



## 경계요소법에 의한 아크균열의 응력확대계수 해석

### Analysis of Stress Intensity Factors for Circular arc Cracks by Boundary Element Method

백 열 선\* · 이 장 규\*\* · 우 창 기\*\*\*

Y.S. Baek · Z.K. Rhee · C.G. Woo

(1999년 7월 9일 접수, 1999년 12월 7일 채택)

#### ABSTRACT

In this paper, A circular arc cracked plate in biaxially stretched sheets was investigated in the boundary element method. The applications of fracture mechanics have traditionally concentrated on crack problems under an mode I, straight crack. However, many service failures occur from growth of cracks subjected to mixed mode loadings. A rectangular plate with arc crack or slanted central crack, under biaxial tensile loading, was treated analytically and also solved numerically. The Results from BEM applying different loading conditions, crack length ( $a/W$ ), arc angle( $\alpha$ ) are presented and discussed. The stress intensity factors are evaluated by the techniques of the J-integral. The decomposition method, used to decouple the stress intensity factors in mixed mode problems, is implemented by a considering a small circular contour path around each crack tip. The BIE method was successfully applied to a circular arc cracked plate problem, also slanted centre cracked plate under mixed mode.

#### 1. 서 론

기계 구조물의 파괴는 균열의 급격한 성장에 기인한다. 제조과정에서 소재에 내포된 결함이

나 사용중 취약부위에서 발생한 균열이 외력의 작용으로 인해 거대 균열로 성장하여 파괴에 이른다. 아크형상의 곡선균열이 있는 판재에 외력이 작용하면, 균열 선단의 응력은 모드 I과 모드

\* 김천대학 소방안전관리과

\*\* 인천대학교 기계공학과 대학원

\*\*\* 인천대학교 기계공학과

II의 혼합모드 상태가 되며 아크각의 크기에 따라 직선균열과는 다른 특성을 나타낸다. 무한판 중의 이와 같은 아크균열의 응력확대계수에 관하여, Muskhelishvili<sup>1)</sup> 및 Sih등<sup>2)</sup>이 해석하였고 또한 Cotterell과 Rice<sup>3)</sup> 등이 그 응력확대계수의 오차를 수정하였다. 그러나 유한평판에 있어서 아크각의 변화에 따른 응력확대계수의 변화경향 등을 상세하게 검토한 연구는 드물다.

본 논문에서는 아크균열의 아크각, 판폭에 대한 균열길이의 비, 응력비 등의 변화에 따른 응력확대계수의 변화경향을 해석하고 직선균열로 근사시켜 나타낼 수 있는 방법을 제안하였다. 즉 아크균열의 응력확대계수를 경사직선균열을 비교기준으로 하여 나타내고자 하였다. 비교 기준으로 한 직선균열(slanted crack)에 관해서는 Tada 등<sup>4)</sup>의 해가 제시되었으며, Cruse와 Wilson<sup>5)</sup> 등에 의해 유한요소해석이 이루어졌다. 뿐만 아니라 여러 가지 공업재료에 대하여 모드 I 과 모드 II의 혼합모드에 대한 전형적인 모델인 경사직선균열을 대상으로한 파괴기준, 파괴인성 등에 관한 많은 연구가 이루어져 왔으므로 이를 아크균열 문제에 적용할 수 있도록 하는 것은 매우 유용한 것이다. 즉, 기존에 많은 해가 있는 경사직선균열의 응력확대계수를 기준으로 하는 무차원의 계수를 도입하고 이 계수의 변화를 통하여 아크균열문제의 규칙성을 나타내고자 하였다. 본 연구에서는 중앙부에 아크균열이 개재된 유한폭의 판재에 단축 및 2축 인장하중이 작용할때 아크각의 변화에 따른 응력확대계수의 변화경향을 경계요소법을 이용하여 해석하였으며, 경사직선균열의 해와 비교하여 상호연관성을 규명하고 이를 통하여 아크균열의 응력확대계수를 경사직선균열로 간편하게 근사시켜 구할 수 있는 가능성을 보이고자 하였으며, 곡선균열에 대한 새로운 접근방식을 제시하고자 하였다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 선형파괴역학

외력이 작용하는 재료에 균열이 존재하면, 외력과 균열의 상호관계에 따라 모드 I, 모드 II, 모드 III로 구분하며 각각 응력확대계수  $K_I$ ,  $K_{II}$ ,

$K_{III}$ 를 도입하여 균열선단에서의 응력장을 나타낼 수 있다. 모드 I, 모드 II의 혼합모드 응력장은 다음과 같다.

$$\sigma_{\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right]$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} [K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1)] \dots\dots\dots(1)$$

