic and Social Measurement*, 1972.
- [17] Maurice Larrain, "Testing Chaos and Non-linearities in T-Bill Rates," *Financial Analysts Journal*, September-October 1991, pp.51-62.
- [18] Peters, Edgar, "Fractal Structure in the Capital Market," *Financial Analysts Journal*, July/August, 1989, pp.32-37.
- [19] Peters, Edgar, "A Chaotic Attractor for the S&P 500," *Financial Analysts Journal*, March/April, 1991, pp.55-68.
- [20] Peters, Edgar, *Chaos and Orders in the Capital Markets*, John Wiley & Sons, Inc., 1991.
- [21] Peters, Edgar, "R/S Analysis Using Logarithmic Returns," *Financial Analysts Journal*, November-December 1992, pp.81-82.
- [22] Scheinkman, J. and B. LeBaron, "Nonlinear Dynamics and Stock Returns," *Journal of Business*, Vol.62, 1989, pp.311-338.
- [23] Sugihara, George and Robert M. May, "Nonlinear forecasting as a way of distinguishing 혼돈 from measurement error in time series," *Nature*, Vol.344, April 1990, pp.734-741.
- [24] Wolf, Alan, Jack B. Swift, Harry L. Swinney and John A. Vastano, "Determining Lyapunov exponents from a time series," *Physica*, North-Holland Publishing, 1985, pp.285-317.
- [25] 日興證券 開發運營部 (ヨダ モリオ) / (イイジカ ヒトツグ), "市場分析, 株価豫想はどこまで可能か? - TOPIXデータはカオスでなかつたか...", *エレクトロニクス* 1993年 1月号, pp.47-49.

■ 저자소개

김성근

미국 New York University(NYU) 정보시스템 박사학위를 취득한 후 NYU에서 전임강사를 역임한 후 귀국하여 한국산업투자자문(주)에서 전문위원으로 증권투자분야의 정보시스템 개발을 기획하였다. 현재 중앙대학교 경영학과 교수로 재직하고 있으며, 1997년 학술진흥재단 해외파견교수로 미국 George Mason University에서 교환교수로 근무한 바 있다. 주 관심분야는 정보계획수립, 시스템개발 및 소프트웨어공학, 데이터베이스분야 등이다.

윤용식

중앙대학교 경영학과를 졸업하고 중앙대학교 경영학과 대학원을 이수하였다. 졸업후 현대엔지니어링주식회사에서 회계전산시스템 개발 업무를 담당하였다. 현재는 특허청 전산센터에서 시스템분석 및 관리업무를 담당하고 있다. 주 관심분야는 혼돈이론을 이용한 시스템 모델링 및 시뮬레이션 분야이다.