



와류입자법의 개선

An Improvement of the Vortex Particle Method

박 외 철*

Woe-Chul Park

(1999년 8월 30일 접수, 1999년 11월 2일 채택)

ABSTRACT

Modifications were made in the vortex particle method by reducing the number of numerical parameters and adapting more accurate integration schemes. The method was applied to 0.15, 0.2 and 0.25 rectangles where the original method yielded poor results. Structure of vortex formation and its shedding in the wake was clearly shown, and vortex shedding was more regular than that without the modifications, while the time-averaged drag coefficients were nearly the same. It was confirmed the modified method could be used in the viscous vortex particle method.

1. 서 론

항공기의 양력상실(stall)¹⁾과 같은 안전성 연구나 비정상 외부유동의 해석에 와류법이 흔히 사용된다. 와류법에서는 속도장을 와류입자(또는 이산와류)로 표현하며, 각 입자의 속도를 다른 입자에 의해 유발되는 속도의 합으로 계산한다. 또한 시간의 흐름에 따라 입자들이 이동하고 후류의 비정상 박리흐름에 따른 공기역학적 특성을 계산할 수 있다. 와류법은 점성의 반영 여부에 따라 점성 와류법과 비점성 와류법으로 나눌

수 있는데, 비점성 와류법으로 Sarpkaya²⁾, Lewis³⁾, Spalart와 Leonard⁴⁾를 들 수 있다. 비점성 와류법은 유체의 점성을 계산에 반영할 수 없어 계산결과가 레이놀즈수와는 무관하므로, 점성 와류법에 비해 물리적 타당성이 약하다고 할 수 있다. 그러나 종횡비(b/h) 2.0이하의 사각형 실린더 주위의 박리흐름과 같이 레이놀즈수에 거의 무관한 유동특성을 가진 흐름에서는 비점성 와류법으로 좋은 결과를 얻을 수 있다⁵⁾. 또 점성와류입자법에는 비점성 와류법을 바탕으로 와도확산과 점성경계조건의 처리 등이 포함되어

* 부경대학교 공과대학 안전공학과

있다⁶⁾.

본 연구는 점성 와류입자법에 사용하기 위한 비점성 와류입자법을 개선하는데 그 목적이 있다. 비점성와류법 중에서 형상이 복잡한 다수의 물체에도 쉽게 적용할 수 있는 와류입자법⁴⁾을 대상으로 하였다. 수치매개변수(numerical parameter)의 개수가 적은 것이 바람직하므로 매개변수의 개수를 줄이고, 와류입자의 대류에 정확도가 더 높은 적분법을 사용하도록 수정하였다. 수정와류법을 점성와류법에 사용할 수 있는가를 확인하기 위해 수정전의 수치법에서 항력계수가 실험값에 비해 크게 나타나는 $\beta=0.15, 0.2$ 및 0.25 의 사각형 실린더에 수정수치법을 적용하였다. 본 연구에서 수정전에 비해 비슷하거나 좋은 결과를 얻는다면 수치법의 개선효과가 있는 것으로 판단되어 점성와류법에도 사용할 수 있다.

2. 와류입자법의 수정

본 연구에 사용한 와류입자법에 관한 내용은 Spalart와 Leonard⁴⁾, 박외철⁵⁾ 등에 상세하게 기술되어 있으므로 여기에서는 간단히 설명하고 수정에 관련된 내용을 기술한다.