응력확대계수는 균열재의 형상, 경계조건 등에 의존하여 정해지는 계수로 균열재의 형상, 치수 등이 다르더라도 응력확대계수의 값이 동일하면 균열선단부근에서의 응력상태는 같다. 따라서 응력확대계수는 균열선단부근의 응력상태를 결정할 수 있는 파라미터이며 식 (1)에서 응력확대계수  $K_I$ 과  $K_{II}$ 를 구하여 대입함으로써 응력장을 완성할 수 있다. 이에 따라 응력확대계수를 구하기 위한 여러 가지 방법들이 고안되었으며, 광탄성법 등의 실험적인 방법과, FEM, BEM 등의 수치해석적인 방법들이 연구되어 왔다. 이들 중 BEM은 비교적 간단한 데이터 입력에 의하여 높은 정도의 해를 얻을 수 있는 장점이 있다. 응력확대계수는 판폭 등에 영향을 받아 변화하므로, 유한폭의 재료에 대한 응력확대계수는 다음과 같이 무한판의 값에 무차원수인 수정계수  $F_I(\alpha, a/W)$ 와  $F_{II}(\alpha, a/W)$ 를 도입하여 나타낸다.

$$K_I = K_I(\sigma_{\infty}) F_I(\alpha, a/W)$$

$$K_{II} = K_{II}(\sigma_{\infty}) F_{II}(\alpha, a/W) \dots\dots\dots(2)$$

아크균열에 대한 무한판의 해는 식 (3)의 Cotterell과 Rice<sup>2)</sup>의 응력함수에 의한 해가 있다.

$$K_I(\sigma_{\infty}) = \sqrt{\pi R \sin \alpha} \left[ \left\{ \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) - \left( \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \right) \sin^2 \left( \frac{\alpha}{2} \right) \cos^2 \left( \frac{\alpha}{2} \right) \right\} \times \frac{\cos \left( \frac{\alpha}{2} \right)}{1 + \sin^2 \left( \frac{\alpha}{2} \right)} + \left( \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \right) \cos \left( \frac{3\alpha}{2} \right) \right]$$

$$K_{II}(\sigma_{\infty}) = \sqrt{\pi R \sin \alpha} \left[ \left\{ \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) - \left( \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \right) \sin^2 \left( \frac{\alpha}{2} \right) \cos^2 \left( \frac{\alpha}{2} \right) \right\} \right]$$

$$\times \left. \frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{1 + \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)} + \left(\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2}\right) \sin\left(\frac{3\alpha}{2}\right) \right] \dots\dots\dots(3)$$

경사직선균열의 응력확대계수를 비교기준으로 하여 아크균열의 응력확대계수를 나타내기 위하여 다음과 같이 무차원수인 상당계수 (equivalent SIF coefficient)  $\mu_I$  과  $\mu_{II}$  를 도입하였다.

$$\mu_I = \frac{K_{I_{arc}}}{K_{I_{slanted}}}, \quad \mu_{II} = \frac{K_{II_{arc}}}{K_{II_{slanted}}} \dots\dots\dots(4)$$

경사직선균열에 관한 응력확대계수를 경계요소법으로 구해 기존의 결과와 비교·검증한 후 이 값을 기준으로 하여  $\mu_I$ ,  $\mu_{II}$  의 변화경향으로 아크균열의  $K_I$  및  $K_{II}$  의 경향을 해석하였다.

## 2.2 경계요소법

경계요소법은 탄성계의 지배방정식인 Navier의 식과, Green의 적분정리, 상반정리에 의해 구해진 변위에 관한 Somigliana식을 부분경계에 대한 연립1차방정식으로 만들어 경계조건을 대입, 수치해석에 의해 미지의 값을 구하는 방법이다. 경계적분식을 얻는 방법은 직접법, 반직접법, 간접법 등이 있으나 실질적인 의미를 지닌 직접법이 주로 이용된다. 변위에 관한 Somigliana

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} C_{xx}(P) & C_{xy}(P) \\ C_{yx}(P) & C_{yy}(P) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x(P) \\ u_y(P) \end{bmatrix} \\ & + \sum_{m=1}^M \sum_{c=1}^3 \left( \int_{-1}^{+1} \begin{bmatrix} T_{xx}(P, Q) & T_{xy}(P, Q) \\ T_{yx}(P, Q) & T_{yy}(P, Q) \end{bmatrix} N_c(\xi) J(\xi) d\xi \right) \begin{bmatrix} u_x(Q) \\ u_y(Q) \end{bmatrix} \\ & = \sum_{m=1}^M \sum_{c=1}^3 \left( \int_{-1}^{+1} \begin{bmatrix} U_{xx}(P, Q) & U_{xy}(P, Q) \\ U_{yx}(P, Q) & U_{yy}(P, Q) \end{bmatrix} N_c(\xi) J(\xi) d\xi \right) \begin{bmatrix} t_x(Q) \\ t_y(Q) \end{bmatrix} \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

J는 좌표변환을 위한 Jacobian이다. 식(2-7)을 정리하여 [A], [B]로 하고, 각 노드를 순차적으로 착력점 P로 취하고 위의 식의 적분을 수행하면 다음과 같은 선형대수방정식이 된다.

$$[A]\{u\} = [B]\{t\}$$

$$[A^*]\{x\} = \{c\} \dots\dots\dots(8)$$

이 식에 경계조건을 대입하여 정리하여 미지 값을 구한다. {x}는 미지변위 및 표면력을 포함

식은 식 (5)와 같다.

$$\begin{aligned} u_i(P) &= - \int_{\Gamma} T_{ij}(P, Q) u_j(Q) d\Gamma \\ &+ \int_{\Gamma} U_{ij}(P, Q) t_j(Q) d\Gamma \\ &+ \int_{\Omega} U_{ij}(P, Q) f_j(Q) d\Omega \dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

여기서,  $u_i$ 는 변위,  $t_i$ 는 표면력,  $f_i$ 는 체적력이며, 경계  $\Gamma$ 로 둘러싸인 영역  $\Omega$ 로 구성된 탄성체가 평형상태에 있을 때의 식이다.  $U_{ij}$ 와  $T_{ij}$ <sup>9)</sup>는 함수의 기초해인 Kelvin해 kernels이며, 착력점 (source point) p에 집중력이 작용할 때 관측점 Q(sample point)에의 변화 값을 구하는 식이다. 여기서, r(p, Q)는 p와 Q사이의 거리이다. 응력을 위한 경계적분방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &+ \int_{\Gamma} S_{kij}(P, Q) u_k(Q) d\Gamma(Q) \\ &= \int_{\Gamma} D_{kij}(P, Q) t_k(Q) d\Gamma(Q) \dots\dots\dots(6) \end{aligned}$$

$\sigma_{ij}$ 는 응력,  $S_{kij}$ 와  $D_{kij}$ 는 third-order tensor<sup>9)</sup>이다. 경계적분방정식을 이산화하여 경계상에서의 변위  $u_j(Q)$ 와 표면력  $t_j(Q)$ 인 해를 얻기 위해, 경계  $\Gamma$ 를 요소(element)로 세분화하고 노드(node) 점에 대해 형상함수로 보간한다. 요소에 대한 국부좌표( $\xi$ )로 경계적분식을 변환하면 다음과 같다.

하는 매트릭스이며, {c}는 기지의 열매트릭스이다. kernels  $T_{ij}$ 와  $U_{ij}$ 의 적분에서  $r \rightarrow 0$  (P=Q)인 경우 특이성 문제를 해결하기 위하여 special logarithmic Gaussian quadrature<sup>9)</sup>와 내부적분 (inside integration)<sup>10,11)</sup>방법으로 착력점을 경계상의 점으로 극한시키는 해석적인 적분(analytical integration)을 택하였다. 단영역 해석에서는 균열상의 점이 중첩 사용되어지므로 이것을

해소하는 방법으로 균열상의 한 점을 변위와 표면력의 식으로 각각 분리 적용하는 DBEM(dual boundary element method)<sup>12)</sup>을 택하였다. 응력 확대계수의 결정은 Rice<sup>13)</sup>에 의해 수식화된 다음의 J적분을 사용한다.

$$J = \int_S (W n_1 - t_j u_{j,1}) dS \dots\dots\dots(9)$$

이 식은 탄성평판에 균열이 존재할때 경로와 무관한 적분값으로, W는 energy density이며, n<sub>1</sub>는 패적(S)의 x<sub>1</sub>방향으로 외향수직 성분이며, t<sub>j</sub>는 표면력 성분이다. 이 후 Hirobumi<sup>14)</sup>, Kishitani<sup>15)</sup>등은 J적분을 이용하여 응력확대계수를 해석하였다. 혼합모드에서 응력과 변위장은 균열 축을 기준하여 대칭인 부분(모드 I)과 비대칭인 부분(모드 II)으로 분리계산하여 합으로 나타낼 수 있다. J적분과 응력확대계수의 다음의 관계를 이용하여 응력확대계수를 구한다.

$$J = (K_I^2 + K_{II}^2) / E' \dots\dots\dots(10)$$

즉, J = J<sub>I</sub> + J<sub>II</sub>이며, 여기서 E' = E/(1 - ν<sup>2</sup>)이다. Trapezoidal rule에 의한 수치적분으로 응력 확대계수 K<sub>I</sub>과 K<sub>II</sub>의 값을 얻었다.

### 3. 수치해석 및 고찰

아크균열은 하중축과 직각인 선분상에 균열의 두 선단점이 위치하며 두 선단사이를 잇는 호의 곡률을 아크각(α)으로 나타내어 정의한 곡선균열이다. 이와 같은 아크균열이 유한폭을 갖는 판재의 중앙부에 위치하여, 모드 I과 모드 II의 혼합모드 상태에 놓인 경우의 응력확대계수를 경계요소법을 이용하여 해석하였다. 아크균열은 직선균열과 달리 판재의 폭과 균열길이의 비(a/W) 뿐만 아니라 아크각(α)의 변화에 따라 크게 영향을 받으며 또, 2축 하중의 하중비의 변화에도 민감한 변화를 예상할 수 있다. 따라서 이와 같은 변수들의 영향을 구체적으로 규명하고, 변화경향을 해석하여 아크균열과 관련된 안전설계 자료로 활용할 수 있도록 하며 또, 경사직선균열의 해로 아크균열의 응력확대계수를 구할수 있는 가능성을 제시하였다.