Fig. 1은 사각형 실린더가 유속 U_0 의 비압축성

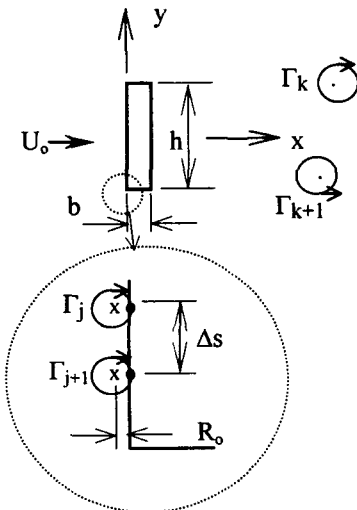


Fig. 1 Coordinate system and notation
(o : wall points ; x : creation points)

균일유동장에 잠겨 있는 그림이다. 실린더의 표면을 일정한 간격으로 N_w 개의 점, 즉 벽점(wall point)로 표시하고, 각 점에서 거리 R_0 인 유체속에 경계 와류입자를 배열한다. 입자 생성점 $j, j+1, \dots, N_w$ 에는 순환이 각각 $\Gamma_j, \Gamma_{j+1}, \dots$ 인 경계 와류입자가 존재하고, 후류에는 순환이 $\Gamma_k, \Gamma_{k+1}, \dots$ 인 자유 와류입자가 있다면, 물체위 하나의 벽점 i 에서의 유동함수는 균일유속과 경계 와류입자 및 자유 와류입자의 유동함수의 합이 된다. 실린더의 표면이 하나의 유선이므로, 점 $i+1$ 에서의 유동함수도 같은 형태로 표현된다. 두 점 i 와 $i+1$ 에서의 유동함수가 같으므로

$$\Psi_i - \Psi_{i+1} = 0 \dots\dots\dots(1)$$

가 된다. 이것으로부터 미지수 $\Gamma_j, \Gamma_{j+1}, \dots$ 에 관한 행렬식

$$\mathbf{A}\Gamma = \mathbf{B} \dots\dots\dots(2)$$

가 얻어진다. 새 입자들의 순환의 합이 0이므로, 수치오차로 인해 실린더 속으로 들어온 입자는 계산에서 제외하고 그 입자의 순환이 새 입자에서 회복될 수 있도록 식 (2)의 마지막 식을 Kelvin의 정리

$$\sum \Gamma_i = 0 \dots\dots\dots(3)$$

로 치환한다. 여기서 $i=1, N_w$ 이다.

식 (2)를 Gauss 소거법으로 풀면 새 와류입자의 순환 Γ 가 결정된다. 여기서 행렬식 \mathbf{A} 는 계산시간과 관계없이 일정하므로 \mathbf{A} 의 역행렬식 \mathbf{A}^{-1} 을 $t=0$ 에서 한번만 구하면 된다.

이 입자들은 각 입자의 속도에 따라 유체속에서 이동한다. 임의의 와류입자 i 의 유속은 다른 입자에 의한 유발속도와 균일유속의 합, 즉,

$$\mathbf{U}_i = - \sum_{j=1}^{N_w} \frac{\Gamma_j}{2\pi} \frac{\mathbf{i}_z \times (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|^2 + \sigma^2} + \mathbf{U}_0 \dots\dots(4)$$

가 된다. 여기서 \mathbf{x}_i 는 그 입자의 위치벡터, \mathbf{x}_j 는 나머지 와류입자의 위치벡터, N_w 는 총입자수, σ 는 입자의 반지름이다. 기존의 수치법에는 입자의 반지름을 임의로 입력하는 매개변수이었으나 본 연구에서는 Chorin⁷⁾에 따라

$$\sigma = \Delta s / 2\pi \dots\dots\dots(5)$$

로 하였다. 한편, 벽점과 생성점 사이의 간격 R_0 (Fig. 1 참조)는 0.1σ 로 하였다

각 입자의 새 위치벡터는 $\mathbf{U} = d\mathbf{x}/dt$ 에 식 (4)의 \mathbf{U} 를 대입하고 시간에 대해 적분하면 입자의

새 위치 \mathbf{x} 를 얻는다. 즉, 각 와류입자의 새 위치 \mathbf{x}^{n+1} 는 Adams-Bashforth법을 사용하여 현재의 위치 \mathbf{x}^n 과 이전의 위치 \mathbf{x}^{n-1} 로부터

$$\mathbf{x}^{n+1} = \mathbf{x}^n + (1.5 \mathbf{U}^n - 0.5 \mathbf{U}^{n-1}) \Delta t \dots\dots\dots(6)$$