경사직선균열은 아크균열과의 연관성을 고려하여 Fig. 1에서 본 바와 같이 아크균열의 선단

점에서의 접선인 직선균열로서, 투영길이가 아크균열과 같고 아크각과 동일한 각으로 x축과 경사진 직선균열을 기준으로 하였다.

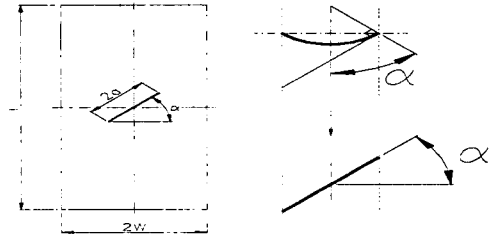


Fig. 1 Tangential crack at arc crack tip

해석에 사용된 시편은 Fig. 2(a)와 같이 폭 2W, 길이 L, 균열길이 2a, 아크각 α인 판재이며, 균열 선단 점에 대한 직선(접선)균열의 해석 모델은 Fig. 3(a)에 나타내었다.

아크균열과 경사직선균열간의 비교를 용이하게 하기 위하여 두 시편의 규격을 동일하게 하고 요소보간함수(Isoparametric 2차 요소) 및 요소의 노드 수(3-노드)를 같게 하였다. 요소의 분할은 Fig. 2(b), Fig. 3(b)와 같이 시편길이(L)를 20개 요소, 폭(W)을 10개 요소, 균열을 8개로 하였으며 변위, 표면력 등의 변화가 심할 것으로 예상되는 곳에는 경계 요소를 세분화 하였다. 응력확대계수 값의 결정은, 3개의 적분경로에 대해 J적분을 수행하고 그 평균값으로 하였다. 또 탄성계수는 200GN/m<sup>2</sup>, 포아송의 비는 0.33으로 하였으며 외력은 10MN/m<sup>2</sup>을 기준으로 하였다.

아크균열(Fig. 2)의 응력확대계수를 상당계수(μ<sub>I</sub>, μ<sub>II</sub>)를 도입하여 직선(접선)균열(Fig. 3)의 응력확대계수로 근사적으로 나타내기 위하여 아크각 α인 아크균열과 균열 선단에서의 접선균열인, x축과 α의 각도를 갖는 직선균열에 대한 응력확대계수를 각각 구하였다. 또 판폭비(a/W) 및 하중비 λ의 변화에 따른 응력확대계수의 값을 각각 구해 상호관계를 도출하기 위하여 α 및 λ와 a/W의 값을 각각 다음과 같이 취하여 해석하였다. 2축 하중은 y축 방향의 응력을 σ, x축 방향의 응력을 λσ로 나타낸다.

$$\alpha = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$$

$\lambda = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$   
 $a/W = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$

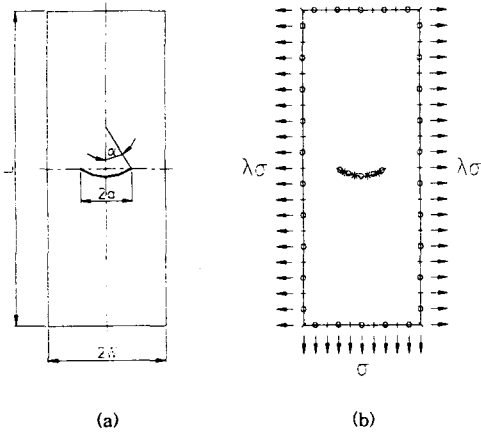


Fig. 2 Rectangular plate with circular arc crack under biaxial/uniaxial tensile loading (a) plate geometry, (b) arrangement of line elements on the boundary

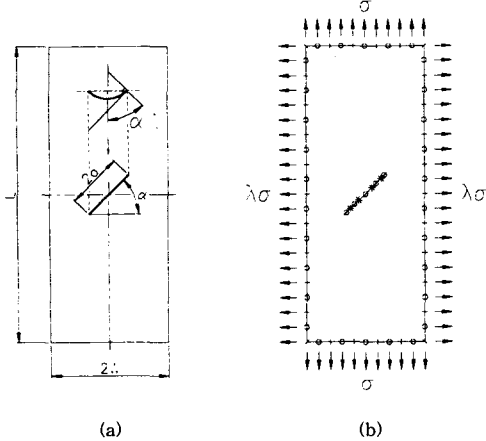


Fig. 3 Rectangular plate with slanted crack under biaxial/uniaxial tensile loading (a) plate geometry (b) arrangement of line elements on the boundary

경계요소법에 의한 해석결과의 타당성을 보이기 위하여, 경계요소법에 의한 해석결과를 무한판의 아크균열에 대한 이론해인 Cotterell결과<sup>3)</sup>와 비교하고, 경사균열에 대한 Kitagawa연구결과<sup>13)</sup>와 비교하여 각각 Fig. 4과 Fig. 5에 도시하

였다.

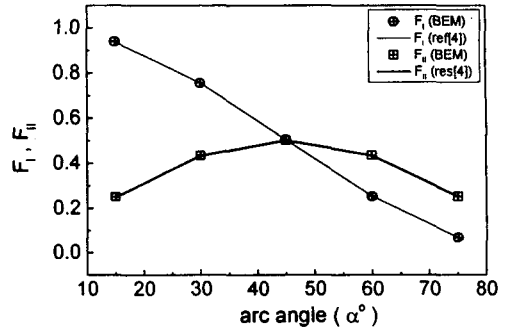


Fig. 4 Variation of SIF correction factor for rectangular plate with slant crack

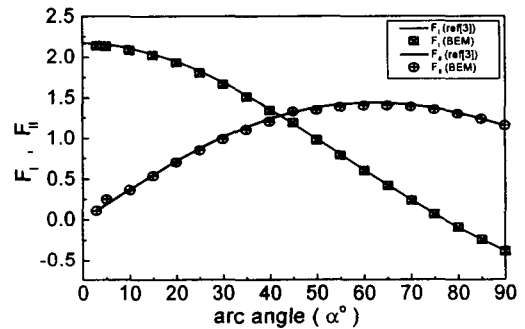
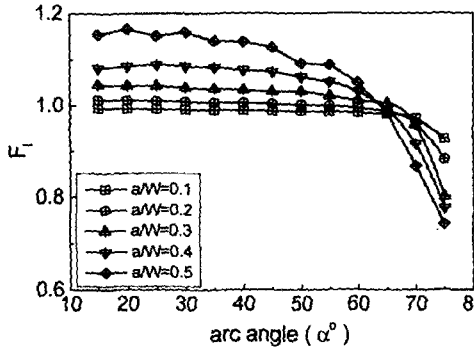


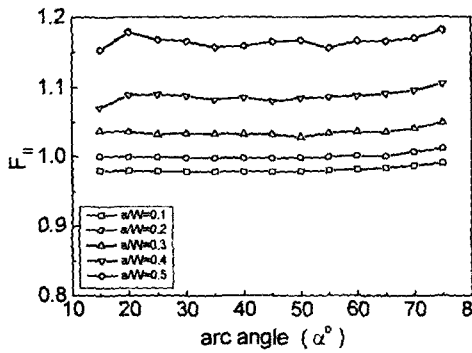
Fig. 5 Variation of SIF correction factor for rectangular plate with arc crack

위의 각각의 모델에 대한 해석 결과를 Fig. 6 ~ Fig. 12에 도시하였다. Fig. 6(a), (b)는 단축하중( $\lambda = 0$ ) 하에서  $a/W$ 가 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5로 변화될 때,  $\alpha$ 의 변화( $15^\circ \sim 75^\circ$ )에 따른 수정계수  $F_I$  및  $F_{II}$ 의 변화를 나타낸 것이다.  $a/W$ 가 크면  $\alpha$ 가 작은 구간에서는  $F_I$ 이 큰 값을 보이지만  $60^\circ$ 를 넘으면 큰폭으로 작아진다. 이에 비해,  $F_{II}$ 는  $a/W$ 가 클 때 큰 값을 보이며  $\alpha$ 에 따른 변화는 작게 나타난다. Fig. 7(a), (b)는  $a/W = 0.1$ 일 때,  $\lambda$ 를 0.0, 0.4, 0.6, 0.8로 변화시키면서 아크각의 변화( $15^\circ \sim 75^\circ$ )에 따른 수정계수의 변화경향을 나타낸 것이다.  $\alpha$ 가 작을 때  $F_I$ 은  $\lambda$ 와  $\alpha$ 의 변화에 의한 영향이 적어 거의 직선적으로 변화되며  $\alpha$ 가  $60^\circ$ 를 초과하면  $\lambda$ 가 작을 때 분산되는 경향을 보인다.  $F_{II}$ 는  $\lambda$ 가 작을

때 크며,  $\alpha$ 의 증가에 따라  $\lambda$ 의 영향이 점차 커지지만  $F_{II}$ 가 0.93에서 1미만의 값으로 변화의 폭은 크지 않은 것으로 나타난다.

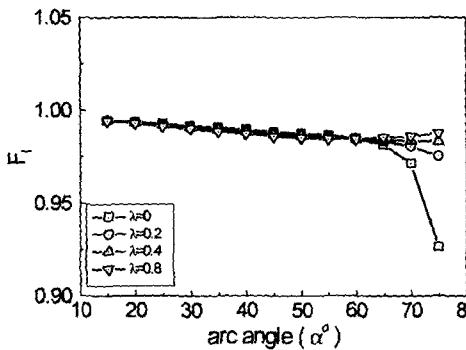


(a)

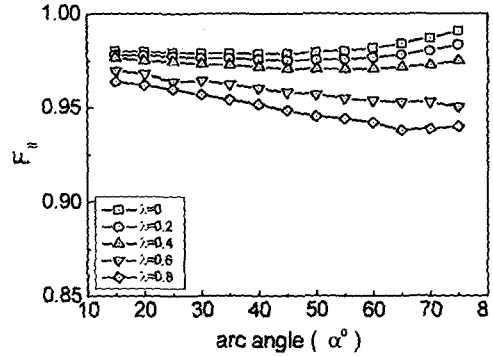


(b)