로 구한다. 그러나 초기($n=1$)에는 \mathbf{U}^{n-1} 이 존재하지 않으므로 식 (6)을 사용할 수 없다. 이 경우에 종전에는 오일러법(Euler scheme)을 사용하였으나 본 연구에서는 정확도가 더 높은 2차 Runge-Kutta법

$$\mathbf{x}^{n+1/2} = \mathbf{x}^n + \mathbf{U}^n \Delta t \dots\dots\dots(7a)$$

$$\mathbf{x}^{n+1} = \mathbf{x}^{n+1/2} + (0.5 \mathbf{U}^{n+1/2} - 0.5 \mathbf{U}^n) \Delta t \dots\dots(7b)$$

으로 구하도록 수정하였다. 오일러법은 정확도가 $O(\Delta t)$ 인데 비해 식 (7)은 $O(\Delta t^2)$ 이다.

와류입자의 생성과 이동이 반복됨에 따라 후류에서 와류형성과 와류홀림(vortex shedding)으로 와류열을 형성하게 된다. 매 계산시간 Δt 마다 입자 생성점의 개수만큼의 새로운 와류입자가 생성되므로 서로 가까이 위치한 유사한 입자끼리 결합하는 장치가 필요하다. 그러나 실린더 주위에서는 결합을 억제할 필요가 있으므로, 본 연구에서는 이와 관련된 매개변수를 삭제함으로써 매개변수의 개수를 줄이고 실린더 주위에서는 와류입자 결합이 일어나지 않도록 하였다.

항력계수 C_D 와 양력계수 C_L 는 각각 와류입자의 선형운동량의 변화, 즉

$$C_D = [(\sum \Gamma_i y_i)^{n+1} - (\sum \Gamma_i y_i)^n] / 0.5 U_0^2 h \Delta t \dots\dots(8)$$

$$C_L = -[(\sum \Gamma_i x_i)^{n+1} - (\sum \Gamma_i x_i)^n] / 0.5 U_0^2 h \Delta t \dots\dots\dots(9)$$

로 계산하였다.

3. 결과 및 토의

편의상 균일유속은 x방향으로 1.0으로 하고 실린더의 y방향치수 h를 1.0으로 하였다. 실린더 표면의 벽점간격 Δs 를 0.025로 하여 벽점수(N_w)는 $\beta = 0.15, 0.2, 0.25$ 일 때 각각 92, 96, 100, 입자수(N_p)를 800, 계산시간간격(Δt)은 0.1로 하였다. 그러나 위의 식 (6)과 (7)에 의한 입자의 이동에서는 수치오차를 줄이기 위해 Δt 를 0.02로 하였다. 항력계수 등의 평균값의 계산에는 와류홀림이 불규칙한 $t < 20$ 에서의 값을 제외하였다.

수정된 와류입자법에 의한 후류에서의 와류 생성과 홀림의 과정을 확인하기 위해, 정지상태에서 흐름이 시작된 이후 $\beta = 0.2$ 인 실린더 주위의 초기 흐름을 유선으로 Fig. 2에 나타내었다.