Fig. 6 Variation of stress intensity factor with circular arc cracked plate (uniaxial loading)



(a)



(b)

Fig. 7 Variation of stress intensity factor with circular arc cracked plate ( $a/W=0.1$ )

Fig. 8, Fig. 9, Fig. 10, Fig. 11, Fig. 12는 아크 균열의 응력확대계수를, 균열길이가 아크균열의 투영 길이와 같으며 아크균열 선단 점에 대한 접선인 직선균열의 응력확대계수와와의 관계를 도 시한 것으로,  $a/W=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$  및  $\lambda =0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ 인 경우  $\alpha$ 의 변화( $15^\circ \sim 75^\circ$ )에 따른 상당계수  $\mu_I$  및  $\mu_{II}$ 의 변화경향을 나타낸 것이다. 그림의 수식은 각각의  $\mu_I$  및  $\mu_{II}$  중 큰값을 보인 경우( $\mu_I; a/W=0.1, \mu_{II}; a/W=0.5$ )에 대한 근사 다항식이다. Fig. 8는 단 축하중의 경우로, 판폭비가 변화되어도  $\mu_I$  및  $\mu_{II}$ 는 유사한 변화경향을 유지하며,  $\mu_I$ 은  $a/W$ 이 작을 때  $\mu_{II}$ 는  $a/W$ 가 클 때 큰값을 보인다.  $\alpha$ 가  $50^\circ$  이하로 작은 값인 경우에는  $\mu_I$ 와  $\mu_{II}$  모두 직선적으로 변화되며  $a/W$ 에 따른 값의 분 산도 작음을 알 수 있다. 따라서, 단축하중하에 서는  $a/W$ 가 변화되어도 적은 오차로 직선균열 로 근사시켜 구할 수 있음을 알 수 있다. Fig. 9 는  $\lambda$ 가 0.2인 경우로,  $\mu_I$ 와  $\mu_{II}$ 의 변화경향이 차별화되어 나타난다.  $\mu_I$ 은  $\alpha$ 이 작을 때는  $a/W$ 에 무관하게 일치하는 경향을 보이며  $\alpha$ 가 증가 해가면 서서히 감소하고  $a/W$ 가 큰 경우 더욱 감소폭이 커지며 확산됨을 알 수 있다.  $\mu_{II}$ 는  $\alpha$ 가 작은 값일 때  $a/W$ 에 따라 분포되어 나타 나며  $\alpha$ 이 증가하면서 큰 폭으로 증가하지만  $a/W$ 의 변화에 따른 영향은 감소하여 모아지는 경향을 보인다. Fig. 10은  $\lambda$ 가 0.4인 경우로 Fig. 10에 비해  $\mu_I$ 와  $\mu_{II}$ 의 변화경향이 더욱 차별화

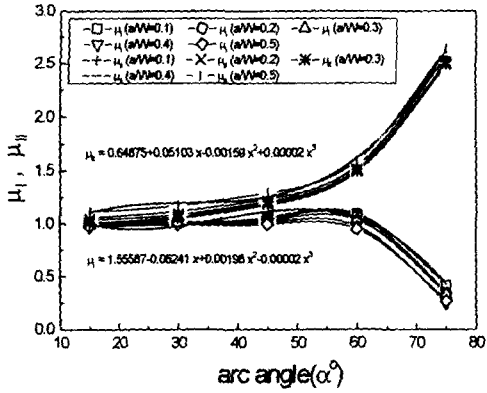


Fig. 8 Tendency of  $\mu_1, \mu_{II}$  - angle ( $\alpha$  and  $\beta$ ), ( $\lambda = 0.0$ )

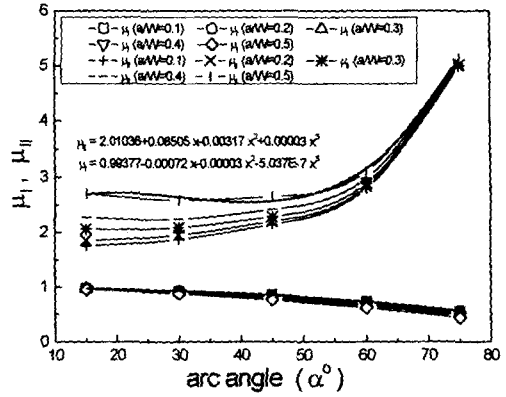


Fig. 11 Tendency of  $\mu_1, \mu_{II}$  - angle ( $\alpha$  and  $\beta$ ), ( $\lambda = 0.6$ )

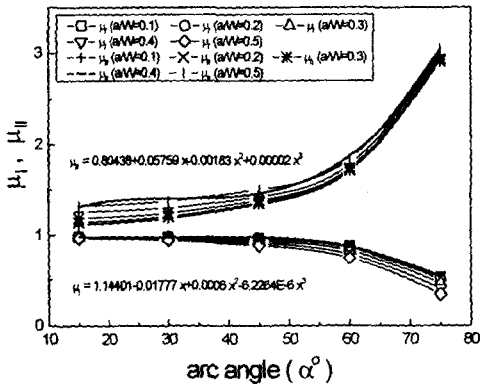


Fig. 9 Tendency of  $\mu_1, \mu_{II}$  - angle ( $\alpha$  and  $\beta$ ), ( $\lambda = 0.2$ )