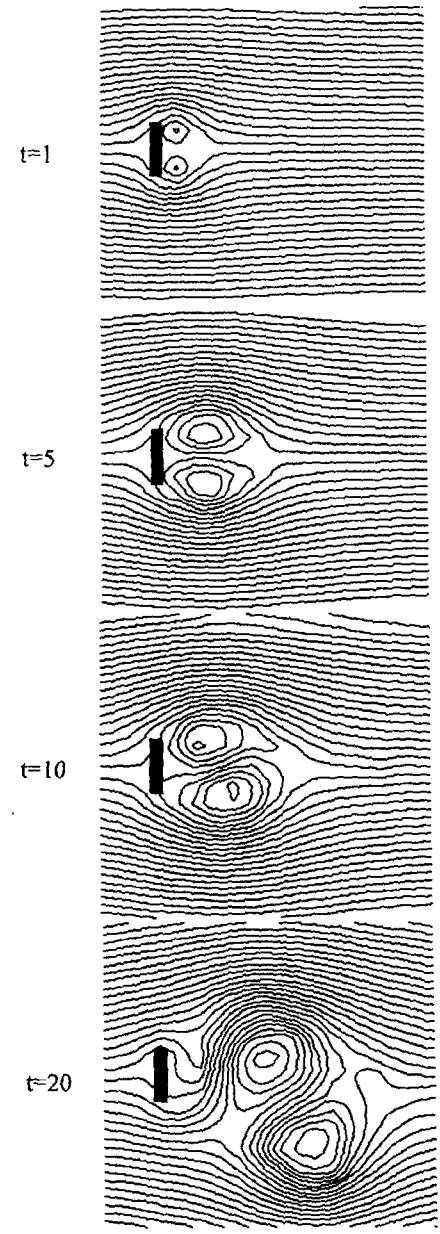


Fig. 2 Vortex formation and shedding followed impulsive start of flow ($\beta = 0.2$)

$t=1$ 에서 한쌍의 작은 와류가 형성되어 있다. $t=5$ 에서도 와류가 대칭적으로 성장하고 있으나, $t=10$ 에서는 아래쪽 와류가 위쪽보다 더 빨리 성장하여 대칭이 깨어지고 있다. $t=20$ 에서는 이 두 와류가 하류로 이동해 있고, 실린더 뒷면에는 새 와류가 생성되고 있음을 알 수 있다.

Fig. 3은 양력계수 C_L 의 변화를 그린 것이다. β 가 클수록 양력의 변화가 더 증가함을 이 그림에서 C_L 의 진폭 증가로 확인할 수 있다. 또한 세 경우 모두 $t > 20$ 에서 거의 규칙적으로 변함을 알 수 있다. 이 진동은 실린더 뒷면에서의 와류형성과 와류흘림(vortex shedding)에 의한 것으로 C_L 의 변화로부터 계산한 진동수(Strouhal number)는 $\beta = 0.15, 0.2, 0.25$ 에 대하여 각각 0.15, 0.16, 0.16이었다.

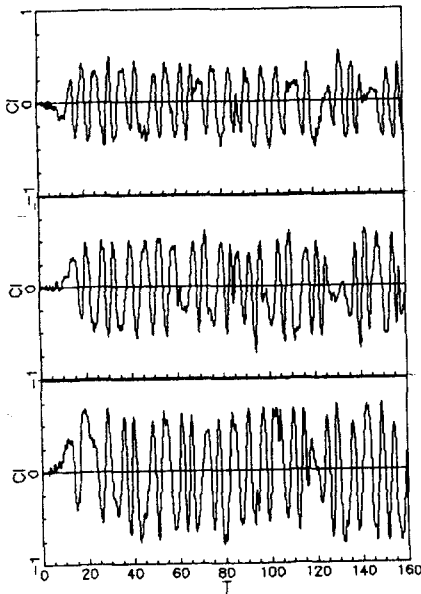


Fig. 3 Variation of lift coefficient ($\beta = 0.15, 0.2, 0.25$ from top)

Fig. 4에는 항력계수 C_D 의 변화를 나타내었다. 세 경우 모두 항력계수가 초기에는 급격히 감소하다가 $t > 20$ 일 때 정상으로 회복된다. 이 급격한 감소는 유동장이 정지상태에서 순간적으로 균일유속 U_0 로 유속이 증가하기 때문이다. 양력계수 C_L 의 진동수는 와류흘림의 진동수와 같지

만, 항력계수 C_D 의 진동수는 두배가 된다. 항력계수의 변화는 세 실린더 모두 거의 비슷함을 알 수 있다.

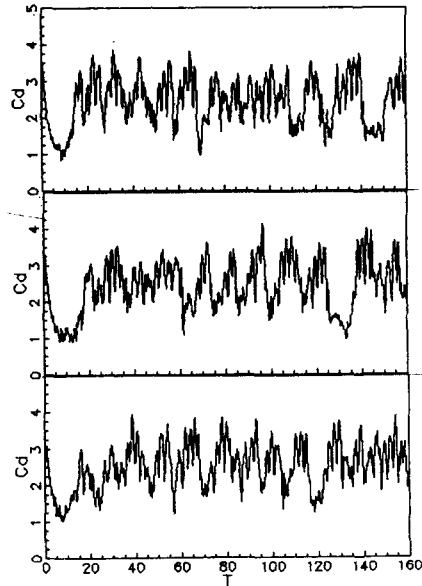


Fig. 4 Variation of drag coefficient ($\beta = 0.15, 0.2, 0.25$ from top)

Fig. 3과 Fig. 4의 양력계수와 항력계수의 변화는 수정전의 와류입자법에 비해 더 규칙적이어서 개선된 것으로 나타났다.

Table 1은 β 에 따른 평균항력계수를 나타낸 도표이다. 와류흘림이 정상적으로 나타나는 $20 < t < 160$ 에서의 평균항력계수는 측정치에 비해 약 20~30% 높다. 이 값은 수정전의 결과와 거의 같으므로 수치법의 수정에 따른 평균항력계수의 개선효과는 거의 나타나지 않았다.

Table 1 Comparison of mean drag coefficient

β	drag coefficient (C_D)	
	present computation	experiment
0.15	2.53	2.0 ⁹⁾
0.20	2.55	2.07 ⁹⁾
0.25	2.60	2.05 ⁹⁾

한편, 평균양력계수는 세가지 β 값에 대하여

모두 거의 0으로 나타나 엄밀해($C_L=0$)와 잘 일치하였다.

앞의 Fig. 2에서와 같이 실린더의 후류에서의 소용돌이 형성과 이 소용돌이의 이동 과정이 반복됨에 따라 하류에 와류열이 형성된다. Fig. 5는 $t=160$ 에서의 유동형태를 유선으로 표시한 그림으로서, 반대방향의 소용돌이가 교대로 형성되고 이동했음을 나타내고 있다. 이 소용돌이의 간격은 와류홀림(vortex shedding)의 주기와 직접 관련되어 있는데, 앞에서 설명한대로 실린더의 진동수는 $\beta=0.15, 0.2, 0.25$ 에 대하여 각각 0.15, 0.16, 0.16로 거의 같으므로 계산시간동

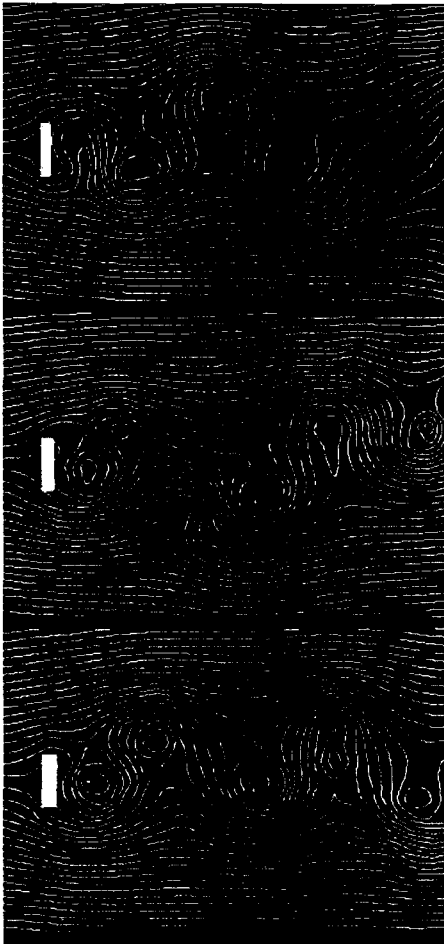


Fig. 5 Vortex streets at $t=160$
($\beta=0.15, 0.2, 0.25$ from top)