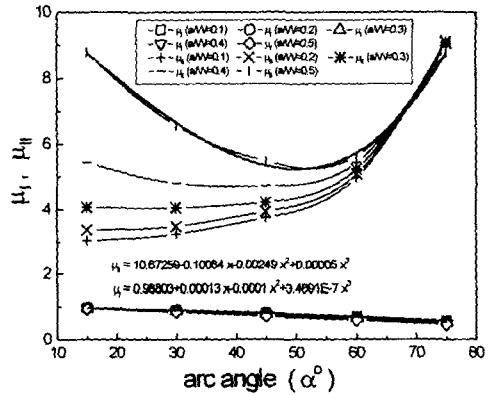


Fig. 12 Tendency of  $\mu_1, \mu_{II}$  - angle ( $\alpha$  and  $\beta$ ), ( $\lambda = 0.8$ )

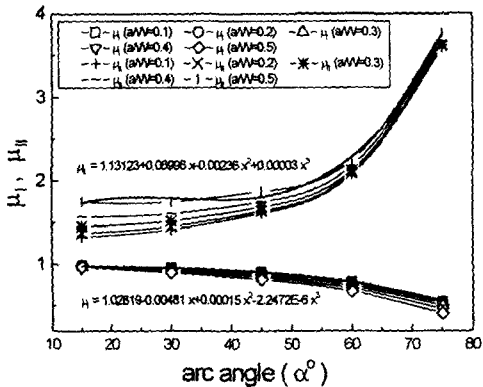


Fig. 10 Tendency of  $\mu_1, \mu_{II}$  - angle ( $\alpha$  and  $\beta$ ), ( $\lambda = 0.4$ )

되어 나타난다.  $\mu_1$ 은  $\alpha$ 가 작을 때는  $a/W$ 에 무관하게 일치하는 경향을 보이며  $\alpha$ 가 증가해 가면 서서히 감소하고  $a/W$ 가 큰 경우 더욱 감소폭이 커짐을 보인다.  $\mu_{II}$ 는  $\alpha$ 가 작은 값일 때  $a/W$ 에 따라 분포되어 나타나며  $\alpha$ 가 증가하면서 큰 폭으로 증가하나 역시  $a/W$ 의 영향은 감소하여 모아지는 경향을 보인다. Fig. 11은  $\lambda$ 가 0.6인 경우로,  $\mu_1$ 은  $\alpha$ 가 작을 때는  $a/W$ 에 무관하게 일치하는 경향을 보이며  $\alpha$ 가 증가해 가면 서서히 감소하고  $a/W$ 가 큰 경우 더욱 감소폭이 커짐을 보인다.  $\mu_{II}$ 는  $\lambda$ 커짐에 따라  $\alpha$ 가 작은 값일 때  $a/W$ 에 따라 큰 폭으로 확산 분포되어 나타나며  $\alpha$ 가 증가하면서 큰 폭으로

증가하지만  $a/W$ 의 영향은 감소하여 점차 한점으로 모아지는 경향을 보인다. Fig. 12는  $\lambda$ 가 0.8인 경우로,  $\mu_1$ 은  $\alpha$ 가 작을 때는  $a/W$ 에 무관하게 일치하는 경향을 보이며  $\alpha$ 가 증가해가면 서서히 감소하고  $a/W$ 가 큰 경우 더욱 감소폭이 커짐을 보인다.  $\mu_2$ 는  $\lambda$ 가 커짐에 따라,  $\alpha$ 가 작고  $a/W$ 이 클 때 더욱 큰값으로 확산분포되어 나타난다. 특히  $a/W$ 가 큰 경우에는 큰값을 보인다. 그러나  $\alpha$ 가 증가하면서  $a/W$ 의 영향은 감소하여 점차 한점으로 모아지는 경향을 보인다. 이상의 결과에서 알 수 있는 것과 같이,  $K_I$ 에 대한 상당계수  $\mu_1$ 은  $\alpha$ 의 변화에 따라 0.5전후에서 1.0전후로 안정적으로 변화되는 경향을 보이며  $K_{II}$ 에 관한 상당계수인  $\mu_2$ 는  $\alpha$ 에 따라 크게 변화되는 경향을 보이지만  $\alpha$ 가 클 때  $a/W$ 에 의한 변화폭이 감소하는 것을 확인할 수 있다. 그러므로 하중비가 0.0~0.2인 경우는 판폭비와 무관하게  $K_I$ ,  $K_{II}$ 를 경사직선균열의 값으로 구할 수 있으며 하중비가 증가하면,  $K_I$ 은 아크각이 클 때 확산되며  $K_{II}$ 는 아크각이 작을 때 데이터가 크게 확산되어 나타나므로 아크각의 변화에 따라 오차범위를 정하여 제한적으로 사용할 수 있음을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

경계요소법을 이용하여 2차원탄성체인 유한폭의 판재 중앙부에 개재된 아크균열의 응력확대계수를 해석하였다. 아크각( $\alpha$ ), 판폭비( $a/W$ ), 응력비( $\lambda$ ) 등의 변화에 따른 응력확대계수  $K_I$ ,  $K_{II}$ 의 변화경향을 수정계수  $F_I$ ,  $F_{II}$ 로 해석하였으며 또, 상당계수( $\mu$ )를 도입하여 아크균열의 응력확대계수를 아크균열 선단 점에 대한 접선(직선)균열로 나타낼 수 있는 방법을 제시하였다. 이상의 결과를 요약하면 다음과 같다.