안 소용돌이의 간격의 평균값은 거의 같게 나타날 것이다. 이 그림은 $t=160$ 의 순시 유선이므로 β 에 따른 소용돌이 간격을 서로 비교하기는 힘들다. 그러나 세 경우 모두 와류열이 명확히 나타나 있다. 특히 $\beta=0.25$ 의 경우에 소용돌이의 분포가 규칙적이어서 와류홀림이 주기적으로 일어남을 알 수 있다.

4. 결 론

수치매개변수의 개수를 줄이고 와류입자 대류의 적분 정확도가 개선되도록 수정한 와류입자법을 종횡비가 0.15, 0.2, 0.25인 구형실린더의 주위 유동에 적용한 결과 다음의 결론을 얻었다.

- 1) 후류에서의 와류형성과 홀림의 구조를 확인할 수 있었다.
- 2) 와류홀림이 수정전에 비해 더 규칙적으로 나타났다.
- 3) 평균항력계수는 실험치에 비해 20~30% 높게 나타나 수정전과 거의 같았다.
- 4) 수정와류입자법은 점성와류법에 사용할 수 있음을 확인하였다.

기 호 설 명

- b : 실린더의 x방향 길이
- C_D : 항력계수 (식 8)
- C_L : 양력계수 (식 9)
- h : 실린더의 y방향 길이
- N_v : 와류입자수
- N_w : 벽점수(number of wall points)
- R_0 : 벽점과 와류입자 생성점간의 거리
- Δs : 벽점간격
- t : 시간
- Δt : 계산시간 간격
- U : 균일유동의 속도벡터
- U_0 : x방향 균일유속
- x : 위치벡터
- β : 종횡비, b/h
- Γ : 와류입자의 순환
- σ : 와류입자의 반경

참 고 문 헌

- 1) Spalart, P.R., "Simulation of Rotating Stall by the Vortex Method", J. Propulsion, Vol. 1, No. 3, pp. 235~241, 1985.
- 2) Sarpkaya, T., "An Inviscid Model of Two-Dimensional Vortex Shedding for Transient and Asymptotically Steady Separated Flow over an Inclined Plate", J. Fluid Mech. Vol. 68, pp. 109~128, 1975.
- 3) Lewis, R.I., "Surface Vorticity Modelling of Separated Flows from Two-Dimensional Bluff Bodies of Arbitrary Shape", J. Mech. Eng. Sci. Vol. 23, pp. 1~12, 1981.
- 4) Spalart, P.R. and Leonard, A., "Computation of Separated Flows by a Vortex Algorithm", AIAA Paper 81-1246, 1981.
- 5) 박외철, "분리판이 부착된 사각형 실린더 주위의 유동계산", 한국해양공학회지, 제7권, 제 2호, pp. 208~214, 1993.
- 6) Pepin, F.M. and Leonard, A., "High-resolution Simulation of the Flow Past an Impulsively Started Cylinder Using a Discrete Vortex Method", J. Fluid Mechanics, Vol. 296, pp. 1~38, 1995.
- 7) Chorin, A.J., "Numerical Study of Slightly Viscous Flow", J. Fluid Mech. Vol. 46, pp. 599~609, 1971.
- 8) Bearman, P.W. and Trueman, D.M., "An Investigation of the Flow around Rectangular Cylinders", Aeronaut. Quart., pp. 229~237, August 1972.
- 9) Nakaguchi, H., Hashimoto, K. and Muto, S., "An Experimental Study on Aerodynamic drag of Rectangular Cylinders", J. Japan Soc. Aeronaut. Space Sci., Vol. 16, pp. 1~5, 1968.