- 1) 경계요소법(DBEM)을 이용하여 얻은 응력확대계수의 결과는 기존의 아크균열의 이론해와 잘 일치하며 2차원탄성문제에 대하여 고정밀도의 해를 얻을 수 있음을 보였다.
- 2) 단축하중 하에서, 아크각( $\alpha$ )이 작을 때는  $a/W$ 이 크면  $F_I$ 와  $F_{II}$ 도 큰값을 보였다. 아크각이 증가하면  $F_I$ 이 큰폭으로 작아지나  $F_{II}$

은 약간 증가하는 것으로 나타나  $F_{II}$ 에 미치는 영향이 적음을 할 수 있었다.

- 3)  $a/W$ 가 일정한 경우,  $F_I$ 은 아크각( $\alpha$ )이 작을 때는 응력비( $\lambda$ )의 변화에 무관하게 1.0에 근접하나 아크각( $\alpha$ )이 커지면  $\lambda$ 가 작을 때 큰폭으로 감소하여 확산되어 나타났다.  $F_{II}$ 는  $\lambda$ 에 따라 분포되며 아크각( $\alpha$ )의 증가에 따라 감소폭이 증가하나 0.93~1.0로 변화폭은 적음을 보였다.
- 4) 응력비( $\lambda$ )가 0일 때, 아크각( $\alpha$ )이 작으면  $\mu_1$ 과  $\mu_2$ 가  $a/W$ 에 무관하게 좁은 범위에서 변화되며 비교적 작은 오차로 아크균열의 응력확대계수를 환산할 수 있다.
- 5) 응력비( $\lambda$ )가 증가하면 아크각의 변화에 따라  $\mu_2$ 는 큰폭으로 변화되나  $\mu_1$ 은 변화폭이 작음을 보였다.
- 6) 직선경사균열의 응력확대계수로 아크균열의 응력확대계수를 나타낼 수 있으며 이를 이용하여 곡선균열에 대한 응력확대계수 계산의 단순화가 가능함을 보였다.

#### 참 고 문 헌

- 1) N.I. Muskhelishvili, "Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity, Noordhoff", pp. 542~545, 1953.
- 2) G.C. Sih, P.C. Paris and F. Erdogan, "Crack Tip Stress-Intensity Factors for Plane Bending Problems", Trans. ASME, Ser. E, J. Appl. Mech., Vol. 29, pp. 306~312, 1962.
- 3) B. Cotterell and J.R. Rice, "Slightly Curved or Kinked Cracks", Int. J. Frac., Vol. 16, No. 2, pp. 155~169, 1980.
- 4) H. Tada, P.C. Paris, and G.R. Irwin, "The stress Analysis of Cracks Handbook", Del Research Corporation, Hellertown, 1973.
- 5) T.A. Cruse and R.B. Wilson, "Nuclear Engineering and Design 46", pp. 223~234, 1978.
- 6) A. Portela and M.H. Aliabadi and D.P. Rooke, "The Dual Boundary element Me-



- thod: Effective Implementation for Crack Problems", *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 33, pp. 1269~1287, 1992.
- 7) H. Kane. James, "Boundary Element Analysis in Engineering Continuum Mechanics", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 07632, pp. 77~87, 132~139, 1994.
  - 8) C.A. Brebbia and J. Dominguez, "Boundary Element An Introductory Course", Computational Mechanics Publ., Boston, co-published with McGraw-Hill, New York, 1989.
  - 9) J.R. Rice, "A path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentrations by Notches and Cracks", *J. Appl.Mech.*, p. 379, 1968.
  - 10) G. Tsamasphyros and G. Dimou, A "Gauss Quadrature formula for Cauchy Type Integrals", *Com.Mech.*, Vol. 4, pp. 137~148, 1989.
  - 11) K. Kishitani, T. Hirai and K. Murakami, "J-Integral Calculations with Boundary Elements", *Boundary Elements III, A Computational Mechanics Center Publication*, pp. 479~493, 1986.
  - 12) T. Hirobumi and N. Yosuke, "Application of the Boundary Element Method to Fracture Mechanics Problem", *Boundary Elements III, A Computational Mechanics Center Publication*, pp. 471~479, 1986.
  - 13) H. Kitagawa and R. Yuuki, "Analysis of Arbitrarily Shaped Crack in a Finite Plate Using Conformal Mapping", 1st Report-Construction of Analysis Procedure and its Applicability, *Trans. Japan Soc. Mech. Engrs.*, Vol. 43, No. 376, pp. 4354~4362, 1977.
-